بیان سیوم در مقادیر کیل یعنی پیمانه

قفیز	پیمانهٔ ایست که بست و پنج من باشد و گویند بست و چهار کیلچه است در منتخب ا مذکور است که قفیز پیمانهٔ ایست دوازده صاع و از زمین مقدار یک صد و چهل و چهار گز شر
قنطار	یک هزار و دو بست اوقیه است و گویند آن مقدار از طلا که یک پوست گاو از ان پر شود
کیلچه	یک من و هفت ثمن من است
کیل	سي و شش من است
کیله	شش صد درهم و کسری باشد
مشربه	شش استار و ربع استار است
ملوک	سه کیلچه است
	پیمانهٔ ایست بوزن دو رطل و ربع که دو بست و ده مثقال و نیم باشد
	در شرع هشت رطل و این صاع عراقي است و صاع حجازي پنج رطل و ثلث رطل و در لغت پیـ چهار مدا است و هر مدی دو مشت آدمي مستوی الخلقة چون دست کشیده دارد و به رطـ رطل و در رسالهٔ اوزان مذکور است که صاع پیغمبر صلعم چهار مد و مد بقول ~~ستهاء~~ دو رطل و عراقي پس صاع نه رطل عراقي باشد و بدرهم یک هزار و یک صد و هفتاد و بحساب مثـ هشت صد و نوزده مثقال و بحساب جو چهل و شش هزار و یک صد و شصت جو خواهد بود
وسق	بار شتر
قُلّتین	بضم قاف و تشدید لام پنج قربه و در شرع پنجاه من است و نیز دو بست و پنجاه من است
قربه	مقدار صد رطل عراقي است و رطل صد و بست درهم است

دربیان جدول مقادیر مساحت وآلات آن وغیره

ذراع شرعی	درکرباس هفت قبضه وچهار اصبع
ذراع شرعی	درمساحت شصت قبضه ویک اصبع قائم وقبضه چهار اصبع *
ذراع عند الحساب	بست وچهار اصبع *
اصبع	شش شعیر مضموم بعض ببعض
ذراع هند	درهند سه قسم است کلان وخرد ومیانه وهریک بست وچهار طسو *
ذراع شاهجهانی	درپارچه ۱۶ گره فی گره ۱۶ بحر فی بحر ۱۶ بحرین فی بحرین ۱۶ شعیر فی شعیر ۱۶ ذرعه درسنگ ۲۰ بسوه بسوه ۲۰ بسوانسی بسوانسی ۲۰ خام خام ۲۰ خامین ذرعه ۲۴ طسو طسو ۲۴ طسوانسی طسوانسی ۲۴ خام خام ۲۴ خامین
طسوج گز کلان	هشت جو معتدل
طسوج گز خرد	شش جو معتدل
طسوج گز میانه	شش جو خرد
ذراع قدیم	دو شبر و دو گره ابهام مجموع ۱۶ گره وهر گرهی چهار بحر
ذراع قدیم	ابن قدیم درخرید وفروخت ۲۴ انگشت ودو ثلث انگشت
ذراع قبضه	ذراع عامه نیز گویند از ایجاد ابن لیلی است بست وچهار انگشت
ذراع یوسفی	بست وپنج انگشت
ذراع هاشمی	بست وهشت ویک ثلث انگشت ایجاد بلال تورانی نبیرهٔ موسی اشعری است
هاشمهٔ کبری	بست ونه انگشت ودو ثلث انگشت ایجاد منصور عباسی

ذراع عمریه	سی و یک انگشت ایجاد عمر خطاب رضی الله عنه
ذراع مامونیه	هفتاد و ثلث انگشت ایجاد مامون عباسی
ذراع اسکندری	سی و دو انگشت
ذراع اکبری	چهل و شش انگشت
ذراع الٰهی	چهل و یک انگشت
جریب	شصت ذراع شرعی
میل شرعی	یک ثلث فرسخ و نزد بعض سه هزار و پنج صد ذراع یا چهار صد ذراع
میل عند حساب المحدثین	چهار هزار ذراع و ذراع ۲۴) اصبع
میل عند حساب القدماء	هزار ذراع و ذراع سی و دو اصبع
فرسخ شرعی	دوازده هزار خطوه و خطوه یک و نیم ذراع بذراع عامه اعنی بست و چهار اصبع
فرسخ عند الحساب	یک هزار و نه صد ذراع بذراع محدثین
بانس شاهجهانی	شش دست کم و بیش
رسی	و دوری نیز گویند ۲۵ ذراع شاهجهانی

مقادیر مساحت بطریق انگریزی

میل انگریزی	یک هزار و هشت صد فوت خواه صد پارت	پارت	هجده فوت		
ذراع انگریزی	دو فوت	انچی	ده لین		
فوت	دوازده انچی	بانس انگریزی	۱۲ فوت و بست و چهار بانس را یک		

مقادير زمان بطريق انگريزي

ڈگري	بمعني درجه
منٹ	بمعني دقيقه
سکنڈ	بمعني ثانيه
هور	بمعني ساعت
کلاک	دونيم ساعت
نون	نصف روز و مڈ ڈي نيز گويند
افٹرنون	سه پاس روز
ايوننگ	بمعني شام
مارننگ	بمعني صبح
پريڈ	بمعني دوره
ير	بمعني سال
ير سولر	سال شمسي
ير لونر	سال قمري
ڈې	بمعني روز
نايٹ	بمعني شب

مقادير مساحت بطور اهل هند

انگشت	۸ جو پيوست کند اگر بر عرض نهند
ڈنڈ	ڈهک نيز گويند ۴ دست و دست ۲۴ انگشت
کوس	۲۰۰۰ ڈنڈ و نيز از وي [illegible] باشد
جوجن	۴ کوس
بانس	۱۰ دست
پورين	دو بانس

مقادير زمان بطور اهل هند

پران	زمانيکه لفظ دو حرفي ده بار تلفظ توان کرد
پل	شش پران
گهڙي	شصت پل
مقدار شب و روز	شصت گهڙي خواه ۲۴ ساعت
ساعت	آنرا بهندي دهن گويند دونيم گهڙي

مقادير زمان اهل هند بطريق ديگر

چهن	زمانيکه بسوزن يک برگ گل را سوراخ کند

لو	هشت چهن	دورت	دوآن
کاشنها	هشت لو	لکهه	دودورت
نمکه	هشت کاشنها	پولت	سه لک
کلا	هشت نمکه	پال	ده پولت
تورت	هشت کلا	گهري	شصت پال
آن	دوتورت		

صحت اسماء اوزان

وهمیه بفتح واو وسکون ها وکسر میم وفتح یای تحتاني وهاي مختفي بمعني منسوب بوهم, Suspicion اعني مقدار آن بظاهر هیچ محسوس نمیشود الّا در وهم وخیال مساوي ۱/۴۶۹۸۱۳۱۲۰ (گرین) Grain, *

هبا بکسرهاء وفتح باء موحده بمعنی ذره که در شعاع آفتاب هرگاه از یک سوراخ نیفتد در هوا بنظر می آیند وآن ده وهمیه است مساوي ۱/۴۶۹۸۱۳۱۲ (گرین) *

ذره بفتح ذال منقوطه وتشدید رای مهمله وهاء عبارت از هشت هبا است مساوي ۱/۴۶۹۷۶۶۴ (گرین) *

قطمیر بکسر قاف وسکون طاء مهمله وکسر میم وسکون یاي تحتاني وراء مهمله درلغت نقطهٔ سفید را که برپشت خرما میباشد میگویند ونیز ریشه که در شگاف خرما میباشد وآن عبارت از دوازده ذره است مساوي ۱/۴۱۴۷۲ (گرین) *

نقیر بفتح نون وکسر قاف وسکون یای تحتاني وراء درلغت بمعني شگاف خرما است وآن هشت ذ است مساوي ۱/۵۱۸۴ (گرین) *

فتیله بفتح فاء وکسر تاء فوقاني وسکون یاء تحتاني وفتح وهاي مختفي درلغت بمعني رسن باریک و ریشهٔ خرما است آن شش نقیر است مساوي (گرین) *

قلس بفتح قاف وسکون لام درلغت بمعني رسن ک که از لیف خرما خواه برگ آن بسازند وآن شش است مساوي ۱/۱۴۴ (گرین) *

خردل بفتح خاء منقوطه وسکون راء مهمله وفتح مهمله وسکون لام قسمی از غله است که آنرا به رائي گویند وآن دوازده قلس است مساو (گرین) *

شعيرة وشعير بفتح شين منقوطه وكسر عين مهمله وسكون ياى تحتاني وراء مهمله قسمى از غله است كه آنرا بهندي جو گويند وآن شش خردل است مساوي نصف (گرين) *

طوخ بفتح طاء مهمله وسكون واو وخاء منقوطه مقدار چهار شعير *

مثقال صيرفي بكسر ميم و سكون ثاء مثلثه وقاف والف وكسر لام وفتح صاد مهمله وسكون ياى تحتاني وراء مهمله وكسر فاء وياى تحتاني صيرفي منسوب بصراف است اعني مثقال نزد صرافان عبارت از درم تام جديد است ودر شهر بغداد صرافان درم تام جديد را مثقال ميگفتند *

مثقال شرعي اعني مثقال نزد اهل شرع *

نواة بفتح نون وواو والف وتاى فوقاني بمعني تخم خرما است *

ترمسه بضم تاء فوقاني وسكون راء مهمله وفتح ميم وسين مهمله وهاى مختفي اين لفظ سيواى كتاب طب درلغت يافته نشد *

عرامي بضم عين مهمله وراى مهمله والف وكسر ميم وياى تحتاني *

كرمة شاميه بضم كاف وراى مهمله وفتح ميم وهاى مختفي شاميه منسوب بشام است *

جوزه مطلق بفتح جيم وواو مجهول وزاء منقوطه وهاى مختفي ومطلق بمعني فقط *

بندقه بكسر باء موحدة وسكون نون وضم دال مهمله وفتح قاف وهاى مختفي *

ملعقه بضم ميم وسكون لام وفتح عين مهمله وفتح قاف وهاى مختفي *

سامانوا بسين مهمله والف وفتح ميم والف وفتح نون وواو والف *

اويقوس بضم همزه وكسر واو وسكون ياى تحتاني وضم قاف وواو وسكون سين مهمله *

قباسا بفتح قاف وفتح باى موحده والف وفتح سين مهمله والف *

فليحون بفتح فاء وكسر لام وسكون ياى تحتاني وضم حاء حطي وواو معروف وسكون نون *

بروار بفتح باى موحده وراء مهمله وفتح واو والف وراى مهمله *

بروار صغير صغير بمعني خُرد است ايضا *

جرجير بفتح جيم وراء مهمله وبكسر جيم وسكون ياى تحتاني وراء مهمله *

حاماى بفتح حاى حطي والف وفتح ميم والف وسكون ياى تحتاني *

حمصه بكسر حاى حطي وتشديد ميم وفتح صاد وهاى مختفي *

حزمه بضم حاى حطي وسكون زاء معجمه وفتح ميم وهاى مختفي *

خرما بضم خاى معجمه وسكون راء مهمله وفتح ميم والف *

كف بفتح كاف وسكون فاء *

عنبيا بفتح عين مهمله وسكون نون وسكون باى موحده وفتح ياى تحتاني والف *

سبعون بفتح سین مهمله وسکون بای موحده وضم عین وواو مهمله ونون *

نبطی بفتح نون وسکون بای موحده وفتح طاء وسکون لام *

صدقه بفتح صاد وضم دال مهمله وفتح وتشدید قاف وهای مختفی وزن سکرچه بفتح سین مهمله وفتح کاف وسکون راء مهمله وفتح جیم فارسی وهای مختفی *

طویل بفتح طاء وکسر واو وسکون یای تحتانی وسکون لام *

لسطون بفتح لام وسین مهمله وسکون نون وضم طاء وواو وسکون نون *

قوانویس بفتح قاف وفتح واو والف وضم نون وکسر واو وسکون یای تحتانی وسکون سین مهمله *

قاتولی بفتح قاف والف وضم تاء فوقانی وسکون واو وکسر لام ویای تحتانی *

حومه بفتح حاء حطی وسکون واو وفتح میم وهای مختفی *

طوطول بضم طاء وسکون واو وبضم طاء وواو وسکون لام *

دقوطیل بفتح دال مهمله وضم قاف وواو وکسر طاء وسکون یای تحتانی ولام *

ناطل بفتح نون والف وبفتح طاء وسکون لام *

قوی مو بفتح قاف وکسر واو وسکون یای تحتانی وضم میم وواو *

هاقین بفتح هاء والف وکسر قاف ویای تحتانی وسکون نون *

قوطونی بضم قاف وواو وضم طاء وواو وکسر نون ویای تحتانی *

قسط الطالیقی بضم قاف وسکون سین مهمله وسکون طاء والف وسکون لام وفتح طاء والف وکسر لام وسکون یای تحتانی وکسر قاف ویای تحتانی *

جوهین بفتح جیم وواو وکسر هاء وسکون یای تحتانی وسکون نون *

ذورق بفتح ذال معجمه وواو وفتح راء مهمله وسکون قاف

اناب بفتح همزه ونون والف وسکون باء موحده *

ابریق بفتح همزه وسکون بای موحده وکسر راء مهمله وسکون یای تحتانی وسکون قاف *

طالیقون بفتح طاء والف وکسر لام وسکون یای تحتانی وضم قاف وواو وسکون نون *

جیره بکسر جیم وسکون یای تحتانی وفتح راء مهمله وهای مختفی *

جوذق وجوشقا بفتح جیم وواو وفتح ذال معجمه وسکون قاف وجوشقا بضم جیم وواو وفتح شین منقوطه و[illegible] قاف والف *

مد بضم میم وتشدید دال مهمله *

ملوک بفتح میم وضم لام وواو وسکون کاف *

قلتین بضم قاف وتشدید لام وفتح تاء فوقانی وسکون یای تحتانی وسکون نون *

قریه بکسر قاف وسکون راء مهمله وفتح یای تحتانی وهای مختفی *

وسق بفتح واو وسین مهمله سکون قاف *

سرخ بضم سین مهمله وسکون راء مهمله وسکون خاء معجمه *

پل بفتح بای مثلثه تحتانی یعنی بای فارسی وسکون لام * पलं

دهرن بفتح دال مهمله وهای مختفی وفتح راء مهمله وسکون نون * धरणं

گدیانک بفتح کاف فارسی وسکون دال مهمله وفتح باءموحده والف وسکون نون وکاف تازی * गद्याणकः

ڈهک بفتح دال هندی وسکون هاء وکاف * घटकः

ماشه بفتح میم والف وفتح شین منقوطه وهاء مختفی * माषः

کهرکهه بفتح کاف وفتح هاوراءمهمله وفتح کاف وسکون هاءوهای مختفی * कर्षः

گهونگچی بضم کاف فارسی وهاء وواووسکون نون وکاف فارسی وکسرجیم فارسی ویای تحتانی * घुंघुची * गुञ्जा

کوڈی بفتح کاف وواووکسردال هندی ویای تحتانی * کوڈی * वराटिका (فیه شک)

دسنک بفتح دال مهمله وسکون سین مهمله وسکون نون وسکون کاف فارسی * दशकं

کاکنی بفتح کاف والف وسکون کاف وکسرنون ویای تحتانی * काकिणी

پن بفتح باء فارسی وسکون نون وبهلول نام بادشاه بوده است * पणः

چهن بکسرجیم فارسی وهاء وسکون نون * क्षणः

لو بفتح لام وواو * लवः

کاشتها بفتح کاف والف وسکون شین منقوطه وفتح تای فوقانی وهاء والف * काष्ठा

نمکهه بکسرنون وسکون میم وسکون کاف وهاء مختفی * निमिषः

کلا بفتح کاف وسکون لام والف * कला

تورت بفتح تاء فوقانی وواووفتح راء مهمله وسکون تاء فوقانی * त्रुटिः

ان بفتح الف ممدوده وسکون نون * अयनं * आन (فیه شک)

دورت بضم دال مهمله وواووفتح راء مهمله وسکون تاءفوقانی * दुरत (لم یوجد)

لگهه بفتح لام وسکون کاف فارسی هاءوهای مختفی * लघु (لم یوجد)

پولت بضم بای فارسی وواووکسرلام وسکون تاء فوقانی * सुत * पुलत (فیه شک)

* رَبِّ يَسِّرْ * بسم الله الرحمن الرحيم * وَتَمِّمْ بِالْخَيْرِ *

قطعه

* حمدي چو مراتب عدد بيحد وعد ... ان واحد را كه نيست واحد به عدد *
* فردي ونه زوج وفرد الله صمد ... خلاّق جهان و لَمْ يَلِدْ لَمْ يُولَدْ *

جلّ جلاله وعم نواله وصلى الله على خير خلقه محمد وآله واصحابه اجمعين * اما بعد بر ضمير منير ارباب علم ودانش مخفي ومحتجب نيست كه علم حساب كثير المنافع ومحتاج اليه جميع امور است چه تعدد لازم ممكنات است وعدد موضوع علم حساب وايضا يوم الحساب حق دليلي واضح بر شرافت اوست ودر هر جزو زمان حكماء دقيقه شناس وفضلاي خرد اساس پيرايهٔ افتخار وسرمايهٔ مباهات خود دانسته بوسيلهٔ اين فن عالي زيب بخش وسادهٔ عزت وجلال ومسند آراي حشمت واقبال بوده اند * وهر بي كمالي زايا راي اين نيست كه بمجرد دانستن قواعدي چند قدم در عرصهٔ حساب داني نهد * ورقم تصدي اين امر خطير را بر ناصيهٔ حال خود نگارد * چون درين عصر كه از علم وحكمت نامي واز فضل وهنر نشاني بر جانمانده وجمعي كه از مجهول ومعلوم وموجود ومعدوم فرق نمي كنند وناس را از نسناس وبلور را از الماس باز نميدانند بمحض دانستن بعضي اعمال حسابي كه دست فكرت انها از دامن ميزانش كوتاه است علم دعوي بر مي افرازند وكلاه نخوت بر آسمان مي اندازند علم حساب به شومي اين تهي مغزان از سواد ارقام به صفر يكسان است وبه بيداد اين انصاف دشمنان از خطوط جداول چاك در گريبان * بيت * زانسان امروز هرچه پيداست * فصلش رفته است وجنس برجاست * على الخصوص درين ديار هر كسي جز لهوي وهر شخصي جز لعبي با علوم كاري ندارد اين كمترين خلائق اگرچه ابتدا تا سن پانزده سالگي تحصيل كتب رسميهٔ صرف ونحو ومنطق وحكمت چنانكه متداول است نموده واز مختصرات فراغت حاصل

ساخته و قوانین حساب سیاق مختصری که لازم پیشهٔ متصدی گری است آموخته اراده داشت
که درس کتب فنون ریاضی خصوص کتب علم حساب نماید لکن به سبب تحصیل معاش
که سرگشتگان نشأ تعلق را ازان گزیر نیست از حصول این سعادت محروم مانده و سالهای دراز
به سبب علائق روزگار که از سن شانزده سالگی اتفاق افتاد فرصت مطالعهٔ کتب این فن نیافته
تا آنکه روزی سوالات چند که متعلق جبر و مقابله بود بتقریب دوستی به سمع رسید چون
خود را از استخراج ان عاجز دید غیرت دامن گیر دل شد و خلاصة الحساب را در یک روز
من اوله الی آخره بر سبیل اجمال مطالعه نموده سوالات مذکور را بقواعد جبریه منحل
ساخت و رغبتی که ازین علم شریف از پیشتر بود تضعیف پذیرفت و در اندک زمان با وجود یکه
علائق روزگار و کثرت کار بود تمامی خلاصة الحساب را بخوبی مطالعه کرده و حل مسائل
ساخته نسخهٔ مختصری بزبان فارسی رقم نموده رینولا که به سبب تعطل اتفاق انزوا و ابزاویهٔ
خمول افتاد غیر از کتب فنون ریاضی همدمی و بجز مسائل این علوم انیسی ندارد خصوص
کتب علم حساب مثل عیون الحساب و مفتاح الحساب و دستور الحساب و تلخیص الحساب
و لیلاوتی و بیج گنت و اکثر شروح خلاصة الحساب و غیر آن بمطالعه درآمد با وجود یکه اکثری
ازین کتب در زبان عربی و بعبارت دقیق بود که فهم هر کسی با دراکش نمیرسد بعنایت ایزدی
و بتوفیق سرمدی بر غوامض مسائل آن آگهی یافته بیشتر قواعد و فوائد از خود استنباط
و ایجاد کرد اگرچه اکثر بخاطر می گذشت که اگر فرصت دست دهد و زمانه مساعدت
نماید مجموع قوانین که در حساب ازان گزیر نباشد در یک کتاب مع دلائل و براهین اکثری
قواعد بعبارت فارسی سلیس مندرج سازد تا طالبان فضل و هنر را واسطهٔ ترقی و تکمیل و مبتدیان
بی سرمایه را موجب تنبیه و آگاهی گردد لکن چون اخوان زمان را ازین علوم بعد کلی است
قدردانی که باین مطالب شریفه وارسیده زبان به تحسین کشاید بنظر نمی آمد لهذا این اراده
از حیز قوه بفعل نمی گرائید ناگاه برهبری بخت همایون و یاوری طالع سعادت مقرون
جبههٔ ارادت بغبار عتبهٔ عرش رتبه در دولت زبدهٔ اعاظم امراء عالیشان و قدوهٔ اماجد شرفاء
انگلستان نیر اعظم سپهر بذل و عنایت ستارهٔ سیارهٔ اوج نصفت و عدالت مصدق دعوی
انا الکریم ملاذ محتاجان هفت اقلیم فلاطون یونان حکمت و نطانت غازه پیرای رخسارهٔ

شوکت و متانت شریف النفس مهذب الاخلاق زین المحافل کالنور فی الاحداق آستین دل
پاک کن از غبار کبر و منی صورت طراز هیولای حکمت مدنی خداوند جوهرشناس خردمند
بخرد نواز جوهریان علم و دانش گوهر هنری ببازار اظهار نیاوردند که آن عالی جناب
بقیمت دلخواه نخرید و صاحب کمالی از جفای گردون آه سردی نکشید که آن خجسته
فرهمایون فال بدادوی نرسید ذاتش متحلی بفضائل و نفس مقدسش متخلی عن الرذائل
المؤید من الله نواب کیوان بارگاه ناظم الملک صمصام الدوله مِسْتَرْ فَرَانْسِسْ هَاکِنْس بهادر
هیبت جنگ اظهر الله آثار مجده و عظمته ضعفا و جعل الناس بدعاء دولته و حشمته موظفا
نور آگین ساختم و آن عالی جاه من نالائق را بعنایات بیغایات خداوندانه سرفراز فرموده
دامن آرزوی خاطرم را رشک کان گوهر نمود درین وقت ملهم غیبی بشارت لاریبی
داد که حالا وقتیست که کتابی در فن حساب چنانکه اراده داشتی تالیف نموده هدیهٔ
ملازمان آن عالی جناب سازی تا بوکه غنچهٔ مراد به نسیم عنایت آن والانژاد شگفد و حل
اشکال بالطاف ان برگزیدهٔ انفس و آفاق باحسن الوجود رو نماید و فیضان این علم بذریعهٔ
نام نامی آن فیاض بر خاص و عام جاری شود و یادگاری بطفیل اسم گرامی ان قدرشناس
تا یوم الحساب بماند باستماع این مژدهٔ روح افزا صبح دولت دمید و دیدهٔ امید روشن گشت
و دامن مقصود بدست افتاد و چهرهٔ مطلوب در نظر آمد حالیا شروع تالیف دران نمودهٔ م
رب یسر و تمم بالخیر وانت الموفق والمعین * امید از ناظران و طالبان این فن شریف آنست که وجود
متصدی این بیان را درمیان ندبینند و اگر سهوی و خطائی ملاحظه نمایند خورده نگیرند بلکه بقلم
اصلاح تصحیح سازند که این کمترین را نصیبی جز منصب ترجمانی نیست و بهرهٔ جز سخن رانی نه
و این کتاب مسمی بخزانة العلم که منطوی برمادهٔ تاریخ تالیف است مشتمل است بر مقدمه
و چند باب و خاتمه *

* مقدمه *

باید دانست که چون علم حساب (۱) قسمی از اقسام علم ریاضی است و علم ریاضی
قسمی از اقسام حکمت پس اول تعریف حکمت و بیان اقسام ان از واجبات بدانکه حکمت
عِلْم است و عَمَل علم حکمت (۲) دانستن احوال موجودات است کَمَا هِيَ فِي نَفْسِ الْاَمْرِ

بقدر طاقت بشري وآن تصور حقائق موجودات است و تصديق باحكام ولواحق
ان و عمل قيام نمودن بكارهاست چنانكه بايد بقدر طاقت بشري وان مزاولت حركات
و صناعات است براي اخراج انچه در حيز قوه باشد بحد فعل به شرطيكه آن مزاولت
مؤدي بود از نقصان بكمال و علم حكمت بحسب تقسيم موجودات منقسم ميشود بدو قسم
عملي و علمي اما حكمت عملي دانستن احوال افعال و اعمال است كه وجود انها باختيار
وقدرت بشر است به شرطيكه مؤدي بصلاح معاش ومعاد انساني باشد پس اگر آن علم مؤدي
بمصالح معاش و معاد شخص معين بانفراده بود تا كه آن شخص متحلي بفضائل و متخلي
عن الرذائل گردد آنرا تَهْذِيبِ اَخْلَاق گويند و اگر آن علم بمصالح جماعه متشاركه في المنزل بود
مثل والد و مولود و مالك و مملوك و غير آن آنرا تَدْبِيرِ مَنْزِل نامند و اگر آن علم بمصالح جماعة
متشاركه في المدينة بود انرا سِيَاسَتِ مَدَنِيَّه خوانند و بعضي گويند كه حكمت مدنيه
دو قسم است يكي انكه متعلق بملك و سلطنت باشد آنرا سياست مدنيه گويند دوم آنكه
متعلق به نبوت و شريعت بود آنرا عِلْمِ نَوَامِيسِ اِلٰهِيْ خوانند و حق انست كه عِلْمِ شَرِيْعَتْ
مشتمل بر هر سه قسم عملي تهذيب اخلاق و تدبير منزل و سياست مدنيه است كما اشار اليه
ملاصدراي شيرازي رحمة الله عليه في موضعه و اما حكمت علمي دانستن احوال
موجوداتي است كه وجود آنها باختيار و قدرت بشر نيست و آنرا حِكْمَتِ نَظَرِيْ نيز خوانند
پس اگر آن موجودات در وجود خود محتاج ماده نباشند آنرا عِلْمِ اَعْلَىٰ وَمَابَعْدَ الطَّبِيْعَه گويند
و اصول اين علم دو قسم است يكي معرفت الله سبحانه و مقربان كه مبادي اسباب موجودات
اند چون عقول و نفوس اين را اِلٰهِيَّات گويند دويم دانستن امور كلي احوال موجودات
من حيث الوجود و وحدت و كثرت و وجوب و امكان و حدوث و قدم و غير ان آنرا فَلْسَفَهٔ
اُوْلَىٰ و عِلْمِ كُلِّي خوانند و فروع اين علم چند نوع است چون معرفت نبوت و امامت و احوال
معاد و غير ان و مَنْطِق را (۳) كه ارسطاطاليس مُدَوَّن كرده است شيخ رئيس در فروعات علم
اعلي داخل ساخته و محقق طوسي آنرا علم تعلّم و وسيلهٔ تحصيل ديگر علوم انگاشته و اگر
آن موجودات در وجود خود محتاج ماده باشند اعم ازاينكه خارجي باشند يا ذهني آنرا عِلْم
طَبِيْعِي نامند و اصول علم طبيعي هشت است كما صرح به المحقق الطوسي اول ما يعم الاجسام

که آنرا سَمَاعِ طَبْعِيّ نیزگویند وآن علم مبادي متغیرات است چون زمان ومکان وحرکت و سکون ونهایت ولانهایت وغیرآن دویم معرفت اجسام بسیطه ومرکبه واحکام بسائط علوي و سفلي وآنرا علمِ سَمَاءِ عَالَمْ گویند سیوم معرفت ارکان عناصر وتبدل صور بر مادهٔ مشترک وآنرا علمِ کَوْنِ وفَسَادْ خوانند چهارم معرفت علل حوادث هوائي وارضي مانند رعد وبرق وصاعقه وباران وبرف وژاله وزلزله وغیرآن آنرا علمِ آثَارِ علْوِيْ گویند پنجم معرفت مرکبات اجسام وکیفیات ترکیب آن آنرا علمِ مَعَادِنْ خوانند ششم معرفت اجسام نامیه ونفوس وقواي آن آنرا علمِ نَبَاتَات خوانند هفتم معرفت احوال اجسام متحرکه بحرکت ارادي ومبادي حرکات واحکام نفوس وقواي آن وآنرا علمِ حَيَوَان نامند هشتم معرفت نفس ناطقهٔ انساني وچگونگي تصرف وتدبیر آن دربدن وآنرا علمِ نَفْس خوانند وفروع طبیعي بسیاراست چون علم طب وعلم احکام نجوم وعلم فلاحت مثل بذرگري وکشاورزي وغیرآن واگر آن موجودات صرف در وجود خارجي محتاج ماده بود ودر وجود ذهني محتاج ماده نباشد آنرا علمِ رِيَاضِيْ (۴) خوانند *واصول آن چهاراست اوّل معرفت مقادیرکه کم متصل ساکن است واحکام ولواحق آن آنرا علمِ هَنْدَسَه (۵) گویند دویم معرفت اختلاف اوضاع اجرام علوي با یک دیگر وبا اجرام سفلي ومقادیر حرکات اجرام وابعاد ایشان که کم متصل متحرک است آنرا علمِ هَيْئَتْ (۶) خوانند سیوم معرفت کم منفصل مؤلف که آنرانسبت بصوت ونغمه بود آنرا علمِ مُوْسِيْقِي (۱) سرایند چهارم معرفت کم منفصل که آنرا نسبت بصوت ونغمه نباشد آنرا علم حساب نامند وشیخ الٰهي صاحب اشراق گفته است که چون موضوع علم حساب عدد از اقسام اولیهٔ وجود است زیراکه موجوداتیکه بوجود خود محتاج ماده نیستند مثل مفارقات نیز عدد اند واقسام اولیه موضوع فلسفهٔ اولیٰ است پس علم حساب از قسم علم ریاضي نتواند بُود فقط لکن جمهور حکماء حساب را از ریاضي شمرده اند ولهذا املا صدرا تقسیم حکمت نظري بوجهي نموده که حساب داخل علم ریاضي باشد کَمَا صَرَّحَ فِيْ کِتَابِهٖ وبعضي گفته اند که موضوع علم حساب عدديست که در وجود خارجي محتاج ماده است چراکه انچه در وجود خارجي محتاج ماده نباشد ازان محاسبین راهیچ غرض نیست مثل اعداد مفارقات *وفروع ریاضي بسیاراست مثل علمِ مَنَاظِر ومَرَايَا (۸) وجَبْر ومُقَابَله وجَرِّاَثْقَال ودیگرصناعات وبدانکه علم حساب

نیز دو قسم است علمي که آنرا نظري نیز گویند وعملي * علمي معرفت عدد و خواص اوست و آنرا اِرَثْماطِيقِي خوانند و این لفظ یوناني است ومقالات سابعه و ثامنه و تاسعهٔ اقلیدس مشتمل برانست * وعملي دانستن قوانین استخراج مجهولات عددی است از معلومات مخصوصه * وعملي نیز دوگونه است یکي آنکه دران حاجت بعمل جوارح نیفتد مثل استخراج مجهولات سهل و اعداد قلیل و آنرا هوائي گویند و وجه تسمیهٔ آن ظاهر است دویم آنکه دران حاجت بعمل جوارح شود اعني احتیاج بنوشتن افتد آنراعِلْم تَخْت وتُراب نامند زیرا که اکثری اهل حساب بر تختهٔ چوب از گل سفید مي نویسند که هرگاه آنرا بخواهند محو کنند وموضوع علم حساب عدد است وآن عند التحقیق کَمِّيَّة است متالف از آحاد ونزد بعضي متالف از وحدات کما في اُقْلِيدِسْ و نیز اختلاف است که عدد مشتمل برجزء صوري هست یا نه و بر تقدیر عدم اشتمال برجزء صوري آیا حقیقة عدد وحدات محض است بی اعتبار هیئة اجتماعیه عروضا ودخولا یا هیئة اجتماعیه نیز معتبر است عروضا وَالْاَخِيرُ حَقٌّ اعني بر تقدیر تالف عدد از وحدات وعدم اشتمال برجزء صوري حقیقة عدد وحدات باعتبار هیئة اجتماعیه عروضا نه محض وحدات * وآحاد جمع واحد است وواحد مشتق از وحدة و وحدات جمع وحدة ووحدة آنست که به سبب او شيء را واحد میگویند و واحد آنست که قسمت نه پذیرد از جهتیکه اورا واحد میگویند وآن دو قسم است واحد حقیقي و واحد غیر حقیقي واحد حقیقي آنست که اصلا قسمت نه پذیرد مثل واجب الوجود وعقول ونقطه وغیرآن و واحد غیر حقیقي آنست که ازجهتي قبول قسمت کند و بعضي گویند که عدد نصف مجموع حاشیتین است پس بر ین هر سه تفسیر واحد داخل عدد نیست مگر بر تفسیر اخیر اگر کسر را حاشیه اعتبار کرده شود و برین تقدیر کسور نیز داخل عدد مي شود کَمَا ذَهَبَ اِلَيْهِ بَعْضُهُمْ و بعضي گویند که عدد کمیة است که اطلاق کرده مي شود بر واحد وانچه متالف از واحد باشد و بعضي گویند که هر چه در مراتب عدد واقع شود عدد است کما ذَكَرَهُ الْمُحَقِّقُ الطُّوسِيّ فِي التَّحْرِيرِ و برین دو تفسیر اگرچه واحد هم داخل میشود لکن لازم مي آید که عدد بجمیع اقسامه از مقولهٔ کم نباشد چه بر واحد تعریف کم صادق نمي آید وَسَيَجِيءُ تَعْرِيفُهُ * وتحقیق آنست که واحد عدد نیست بلکه عاد جمیع اعداد است خواجه میرد رد قدس سره فرماید * مخمس *

پابند هیچ مرتبهٔ نیک وبدنیم * مختص بهٔ نسبتی که مقید کند نیم * باکثرة اشنایم وخود جزاحدنیم * چون واحد ارچه من بشمار عدد نیم * طي مراتب همه اعداد میکنم * بهرکیف چون اعداد از ومتالف اند ودر حساب محاسبین را از وگزیر نیست لهذا در اکثر قوانین حساب از لفظ عدد واحد وماتیالف منه مراد می شود بلکه کسور را نیز از عدد می شمارند * وبدانکه چون عدد یکی از اقسام کم است وکم یکی از مقولات تسعهٔ عرض لهذا درین جا بیان جَوهَر وعَرَض واقسام آن ضرور افتاد * پس باید دانست که مُوجُود دو قسم است یکی آنکه وجود او بلحاظ ذات او ضرور است آنرا وَاجِبْ گویند چنانکه ذات باریٔ تعالیٰ شانه دوم آنکه وجود او بلحاظ ذات او ضرور نیست آنرا مُمْکِنْ نامند چنانکه جمیع موجودات ماسواه سبحانه وممکن نیز بر دو قسم است یکی جوهر دوم عرض جوهر (۹) ماهیتی است که هرگاه موصوف بوجود خارجي شود در موضوع نباشد وموضوع محل غیر محتاج الی الحال است ومحل محتاج الی الحال را هَیُولَی نامند پس محل عام است وموضوع خاص * وجوهر پنج قسم است به تقسیم عقلي چراکه اگر آن جوهر محل محتاج الی الحال است هیولی است واگر حال در محل محتاج الی الحال است صُوْرَةِ جِسْمِیَّه است یا صُوْرَةِ نَوْعِیَّه واگر حال هم نباشد ومحل هم نباشد بلکه مرکب از هردو بود جِسْمِ طَبِیْعِيْ است واگر مرکب هم نباشد پس اگر او را تعلق تدبیر وتصرف در بدن بود نفس است خواه نفس انساني بود خواه نفس فلکي واگر چنین تعلق هم نبود عقل است * وعرض (۱۰) حقیقتي است که هرگاه موصوف بوجود خارجي شود در موضوع باشد وآن نه قسم است بالاستقراء کَیْف واَیْن ومَتَی واِضافة ومِلْک ووَضْع وفِعل واِنْفِعَال وکَم کیف (۱۱) عرضیست که قبول قسمت ونسبت نمی کند بالذات وآن چند قسم است یکیٔ کیفیات محسوسه به یکی از حواس ظاهره واین نیز دوگونه است راسخه وغیر راسخه راسخه که آنرا اِنْفِعَالِیَاتْ نیز گویند چون حلاوة عسل ونمکیني نمک وغیر راسخه که آنرا انفعالات نامند چون حمرة الخجل وصفرة الوجل * دویم کیفیات نفسانیه است که مختص بنفس حیوان است دون نبات وجماد واین نیز دو قسم است غیر راسخه چنانکه قدرت کتابت در ابتدای خلقت که بالقوه است وملکهٔ راسخه چنانکه قدرت کتابت بعد استکمال وهم چنین علم وغیره من الصنائع سیوم کیفیات استعدادیه چون سختي ونرمي * چهارم کیفیات مختصه بالکمیات المتصله والمنفصله چون

مثلثية ومربعية براى سطح و زوجية وفردية براى عدد واين (۱۲) حالتى است كه حاصل ميشود شيء را ازجهت مكان ومتى (۱۳) حالتى است كه حاصل ميشود شيء را به سبب زمان واضافه (۱۴) حالت نسبيۀ متكرره است چون ابوة و بنوة و نسبيه انچه به سبب نسبة حاصل شود و متكرره لحاظ نسبت اول بطرف دويم ونسبت دويم بطرف اول بحيثيتى كه تعقل احدهما بدون آخر ممكن نباشد كما لا يخفى فى الامثلة و ملك حالتى است كه حاصل مى شود شيء را به سبب چيزيكه محيط به كل يا جزء شيء باشد و انتقال كند با نتقال شيء چون پوست بدن و قميص و عمامه ووضع (۱۵) هيئتى است كه حاصل ميشود شيء را به سبب نسبة اجزاء الشيء بعضها ببعض و به سبب نسبة امور خارجيه چون قيام وقعود وفوق وتحت وفعل (۱۶) حالتيست كه حاصل ميشود شيء را به سبب تاثير آن درشيء آخر كالقطع مادام يقطع وانفعال (۱۷) حالتيست كه حاصل ميشود شيء را به سبب قبول تاثير از غير چون تسخن مادام يتسخن وكم (۱۸) عرضيست كه قبول قسمت كند بالذات وآن دو قسم است مُتَّصِلْ ومُنْفَصِلْ متصل آنست كه هرگاه آنرا منقسم كنند درميان هر دو قسم او يک حد مشترک باشد مانند جسم وسطح وخط وزمان چه هرگاه جسم را منقسم كنند حد مشترک درهر دو قسم او يک سطح واقع مى شود واگر سطح را قسمت كنند حد مشترک يک خط مى افتد واگر خط را منقسم سازند يک نقطه حدّ مشترک مى باشد و همچنين حد مشترک در زمان آن است وحد مشترک آنست كه نسبت او بهر قسم متساوي باشد اعني اگر آن حد مشترک را ابتداي يکى فرض كنند ابتداى ديگرى هم مى تواند شد واگر انتهاى يکى فرض كرده شود انتهاى ديگرى هم مى تواند بود * وكم متصل بر دو گونه است يکى متصل قار الذات چنانچه جسم تعليمي و سطح وخط دويم متصل غير قار الذات چنانكه زمان * ومنفصل آنست كه هرگاه آنرا قسمت كنند درميان هر دو قسم او حد مشترک نباشد چنانكه عدد ومنفصل نيز دو قسم است قار الذات وآن عدد است وغير قار الذات وان قول وموضوع موسيقي وقال بعض المحققين ان النقطة والوحدة والحركة بمعنى التوسط والآن هي مقولات على حدة غير المقولات التسع * وبايد دانست كه مساحت هرچند تعلق بكم متصل دارد لكن از انجا كه باعتبار انقسام هرگاه هر جزء آنرا بمقدار واحد فرض كرده شود آن هم بمنزلۀ عدد ومنفصل ميگردد لهذا مساحت را نيز قسم از حساب عملي شمرده اند و بدانكه عدد عند المحاسبين دو قسم است صحيح وكسر اما صحيح

عدد مُطْلَق را گویند مثل دو وسه و چهار و کسر عدد مُضَاف را گویند که اضافه کرده شود بسوی جمله
که آنرا واحد فرض کنند و آنجمله را که مضاف الیه است مَخْرَج کسر نامند مثل چهار جزء از یازده
جزء پس چهار مضاف است بسوی یازده که یک جمله است و آنرا واحد فرض کرده اند اعنی
مجموع یازده جزء را واحد فرض میکنند و گویا واحد را یازده جزء قرار داده اند دریںصورت
چهار کسر است و یازده مخرج کسر و ازینجا معلوم شد که برای واحد حقیقی هیچ کسر نیست
مگر برای واحد مفروضی و نیز عدد باعتبار مراتب عدد بر دو قسم است مفرد و مُرَکَّب
مفرد آنست که در یک مرتبه از مراتب واقع شود خواه مرتبه آحاد خواه عشرات خواه مئات
چون دو وسه و بست و صد و هزار و مرکب آنست که از دو مرتبه یا زیاده از ان ترکیب یابد مثال دوازده
و سیزده و یک صد و دو و یک صد و یازده و علی هذا القیاس و بیان مراتب اعداد در مطلب اول
باب اول گفته شود ان شاء الله تعالی و نیز عدد باعتبار تنصیف بر دو قسم است فرد (۱۹) و زوج (۲۰)
اما فرد آنست که نصف آن عدد صحیح نباشد چون سه و پنج پس اگر بر هیچ عددی غیر الواحد قسمت
نه پذیرد آنرا فرد اولی خوانند و الا فرد الفرد گویند و زوج آنست که نصف آن صحیح باشد پس اگر از روی
تنصیف بیکمرتبه یا بمراتب تا واحد رسد آنرا زوج الزوج نامند چون دو و چهار و هشت و اگر
نصف آن بمرتبه اول عدد فرد غیر واحد واقع شود چون شش و چهارده آنرا زوج الفرد گویند
و اگر از روی تنصیف بدو مرتبه یا زیاده از ان به فرد غیر واحد رسد آنرا زوج الزوج و الفرد نامند
چون دوازده و بست و چهار و بعضی اثنین را زوج بسیط گویند و باقی را زوج مرکب و این
هر سه اقسام اعنی زوج الزوج و زوج الفرد و زوج الزوج و الفرد را از اقسام زوج مرکب
می شمارند و نیز عدد باعتبار اجزاء صحیحهٔ خود سه قسم است تَامّ و زَائِد و نَاقِص * تام آنست
که مجموع اجزاء صحیحهٔ او اعنی مجموع کسوریکه در او صحیح واقع شوند مساوی این عدد باشد
مثل شش و بست و هشت چه اجزاء صحیحهٔ عدد شش نصف و ثلث و سدس است و مجموع
آنها هم شش میشود و اجزاء صحیحهٔ بست و هشت نصف و ربع و سبع و چهاردهم و بست و هشتم است
و مجموع آنها بست و هشت میگردد و زائد انست که مجموع اجزاء آن عدد زائد از ان عدد باشد
چنانکه دوازده چه اجزاء صحیحهٔ او نصف و ربع و ثلث و سدس و دوازدهم است و مجموع
آنها شانزده میشود و ناقص آنست که مجموع اجزاء آن عدد ناقص از ان عدد باشد چنانکه

هشت چه اجزاء صحیحهٔ او نصف و ربع و ثمن است و مجموع آنها هفت میشود و نیز هر دو عدد
که مجموع اجزاء هریکی مساوی عدد دیگر باشد انها را مُتَحَابّین گویند چنانکه دوصد و بست
و دوصد و هشتاد و چهار چه اگر اجزاء دوصد و بست را جمع سازند دوصد و هشتاد و چهار میشود
و اگر اجزاء دوصد و هشتاد و چهار را جمع کنند دوصد و بست میگردد و اگر مجموع اجزاء
هر دو عدد متساوی باشد آنها را مُعَادِلَیْن خوانند چنانکه سی و نه و پنجاه و پنج که مجموع اجزاء
هر دو هفده است و نیز عدد باعتبار جَذْرْ و ضِلْعْ بر دو قسم است مُنْطِقْ و اَصَمّ منطق آنست
که جذر و ضلع اول او صحیح باشد چنانکه نه که جذر او سه است و اصم آنست که ضلع اول و جذر او
تحقیقی نباشد چنانکه یازده که جذر او تحقیقی نیست الا تقریبی و تفصیل و تعریف جذر و ضلع اول
قریب مذکور شود اِنْ شَاءَ اللّٰهُ تَعَالَی و باید دانست که اکثر علماء بران اند که جذر اصم اصلا وجود
ندارد اما تحقیق آنست که چون عدد خود موجود بالذات نیست در خارج الا وجودش
باعتبار معروض و محل اوست و معروض او اکثر جسم و سطح و غیره از کم متصل است خصوص
ضرب و قسمت و جذر و مجذور اعمال عدد عارض مادیات است پس جذر اصم باعتبار تعبیر
عددی البته موجود نیست اصلا مگر بلحاظ معروض در حقیقة موجود است و تعبیر عددی
از و محال و باید دانست که بعضی علماء عدد را باعتبار کسر نیز منقسم بمنطق و اصم می کنند
اعنی عددیکه دران احدی از کسور تسعه صحیحه باشد منطق است و الا اصم کما فی خلاصة الحساب
و کسور تسعه نِصْف و ثُلث و ربع و خمس و سدس و سبع و ثمن و تسع و عشر است و این تقسیم مخصوص
محاسبین عرب است زیراکه عرب برای کسور تسعه اسمی خاص معین کرده اند چنانکه مذکور شد
و برای باقی کسور بلفظ جزء تعبیر می کنند مثل جُزْءٌ مِنْ اَحَدَ عَشَرَ و جُزْءٌ مِنْ اِثْنَیْ و عشرین
و هکذا و بدان سبب کسور تسعه را منطق گویند و باقی را اصم و چون عجم خصوصیت بکسور تسعه
ندارند لهذا بدین لحاظ تفریق نمی کنند

* باب اول در حساب اعداد صحیح و دران سیزده مطلب است *

* مطلب اول دربیان صُوَرِ اعداد و مَرَاتِبِ آن *

بدانکه حکماء هند برای تسهیل عمل حساب صُوَرِ ارقام تسعه از واحد تا نه ایجاد کرده اند
و آنرا آحاد گویند و صور باقی اعداد را بترکیب مراتب قرار داده اند و هرچند در هر دیار فارس

جدول اول

نام عدد	صورت ارقام اہل اسلام	صورت ارقام اہل ہند	صورت ارقام اہل فرنگ
واحد	۱	१	1
اثنین	۲	२	2
ثلثہ	۳	३	3
اربعہ	۴	४	4
خمسہ	۵	५	5
ستہ	۶	६	6
سبعہ	۷	७	7
ثمانیہ	۸	८	8
تسعہ	۹	९	9

جدول دوم

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	اعداد
دَشَن	दश	دہن	دہن	عشرات
شَتَن	शतम्	سین	سپن	مئات
سَہَسرَن	सहस्रम्	ہزارن	سہسران	آحاد الوف
اَیُت	अयुतम्	دہ ہزارن	ایت	عشرات الوف
لَکھش	लक्षम्	لکھن	لکھش	مئات الوف
پرایُت	प्रयुतम्	دہ لکھن	پرائیت	آحاد الوف الوف
کوٹ	कोटि	کرورن	کوٹ	عشرات الوف الوف
اَربُد	अर्बुदं	دہ کرورن	اربد	مئات الوف الوف
اَبج	अब्जम्	اربن	ابج	آحاد الوف الوف الوف
کَھرب	खर्वम्	دہ اربن	کھرب	عشرات الوف الوف الوف
نِکَھرب	निखर्वम्	کھربن	نکھرب	مئات الوف الوف الوف
پدم	पद्मम्	دہ کھربن	پدم	آحاد الوف الوف الوف الوف
مَہاپدم	महापद्मम्	نیلن	مہاپدم	عشرات الوف الوف الوف الوف
سَنکھ	शंकु	دہ نیلن	سنکھ	مئات الوف الوف الوف الوف
جَلَدہ	जलधिः	پدمن	جلدہ	آحاد الوف الوف الوف الوف الوف
انت	अन्त्यम्	دہ پدمن	انت	عشرات الوف الوف الوف الوف الوف
مَدہ	मध्यम्	سنکھن	مدہ	مئات الوف الوف الوف الوف الوف
پرارڈہ	परार्धम्	مہاسنکھن	پرارڈہ	آحاد الوف الوف الوف الوف الوف الوف

ارقام انگریزی بحروف	نام عدد بخط انگریزی	نام عدد در فارسی	نام عدد در انگریزی	رقوم انگریزی	ارقام اہل ہند	ارقام فارسی	نام عدد در عربی
I.	One.	یک	وان	1.	१	۱	واحد
II.	Two.	دو	ٹو	2.	२	۲	اثنین
III.	Three.	سہ	تھری	3.	३	۳	ثلثہ
* IV.	Four.	چہار	فور	4.	४	۴	اربعہ
V.	Five	پنج	فیو	5	५	۵	خمسہ
VI.	Six.	شش	سیکس	6	६	۶	ستہ
VII.	Seven.	ہفت	سیون	7	७	۷	سبعہ
VIII.	Eight.	ہشت	ایٹ	8	८	۸	ثمانیہ
IX.	Nine.	نہ	نائن	9	९	۹	تسعہ
X.	Ten.	دہ	ٹین	10	१०	۱۰	عشرہ
XI.	Eleven.	یازدہ	ایلیون	11	११	۱۱	احد عشر
XII.	Twelve.	دوازدہ	ٹو الو	12	१२	۱۲	اثنی عشر
XIII.	Thirteen.	سیزدہ	تھرٹین	13.	१३	۱۳	ثلثہ عشر
XIV.	Fourteen.	چہاردہ	فورٹین	14	१४	۱۴	اربعہ عشر
XV.	Fifteen.	پانزدہ	فیفٹین	15	१५	۱۵	خمسہ عشر
XVI	Sixteen.	شانزدہ	سیکس ٹین	16	१६	۱۶	ستہ عشر
XVII	Seventeen	ہفدہ	سیون ٹین	17	१७	۱۷	سبعہ عشر
XVIII	Eighteen.	ہجدہ	ایٹ ٹین	18	१८	۱۸	ثمانیہ عشر
XIX	Nineteen	نوزدہ	نائن ٹین	19	१९	۱۹	تسعہ عشر
XX	Twenty.	بست	ٹوینٹی	20.	२०	۲۰	عشرین
XXI	Twenty-one.	بست و یک	ٹوینٹی وان	21.	२१	۲۱	احد و عشرین
XXX	Thirty.	سی	تھرٹی	30	३०	۳۰	ثلثین
*XXXX	Forty	چہل	فورٹی	40	४०	۴۰	اربعین
L	Fifty	پنجاہ	ففٹی	50	५०	۵۰	خمسین
LX	Sixty.	شصت	سیکسٹی	60	६०	۶۰	ستین
LXX	Seventy.	ہفتاد	سیونٹی	70.	७०	۷۰	سبعین
LXXX	Eighty.	ہشتاد	ایٹی	80.	८०	۸۰	ثمانین
XC.	Ninety.	نود	نائنٹی	90	९०	۹۰	تسعین

نام عدد بخط انگریزی	نام عدد در فارسی	نام عدد در انگریزی	رقوم انگریزی	ارقام اہل ہند	ارقام فارسی	نام عدد در عربی
A Hundred.	صد	اے ہنڈرڈ	100	१००	۱۰۰	مائۃ
Two Hundred.	دو صد	ٹو ہنڈرڈ	200.	२००	۲۰۰	مائتین
Three Hundred.	سہ صد	تھری ہنڈرڈ	300.	३००	۳۰۰	ثلث مائۃ
A Thousand.	ہزار	اے تھوزنڈ	1000	१०००	۱۰۰۰	الف
Ten Thousand.	دہ ہزار	ٹین تھوزنڈ	10,000	१००००	۱۰۰۰۰	عشرۃ الاف
A Hundred Thousand.	صد ہزار	اے ہنڈرڈ تھوزنڈ	100,000	१०००००	۱۰۰۰۰۰	مائۃ الف

وعرب وفرنگ وغیره در صور ارقام تسعه فی الجملة تحریف وتبدیل راه یافته لیکن اکثر صور ارقام هر دیار مطابق رقوم هندي است وازین دلیل ظاهر است که اصل این علم از هند است ولهذا این رقوم را رُقُوْمِ هندیه وعَمَلِ حِسَابْ باین رقوم را حِسَابِ هِنْدِیّه وطَرِیْقِ اَهْلِ هند گویند وصور ارقام تسعه که الحال مستعمل اهل اسلام وهند وفرنگ است ازین جدول ظاهر می شود * (جدول ۱ و ۲)

وچون اعداد غیرمتناهي اند بمعنی لَا تَقِفُ عِنْدَ حَدٍّ زیراکه عدد از امور اعتباریۀ انتزاعیه است علی التحقیق لهذا براي آن سه مَرَاتِب اصول مقرر کرده اند وآنرا منازل نیز گویند اول مَرْتَبَۀ آحاد است از واحد تا نه که براي ان صور ارقام مقرر ساخته اند دویم مَرْتَبَۀ عَشَرَات است که ده وبست وسي وچهل وپنجاه وشصت وهفتاد وهشتاد ونود باشد براي ان صفر را بریمین صور ارقام آحاد مي افزایند بدین صورت * ۰ * والحال متصدیان هند صرف نقطه را بجاي صفر مي نهند تا از رقم بهیچ التباس نشود سیوم مَرْتَبَۀ مئات که یک صد ودو صد وسه صد وچهارصد وپانصد وشش صد وهفتصد وهشتصد ونهصد باشد براي آن دو صفر بریمین صور ارقام تسعه میگذارند وما فوق آنرا اهل عرب مرتبه الوف گویند ولفظ آحاد وعشرات ومئات بآن ضم می سازند چنانکه گویند آحاد الوف وعشرات الوف ومئات الوف وبعد ازان لفظ الوف را مکرر سازند واهل هند تا نوزده مرتبه را نام خاص مقرر کرده اند وعلی التحقیق اصول مراتب دو اند آحاد وعشرات چه هر عدد بلحاظ ما بعد خود بمرتبۀ آحاد است وبلحاظ مرتبۀ ما قبل بمرتبۀ عشرات وبراي عشرات که صفر را وضع نموده اند ودر هر مرتبه صفري می افزایند که گویا بلحاظ ما قبل بمنزلۀ عشرات است وصفر علامت خالي بودن مرتبه از عدد است پس اگر در مرتبۀ صفر هم عدد باشد صفر نمی نویسند * (جدول ۳)

وباید دانست که ابتداي لحاظ این مراتب از یمین است پس ده را بدین صورت * ۱۰ * نویسند ودوازده بدین صورت * ۱۲ * چراکه واحد در مرتبۀ عشرات ودو در مرتبۀ آحاد واقع شده پس این صورت دلالت میکند بر ده ودو وآن دوازده است همچنین بست وپنج بدین صورت * ۲۵ * وهمچنین درین رقوم * ۴۳۲۱۰۹۱۲۸۷۶۵۴۳ * چون مراتب اعداد چهارده است ودر مرتبۀ چهاردهم که مرتبۀ اخیر یسار ومرتبۀ نیلان است

عدد چهار واقع شده پس چهار نیلن وسي ودو کهربن وده اربن ونود ویک کرورن وبست
وهشت لکهن وهفتاد وشش هزارن وپانصد وچهل وسه گردید وقِسْ عَلَی هَذَا و عِدَّةُ مَرَاتِبِ
عدد را آس نامند چنانکه گویند آس آحاد واحد است وآس عشرات دو وآس مئات سه اعني
مرتبهٔ اول و مرتبهٔ دویم ومرتبهٔ سیوم وعلی هذا بعد ذلک واهل عرب چون ما فوق مئات را بالوف
تعبیر می کنند ولفظ الوف را بعد هر آحاد وعشرات ومئات مکرر میسازند چنانکه بالا ذکر یافت لهذا
براي دریافت آس هر مرتبه که دران لفظ الوف مکرر شده باشد قاعده مقرر کرده اند وآن
این است که عدد تکرار را در سه ضرب نموده بر حاصل ضرب آس نوع مذکور آنرا بیفزایند
که مجموع آس آن عدد است مثلا اگر بخواهند که آس عشرات الوف الوف بدانند چون
لفظ الوف دو مرتبه تکرار یافته آنرا در سه ضرب کردند شش شد وآس عشرات که نوع مذکور
باشد دو است پس مجموع هشت شد وآن آس عشرات الوف الوف است اعني مرتبهٔ
هشتم است بدین صورت * ١٠٠٠٠٠٠٠ * وهم چنین اگر آس معلوم باشد وبخواهند که عدد
تکرار الوف ومرتبه نوع آن را بدانند آس را بر سه قسمت کنند که خارج قسمت عدد تکرار
الوف است وانچه باقي ماند آس نوع مثلا در مثال مذکور هشت را بر سه قسمت نمودیم دو خارج
شد ودو باقي ماند پس براي دو خارج لفظ الوف را دو مرتبه آوردیم وبراي دو باقي لفظ عشرات
معین نمودیم عشرات الوف الوف شد واگر از روي قسمت هیچ باقي نماند پس از خارج
قسمت واحد کم کرده براي باقي لفظ الوف را مکرر سازند ولفظ مئات را نوع قرار دهند چنانکه
مثلا آس نه باشد پس خارج قسمت سه خواهد بود واحد را از ان کم کردیم دو باقي ماند لفظ
الوف را دو مرتبه آوردیم ولفظ مئات را نوع قرار دادیم مئات الوف الوف گردید فافهم

* مطلب دویم در تضعیف *

بدانکه تضعیف دو چندان کردن عدد است وآن در حقیقة جمع المثلین است یا ضرب آن عدد
در دو وطریقش یکی آنست که بنویسیم عددی را که تضعیف او مطلوب است وزیرش خطی کشیده ابتدا
کرده تضعیف سازیم صورت عدد را بی حفظ مرتبه پس حاصل تضعیف اگر کم از ده باشد زیر آن
مرتبه برنگاریم واگر زیاده از ده حاصل شود زیادتي که از ده است در زیر او نگاریم وبراي
ده یکی را در ذهن محفوظ داریم واین محفوظ را بر تضعیف مرتبهٔ ثاني بر افزائیم وگرد کنیم

ثاني صفر باشد همان محفوظ را زیر صفر بنویسیم که تضعیف صفر همان صفر می باشد و اگر ده حاصل شود صفر را در زیر عددی که تضعیف او کرده ایم نهیم و برای ده یکی را مرفوع سازیم همچنین تا آخر برسیم * مثالش خواستیم که تضعیف سازیم هفتاد و پنج هزار و شصت و سه را نوشتیم بدین صورت

۷۵۰۶۳
۱۵۰۱۲۶

و آمدیم بر عمل پس صورت رقم اول را که سه است تضعیف نمودیم شش شد چون شش از ده کم بود همان شش را بعد کشیدن خط عرضی در تحتش نوشتیم و باز صورت رقم شش را که در یسار اوست بی تعیین مرتبه مضاعف ساختیم دوازده شد دو را در زیر شش نهادیم و از برای ده یکی را در ذهن گرفتیم چون بجانب چپ او صفر بود همان یکی را در تحت صفر بعینه نگارش کردیم باز تضعیف پنج را که ده است چون از ده زیادتی نداشت صفر را در زیر پنج نهادیم و برای ده یکی را یاد داشتیم و باز هفت را تضعیف نمودیم و بر تضعیف هفت که چهارده است یکی را که در ذهن بود افزودیم پانزده شد چون بجانب چپ او عددی دیگر نبود همان پانزده را در تحتش نگاشتیم حاصل شد یک لکهه و پنجاه هزار و یک صد و بست و شش که مطلوب است

* طریق دویم از یسار بلکه از هر جا که خواهند بدون لحاظ مراتب و ابتدای یمین و یسار و طریقش چنانست که ضعف هر رقم تحت آن بنویسند اگر ضعف رقم کمتر از ده باشد و عدد یمین آن رقم زائد از اربع نبود و اگر عدد یمین زائد از اربع بود بر ضعف او واحد بیفزایند پس اگر ضعف رقم فقط خواه حاصل جمع مع الواحد زائد از عشر باشد زائد را تحت رقم بنویسند و عشر را ساقط کنند الا در حالیکه یسار آن کدام رقم دیگر نباشد و یا صفر بود واحد را در ان مرتبه بنویسند * مثلا

۵۳۸۷۵۰۶
۱۰۷۷۵۰۱۲

دریں مثال چون سه را تضعیف کردیم شش شد و عدد یمین آن که هشت است زائد از اربع بود لهذا واحد بر ان افزوده هفت را تحت سه نوشتیم و پنج را که در مرتبهٔ اخیر است تضعیف نمودیم ده شد چون عدد یمین آن کمتر از اربع است و تضعیف مساوی ده شد لهذا صفر تحت پنج نوشتیم و واحد یسار آن و همچنین هشت را تضعیف نمودیم شانزده گردید و چون یمین آن زیاده از اربع است واحد بر ان افزودیم و از هفده هفت را که زائد بر عشر بود تحت هشت نوشتیم و عشر را ساقط کردیم و همچنین تحت هفت پنج نوشتیم و تحت پنج صفر نوشتیم و تحت شش دو و تحت صفر واحد و عمل تمام کردیم

* مطلب سیوم در تنصیف *

و آن دو نیمه کردن عدد است که عبارت از تجزیهٔ عدد بمتساویین یا تقسیم عدد بر دو باشد وطریقش یکی آن ست که از جانب یسار نمایند پس بنویسند عددی را که تنصیف او مطلوب است و صورت عدد اخیر را بی حفظ مرتبه تنصیف نمایند پس اگر زوج باشد حاصل تنصیف را در تحت او نویسند و اگر فرد بود چون حاصل تنصیف آن صحیح مع الکسر خواهد شد پس صحیح را تحت آن عدد نگارند و برای کسر عدد پنج را بر حاصل تنصیف عدد یمین او بیفزایند و اگر یمین او صفر یا واحد باشد عدد پنج را تحت آن صفر یا واحد بنویسند و اگر در یمین آن هیچ عدد نباشد پس نصف را بدین صورت نویسند ½ چنانکه درین مثـــــــــال

٨٣٠١٤٠٥
٤١٥٠٧٠٢ ½

صورت رقم اخیر را که هشت است تنصیف نمودیم چهار شد بعد خط فاصل در تحت هشت نوشتیم باز سه را تنصیف کردم یک و نیم کردید یک را در تحتش نگاشتم و برای نصف پنج را مرفوع نمودم و چون بجانب یمین او صفر بود همان پنج را تحت صفر نوشتم و باز نصف یکی صحیح نبود لهذا تحت آن صفر نهادم و برای نصف پنج را محفوظ داشته بر تنصیف چهار که دو است افزودم و هفت را تحت چهار نگاشتم و تحت صفر صفر نوشتم چرا که نصف صفر هم صفر میشود به سبب خالی بودن مرتبه و پنج را که یمین صفر بود تنصیف کردم دو تحت پنج نوشتم و نصف را در زیر آن نگاشتم چرا که مراتب تمام شده * وطریق دیگر آن ست که از یمین شروع کنند بلکه از هر جا که خواهند بلا لحاظ یمین و یسار شروع سازند باید که هر عدد را که تنصیف کنند ملاحظه نمایند اگر عدد زوج است و در یسار آن عدد فرد پس بر تنصیف آن پنج افزوده تحتش بنویسند والا نصف آن را تحت او نگارند و اگر عدد فرد باشد از نصف آن صرف صحیح را تحت او نویسند و برای کسر عدد پنج را بر نصف عدد یمین او بیفزایند و اگر واحد باشد چون نصف آن صحیح نیست لهذا صفر تحت او نویسند و اگر صفر باشد نیز صفر نویسند بالجمله ملاحظهٔ یسار هر عدد برای لحاظ فردیت و زوجیت ضرور است که اگر در یسار آن فرد باشد عدد پنج بر نصفش بیفزایند * مثلا درین مثـــــــــال

٢٧٦٥٠٣
١٣٨٢٥١ ½

تحت سه واحد و نصف نوشتم و تحت صفر پنج چرا که در یسار او عدد فرد واقع شده بود و تحت پنج دو و تحت شش هشت و تحت هفت سه و تحت دو واحد نگاشتم و عمل تمام کردم

* مطلب چهارم در جَمْعْ *

وآن عبارت است از زیاده نمودن عددی بر عددی دیگر وطریق عملش چنانست که هردو عدد را مُتَحَاذِیَ الْمَرَاتِبْ بنویسند وابتدای عمل از یمین کنند وعددین متحاذیین را جمع نمایند وحاصل جمع را اگر کمتر از عشر باشد تحت آن نویسند واگر زائد از عشر بود قدر زائد را واگر مساوی عشر باشد صفر را تحت آن نگارند وبرای عشر واحد را در ذهن محفوظ داشته وبر عدد یسار افزوده با محاذی او جمع کنند وبهمان طور تحت آن بنویسند ودر هر مرتبه که محاذی عدد عدد دیگر نباشد پس آن عدد را بعینه نقل کنند چنانکه درین مثـــــال چون دو وشش محاذی یک دیگراند ومجموع آنها هشت می شود هشت را تحت آن بعد خط عرضی نوشتم وباز هفت را با پنج جمع نمودم دوازده شد دو را که زائد علی العشره بود تحت آن نگاشتم وبرای عشر واحد را محفوظ داشته بر یسار او افزودم چون دران مرتبه سه وشش محاذی بود پس مجموع مع واحد محفوظ ده گردید زیر آن صفر نوشتم وباز برای ده واحد را محفوظ نموده بر یسار او افزودم چون صفر محاذی هفت بود پس هفت را مع واحد محفوظ جمع نموده هشت را تحت آن نگاشتم وچون محاذی عدد سه که در اخیر است عدد دیگر نبود بجنس آن را تحت او نوشتم وعمل تمام کردم وباید دانست که اگر سطور اعداد مَطْلُوبَةُ الْجَمْعْ کثیر باشد پس جمیع سطور را مُحَاذِیَ الْمَرَاتِبْ نوشته بطوریکه مذکور شد جمع نمایند ودر جمع اگر حاصل جمع زائد از عشرات باشد عدد زائد را تحت آن نویسند وبرای عشرات صورت ارقام آن را محفوظ داشته بر یسار بیفزایند اعنی چنانکه برای عشر واحد را می افزودند برای عشرین دو را وبرای ثلثین سه را وهمچنین برای یک صد وده یازده را وعلی هذا سوای آن صُوَرُتُهُ هکذا

۳۰۳۷۲
۷۶۵۶
۳۸۰۲۸

۴۳۲۱
۸۷۵
۳۸۷
۱۹۵۳
۷۵۰۶

* مطلب پنجم در تَفْرِیقْ *

وآن نقصان عددی است از عددی دیگر وطریق عمل آن چنانست که عدد منقوص را تحت عدد منقوص منه مُتَحَاذِیَةُ الْمَرَاتِبْ نویسند وابتدا کنند از جانب یمین ونقصان کنند هر صورت عدد را از عددیکه محاذی وفوق اوست اگر ممکن باشد یعنی عدد منقوص کمتر از منقوص منه بود واگر عدد منقوص زائد باشد از منقوص منه پس بر منقوص منه ده افزوده عدد منقوص را اساقط کنند وباقی را تحت آن بنویسند واگر هیچ باقی نماند صفر بنویسند

از براي عشر که افزوده شده است واحد محفوظ داشته بر عدد يسار منقوص بيفزايند و باز آنرا از منقوص منه که محاذي اوست بطور مذکور ساقط کنند تا آخر و اگر از منقوص منه چيزي باقي ماند آن را بعينه نقل کنند * مثاله خواستم که اين اعداد ۵۴۹۷۱ منقوص را ازين اعداد ۲۳۰۰۳۷۰۵۲ منقوص منه ساقط کنم صورته

۲۳۰۰۳۷۰۵۲
۵۴۹۷۱
۲۲۹۹۸۲۰۸۱

واحد را که در مرتبهٔ آحاد منقوص است از دو که در آحاد منقوص منه محاذي او واقع شده ساقط کردم واحد را که باقي ماند تحت او نوشتم و باز هفت که در يسار اوست نقصان آن از پنج که محاذي اوست متعذر بود لهذا ده افزوده هفت را از پانزده ساقط کردم و هشت باقي را تحت آن نوشتم و براي ده که افزوده شده است واحد محفوظ داشته بر نه که در يسار منقوص است افزودم ده شد چون محاذي صفر افتاد لهذا بجاي صفر ده خيال کرده و ده را از ده ساقط کردم چون هيچ نماند صفر تحت او نوشتم و باز براي ده واحد محفوظ داشته بر چهار افزودم و آنرا از هفت که محاذي او بود ساقط کردم دو باقي ماند تحت آن نوشتم باز چون نقصان پنج از سه متعذر بود لهذا ده بر سه افزوده پنج را از سيزده ساقط کردم و هشت که باقي ماند تحت آن نوشتم و واحد محفوظ که براي ده است چون عدد ديگر از منقوص نبود که بر او افزوده شود پس همان واحد را از محاذي او که صفر بود ده خيال کرده ساقط کردم و نه باقي را تحت آن نوشتم و همچنين باز براي ده واحد محفوظ داشته آنرا نيز از محاذي او که باز صفر است صفر را ده خيال کرده ساقط کردم و نه باقي تحت آن نوشتم و براي ده واحد را محفوظ داشته آنرا از سه که محاذي اوست ساقط کردم و دو را تحت آن نوشتم چون الحال از محفوظ هم هيچ نماند و از منقوص منه دو باقي است بعينه نقل کردم

* مطلب ششم در ضَرْب *

و آن عبارت از مسطح نمودن عددي است در عددي ديگر و حاصل کردن عدد ثالث که نسبت احد المضروبين اعني مضروب يا مضروب فيه بسوي آن عدد مثل نسبت واحد بطرف آخر باشد و بعضي گويند که ضرب تضعيف احد المضروبين بعدة آخر است و بعضي گويند که ضرب جمع امثال احد المضروبين است بعدة آخر بهر تقدير حاصل الضرب اعني عدد ثالث را مُسَطَّحُ المَضْرُوبَيْن گويند و مضروبين را ضِلْعَيْن نيز خوانند و حاصل ضرب عدد في نفسه را مربع آن عدد

گویند و ضرب بر سه قسم است ضرب مفرد در مفرد و ضرب مفرد در مرکب و ضرب مرکب در مرکب اما ضرب مفرد در مفرد نیز سه قسم است یکی ضرب آحاد در آحاد دویم ضرب آحاد در مفرد غیر آحاد سیوم ضرب مفرد غیر آحاد در مفرد غیر آحاد و ما هریک اقسام را در بیانی علیحده وا نمایم

* بیان اول در ضرب آحاد فی الآحاد *

باید دانست که اگر احد المضروبین واحد است پس حاصل الضرب بعینه آن دیگر خواهد شد و اگر احد المضروبین اثنین است پس حاصل الضرب تضعیف آن دیگر است و اگر احد المضروبین سه باشد پس حاصل الضرب مجموع تضعیف آن دیگر با آن دیگر خواهد بود و اگر احد المضروبین چهار بود پس حاصل الضرب ضِعفُ الضِّعفِ دیگر است و اگر احد المضروبین پنج بود باید که بر یمین دیگری صفر نهاده تنصیف سازند مثلاً خواستم که نه را در واحد ضرب کنم حاصل الضرب همان نه شد و اگر نه را در دو ضرب کنم حاصل الضرب تضعیف نه که هیجده است گردید و اگر نه را در سه ضرب نمایم بر هیجده که تضعیف نه است نه افزودم و جمع کردم پس حاصل الضرب بست و هفت شد و اگر نه را در چهار ضرب سازم هیجده را که تضعیف نه است تضعیف نمودم سی و شش حاصل الضرب شد و اگر نه را در پنج ضرب کنم بر نه صفر نهادم نود شد و آنرا تنصیف نمودم چهل و پنج حاصل الضرب گردید و همچنین اگر احد المضروبین شش باشد پس ضِعفُ الضِّعفِ آن عدد را با ضعف آن عدد جمع سازند علی هذا القیاس تا نه که اخیر آحاد است و بطریق دیگر اگر مضروبین زیاده از پنج باشند پس مضروبین را جمع نمایند و آنچه زائد بر ده باشد آنرا عشرات شمار کرده و فضل عشر بر هریکی از مضروبین را باهم ضرب کرده بر آن بیفزایند مثلاً خواستم که هشت را در شش ضرب کنم هر دو را جمع نمودم چهارده شد و چهار را که زائد علی العشر است عشرات شمار کردم چهل شد و چون فضل عشر بر شش چهار است و فضل عشر بر هشت دو پس چهار را در دو ضرب نمودم هشت شد آن را بر چهل افزودم حاصل الضرب چهل و هشت گردید و بطریق دیگر بر یمین احد المضروبین صفر نهند که آحاد عشرات گردد و آنرا محفوظ دارند و فضل عشر بر دیگر را در اول ضرب نموده حاصل آن را از عدد محفوظ نقصان نمایند مثلاً در مثال مذکور بر یمین هشت صفر نهادم هشتاد شد باز فضل عشر را بر شش که چهار است در هشت ضرب نمودم سی و دو گردید آن را از هشتاد ساقط کردم باقی

چهل وهشت ماند که مطلوب است وهمچنین اگر احد المضروبین نه باشد ودیگری هفت پس برنه صفر نهاده نود شمار کردم سه را که تفاضل عشر برهفت است درنه ضرب کرده از نود ساقط کردم باقی شصت وسه ماند که مطلوب است واگر بر هفت صفر نهاده هفتاد شمار کنم وواحد را که تفاضل عشر برنه است درهفت ضرب کرده ساقط نمایم نیز همان شصت وسه حاصل میشود

* فائده * اگر احد المضروبین نه باشد پس از مضروب آخر واحد کم کرده بران صفر نهند که عشرات گردد وفضل عشر را که بران آخر است بیفزایند مثلا اگر خواهم نه را در هشت ضرب کنم پس از هشت واحد کم کرده بر هفت صفر نهادم هفتاد شد وبران فضل عشر برهشت را که دو است افزودم هفتاد ودو شد وآن مطلوب است

* فائده * اگر احد المضروبین هشت باشد ضعف مضروب آخر را از ده امثال او ساقط کنند مثلا اگر هشت را در شش ضرب کنم پس از ده امثال شش اعني شصت دوازده را ساقط کردم باقی چهل وهشت ماند که مطلوب است

* فائده * اگر احد المضروبین شش باشد بر مضروب آخر صفر نهاده تنصیف کنند وبران مضروب آخر را بیفزایند چنانکه در مثال مذکور اگر بر هشت صفر نهاده هشتاد را تنصیف کنم چهل می شود وبران هشت افزایم چهل وهشت خواهد شد که مطلوب است واین فوائد در ضرب مفرد فی المرکب نیز کافي می شود چنانکه عنقریب مذکور شود انشاء الله تعالی بدانکه برای ضرب آحاد فی الآحاد این شکل منبري کفایت میکند وبهتر آن ست که ضرب آحاد فی الآحاد را یاد گیرند که بامثال چنین قوانین احتیاج نیفتد وباقي جمیع اقسام ضرب بروی آسان شود وبدانکه چون حاصل ضرب واحد در هر عدد همان عدد می شود لهذا نوشتن واحد در مضروب ومضروب فیه ضرور نبود ودرین جدول حاصل الضرب هریک از مضروب ومضروب فیه را درخانهٔ که مقابل یک دیگر است نوشته شد فافهم وهذا جدوله * (جدول ۳)

* بیان دویم در ضرب آحاد در مفرد غیر آحاد
وضرب مفرد غیر آحاد در مفرد غیر آحاد *

باید دانست که درین هر دو قسم اول صورت مضروب ومضروب فیه را بلا لحاظ مرتبه وصفر بایک دیگر ضرب کنند چنانکه در ضرب آحاد فی الآحاد گفته شد بعد از ان صفر را که در

احد المضروبین است بر یمین آن بیفزایند و اگر در مضروبین صفر باشد مجموع اصفار هر دو را
بر یمین آن بیفزایند و نیز اگر بعد ضرب از مجموع مراتب مضروبین واحد کم کرده باقی را
مراتب آحاد حاصل الضرب قرار دهند می تواند شد مثلا اگر خواهم که بست را در سه ضرب کنم
صورت بست را بلا لحاظ مرتبه و صفر که دو واست در سه ضرب کردم شش شد و چون در احد المضروبین
یک صفر بود آن را بر یمین او افزودم شصت شد و نیز اگر از مجموع مراتب مضروبین
که سه است اعنی بست که عشرات است دو مرتبه و سه که آحاد است یک مرتبه دارد و مجموع آن
سه می شود از ان واحد کم کردم دو باقی ماند و چون حاصل الضرب که شش است در مرتبهٔ
آحاد واقع شده پس آن را در مرتبهٔ دویم که مرتبهٔ عشرات است قرار دادم نیز شصت شد و اگر
نود را در سه ضرب کنم نه را در سه ضرب کردم بست و هفت شد و بر یمین آن یک صفر که در
احد المضروبین بود نهادم دو صد و هفتاد شد و نیز اگر آحاد حاصل الضرب را که هفت است در مرتبهٔ دریم
قرار دهم دو صد و هفتاد می شود و اگر بست را در سی ضرب کنم پس دو را در سه ضرب کرده
بر یمین حاصل الضرب که شش است دو صفر نهادم چرا که در هر دو مضروبین یک یک صفر بود و نیز
اگر از مجموع مراتب مضروبین واحد کم کنم مرتبهٔ سیوم باقی می ماند و آن مرتبهٔ مئات است
پس بهر دو صورت ششصد می شود و آن مطلوب است و همچنین اگر بست را در چهارصد
ضرب کنم دو را در چهار ضرب نمودم هشت شد و بر یمین آن مجموع اصفار مضروبین را
که سه صفر است افزودم هشت هزار گردید ۸۰۰۰

* بیان سیوم در ضرب مفرد فی المرکب *

و آن دو قسم است یکی ضرب آحاد فی المرکب دویم ضرب مفرد غیر الآحاد فی المرکب
و صاحب عیون الحساب این را ضرب بسیط نام نهاده و طریقش آن ست که ابتدای ضرب
از جانب یمین نمایند و صورت مفرد را که احد المضروبین است در هر یک صورت مضروب آخر
که مرکب است ضرب نموده حاصل الضرب را اگر آحاد باشد بعینه تحت آن بعد خط عرضی
نویسند و اگر عشرات بود صفر نهند و اگر زائد علی العشرات بود قدر زائد را ثبت نمایند و برای
عشرات صورت آنرا محفوظ دارند و بر حاصل الضرب عدد مرتبهٔ ثانی بیفزایند چنانکه در جمع
گفته شده است و اگر حفظ صورت العشرات متعذر باشد یسار آن نویسند و آحاد حاصل الضرب

مرتبۀ ثاني را تحت عشرات حاصل الضرب اول ثبت نمایند وجمع سازند ودر هر مرتبۀ مرکب که صفر واقع شود عشرات حاصل الضرب یمین او را تحت آن نگارند والا صفر نهند وهمچنین تا عمل تمام شود پس اگر مفرد غیر الآحاد است اصفار آن را بر یمین حاصل الضرب بیفزایند

۹
۴۳۷۰۶
۳۹۳۳۵۴

مثلا خواستم که نه را درین عـــــــــــــدد ضرب کنم پس ابتدا از جانب یمین نمودم اول نه را در شش ضرب ساختم پنجاه وچهار شد چهار را که زائد علی العشرات بود تحت شش بعد خط عرضي نوشتم وچون در یسار شش صفر بود پنج را که صورت عشرات بود تحت صفر نگاشتم باز نه را در هفت ضرب نمودم شصت وسه گردید سه را که زائد علی العشرات بود تحت هفت نوشتم و برای شصت شش را که صورت اوست محفوظ داشتم وباز نه را در سه ضرب کردم بست وهفت شد شش بران افزودم سي وسه گردید سه را که زائد علي العشرات بود تحت سه نوشتم وسه را که صورت عشرات بود محفوظ داشتم وباز نه را در چهار ضرب نمودم سي وشش شد سه بران افزودم سي ونه گردید نه را در تحت چهار نگاشتم وچون مراتب عمل اخیر شده سه را که صورت عشرات بود در یساران نوشتم وهمچنین اگر خواهم که نود را درهمان اعداد ضرب نمایم پس بر حاصل الضرب مذکور یک صفر نهادم بدینصورت ۳۹۳۳۵۴۰ شد واگر در نهصد ضرب کنم دو صفر نهم و علی هذا

* فائده * اگر احد المضروبین نه باشد پس بر مضروب آخر صفر نهاده مضروب آخر را ساقط کنند که باقي حاصل الضرب مطلوب خواهد شد چنانچه در ضرب آحاد فی الآحاد مذکور گردیده مثلا در مثال مذکور بر مضروب آخر که ۴۳۷۰۶ بود صفر نهادم بدینصورت شـــــد

۴۳۷۰۶۰
۴۳۷۰۶
۳۹۳۳۵۴

پس مضروب آخر را ســاقط نمودم باقي همان ماند که مطلــوب بود

* فائده * اگر احد المضروبین هشت باشد بر مضروب آخر صفر نهاده ضعف مضروب آخر را ازو ساقط کنند که باقي حاصل الضرب مطلوب بود مثلا خواستم که این اعداد ۹۷۵۴ را در هشت ضرب نمایم بر مضروب آخر صفر نهادم بدینصورت شـــــــــــــــد

۹۷۵۴۰
۱۹۵۰۸
۷۸۰۳۲

وضعف انرا که ۱۹۵۰۸ بود ساقط کردم باقي که تحت خط عرضي است مطلوب برآمد

* فائده * صاحب عیونِ الحِسابْ برای ضرب نه در عدد مرکب قاعدۀ خاص بیان کرده اگرچه خالي از تکلّف واشکال نیست لکن بلحاظ غرابت ان بیان کرده میشود که اول عدد مرکب را بنویسند

وابتدای عمل از جانب راست نمایند و آحاد مرکب را از ده ساقط کرده باقی را تحت او بعد خط عرضی نویسند و بعد از ان واحد برعدد یسار او که بمرتبهٔ عشرات است افزوده مجموع را از عدد یمین که در مرتبهٔ آحاد بود نقصان سازند اگر ممکن باشد و باقی در یسار آن اول نویسند و اگر ممکن نباشد ده بران عدد یمین افزوده نقصان کنند و باز برای همان ده که افزوده اند واحد را برعدد یسار که بمرتبهٔ مئات واقع شده باشد افزایند و از عدد یمین او که بمرتبهٔ عشرات است بکاهند اگر ممکن باشد و باقی در یسار بنویسند و اگر ممکن نباشد ده بران افزوده بکاهند و در مرتبهٔ اخیر ملحوظ دارند که اگر واحد براو افزوده شود پس واحد را از عدد اخیر ساقط کرده باقی در یسار آن نویسند و اگر واحد افزوده نشده همان عدد اخیر را بعینه نگارند مثلاً خواستم که

٩٧٥٦
٨٧٨٠٤

را در نه ضرب کنم اول شش را از ده ساقط کرده چهار را که باقی مانده تحت آن نوشتم باز بر پنج که در مرتبهٔ عشرات بود واحد افزوده از شش ساقط نمودم هیچ باقی نماند پس صفر را تحت پنج نوشتم باز چون هفت که در مرتبهٔ مئات است از پنج که در یمین اوست ساقط نمیتوانست شد لهذا بر پنج ده افزوده هفت را از پانزده ساقط کردم و هشت را که باقی ماند در یسار آن نگاشتم و برای ده واحد بر نه که مرتبهٔ اخیر بود افزودم ده شد چون ده از هفت که در یمین او بود ساقط نمی توانست گردید لهذا ده براو افزوده ده را از هفده ساقط کردم و هفت را که باقی ماند در یسار آن نگاشتم و چون برعدد اخیر واحد افزوده شده بود لهذا واحد را از نه کم کردم و هشت را که باقی ماند در یسار آن نوشتم و عمل تمام کردم و همچنین اگر خواهم که

٣٤٥٦٧٨
٣١١١٠٠٢

را در نه ضرب کنم پس هشت را از ده ساقط کرده دو را که باقی ماند تحت آن نوشتم و واحد بر هفت افزوده از هشت ساقط کردم صفر در یسار آن نگاشتم و شش را از هفت ساقط نمودم واحد باقی ماند در یسار آن نوشتم و پنج را از شش و چهار را از پنج و سه را از چهار ساقط کرده در هر مرتبه که واحد باقی ماند در یسار یک دیگر نوشتم و چون بر مرتبهٔ اخیر واحد افزوده نشده پس سه را که در مرتبهٔ اخیر بود بعینه در یسار نوشتم مطلوب برآمد

* فائده * اگر احد المضروبین پنج باشد پس بر یمین مضروب آخر که مرکب است صفر نهاده تنصیف سازند که مطلوب حاصل شود چنانکه در ضرب آحاد فی الآحاد هم مذکور گردیده مثلاً خواستم که ٢٥٢٠٠

راد رپنج ضرب کنم بریمین او صفر نهادم و تنصیف نمودم بدین صورت گردید فافهم

۲۵۳۸۰
۱۲۶۹۰

* بیان چهارم در ضرب مرکب فی المرکب که مراتب آن قلیل باشد *

بدانکه مراتب مرکب اگر قلیل باشد پس آنرا تحلیل بمفردات نمایند و هریک مفرد را از مضروب در هریک مفرد از مضروب فیه ضرب ساخته حاصلات آنرا جمع کنند مثلاً خواستم که بست و پنج را در سه صد و چهل ضرب کنم پس آنرا تحلیل بمفردات کردم و اول پنج را در چهل ضرب کردم دو صد شد و باز پنج را در سه صد ضرب نمودم پانزده صد شد و باز بست را در چهل ضرب کردم و باز در سه صد ضرب نمودم و جمع ساختم مطلوب حاصل شد بدینصورت و این قاعده برای ضرب مفرد فی المرکب و ضرب مرکب فی المرکب کثیر نیز جاری است و صاحب خلاصة الحساب قواعد چند برای ضرب مرکب فی المرکب و مفرد فی المرکب که قلیل باشد بیان نموده چون خالی از فوائد نیست لهذا نقل کرده میشود

۲۰۰
۱۵۰۰
۸۰۰
۶۰۰۰
۸۵۰۰

* قاعده در ضرب آحاد فیما بین العشرة و العشرین * باید که مضروبین را جمع کرده از مجموع ده ساقط کنند و بر باقی صفر نهاده عشرات سازند و باز فضل عشر علی الآحاد را در آحاد مرکب ضرب نموده حاصل را نقصان نمایند که باقی مطلوب باشد مثلاً خواستم که هشت را در چهارده ضرب کنم مضروبین را جمع نمودم بست و دو شد ده از و ساقط کردم و بر دوازده که باقیماند صفر نهادم یکصد و بست گردید و چون فضل عشر بر هشت دو است دو را در چهار که آحاد مرکب است ضرب نموده هشت را که حاصل الضرب بود از یکصد و بست ساقط نمودم یکصد و دوازده باقیماند که مطلوب است

* قاعده در ضرب فیما بین العشرة و العشرین بعضه فی بعض * باید که آحاد احد المضروبین را بر مضروب آخر بیفزایند و بریمین حاصل الجمع صفر نهاده عشرات سازند و باز آحاد مضروبین را با یکدیگر ضرب کرده براو بیفزایند که مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که دوازده را در سیزده ضرب کنم سه را که آحاد احد المضروبین است برمضروب آخر که دوازده است افزودم پانزده شد و برآن صفر نهادم یکصد و پنجاه گردید و باز دو را در سه ضرب کردم که آحاد مضروبین بود شش را که حاصل الضرب است بر یکصد و پنجاه افزودم یکصد و پنجاه و شش گردید و آن مطلوب است

* قاعده در ضرب فیما بین العشرة و العشرین فیما بین العشرة و المائة من المرکبات *

باید که آحاد اقل المضروبین را در صورت عشرات اکثر المضروبین ضرب نموده حاصل ضرب را بر اکثر المضروبین بیفزایند و جمع نموده بر یمین آن صفر نهند تا آحاد عشرات گردد و باز آحاد مضروبین را باهم ضرب کرده بر ان بیفزایند مثلاً خواستم که دوازده را در بست و شش ضرب کنم دو را که آحاد اقل المضروبین است در دو که صورت عشرات اکثر المضروبین بود ضرب نموده وچهار را که حاصل ضرب گردید بر بست و شش که اکثر المضروبین است افزودم سي شد و بر یمین آن صفر نهادم سه صد گردید و باز دو را در شش ضرب نمودم که آحاد مضروبین بود دوازده را که حاصل ضرب است بر سه صد افزودم سه صد و دوازده شد و آن مطلوب است

* قاعده در ضرب اعداد در پانزده یا در یکصد و پنجاه یا در یک هزار و پانصد * باید که نصف آنعدد بر او بیفزایند پس اگر نصف آنعدد صحیح است بر یمین مجموع یک صفر نهند اگر در پانزده ضرب کنند و دو صفر نهند اگر در یک صد و پنجاه ضرب نمایند و سه صفر نهند اگر در یک هزار و پانصد ضرب سازند و اگر نصف انعدد صحیح مع الکسر بود پس صحیح را بر او افزوده برای کسر پنج یا پنجاه یا پانصد بر یمین ان بیفزایند مثلا خواستم که بست و چهار را در پانزده ضرب کنم دوازده را که نصف بست و چهار است بر او افزوده بر سي و شش که مجموع شد صفر نهادم سه صد و شصت گردید و آن مطلوب است و اگر بست و چهار را در یک صد و پنجاه ضرب نمایم بر مجموع دو صفر نهم و اگر در یک هزار و پانصد ضرب کنم بر مجموع سه صفر نهم و همچنین اگر بست و سه را در پانزده ضرب کنم پس نصف آن که یازده و نصف است بر او افزودم سي و چهار شد و برای نصف که کسر بود پنج بر یمین آن افزودم سه صد و چهل و پنج گردید و همچنین اگر بست و سه را در یکصد و پنجاه ضرب نمایم بر یمین سي و چهار پنجاه بیفزایم که سه هزار و چهار صد و پنجاه شود که مطلوب است و اگر در یک هزار و پانصد ضرب کنم بر یمین سي و چهار پانصد بیفزایم سي و چهار هزار و پانصد گردد

* قاعده در ضرب اعدادیکه ما بین العشرین و المائة است از بست و یک تا نود و نه بعضها في بعض سوای مفردات که عبارت از عقود باشد اعني سي و چهل و پنجاه و غیر آن بشرطیکه عشرات مضروبین متساوي باشند مثلا بست و چهار را در بست و هفت ضرب کنند یا سي و هفت را در سي و شش و علی هذا القیاس پس طریقش آن ست که آحاد احد المضروبین را بر مضروب آخر بیفزایند و مجموع را در صورت عشرات موجوده ضرب نموده بر یمین آن صفر گذارند

وباز آحاد مضروبین را با هم ضرب کرده براو بیفزایند که مجموع مطلوب خواهد بود مثلاً خواستم که بست وسه را در بست و پنج ضرب کنم پس سه را که آحاد احد المضروبین بود بر بست و پنج افزودم و بست و هشت را که مجموع شد در دو که صورت عشرات موجوده است ضرب ساختم پنجاه و شش گردید و بر یمین آن صفر نهادم و باز سه را در پنج ضرب نمودم و پانزده را که حاصل ضرب بود براو افزودم پانصد و هفتاد و پنج گردید

* قاعده در ضرب اعداد که ما بین العشرین و المائة است سوای مفردات بشرطیکه عشرات مضروبین با هم مختلف باشند وطریقش این است که صورت عشرات عدد اقل را در عدد اکثر ضرب نمایند و آحاد اقل را در صورت عشرات اکثر ضرب سازند و جمع نموده بر یمین آن صفر گذارند و آحاد مضروبین را با هم ضرب کرده بران بیفزایند که مطلوب برآید مثلاً خواستم که بست وسه را در سی و چهار ضرب کنم اول صورت عشرات عدد اقل را که دو است در سی و چهار که اکثر است ضرب نمودم شصت و هشت شد باز سه را که آحاد اقل است در سه که صورت عشرات اکثر است ضرب ساختم و نه را بر حاصل ضرب اول افزودم هفتاد و هفت شد بر یمین آن صفر نهادم و باز آحاد مضروبین را با هم ضرب کردم و حاصل ضرب را که دوازده است بر هفتصد و هفتاد افزودم هفتصد و هشتاد و دو گردید که مطلوب است

* قاعده در ضرب عددین مختلفین که نصف مجموع آنها مفرد باشد و مفرد عام است که آحاد باشد یا عشرات یا غیر آن وطریقش آن ست که نصف مجموع مضروبین را فی نفسه ضرب کنند و از حاصل الضرب مربع نصف تفاضل مضروبین را ساقط نمایند مثلاً خواهم که بست وچهار را در سی و شش ضرب کنم چون مجموع مضروبین شصت و نصف آن سی است پس آن را فی نفسه ضرب کردم و از حاصل ضرب که نه صد است مربع نصف تفاضل مضروبین را ساقط کردم اعنی تفاضل مضروبین دوازده است و نصف آن شش و مربع شش سی و شش است پس سی و شش را از نه صد ساقط نمودم هشتصد و شصت و چهار باقیماند و آن مطلوب است و همچنین اگر هشت را در شش ضرب کنم چون مجموع مضروبین چهارده میشود و نصف آن هفت است پس از چهل و نه که مربع هفت است واحد را که مربع نصف تفاضل مضروبین است ساقط نمودم باقی چهل و هشت ماند که مطلوب است

قاعده گاهي اسان میشود ضرب هرعددي درعددي ديگركه بخواهند بدينوجه كه نسبت كنند احدالمضروبين رابسوي عدد مرتبهٔ كه فوق اوست اعني اگراحدالمضروبين در مرتبهٔ آحاداست آنرابسوي عشرات نسبت كنند واگردر مرتبهٔ عشرات است آنرا بسوي مئات نسبت نمايند واگردرمرتبهٔ مئات است آنرا بسوي الوف نسبت سازند وبهمان نسبت عددي بمرتبهٔ تحت ازمضروب آخر بگيرند اعني نسبت آن عدد بطرف مضروب آخر مثل نسبت مضروب اول بطرف منسوب اليه بود وآنرا بسط كنند بقدر مرتبهٔ منسوب اليه اول اعني اگرمنسوب اليه اول عشرات است آنراهم عشرات سازند واگرمئات يا الوف است آنرا همچنان نمايند كه مطلوب حاصل شود وبايددانست كه اين عمل جائي سهل مي شود كه نسبت اول به سهولت حاصل شود وبدانكه از نسبت مراد نسبت هندسي است اعني تنصيف وتثليث وربعيت وغيرآن ونيز بايد دانست كه اگردرعدد ماخوذ از مضروب آخركسرافتد كسررانيز بهمان نسبت بسط مي سازند چنانكه ازمثال فهم شود انشاء الله تعالى مثلا خواستم كه بست وپنج را در دوازده ضرب كنم چون بست وپنج در مرتبهٔ عشرات واقع است ونسبت آن بطرف صد نسبت ربع است پس ربع دوازده را كه سه است بسط كرده مئات ساختم اعني سه صد نمودم وآن مطلوب است وهمچنين اگربست وپنج رادرسيزده ضرب كنم چون ربع سيزده سه صحيح ويک ربع است وهركاه بسط كرده مئات ساختم سه صد وبست وپنج شد اعني چون سه رابسط نمودم سه صد شد وچون ربع رابسط نمودم بست وپنج گرديد چرا كه ربع يک صد بست وپنج است

* قاعده كه تسهيل ضرب دربعض مواد مي شود وطريقش اين است كه احدالمضروبين را تضعيف سازند مرة يامرات تامركب مفرد شود ومضروب آخررا بهمان عدة يک مرتبه يامرات تنصيف كنند اعني اگريک مرتبه تضعيف كرده انديک مرتبه تنصيف سازند واگردومرتبه تضعيف كرده باشند دومرتبه تنصيف نمايند وبعدازان حاصل تضعيف را درحاصل تنصيف ضرب نمايند كه مطلوب حاصل شود مثلا خواستم كه بست وپنج رادرشانزده ضرب كنم بست وپنج رادومرتبه تضعيف نمودم يک صد شد وشانزده را دومرتبه تنصيف نمودم چهار شد پس چهار را درصد ضرب ساختم چهارصد گرديد آن مطلوب است وصاحب عيون الحساب گويد كه درضرب مركب في المركب اگراعداد احدالمضروبين ارقام متماثله باشند اعني آحاد وعشرات ومئات

وغیر آن بیک صورت بوند چنانکه هفتاد و هفت خواه هفتصد و هفتاد و هفت خواه هفت هزار و هفتصد و هفتاد و هفت باید که اول صورة ارقام متماثله را بطریق ضرب بسیط که ضرب مفرد در مرکب است ضرب نمایند بعد ان آحاد حاصل را تحت خط عرضي نویسند و باز آحاد را مع عشرات جمع نموده تحت عشرات نگارند و باز آحاد و عشرات و مئات را تحت مئات نگارند همچنین تا عدة مراتب ارقام متماثله عمل نمایند و بعد از ان اگر عدة مراتب حاصل الضرب زیاده از مراتب ارقام متماثله باشند پس براي هر مرتبه یک مرتبه را از یمین حاصل الضرب کم کرده جمع سازند مثلا اگر عدة مراتب ارقام متماثله چهار است و عدة مراتب حاصل الضرب شش پس تا چهار مرتبه در هر مرتبه صور ارقام را از آحاد جمع نموده تحت هر مرتبه نویسند و بعد از ان در مرتبهٔ پنجم آحاد را گذاشته صور ارقام را از عشرات جمع سازند و در مرتبهٔ ششم آحاد و عشرات را گذاشته از مئات جمع نمایند و همچنین عمل تمام کنند و هر جا که حاصل الجمع زائد علی العشرات بود زائد را تحت آن نویسند و برای عشرات صورت آنرا محفوظ داشته بر حاصل الجمع مرتبهٔ ثاني که یسار اوست بیفزایند چنانکه در جمع گفته شده و اگر حاصل ضرب کمتر از ارقام متماثله یا برابر بود پس هرگاه از روی جمع تا مراتب اخیر حاصل ضرب برسند رقم اخیر جمع را بقدر ثاني مراتب ارقام متماثله مکرر ساخته بعد ازین آحاد را گذاشته و بعد از ان مئات را گذاشته تا مرتبهٔ اخیر حاصل ضرب عمل سازند چنانکه مذکور شد مثلا خواستم که ۶۶۶۶ را در ۸۹۳۰۸۷ ضرب کنم چون اعداد احد المضروبین ارقام متماثله است لهذا شش را که صور ارقام متماثله بود در مضروب آخر بطریق ضرب بسیط ضرب ساختم حاصل الضرب ۵۳۵۸۵۲۲ گردید بعد از ان دو را بعد خط عرضي تحت دو نوشتم که آحاد حاصل الضرب بود باز ارقام آحاد و عشرات را جمع نموده چهار را تحت مرتبهٔ عشرات نگاشتم و باز ارقام آحاد و عشرات و مئات را جمع ساخته تحت مرتبهٔ مئات نوشتم و ارقام آحاد و عشرات و مئات و الوف جمع کرده تحت مرتبهٔ الوف نگاشتم و چون مراتب ارقام متماثله چهار بود لهذا بعد از ان آحاد حاصل الضرب را گذاشته ارقام عشرات و مئات و الوف و عشرات الوف را جمع نموده تحت مرتبهٔ عشرات الوف نوشتم و باز آحاد و عشرات حاصل ضرب را نیز گذاشته ارقام مئات و الوف و عشرات الوف و مئات الوف را جمع ساخته تحت مرتبهٔ مئات الوف نوشتم و باز آحاد و عشرات و مئات را گذاشته جمع نموده باز

آحاد و عشرات و مئات و الوف را گذاشته جمع نمودم و باز آحاد و عشرات و مئات و الوف و عشرات الوف را گذاشته جمع ساختم و باز آحاد و عشرات و مئات و الوف و عشرات الوف و مئات الوف را گذاشته جمع کردم و عمل تمام شد بدینصورت

۵۳۵۸۵۲۲	حاصل الضرب ضرب بسیط
۵۹۵۳۳۱۷۹۴۲	حاصل الضرب مطلوب فافهم

* فائده * صاحب عیون الحساب گوید که دانستن یک مقدمه برای قواعد ضرب ضروریست که اکثر قواعد رجوع بان دارند و آن مقدمه این است که هرگاه دو عدد را جمع کنند و عدد ثالث فرض نمایند هر عددرا که خواهند و فضل المجتمع علی العدد الثالث را بهمان عدد ثالث ضرب کنند پس اگر آن عدد ثالث اقل از ان هر دو عدد است فضل احد المجتمعین علی الثالث را در فضل ثانی المجتمعین علی الثالث ضرب نموده بر حاصل الضرب اول بیفزایند یا بالعکس اعني اگر عدد ثالث از ان هر دو اکثر باشد پس فضل عدد ثالث را بر هر دو گرفته و با هم ضرب نموده بیفزایند که مجموع حاصل الضرب عددین مجتمعین خواهد بود بایک دیگر و اگر ثالث اقل از احد المجتمعین است پس فضل احد المجتمعین علی الثالث را در فضل الثالث علی ثانی المجتمعین ضرب نموده از حاصل الضرب اول نقصان نمایند که باقي مساوي حاصل ضرب عددین مجتمعین خواهد بود بایک دیگر مثلا دوازده را با هفت جمع نمودم نوزده شد و عدد ثالث پنج فرض کردم پس فضل نوزده که مجتمع است بر پنج که عدد ثالث است چهارده بر آمد آنرا در همان پنج ضرب نمودم هفتاد شد و باز فضل دوازده را بر پنج گرفتم هفت بر آمد آنرا در فضل هفت بر پنج که دو است ضرب نمودم چهارده شد بر هفتاد افزودم هشتاد و چهار گردید و آن بعینه حاصل الضرب دوازده در هفت است و همچنین اگر عدد ثالث را پانزده فرض نمایم و فضل المجموع را که چهار است در پانزده ضرب کرده و بر حاصل الضرب که شصت شد مسطح سه در هشت که فضل پانزده بر هر یکي من المجتمعین است بیفزایم نیز مطلوب بر آید و همچنین اگر نه را عدد ثالث فرض کنم و فضل المجموع را که ده است در نه ضرب نمایم و حاصل الضرب سه در دو که قدر تفاضل میان هر یکي از مجتمعین و عدد ثالث است از نود نقصان کنم نیز مطلوب حاصل شود پس بدانکه این مقدمه قاعدهٔ از قواعد ضرب است و عدد ثالث باید که از مجموع اقل باشد و نیز اگر عدد ثالث عقدي را از عقود فرض کنند عمل سهل میشود اعني از عشرات خواه مئات را عدد ثالث فرض کنند مثل ده و یک صد و یک هزار و علی هذا

وقواعدیکه ازین مقدمه متفرع میشوند اکثری قبل ازین نقلاً ازخلاصة الحساب بتحریر درآمده وبعضي الحال نقلاً ازعیون الحساب بتحریر درمي آید

* قاعدهٔ اول درضرب فیما بین العشرة والمائة بعضها في بعض بشرطیکه آحاد هردو مضروبین عدد پنج باشد مثل ضرب بست وپنج درسي وپنج وعلی هذا طریقش این ست اول صورت عشرات مضروبین را باهم ضرب سازند ونصف مجموع صورت عشرات مضروبین بران افزوده بریمین حاصل جمع بست وپنج بیفزایند مثلا خواستم که هفتاد وپنج را درسي وپنج ضرب کنم نصف مجموع صورت عشرات مضروبین راکه پنج است بربست ویک که حاصل الضرب صورت عشرات بود افزودم بست وشش شد وبریمین ان بست وپنج نوشتم دوهزار وششصد وبست وپنج کردید بدینصورت ۲۶۲۵ وهمین است مطلوب واگرنصف مجموع صورت عشرات مضروبین صحیح نبود پس صحیح برحاصل الضرب صورت عشرات افزوده هفتاد وپنج بریمین مجموع بیفزایند مثلا خواستم که شصت وپنج را درهفتاد وپنج ضرب کنم پس برچهل ودو که حاصل الضرب صورت عشرات مضروبین است شش افزودم چراکه نصف المجموع شش صحیح ویک نصف بود بریمین ان هفتاد وپنج نوشتم چهارهزار وهشتصد وهفتاد وپنج شد بدینصورت ۴۸۷۵ وهو المطلوب

* قاعدهٔ دوم درتربیع اعداد مابین العشرة والمائة بشرطیکه درمرتبهٔ آحاد او پنج باشد بایدکه عشرات ان عدد را درمجموع ان عدد معه پنج زائد ضرب کرده بست وپنج برحاصل الضرب بیفزایند که مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که مربع چهل وپنج بدانم عشرات آنراکه چهل است درینجا که مجموع چهل وپنج معه پنج زائد است ضرب کردم دوهزار شد بست وپنج بران اضافه کردم دوهزار وبست وپنج مطلوب است

* قاعدهٔ سیوم براي تسهیل تربیع وآن گاهي بزیادت وگاهي بنقصان حاصل میگردد وطریقش آنست که ازعددیکه تربیع او منظور است عدد دیگر قریب اوکه تربیع ان سهل باشد فرض کنند مثلا اگرخواهم که مربع بست وهفت یا مربع سي وسه وغیران بدانم عدد سي را فرض کردم که تربیع او سهل است چراکه سي را درسي ضرب کردن بقاعدهٔ ضرب مفرد في المفرد بغایت اسان است واگرخواهم که مربع نود وشش بدانم پس عدد صد را فرض کردم که تربیع او بغایت اسان است وتفاضل مابین عددین یعني عدد مفروض وعدد مطلوب التربیع را درمجموع

همان عددین ضرب کرده حاصل الضرب را از مربع عدد مفروض نقصان کنند بشرطیکه عدد مفروض زائد از عدد مطلوب التربیع باشد و بر مربع عدد مفروض بیفزایند اگر عدد مفروض ناقص باشد که مطلوب حاصل شود مثلا خواستم که مربع بست و سه بدانم چون قریب آن عدد بست است که تربیع او سهل می شود آنرا مربع نمودم چهار صد شد و تفاضل بین العددین را که سه است در مجموع عددین که چهل و سه می شود ضرب کردم و حاصل الضرب را که یک صد و بست و نه بود بر چهار صد افزودم پانصد و بست و نه شد و آن مطلوب است و همچنین اگر خواهم که مربع بست و هفت بدانم چون قریب آن عدد سي است آنرا مربع نمودم نهصد شد و تفاضل بین العددین را که سه است در پنجاه و هفت که مجموع عددین است ضرب نمودم یک صد و هفتاد و یک شد آنرا از نهصد ساقط نمودم باقي هفتصد و بست و نه ماند و هو المطلوب و باید دانست که قاعدهٔ دویم و قاعدهٔ سیوم هر دو در حقیقت یک است صرف فرق بیان است

* قاعدهٔ چهارم برای تسهیل ضرب که گاهی بزیادت و گاهی بنقصان حاصل می شود و آن چنان است که عددی ثالث فرض کنند که ضرب او در احد المضروبین سهل باشد و ضرب نمایند و تفاضل ما بین عدد مفروض و مضروب آخر را در مضروب اول ضرب نموده از حاصل الضرب اول نقصان نمایند اگر عدد ثالث زائد باشد و بیفزایند اگر عدد ثالث ناقص بود که مطلوب برآید مثلا خواستم که بست و هشت را در چهل و چهار ضرب نمایم عدد ثالث سي را فرض کردم که ضرب او در چهل و چهار سهل است و ضرب نمودم یکهزار و سه صد و بست گردید و تفاضل ما بین سي و بست و هشت که دو است آنرا در چهل و چهار ضرب نمودم و حاصل الضرب ثاني را از حاصل الضرب اول نقصان نمودم چرا که عدد مفروض زائد بود یک هزار و دو صد و سي و دو باقي ماند و آن مطلوب است و اگر عدد ثالث چهل را فرض کرده در همان مثال در بست و هشت ضرب نمایم و تفاضل ما بین عدد ثالث و مضروب آخر را که چهار است نیز در بست و هشت ضرب نمایم و حاصل ضرب ثاني را بر حاصل ضرب اول بیفزایم چرا که عدد ثالث ناقص است نیز مطلوب حاصل شود بدین صورت

۱۳۲۰
۸۸
———
۱۲۳۲

۱۱۲۰
۱۱۲
———
۱۲۳۲

* قاعدهٔ پنجم گاهی تسهیل ضرب به تحلیل احد المضروبین الی المفردات حاصل می شود اعني مثلا در سي و دو دو را جدا ملحوظ کنم و سي را جدا و هر دو جزء را در مضروب فیه

ضرب نموده جمع نمایم مثلا خواستم که سي ودو را در بست وهفت ضرب کنم اول دو را در بست وهفت ضرب کردم وبعد از ان سي را در بست وهفت ضرب نمودم وهر دو حاصل ضرب را جمع ساختم هشتصد وشصت وچهار شد بدین صورت

۵۴	حاصل ضرب اول
۸۱۰	حاصل ضرب ثاني
۸۶۴	مجموع

واین قاعده کثیر النفع است در ضرب مرکب في المرکب که مراتب کثیره باشد

* قاعدهٔ ششم هر عددی را که در بست وپنج ضرب کنند در یمین آن دو صفر نهاده نصف النصف سازند مثلا خواستم که ۴۳۷۹ را در بست وپنج ضرب نمایم بر یمین آن دو صفر نهاده نصف النصف نمودم بدین صـــــــورت

۴۳۷۹۰۰	
۲۱۸۹۵۰	تنصیف اول
۱۰۹۴۷۵	تنصیف دوم

تنصیف دویم مطلوب بود واین قاعده بعینه قاعدهٔ تضعیف احد المضروبین وتنصیف الآخر است چنانکه بالا مذکور شد

* بیان پنجم در ضرب مرکب في المرکب که مراتب آن کثیره باشد وران محتاج بعمل کثیر میشوند واهل حساب قواعد آن بانواع وضع کرده اند وما هریک را بیان میکنیم واول قواعدیکه اسهل است آنرا بیان میسازم *

وباید دانست که هرچند مضروبین در ضرب برابراند اعني هریکی را از مضروبین که بخواهند مضروب قرار دهند ودیگری را مضروب فیه لکن عادت اهل حساب چنان است که عدد اکثر را مضروب واقل را مضروب فیه می نامند پس الحال هرجاکه لفظ مضروب اطلاق شود ازان اکثر المضروبین مراد است واز مضروب فیه اقل المضروبین

* قاعدهٔ اول در ضرب بالتضعیف *

واین را ضرب التکریر نیز گویند باید که مضروب را اول تضعیف نموده باز تضعیف را تضعیف نمایند وباز تضعیف التضعیف را تضعیف سازند اگر اعظم رقم مضروب فیه هشت یا نه باشد والا صرف تضعیف التضعیف کافي است وان همه تضعیفات را جائی ثبت نمایند پس شروع در ضرب کنند وملاحظه سازند آحاد مضروب فیه را که اگر واحد است بعینه مضروب حاصل الضرب خواهد بود واگر دو است تضعیف اول حاصل الضرب است واگر سه است مجموع تضعیف اول مع آن عدد حاصل الضرب باشد واگر چهار است تضعیف التضعیف حاصل ضرب بود واگر پنج است مجموع تضعیف التضعیف معه آن عدد حاصل ضرب شود اگر شش است مجموع تضعیف التضعیف معه تضعیف حاصل ضرب گردد

واگر هفت است مجموع تضعیف التضعیف معه تضعیف وآن عدد حاصل ضرب باشد واگر هشت است تضعیف تضعیف التضعیف مطلوب بود واگر نُه است معه آن عدد مطلوب گردد درین صورت اگر خواهند اعداد حاصلات مابین تضعیفات را که بجمع حاصل می شود نیز ما بین تضعیفات ثبت نمایند بهتر است اگرچه طول عمل می شود اعنی مابین تضعیف وتضعیف التضعیف تضعیف را با آن عدد جمع ساخته بنویسند تا برای ضرب در عدد سه کافی باشد وهمچنین ما بین تضعیف التضعیف وتضعیف تضعیف التضعیف برای ضرب پنج وشش وهفت ثبت نمایند چنانچه مرقوم شد پس تحت مضروب فیه خط عرضی کشیده حاصل الضرب مضروب فی الآحاد مضروب فیه را که از همان تضعیفات حاصل شده باشد تحت خط عرضی نویسند بحیثیتیکه آحاد مقابل آحاد مضروب فیه وعشرات مقابل عشرات واقع شود وآن حاصل الضرب را خواه بجمع تضعیفات حاصل کنند خواه منفرداً منفرداً ثبت نمایند اختیار دارند اعنی اگر آحاد مضروب فیه سه است پس اگر خواهند تضعیف اول را معه آن عدد جمع نموده بنویسند خواه هر دو را جدا جدا تحت یکدیگر برنگارند بحیثیتیکه آحاد مقابل آحاد واقع شود وبعد ازان همچنان رقم عشرات مضروب فیه را مثل آحاد تصور نموده حاصل الضرب از تضعیفات مضروب بهم رسانیده تحت آن نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب مقابل عشرات مضروب فیه واقع شود واگر برای حفظ مرتبهٔ عشرات تحت آحاد اول صفر نهند وحاصل الضرب مرتبهٔ عشرات را بر یسار آن نویسند خوب است وهمچنین در مراتب مئات والوف وعمل تمام نمایند وجمع سازند که حاصل جمع مطلوب است مثلاً خواستم که ۵۱۴۲۳۳۴۵ را در ۹۰۷۵۶ ضرب کنم مضروب را تضعیف نمودم چنانکه مذکور شد

۵۱۴۲۳۳۴۵ مضروب
۱۰۲۸۴۶۶۹۰ تضعیف اول
۲۰۵۶۹۳۳۸۰ تضعیف التضعیف
۴۱۱۳۸۶۷۶۰ تضعیف تضعیف التضعیف

۹۰۷۵۶ مضروب فیه

۱۰۲۸۴۶۶۹۰
۲۰۵۶۹۳۳۸۰ } مجموع این هر دو حاصل ضرب شش است

۵۱۴۲۳۳۴۵۰
۲۰۵۶۹۳۳۸۰۰ } مجموع این ضرب در پنج است

۵۱۴۲۳۳۴۵۰۰
۱۰۲۸۴۶۶۹۰۰۰
۲۰۵۶۹۳۳۸۰۰۰ } مجموع این ضرب در هفت است

۵۱۴۲۳۳۴۵۰۰۰۰
۴۱۱۳۸۶۷۶۰۰۰۰۰ } مجموع این ضرب در نُه است

۴۶۶۶۹۷۷۰۹۸۸۲۰

تنبیه باید دانست که اگر در آحاد مضروب صفر باشد صفر را گذاشته تضعیفات نمایند و بر حاصل الضرب که بعد جمع می شود صفر مضروب را بیفزایند

*قاعدهٔ دویم در ضرب شبکه که احسن طرق ضرب است

باید که شکلی ذو اربعه اضلاع ثبت کنند که درمیان آن مربعات صغار بعدهٔ مراتب مضروب و مضروب فیه طولا و عرضا توانند درست کرد اعني اگر مراتب مضروب مثلاً پنج و مراتب مضروب فیه سه باشد مربعات صغار در طول پنج خانه و در عرض سه خانه باشد که همگی مربعات پانزده خواهد بود و هر مربعات صغار را بخطي مؤرب اعني کج بین زاویهٔ فوقاني یمني و زاویهٔ تحتاني یسری وصل کنند تا هر مربع منقسم بدو مثلث فوقاني و تحتاني شود بعد از ان مضروب را فوق خانه های طولاني و مضروب فیه را یمین خانه های عرضي نویسند بحیثیتیکه هر رقم محاذي یک خانه افتد و آحاد مضروب محاذي خانهٔ اخیر مراتب مضروب فیه واقع شود بعد از ان صورت ارقام مضروب را در صورت ارقام مضروب فیه مثل ضرب مفرد في المفرد ضرب ساخته حاصل الضرب را در هر خانه که محاذي مضروبین باشد بنویسند بطوریکه آحاد در مثلث تحتاني و عشرات در مثلث فوقاني واقع شود و عمل تمام کنند و در هر مرتبه که عدد نباشد صفر در ان مثلث نهند و بعد از ان جمع کنند از جانب یمین هر اعداد را که درمیان خط مؤرب واقع شده باشد و هر یک خط مؤرب را مراتب آحاد و عشرات و مئات متصور سازند و حاصل جمع را زیر شبکه بنویسند مثلاً خواستیم که در مثال مذکور بطور شبکه ضرب نمایم بدینصورت شد (شکل ۹)

تنبیه میتواند شد که شکل ذو ربعه اضلاع را کج رسم کنند خواه خطوط مؤرب منصف را بین زاویهٔ تحتاني یمني و فوقاني یسری کشند لکن این همه خالي از تکلف نیست لهذا صرف بهمین یک شکل اختصار افتاد

قاعدهٔ سیوم در ضرب نائم که آنرا ضرب بالآس نیز خوانند

و طریقش که اسهل باشد این است که مضروبین را تحت یک دیگر نویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد و عشرات محاذي عشرات واقع شود و علی هذا پس آحاد مضروب را در جمیع اعداد مضروب فیه بطور ضرب بسیط ضرب نمایند و حاصل ضرب را تحت خط عرضي نویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد و عشرات محاذي عشرات مضروبین واقع شود بعد از ان عشرات

مضروب را در جمیع اعداد مضروب فیه بهمان طریق ضرب سازند و حاصل الضرب را تحت سطر حاصل الضرب اول بعد صفر مرتبۂ آحاد نویسند تا آحاد حاصل الضرب ثاني محاذي عشرات حاصل الضرب اول واقع شود و همچنین مئات مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نموده حاصل را تحت سطر حاصل الضرب ثاني بعد دو صفر مرتبۂ آحاد و عشرات نویسند و هکذا تا عمل تمام شود بعد ازان جمع نمایند اعداد جمیع سطور حاصل الضرب را که مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که ۹۲۰۸۳ را در ۴۷۵ ضرب نمایم مضروب فیه را تحت مضروب نوشتم هکذا

۹۲۰۸۳	مضروب
۴۷۵	مضروب فیه
۱۴۲۵	
۳۸۰۰۰	
۹۵۰۰۰۰	
۴۲۷۵۰۰۰۰	
۴۳۷۳۹۴۲۵	سطر حاصل الجمع که حاصل الضرب مطلوب است

و اول سه را که آحاد مضروب است در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودم اعني اول در پنج ضرب کردم پانزده شد و پنج را که زائد علی العشرات بود تحت خط عرضي محاذي آحاد نوشتم و براي عشر واحد را در ذهن داشتم و باز همان سه را در هفت که بمرتبۂ عشرات مضروب فیه است ضرب ساخته واحد محفوظ افزودم بست و دو گردید دو را در یسار پنج نوشتم و برای بست دو در ذهن داشتم و باز سه را در چهار ضرب کرده دو محفوظ برا و افزودم چهارده شد آنرا در یسار رقم سابق نوشتم و باز هشت را که در مرتبۂ عشرات مضروب است در پنج ضرب نمودم حاصل چهل شد برای چهل چهار را در ذهن داشتم و صفر را بعد صفر مرتبۂ آحاد تحت حاصل الضرب اول نگاشتم و باز هشت را در هفت ضرب کرده چهار را برا و افزودم شصت گردید باز صفر دیگر نهادم و براي شصت شش را در ذهن گرفتم و هشت را در چهار ضرب ساخته شش افزودم سي و هشت شد آنرا یسار اصفار نگاشتم و چون در مرتبۂ مئات مضروب صفر بود و حاصل الضرب صفر در هر عدد صفر است لهذا آنرا گذاشتم و دو را که در مرتبۂ الوف مضروب است در پنج ضرب نمودم حاصل ده شد پس صفر را در یسار سه صفر تحت حاصل الضرب ثاني نگاشتم و برای ده واحد را در ذهن داشتم و باز دو را در هفت ضرب نمودم و واحد افزودم پانزده شد پنج را در یسار آن چهار صفر نوشتم و واحد را در ذهن گرفتم و باز دو را در چهار ضرب نموده واحد افزودم نه شد آنرا در یسار پنج ثبت نمودم

وهمچنین نه را که مرتبهٔ عشرات الوف مضروب است در جمیع اعداد مضروب فیه ضرب نموده حاصل را بعد چهار صفر تحت حاصل الضرب ثالث نگاشتم وجمع نمودم حاصل جمع مطلوب است، وبعضی مضروب فیه را هر مرتبه برای ضرب نقل مینمایند اعنی هرگاه آحاد مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودند باز مضروب فیه را یک مرتبه بطرف یسار نقل می کنند تا آحاد مضروب فیه محاذی عشرات مضروب واقع شود وهمچنین تا آخر می رسند صورته هکذا

۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷۵ مضروب فیه
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵
۱۴۲۵
۳۸۰۰
۹۵۰
۴۲۷۵
۴۳۷۳۹۴۲۵

وبعضی شروع ضرب از اخیر مرتبهٔ مضروب مینمایند ومضروب فیه را بطوری می نویسند که آحاد مضروب فیه محاذی عدد اخیر مضروب واقع شود وبعد از ان مضروب فیه را یک مرتبه بطرف یمین نقل کنند تا آحاد مضروب برسند صورته هکذا

۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷۵ مضروب فیه
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵
۴۲۷۵
۹۵۰
۳۸۰۰
۱۴۲۵
۴۳۷۳۹۴۲۵ حاصل الضرب

وبعضی در هر سه صور مذکوره هر مرتبه که ضرب نمودند جمع نمایند ومحو واثبات سازند اعنی هرگاه آحاد مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نمودند وعشرات مضروب را نیز در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب ساخته تحت او نوشتند هر دو حاصل الضرب را جمع می کنند وبر رقوم سابق خط محو می نهند وهمچنین حاصل الضرب مئات را با حاصل الجمع اول جمع نموده بر حاصل الجمع اول خط محو می کشند، بعضی در ضرب بسیط هم هر مرتبه محو واثبات میکنند اعنی عشرات را در ذهن محفوظ دارند

* قاعدهٔ چهارم در ضرب تشعیب بدانکه ضرب تشعیب همان ضرب تائم است که دران هر مرتبه مضروب را مفرد نموده در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب می نمایند وباز همه حاصل الضرب را تحت یک دیگر نوشته جمع می کنند چنانکه در مثال مذکور اول سه را که آحاد مضروب است ضرب نمودند بدین صورت

۳
۴۷۵
۱۴۲۵

باز هشتاد را ضرب نمودند بدین صـــــــورت

۸۰
۴۷۵
۳۸۰۰۰

وباز دو هزار را ضرب کردند بدینصـــــــورت

۲۰۰۰
۴۷۵
۹۵۰۰۰۰

باز نود هزار را ضرب ساختند بدین صورت

۹۰۰۰۰
۴۷۵
۴۲۷۵۰۰۰۰

باز همه را جمع نمودند بدین صـــــــورت

۱۴۲۵
۳۸۰۰۰
۹۵۰۰۰۰
۴۲۷۵۰۰۰۰
۴۳۷۳۹۴۲۵

* قاعدهٔ پنجم ضرب محاذات است و آنهم در حقیقت ضرب نائم است وطریقش این ست که مضروب فیه را فوق مضروب نویسند وکثیر المراتب را مضروب فیه مقرر می کنند وقلیل المراتب را مضروب فرض می نمایند وبعد ازان عدد اخیر مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نموده حاصل را فوق مضروب فیه بعد خط عرضي مینویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد وعشرات محاذي عشرات واقع شود وبعد ازان حاصل الضرب رایک مرتبه بجانب یسار نقل می کنند وبجای آحاد صفر می گذارند تا آحاد مرتبهٔ عشرات یابد وباز عدد یمین مرتبهٔ آخر مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب نموده وحاصل آنرا بطور اول نوشته با حاصل الضرب اول جمع می کنند وآنرا هم یک مرتبه بطرف یسار نقل میکنند وهکذا تا بآحاد مضروب میرسند چنانکه در مثال مذکور بدینصورت میشود

۴۳۷۳۹۴۲۵	حاصل الضرب مطلوب
۴۶۰۴۱۵	
۴۳۲۷۹۰۱۰	
۶۴۴۵۸۱	
۳۶۸۳۳۲۰	
۳۶۸۳۳۲	
۹۲۰۸۳	مضروب فیه
۴۷۵	مضروب

وبدانکه بعضی شروع ضرب از آحاد مضروب می کنند وحاصل الضرب رافوق مضروب فیه چنانکه مذکور شد نوشته یک مرتبه بطرف یمین نقل میکنند تا آحاد حاصل در مرتبهٔ آحاد باشد وبعضی درین ضرب محاذات نیز محو واثبات می کنند اعني ضرب هر مرتبه از مضروب بطور ضرب بسیط نمیکنند بلکه بطور ضرب مفردات میسازند چنانکه بالا مذکور شد

* قاعدهٔ ششم در ضرب مستقیم بدانکه ضرب مستقیم در حقیقت همان ضرب نائم است که دران مضروب فیه را بطرف یمین نقل می کنند وحاصلات ضرب رافوق مضروب بعد خط عرضي می نگارند وبعضي آحاد مضروب فیه را محاذي عدد اخیر مضروب می نویسند وبعضي

اخیر مضروب فیہ را محاذی اخیر مضروب می نگارند چنانچہ در مثال مذکور بدینصورت میشود

صورت اول

۴۳۷۳۹۴۲۵ حاصل ضرب
۱۴۲۵
۳۸۰۰
۹۵۰
۴۲۷۵
۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷۵ مضروب فیہ
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵

صورت دوم

۴۳۷۳۹۴۲۵ حاصل ضرب
۱۴۲۵
۳۸۰۰
۹۵۰
۴۲۷۵
۹۲۰۸۳ مضروب
۴۷۵ مضروب فیہ
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵
۴۷۵

* قاعدۂ هفتم در ضرب اصفار بدانکه ضرب اصفار هم بعینه ضرب تام است مگر اینکه اول عدد مراتب مضروب و مضروب فیه را جمع نموده و واحد از ان کم کرده بعدۂ باقی اصفار تحت خط عرضی می نهند و بعد از ان ضرب بطور ضرب تام نموده حاصل را تحت اصفار می نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب اول اعنی آحاد حاصل ضرب آحاد مضروب در جمیع مراتب مضروب فیه را تحت صفر اول می نویسند و آحاد حاصل الضرب عشرات مضروب در جمیع مراتب مضروب فیه را تحت صفر ثانی و هکذا تا عمل تمام شود و درین ضرب عدد مراتب حاصل الضرب اولا معلوم میشود که بعدۂ اصفار خواهد بود یا بعدۂ مجموع مراتب مضروبین و هذه صورته فی المثال المذکور و بدانست فقیر از مجموع مراتب واحد هم کم کردن ضرور نیست

۹۲۰۸۳
۴۷۵
۰۰۰۰۰۰۰
۱۴۲۵ حاصل ضرب آحاد مضروب
۳۸۰۰ حاصل ضرب عشرات
۹۵۰ حاصل ضرب الوف مضروب
۴۲۷۵ حاصل ضرب عشرات الوف مضروب
۴۳۷۳۹۴۲۵

* قاعدۂ هشتم در ضرب سطر بدانکه اینهم ضرب تام است مگر اینکه حاصلات ضرب را تحت ما فوق مضروب و مضروب فیه نمی نویسند بلکه جدا در جای دیگر می نویسند و بعضی بطور ضرب بسیط ضرب نموده جمع می سازند چنانکه در ضرب تام است و بعضی بطور مفردات ضرب میکنند

وجمع میسازند وصورت هردو درمثال مذکور این است ۹۲۰۸۳
۴۷۵

* قاعدهٔ نهم در ضرب جدول بدانکه ضرب جدول هم از قسم ضرب شبکه است الا اینکه در مربعات صغار خط مؤرب نمی کشند ودر ضرب هم عشرات حاصل ضرب را محفوظ داشته بطور ضرب بسیط باحاصل الضرب ما بعدش جمع می کند ویک خانه زائد از مراتب مضروب بطرف یسار رسم مینمایند وجمع می کنند اعداد خانه های را که باهم بیک گوشه اتصال دارند مثل اعداد شبکه مثلا در مثال مذکور شکل ذوار بعة اضلاع کشیدم ودرمیان آن مربعات صغار رسم نمودم چنانکه در ضرب شبکه میکردم ویک خانه زائد از مراتب مضروب کشیدم بطرف یسار وبعد ازان اعداد مضروب را بالای جدول نوشتم بحیثیتیکه آحاد مضروب بالای اول خانهٔ جدول واقع شود ومضروب فیه در یمین جدول چنانکه در ضرب شبکه می نوشتم پس ضرب کردم اول سه را که آحاد مضروب است در چهار دوازده حاصل شد دو را در خانهٔ محاذي مضروبین نوشتم وبرای عشر واحد را محفوظ داشتم باز هشت را که در عشرات مضروب است در چهار ضرب کردم سي ودو شد وواحد محفوظ بران افزودم وسه را در خانهٔ محاذي مضروبین نهادم وبرای سي سه را در ذهن گرفتم چون در مرتبهٔ مئات مضروب صفر بود لهذا همان سه را در خانه محاذي او رسم نمودم وباز دو را که در مرتبهٔ آحاد الوف مضروب است در چهار ضرب کرده هشت را در خانهٔ محاذي او نوشتم وباز نه را که در مرتبهٔ عشرات الوف مضروب است در چهار ضرب کرده حاصل را که سي وشش باشد در هردو خانه محاذي ویسار او ثبت نمودم وهمچنین باز جمیع اعداد مضروب را در هفت ضرب نموده نگاشتم ودر پنج ضرب نموده ثبت کردم وجمع نمودم بطور شبکه چنانکه مذکور شد وهذه صورته (جدول ۶)

واگر خواهند آحاد اعداد مضروب فیه محاذي مربع فوقاني وعشرات تحت آحاد ومئات تحت عشرات تا آخر رقم نمایند درین صورت بعد تمام عمل ضرب آحاد حاصل در مربع فوقاني ایمن خواهد بود آنرا خواه صفر خواه عدد باشد بعینه در سطر جمع اول ثبت نمایند بعده عدد خانهٔ ما بعد یا عدد تحتش که متقاطر واقع است جمع سازند بعده اعداد خانه های باقي

صورت اول
۱۴۲۵
۳۸۰۰
۰۰۰
۹۵۰
۴۲۷۵
۴۳۷۳۹۴۲۵

صورت ثاني
۱۵
۲۱
۱۲
۴۰
۵۶
۳۲
۱۰
۱۴
۸
۴۵
۶۳
۳۶
۴۳۷۳۹۴۲۵

که همبرین وضع متقاطر مرقوم اند جمع کنند الی آخره صورته هکذا (جدول ۷)

* قاعدهٔ دهم در ضرب توشیح وطریقش این است که مضروب را در یسار مضروب فیه نویسند بحیثیتیکه آحاد تحت عشرات وعشرات تحت مئات باشد وآحاد مضروب فیه محاذي مرتبهٔ اخیر مضروب واقع شود وبعد ازان ضرب کنند عدد اخیر مضروب را در جمیع مراتب مضروب فیه بطور ضرب بسیط وحاصل را بهمان طریق بعد خط فاصل طولانی نویسند آحاد تحت عشرات وعشرات تحت مئات بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب محاذي آحاد مضروب فیه واقع شود وبعد ازان بر عدد اخیر مضروب که مفروغ الضرب شد خط محو کشند ومضروب فیه را یکمرتبه پائین نقل کنند تا آحاد مضروب فیه محاذي عدد تحتانی مفروغ الضرب واقع شود وباز آن عدد تحتانی را در جمیع مراتب مضروب فیه بطریق اول ضرب نموده حاصل هر مرتبه را با عدد محاذي او که در ضرب اول نوشته بودند جمع کرده بهمان طریق نویسند وبران عدد محاذي خط محو کشند وبعد از فراغ ضرب بر آن عدد ثانی مضروب نیز که مفروغ الضرب شد خط محو کشیده باز مضروب فیه را یک مرتبه پایین نقل کنند وعدد ثالث مضروب را بطریقی که گفته شد ضرب سازند وعمل تمام کنند که اعداد اخیر انچه خط محو بران نشده است حاصل ضرب مطلوب است مثلاً در مثال مذکور مضروب را در یسار مضروب فیه نوشتم (صورة ۸) وگه را که عدد اخیر مراتب مضروب است در جمیع مراتب مضروب فیه ضرب کرده حاصل آنرا چنانکه مذکور شد نوشتم بعد ازان برنه خط محو کشیدم ومضروب فیه را یک مرتبه بطرف پائین نقل کردم ودو را که عدد ثانی مضروب بود در پنج ضرب کرده برای حاصل که ده شد صفر محاذي عدد مضروبین اعنی پنج ودو نوشتم وبرای عشر واحد را در ذهن داشته باز دو را در هفت ضرب نمودم چهارده شد واحد محفوظ بران افزودم پانزده شد وعدد پنج که از حاصل ضرب اول محاذي او بود نیز بران افزودم وبران پنج خط محو کشیدم بست گردید پس صفر در آنجا گذاشتم ودو در ذهن گرفتم باز دو را که مضروب است در چهار ضرب کرده دو محفوظ بران افزودم ده شد وهفت که از ضرب اول محاذي او بود نیز بران افزوده وبر هفت خط محو کشیدم وبرای هفده هفت را در انجا گذاشتم وواحد را بر دو که از ضرب اول بود افزوده وبر دو خط محو کشیده سه را محاذي او نوشتم وچون دو که عدد ثانی مضروب بود نیز مفروغ الضرب شد بران نیز

خط محو کشیدم و چون بعد از ان در مضروب صفر بود لهذا مضروب فیه را در مرتبه پائین نقل کردم
و بر صفر هم خط محو کشیدم که مفروغ الضرب است و هشت را که در مضروب بود در پنج ضرب
کردم چهل شد پس صفر محاذي مضروبین نهادم و چهار را محفوظ داشته هشت را در هفت
ضرب نمودم و چهار محفوظ برا و افزودم شصت شد باز صفر دیگر نهادم و شش را در ذهن گرفتم
و هشت را در چهار ضرب کرده شش بر سي و دو افزودم سي و هشت گردید چون محاذي آن
صفر بود بر صفر خط محو کشیدم و سي و هشت را بهمان طریق نگاشتم و بر هشت که مفروغ الضرب شد
خط محو کشیدم و مضروب فیه را باز نقل کردم پس سه را در پنج ضرب کردم پانزده شد پنج را
محاذي مضروبین نوشتم و برای عشر واحد را در ذهن گرفتم باز سه را در هفت ضرب کرده
واحد محفوظ افزودم بست و دو شد دو را در انجا نوشتم چراکه محاذي او از حاصل اول صفر
بود بر صفر خط محو کشیدم و دو را در ذهن گرفتم باز سه را در چهار ضرب کرده دو محفوظ بران افزودم
چهارده شد چهار را در انجا نوشتم که محاذي انهم صفر بود و بر صفر خط محو کشیدم و برای عشر
واحد را در ذهن گرفته بر هشت که حاصل اول محاذي او بود افزودم و نه را در انجا نگاشتم
و بر هشت نیز خط محو کشیدم و بر سه که مضروب بود و مفروغ الضرب شد نیز خط محو کشیدم
و عمل تمام شد پس اعداد یکه در حاصل الضرب بلا خط محو باقي ماندهاند مطلوب است بدانکه
بعضي درمیان مضروب و مضروب فیه فرجه میگذارند و حاصلات ضرب درمیان آن مینویسند
و بعضي اخیر مضروب فیه را محاذي اخیر مضروب مینگارند و این همه از اختلافات وقوع است

* قاعدۀ یازدهم در ضرب قائم بدانکه ضرب قائم همان ضرب توشیح است الا اینکه دران
آحاد مضروب فیه را محاذي آحاد مضروب مي نویسند و آحاد مضروب را ضرب میکنند
بطریقي که مذکور شد بعد از ان مضروب فیه را یک مرتبه با علی نقل میکنند تا آحاد مضروب فیه
محاذي عشرات مضروب واقع شود و همچنین تا آخر میرسند چنانچه در مثال مذکور
بدین صورت میشود (صورة ۹)

* قاعدۀ دوازدهم در ضرب تقابل و ان مخصوص تربیع عدد است و طریقش اینکه آنعدد
رانوشته عدد اخیر را في نفسه ضرب کنند و آحاد حاصل فوق او بعد خط عرضي نویسند و عشرات
را دریسار و عدد مضروب في نفسه را ضعف کرده یک مرتبه بجانب یمین تحتاني نقل کنند و عدد

یمین او راکه ثاني اخیر است به یمین منقول بنویسند و عددین منقولین را مضروب فیه قرار داده ثاني اخیر مطلوب التربیع را دران ضرب نموده فوقش نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل الضرب محاذي آحاد مضروب فیه مفروض واقع شود وباز آن ثاني اخیر رانیز ضعف نموده وبا منقول اول جمع کرده یک مرتبه درتحت بجانب یمین نقل کنند وعدد ثالث اخیر را دریمین او نوشته باز بهمان طریق ضرب نموده حاصلات را فوقش نگارند وهمچنین تا عمل تمام شود وجمع سازند که حاصل جمع مطلوب است مثلاً خواستم که ۴۷۵ را مربع کنم اعني في نفسه ضرب سازم پس نوشتم آنرا وچهار را که عدد اخیر بود في نفسه ضرب نموده شانزده را بالایش بعد خط عرضي نوشتم باز چهار را ضعف کرده هشت را یکمرتبه بطرف یمین تحتاني نقل کردم که هشت محاذي هفت افتاد وهفت را دریمین هشت منقول نوشتم وهفت را دران ضرب کردم که في الحقیقه ضرب هفت در هفت که في نفسه بود ودر ضعف چهار گردید وحاصل را فوق او نگاشتم بحیثیتیکه آحاد حاصل محاذي هفت منقول افتاد باز هفت را ضعف کرده مع ضعف اخیر یک مرتبه نقل نمودم وپنج را بر یمین او نگاشتم وباز پنج را دران ضرب نموده حاصلات را فوق آن نگاشتم وجمع نمودم حاصل جمع مربع گردید بدینصـــــــورت

۲۲۵۶۲۵ حاصل الجمع
۴۷۲۵
۶۰۹
۱۶
۴۷۵ مطلوب التربیع
۸۷
۹۴۵

وبدآنست بنده اگر حاصل الضرب اول را یک مرتبه بطرف یسار نقل کرده نویسند بهتر است وضعف هرعدد را تحت آن نگارند وبعد ازان حاصل الضرب ثاني را با اول جمع نموده باز یکمرتبه بطرف یسار نقل سازند بدینصـــــــورت

۲۲۵۶۲۵ المطلوب الحاصل من الجمع
۴۷
۲۲۰۹۲۵
۶
۱۶۰۹
۱۶
۴۷۵ مطلوب التربیع
۸۷
۹۴۵

ونیز اگر شروع از آحاد کنند وضعف آحاد را یکمرتبه بطرف یسار نقل سازند وعدد عشرات را بر عشرات منقول افزوده عدد عشرات را دران ضرب ساخته حاصل فوق ان نویسند بحیثیتیکه آحاد حاصل محاذي عشرات مضروب واقع شود وباز عدد عشرات را بر عشرات منقول افزوده یکمرتبه

بطرف یسار نقل کنند وعدد مئات مطلوب التربیع را بر مئات منقول افزوده عدد مئات را ضرب سازند
وحاصل را بهمان طریق فوق آن نویسند وجمع کنند نیز مطلوب حاصل شود ودر مثال مذکور
هذه صورته

۲۲۵۶۲۵ حاصل الجمع
۲۲۰۰
۵۶۰
۲۵
۴۷۵ مطلوب التربیع
۸۰
۵۵۰

مثال دیگر ۵۳۸۷۵۶ حاصل الجمع
۵۳۷۶
۱۱۴
۱۶
۷۳۴ عدد مطلوب التربیع
۳۸
۷۶۸

وطریق اسهل درین ضرب بدانست فقیر آنست که بلا نقل باشد واول آحاد را تحت آحاد
نوشته ومضروب فیه قرار داده وآحاد را دران ضرب ساخته حاصل را فوق آن بعد خط عرضی نویسند
بحیثیتیکه آحاد حاصل فوق آحاد واقع شود وباز آحاد را با مضروب فیه جمع نموده ورقم عشرات
بران افزوده عشرات را دران ضرب کرده حاصل را فوق حاصل اول نویسند بحیثیتیکه آحاد
حاصل محاذی عشرات واقع شود بعد ازان عشرات را هم ضعف ساخته ومعه ضعف آحاد
جمع نموده در تحت نویسند وعدد مئات را تحت مئات نگارند وعدد مئات را دران همه ضرب سازند
وحاصل را فوق نویسند که آحاد حاصل محاذی مئات واقع شود وهمچنین الی آخره تا عمل
تمام شود وجمع سازند بدین صورت

۲۲۵۶۲۵ جمع
۲۲۰۰
۵۶۰
۲۵
۴۷۵ مطلوب التربیع
۵
۱۰
۷
۸۰
۵۵۰

ونیز اگر زیاده تسهیل خواهند اول آحاد مطلوب التربیع را فوق
آحاد نوشته در آحاد ضرب سازند وحاصل را که زائد بر عشرات
باشد تحت آحاد مطلوب التربیع بعد خط عرضی نویسند وبرای
عشرات صورت را در ذهن داشته باز آحاد را در ضعف عشرات
ضرب کنند خواه در عشرات ضرب کرده حاصل را ضعف سازند
ومحفوظ را براو بیفزایند واز مجموع انچه زائد علی العشرات
باشد آنرا در یسار اول نویسند وبرای عشرات صورت را در ذهن دارند وآحاد را در ضعف
مئات ضرب کرده محفوظ را براو افزوده حاصل را در یسار آن نویسند وهمچنین الی آخره

وبازعدد عشرات رافوق عشرات نوشته وفي نفسه ضرب کرده حاصل راکه زائد علی العشرات باشد تحت حاصل اول بعد دو صفر نویسند و برای عشرات صورت رادرذهن داشته عدد عشرات رادرضعف عدد مئات ضرب نموده حاصل برا و بیفزایند ودر یسار آن نهند وبازعدد مئات رافوق مئات نوشته وهمچنین ضرب نموده حاصل رابعد چهار صفر نویسند بدینصورت

۴۷۵	مطلوب التربیع
۴۷۵	
۴۷۲۵	
۶۰۹۰۰	
۱۶۰۰۰۰	
۲۲۵ ۶۲۵	ماحصل

ونیزاگرضعف هرعدد راکه دران ضرب مطلوب است فوق بنویسند نیزخوب است بدینصورت

۴۰۰	
۸۷۰	
۹۴۵	
۴۷۵	عدد مطلوب التربیع
۴۷۲۵	
۶۰۹۰۰	
۱۶۰۰۰۰	
۲۲۵ ۶۲۵	حاصل الجمع

وبدانکه بعضی درنقل صرف آحاد وعشرات ومئات رانقل بجانب یسار خواه بجانب یمین مینمایند و ضرب درضعف آن می کنند وآنراضرب النقل نام می نهند واین خالي ازتکلف نیست

* قاعدهٔ سیزدهم درضرب شبکهٔ منبری که مخصوص تربیع است ونیزبرای ضرب اعدادیکه مراتب مضروبین متساوي باشند میتواند شد وطریقش این ست که شکلی منبري بکشند که عدد درجات او مساوي عدد مراتب احد المضروبین باشد متصاعداً من الیمین الی الیسار و هر درجه را بخطوط مستقیمهٔ طولي وعرضي منقسم سازند چنانکه درشبکه میکردند تا مربعات صغار پیدا شوند و هرمربع بخط مؤرب منقسم بدو مثلث سازند مثل شبکه بعد ازان مضروب فیه را فوق هردرجهٔ منبر نویسند و مضروب را یسار شکل آحاد تحت عشرات و عشرات تحت مئات وآحاد مضروب رادرآحاد مضروب فیه ضرب کرده آحاد حاصل رادرمثلث تحتاني ایمن مربع اول درجهٔ تحتاني که تحت عدد آحاد مضروب فیه است نویسند و عشرات محفوظ داشته آحاد مضروب رادرعشرات مضروب فیه ضرب کنند وبرمحفوظ بیفزایند وانچه زائد علی العشرات بود درمثلث پائین مربع ثاني درجهٔ تحتاني نویسند و برای عشرات صورت رادرذهن دارند چنانکه درضرب بسیط میکردند وهمچنین حاصلات آحاد مضروب رادر مثلثات تحتاني نوشته درمرتبهٔ اخیر اگرعشرات واقع شود آنرا درمثلث فوقاني که فوق مثلث اخیر تحتاني است نگارند وبازعشرات مضروب راهمچنین درجمیع مراتب مضروب فیه

شکل ۵
صفحہ ۳۲
مضروب
مضروب فیہ
جدول ۴
صفحہ ۱۸
جدول ۷
صفحہ ۳۸
جدول ۶
صفحہ ۳۷
جدول
صفحہ

ضرب کرده حاصلات را انچه زائد بر عشرات باشد در مثلثات که فوق مثلثات اول است نویسند وهرگاه در مربعات درجهٔ اول هیچ مثلث باقي نماند در مثلثي که دریسار آن فوق خط مؤرب اوست ثبت نمایند وهکذا عشرات ومئات مضروب را ضرب نموده عمل نمایند وبطریقیکه درضرب شبکه جمع میکردند جمع سازند که حاصل جمع مطلوب است مثلا خواستم که ۴۳۸۷ را مربع کنم شکل منبري چهار درجه کشیدم ومضروبین را بصفت مذکور نوشتم وضرب کردم وحاصلات را چنانکه ذکر یافت در مثلثات نکاشتم وجمع نمودم حاصل شد ۱۹۲۴۵۷۶۹ وهذه صورته (بجدول ۱۰)

* قاعدهٔ چهاردهم درضرب بالآس ودران شرط است که مراتب مضروبین متساوي باشند ونیز اعداد هر سطر از مضروب ومضروب فیه متساوي بود مثلا خواهند که ۴۴۴ را در ۳۳۳ ضرب سازند پس مضروب ومضروب فیه را تحت یکدیگر نویسند بحیثیتیکه آحاد یکی تحت مرتبهٔ اخیر دیگری افتد بعد ازان عدد آس تحت هر مرتبه نویسند مثلا برای مرتبهٔ آحاد واحد وبرای عشرات دو وبرای مئات سه همچنین تا آخر مرتبهٔ فوقاني برسند ودرانجا عدد آس محاذي اخیر فوقاني وآحاد تحتاني خواهد افتاد بعد ازان عدد آس را نزولا تحت هر مرتبهٔ تحتاني که باقیمانده است نویسند اعني اگر آس مرتبهٔ اخیر فوقاني سه بود بعد ازان دو وبعد ازان واحد نویسند وهمچنین تا اخیر تحتاني برسند پس واحد تحت اخیر تحتاني خواهد افتاد لا محاله چراکه مراتب مضروبین متساوي است بعد ازان آحاد مضروب را در آحاد مضروب فیه ضرب کرده در عدد آس اول ضرب سازند وحاصل را که زائد علی العشرات باشد تحت آن نویسند وصورت عشرات را در ذهن گیرند وباز همان حاصل الضرب آحاد مضروبین را در عدد آس ثاني ضرب کرده ومحفوظ بران افزوده زائد علی العشرات را تحت آس ثاني نگارند وصورت عشرات را محفوظ دارند وباز همان حاصل الضرب آحاد مضروبین را در عدد آس ثالث ضرب نموده ومحفوظ افزوده تحت آن نویسند وهکذا تا آخر برسند مثلا خواستم که ۴۴۴۴ را در ۳۳۳۳ ضرب نمایم مضروبین را بدین صورت نوشتم

۴۴۴۴	مضروب
۳۳۳۳	مضروب فیه
۱۲۳۴۳۲۱	اعداد آس
۱۴۸۱۱۸۵۲	

وتحت آن اعداد آس رسم نمودم وچهار را در سه ضرب نموده حاصل را در آس اول که واحد بود ضرب ساختم حاصل همان دوازده شد دو را تحت آس اول نوشتم وواحد را در ذهن گرفتم باز آن دوازده را در آس دویم

که دواست ضرب کرده محفوظ را افزودم بست وپنج شد پنج را تحت آن نوشتم ود و محفوظ داشتم بازدوازده را در آس سیوم ضرب کردم وهمچنین الی آخره عمل نمودم مطلوب حاصل شد

* قاعدهٔ پانزدهم در ضرب تسعین وآن مخصوص است باینکه جمیع اعداد احد المضروبین تسعه باشد مثلاً خواهند که ۴۵۸۷ را در ۹۹۹۹۹ ضرب کنند پس باید که بریمین مضروب اصفار بعدهٔ مراتب مضروب فیه افزوده مضروب را ساقط کنند که باقی مطلوب است چنانکه در مثال مذکور هکذا

۴۵۸۷۰۰۰۰۰
۴۵۸۷
۴۵۸۶۹۵۴۱۳

* قاعدهٔ شانزدهم در ضرب منقح بدانکه اگر اعداد مضروب اعظم باشد اعنی مثل نه وهشت وغیره چنانکه این عدد ۹۹۹۸۸۹ را درین عدد ۲٦۸ ضرب نمایند پس باید که فضل عشر بر آحاد مضروب وفضل تسعه بر دیگر صور مراتب مضروب بگیرند وآنرا در مضروب فیه ضرب ساخته حاصل را از مضروب فیه که بریمین او اصفار بقدر مراتب مضروب افزوده باشند ساقط کنند که باقی مطلوب است چنانکه در مثال مذکور چون در آحاد نه است پس فضل عشر واحد گرفتم ودر عشرات ومئات هشت هست بود فضل تسعه بران گرفتم نیز واحد برآمد بدینصورت ۱۱۱ آنرا در مضروب فیه ضرب ساختم حاصل ۲۹۷۴۸ گردید آنرا از مضروب فیه که بدینصورت بود ۲٦۸۰۰۰۰۰۰ ساقط کردم باقی مطلوب برآمد

۲٦۸۰۰۰۰۰۰
۲۹۷۴۸
۲٦۷۹۷۰۲۵۲

* قاعدهٔ هفتدهم در ضرب حسنی که موقوف برمهارت تامه است در ضرب آحاد فی الآحاد ومحفوظ داشتن حاصلات در ذهن وجمع کردن آنها وطریقش اینست که مضروب فیه را تحت مضروب نویسند وآحاد مضروب را در آحاد مضروب فیه ضرب نموده حاصل راکه زائد علی العشرات باشد تحت خط عرضی نویسند وصورت عشرات را در ذهن دارند وباز عشرات مضروب را در آحاد مضروب فیه وآحاد مضروب را در عشرات مضروب فیه ضرب ساخته وحاصلات را جمع نموده وبر محفوظ افزوده از جمع انچه زائد علی العشرات باشد آنرا در یسار حاصل اول نویسند وصورت عشرات را در ذهن گیرند وباز مئات مضروب را در آحاد مضروب فیه وعشرات مضروب را در عشرات مضروب فیه وآحاد مضروب را در مئات مضروب فیه ضرب نموده وحاصلات را جمع ساخته وبر محفوظ افزوده از جمع انچه زائد علی العشرات باشد در یسار سابق نگارند وصورت عشرات در ذهن دارند وهمچنین الی غیر

مضروب را در آحاد مضروب فیه و مئات مضروب را در عشرات مضروب فیه و عشرات مضروب را در مئات مضروب فیه ضرب ساخته و اگر در مضروب فیه هم مرتبهٔ الوف باشد پس آحاد مضروب را در الوف مضروب فیه ضرب ساخته حاصلات را جمع کنند بر محفوظ بیفزایند و اگر آحاد مضروب مفروغ الضرب شده باشد بر ان خط محو کشند و از مجموع انچه زائد علی العشرات باشد در یسار سابق نویسند و همچنین هر مرتبه از مضروب که مفروغ الضرب شود بر ان خط محو کشند و حاصلات باقي را جمع کنند و همچنین اگر آحاد مضروب فیه مفروغ الضرب شود اعني عدد اخیر مضروب هرگاه در ان ضرب یابد بر انهم خط محو کشند و همچنین عمل تمام کنند که حاصل الضرب در یک سطر بر آید مثلاً خواستم که ۶۵۴۷ را در ۲۴۳ ضرب سازم مضروب فیه را تحت مضروب نوشتم بدین صورت

۶۵۴۷	مضروب
۲۴۳	مضروب فیه
۱۵۹۰۹۲۱	

و اول هفت را در سه ضرب کردم بست و یک شد واحد را تحت خط عرضي نوشتم و دو را در ذهن گرفتم و باز چهار را که عشرات مضروب بود در سه ضرب نموده و هفت را در چهار که عشرات مضروب فیه است ضرب کرده دو محفوظ بر ان افزودم مجموع چهل و دو گردید دو در یسار اول نوشتم و چهار در ذهن گرفتم و باز پنج را که در مئات مضروب است در سه ضرب کرده و چهار را در چهار ضرب ساخته و هفت را در دو ضرب ساخته و جمع نموده بر محفوظ افزودم چهل و نه شد نه در یسار سابق نگاشتم و چهار را در ذهن گرفتم چون آحاد مضروب مفروغ الضرب شد بر ان خط محو کشیدم و باز شش را در سه ضرب کرده و پنج را در چهار و چهار را در دو ضرب نموده و جمع ساخته بر محفوظ افزودم حاصل پنجاه شد صفر در یسار سابق نگاشتم و پنج را در ذهن گرفتم و چون آحاد مضروب فیه و عشرات مضروب مفروغ الضرب شد بر ان هر دو خط محو کشیدم و باز شش را در چهار و پنج را در دو ضرب نمودم و حاصلات را جمع نموده بر محفوظ افزودم سي و نه شد نه در یسار سابق نگاشتم و سه را در ذهن گرفتم و مئات مضروب و عشرات مضروب فیه مفروغ الضرب شدند بر ان هر دو هم خط محو کشیدم و باز شش را در دو ضرب کرده و حاصل را بر محفوظ افزودم و پانزده را در یسار سابق نگاشتم چون جمیع مراتب مضروبین مفروغ الضرب شدند عمل تمام شد و مطلوب بر آمد

* تنبیه * باید دانست که درین عمل گاهی مجموع حاصلات جمع تا صد یا زیاده از صد میرسد مثلاً یک صد و چهل یا یکصد و چهارده و غیر آن پس آحاد حاصل جمع را تحت خط عرضی می نگارند و اعداد مراتب عشرات و مئات بصورتش در ذهن میگیرند اگر یکصد است صفر مینویسند و ده در ذهن میگیرند و اگر یکصد و چهارده است چهار مینویسند و یازده در ذهن گیرند و اگر یکصد و بست و پنج است پنج نویسند و دوازده در ذهن میگیرند و علی هذا القیاس

* قاعدهٔ هجدهم در تربیع حسنی و آن مخصوص تربیع است طریقش اینکه اعداد مطلوب التربیع را نوشته تحت آن خط عرضی کشند و اول آحاد را فی نفسه ضرب کرده آحاد حاصل را تحت آحاد نویسند و برای عشرات اگر باشد صورت را محفوظ دارند و باز آحاد مطلوب التربیع را در ضعف عشرات آن ضرب کرده و حاصل را با محفوظ جمع نموده آحاد مجموع را در یسار اول نویسند و عشرات را در ذهن گیرند باز آحاد مطلوب التربیع را در ضعف مئات آن ضرب ساخته مع مربع عشرات جمع کرده و بر محفوظ افزوده آحاد مجموع را در یسار سابق نگارند و عشرات را محفوظ دارند باز آحاد را در ضعف الوف و عشرات را در ضعف مئات ضرب نموده و جمع ساخته و بر محفوظ افزوده همچنان آحاد مجموع در یسار سابق نویسند و عشرات را محفوظ دارند و هکذا الی آخر المراتب آحاد را در ضعف هر مرتبه ضرب نمایند و عشرات را در ضعف عدد یمین مضروب فیه آحاد و مئات را در ضعف عدد یمین مضروب فیه عشرات و هکذا ضرب نمایند پس اگر در وسط عددی باقی ماند مربع آن بگیرند و جمیع حاصلات را جمع نموده عمل نمایند و هرگاه آحاد در عدد اخیر ضرب شده مفروغ الضرب شد بران خط محو کشند و عشرات را در ضعف آخر ضرب سازند و چنانکه مذکور شد عمل نمایند بعد ازان بر عشرات هم خط محو کشند و از مئات شروع سازند تا آنکه آخر عدد مرتبهٔ اخیر را فی نفسه ضرب سازند و عمل تمام کنند مثلاً خواستم که ٦٥٤٣٢١ را تربیع کنم آنرا نوشتم و تحت او خط عرضی کشیدم بدینصورت

٦٥٤٣٢١
٤٢٨١٣٥٩٧١٠٤١

بعد ازان واحد را که در مرتبهٔ آحاد بود فی نفسه ضرب کردم واحد شد آنرا تحت آحاد نوشتم باز واحد را در ضعف اثنین که بمرتبهٔ عشرات بود ضرب ساختم چهار برآمد آنرا در یسار اول نگاشتم باز واحد را در ضعف سه که بمرتبهٔ مئات بود ضرب کردم و عشرات که در وسط بود مربع آن گرفته افزودم مجموع ده شد صفر در یسار سابق نهادم و واحد در ذهن

گرفتم باز واحد را در ضعف آحاد الوف که چهار است ضرب کردم و عشرات را در ضعف مئات و بر محفوظ افزودم بست و یک شد واحد در یسار سابق نوشتم و دو در ذهن داشتم باز واحد را در ضعف پنج که بمرتبهٔ عشرات الوف بود ضرب کردم و عشرات را در ضعف آحاد الوف ضرب نمودم و مربع مئات گرفتم و مجموع را بر محفوظ افزودم سی و هفت شد هفت را در یسار سابق نگاشتم و سه را در ذهن گرفتم باز واحد را در ضعف شش که اخیر است ضرب کردم و دو را در ضعف پنج و سه را در ضعف چهار ضرب نمودم و مجموع را بر محفوظ افزودم پنجاه و نه گردید نه را در یسار سابق نگاشتم و پنج را محفوظ داشتم و چون واحد که در مرتبهٔ آحاد بود مفروغ الضرب شد بران خط محو کشیدم و دو را که در مرتبهٔ عشرات بود در ضعف شش ضرب ساختم و سه را در ضعف پنج و چهار را فی نفسه ضرب نمودم و مجموع را بر محفوظ افزودم هفتاد و پنج شد پنج را در یسار سابق نگاشتم و هفت را در ذهن گرفتم و بر دو که بمرتبهٔ عشرات بود چون مفروغ الضرب شد خط محو کشیدم باز سه را که در مرتبهٔ مئات بود در ضعف شش ضرب ساختم و چهار را در ضعف پنج ضرب نموده بر مجموع محفوظ افزودم هشتاد و سه گردید سه را در یسار سابق نوشتم و هشت را در ذهن گرفتم و بر سه هم که مفروغ الضرب شد خط محو کشیدم باز چهار را در ضعف شش ضرب ساختم و پنج را فی نفسه ضرب نمودم و محفوظ را بر مجموع افزودم هشتاد و یک شد واحد را در یسار سابق نوشتم و هشت را محفوظ نمودم و بر چهار هم خط محو کشیدم و باز پنج را در ضعف شش ضرب نمودم و محفوظ بر او افزودم شصت و هشت شد هشت را نوشتم و شش را محفوظ داشتم و بر پنج هم خط محو کشیدم و چون ضرب شش در مرتبهٔ اخیر باقی ماند آنرا فی نفسه ضرب کردم و محفوظ بر او افزودم چهل و دو شد و عمل تمام گردید آنرا در یسار سابق نگاشتم مطلوب بر آمد

* فائده چون درین هر دو ضرب حسنی و تربیع حسنی احتیاج بجمع حاصلات و حفظ آن میشود و اکثر احتمال سهو می باشد لهذا اگر بطریق عقد انامل حفظ اعداد باصابع نمایند بهتر است ضابطهٔ عقد انامل اینست که از اصابع خمسهٔ یمنی خنصر و بنصر و وسطی جهة عقود تسعهٔ آحاد تعین رفته و سبابه و ابهام از برای عقود نه گانهٔ عشرات مقرر شده و از اصابع خمسهٔ یسری سبابه و ابهام بضبط عقود تسعهٔ مئات مخصوص گشته و خنصر و بنصر و وسطی بعقد نه گانهٔ آحاد الوف

اختصاص یافته پس صور عقود یکی تا نه و عقود آحاد الوف از یک هزار تا نه هزار یکسان بود و تفرقه و تمییز یمین و یسار کرده شود پس بدانکه از برای واحد خنصر دست راست فرو باید گرفت وجهة اثنان بنصر را با خنصر ضم کردن و جهة ثلثه وسطی را نیز چنانکه در عدد اشیاء بین الناس معهود و متعارف است ولیکن درین سه عقد باید که رؤس اصابع نیک نزدیک اصول باشد وجهة اربعه خنصر را رفع باید کرد و بنصر و وسطی را معقود باید گذاشتن و برای خمسه بنصر را نیز رفع کردن وجهة سته وسطی را رفع کرده بنصر را فقط فرو باید گرفت چنانکه سر انملة اش بر وسط کف باشد و از برای سبعه آنرا هم برداشته خنصر تنها را عقد باید کرد چنانکه سر انگشت نیک مائل باشد بجانب بند دست وجهة ثمانیه با بنصر هم همان باید کرد و برای تسعه با وسطی نیز و در عقود ثلثة اخیر باید که رؤس انامل بر طرف کف باشد تا بعقود ثلثة اول مشتبه نگردد و از برای عشره سر ناخن سبابۀ یمنی را بر مفصل اول ابهام باید نهاد چنانکه فرجه میان دو انگشت بحلقۀ مدور مشابه باشد و از برای عشرین طرف عقد زیرین سبابه که نزدیکی وسطی است بر پشت ناخن ابهام باید نهاد چنانکه پنداری انملۀ ابهام را در میان اصول سبابه و وسطی گرفته اما وسطی را برد لالت بعشرین مدخلی نباشد چه اوضاع او از برای عقود آحاد متغیر و متبدل گردد و اتصال ناخن ابهام بطرف عقد زیرین سبابه بخلال خود دلالت بر عشرین کند و از برای ثلثین ابهام را قائم داشته سر انملۀ سبابه بر طرف ناخن او باید نهاد چنانچه وضع سبابه با ابهام شبیه باشد بهیئت قوس و وتر و اگر جهت سهولت عقد ابهام را خمی باشد دلالت بر مقصود کند و التباسی واقع نگردد و از برای اربعین باطن انملۀ ابهام را بر ظهر عقد زیرین سبابه باید نهاد چنانکه میان ابهام و طرف کف هیچ فرجه باقی نماند وجهة خمسین سبابه را قائم داشته ابهام را تمام خم باید داد و بر کف محاذی سبابه باید نهاد و از برای ستین ابهام را خم داده باطن عقد دویم سبابه را بر پشت ناخن او باید نهاد و از برای سبعین ابهام را قائم داشته باطن عقد اول یا دویم سبابۀ را بر طرف ناخن او باید نهاد چنانکه پشت ناخن ابهام تمام مکشوف باشد و از برای ثمانین ابهام را منتصب گذاشته طرف انملۀ سبابه را بر پشت مفصل او باید نهاد و از برای تسعین سر ناخن سبابه را بر مفصل عقد دویم ابهام باید نهاد چنانچه در عقد عشر بر مفصل انملۀ اولی می نهند و چون این صور و انواع هیژده گانه که نه از عقد خنصر و بنصر و وسطی ذکر کرده شد و نه از عقد سبابه

وابهام شرح آمد استحضار کرده شود واز مقدمات سابق روشن گشت که انچه در دست راست دلالت بر عقدی از عقود آحاد کند از یکی تانه در دست چپ دلالت بر آحاد الوف کند از یکهزار تانه هزار وانچه در دست راست دلالت بر عقدی از عقود نه گانهٔ عشرات کند از ده تا نود در دست چپ دلالت بر همان عقدی از عقود مئات کند از یک صد تا نهصد و باصابع هر دو دست از یکی تانه هزار و نهصد و نود و نه بدان صور هیژده گانه ضبط توان کرد و اما جهة عقد ده هزار طرف انمله ابهام را متصل باید ساخت بطرف تمام انملهٔ سبابه و بعضی از عقد دو یم او چنانکه سر ناخن سبابه با سر ناخن ابهام برابر باشد و طرفش بطرف او

* مطلب هفتم در قسمت * (۲۶)

بدانکه قسمت در لغت بخش کردن و حصه نمودن است ودر اصطلاح این فن تجزیهٔ مقسوم است باجزاء متساوی به لحاظ مقسوم علیه وبعضی گویند که قسمت تحصیل عددی است که اگر آنرا در مقسوم علیه ضرب کنند حاصل مساوی مقسوم بود وآن بحسب غایة دو نوع بود یکی آنکه مقسوم را قسمت کنند باجزاء متساوی بحیثیتیکه عدد اجزاء او بعدهٔ آحاد مقسوم علیه باشد کما قال صاحب خلاصة الحساب وتَجْزِيَتُهُ بِمُتَسَاوِيَاتٍ بِعِدَّةِ آحَادِ آخَرَ قِسْمَةٌ مثلاً بست را بر چهار قسمت کنند اعني چهار حصه نمایند پس مقدار هر حصه پنج خواهد برآمد ودرینجا مقصود استخراج مقدار کل واحد من الحصص است لهذا بعضی رسم قسمت بدینگونه کرده اند که اَلْقِسْمَةُ تَحْصِيلُ نَصِيبِ الْوَاحِدِ وَالْجُمْهُورُ عَلَى الْإِطْلَاقِ يُرِيدُونَ بِالْقِسْمَةِ مَعْرِفَةَ مَا يَجِبُ لِلْوَاحِدِ الصَّحِيحِ مِنْ آحَادِ الْمَقْسُومِ عَلَيْهِ مِنْ جُمْلَةِ الْمَقْسُومِ پس خارج قسمت از جنس مقسوم خواهد بود اعني بست روپیه را بر چهار کس اگر قسمت کنند حصهٔ هریک پنج روپیه خواهد برآمد دویم مقسوم را قسمت کنند باجزاء متساوی بحیثیتیکه مقدار هر حصه بقدر مقسوم علیه باشد مثلاً بست را بر چهار قسمت کنند اعني مقدار هر حصه چهار باشد پس عدد حصص پنج خواهد برآمد ودرینجا مقصود استخراج عدد حصص است پس مقسوم علیه از جنس مقسوم خواهد بود اعني در بست روپیه اگر چهار چهار روپیه بهریک بدهند بچند کس میتوانند داد وهم برین متفرع است تعریف قسمت که صاحب خلاصة الحساب نموده حَيْثُ قَالَ هِيَ طَلَبُ عَدَدٍ نِسْبَتُهُ إِلَى الْوَاحِدِ كَنِسْبَةِ الْمَقْسُومِ إِلَى الْمَقْسُومِ عَلَيْهِ زیراکه نسبت در دو شيء که از یک جنس باشند متحقق می شود واگر از دو جنس باشند نسبت در انجا متحقق

نمی شود الا بتاویل پس ازین تعریف معلوم شد که مقصود نوع دویم است اعنی مقسوم علیه
از جنس مقسوم باشد ودرینصورت تعریف نوع اول چنین خواهد بود که آن تحصیل عددی است
که نسبت او بطرف مقسوم مثل نسبة واحد بطرف مقسوم علیه بود زیرا که درانجا خارج قسمت
از جنس مقسوم است وچون قوم درین هردو نوع خلاف کرده اند بعضی درهردو نوع فرق
نمی کنند چنانکه عامۀ محاسبین وبعضی فرق کرده اول را مخصوص کم منفصل میدانند وثانی
را مخصوص متصل وهردو خطا است چه فرق هردو نوع ظاهر است وتخصیص باطل وغالبکه
صاحب خلاصة الحساب برای همین درصدر باب اول تعریف قسمت که مخصوص بنوع اول
بود نموده ودرفصل قسمت تعریف که مخصوص بنوع ثانی بود بیان فرموده تا هردو نوع را
لفظ قسمت شامل شود وهیچ کسی از شارحین خلاصة الحساب وغیر آن متعرض تحقیقات این نشده
فَافهم فَانَّهُ دَقِیقٌ وَلَطِیفٌ وبدانکه عددی را که قسمت او منظور است مقسوم گویند وبرعددیکه
قسمت نماید مقسوم علیه وعدد حاصل را خارج قسمت نامند وقسمت عکس ضرب است
ونیز باید دانست که قسمت بردو نوع است یکی قسمت قلیل برکثیر اعنی مقسوم اقل از مقسوم علیه
بود وآنرا نسبة نیز گویند مثلاً سه را برپنج قسمت کنند وطریقش انست که مقسوم را برمقسوم علیه
منسوب سازند که همان خارج قسمت است مثلاً درمثال مذکور سه را برپنج منسوب سازند
بدینصورت نویسند $\frac{3}{5}$ وآن سه خمس است که خارج قسمت باشد ودویم قسمت کثیر بر قلیل وآن
نیز بردو گونه است یکی آنکه اعداد مقسوم قلیل باشد مثلاً هشت رابرد وقسمت کنند یا بست را
برچهار وغیر آن وطریقش اینست که طلب کنند عددی را که اگر آنرا درمقسوم علیه ضرب کرده
حاصل را از مقسوم ساقط کنند مقسوم بالکل فنا شود یا اقل از مقسوم علیه باقیماند پس اگر مقسوم
بالکل فنا شود خارج قسمت همان عدد مطلوب است واگرچیزی باقیماند پس آنرا بر مقسوم علیه
منسوب سازند که خارج قسمت عدد مطلوب معه حاصل نسبة است مثلاً اگر بست را برچهار
قسمت کنند پنج خارج قسمت است واگر بست ودو را برچهار قسمت کنند پس دو را که باقی میماند
برچهار منسوب سازند درینصورت پنج صحیح ودو ربع خارج قسمت است بدینصورت $5\frac{2}{4}$
دویم انکه اعداد مقسوم کثیر باشند وطریق اول معمول فقیر اینست که مقسوم را جائی نویسند
ومقسوم علیه را جائی دیگر واول مقسوم علیه را تضعیف سازند وتحت مقسوم علیه نویسند ومحاذی

در منقول عنه لفظ تسمیه واقع است ظاهر اینکه نسبة است

مقسوم علیه در یسار یا در یمین بعد خط طولانی فاصل رقم واحد ثبت نمایند و محاذی تضعیفش
بهمان جانب رقم اثنین و باز تضعیف را با مقسوم علیه جمع کرده تحت آن نویسند و محاذی او
رقم سه گذارند و باز تضعیف را تضعیف کنند و تحت سابق نگارند و محاذی آن رقم چهار نهند و باز
مقسوم علیه را با تضعیف تضعیف جمع کرده تحت آن نویسند و محاذی او رقم پنج گذارند و باز
تضعیف را با تضعیف تضعیف جمع کرده تحت آن ثبت نمایند محاذی او رقم شش نویسند باز
مقسوم علیه و تضعیف را با تضعیف تضعیف جمع کرده تحت آن رقم نمایند و محاذی او رقم
هفت نهند و تضعیف تضعیف را ضعف سازند و تحت سابق نویسند و محاذی او رقم هشت مرقوم
کنند و باز مقسوم علیه را با آن جمع کنند و محاذی او رقم نه نویسند و چون در حقیقت این همه
تضعیفات حاصل الضرب مقسوم علیه در اعداد محاذی از یک تا نه است پس اگر بخواهند
که در هر مرتبه مقسوم علیه را جمع کرده نویسند که همان حاصلات خواهد بود چنانکه از مثال
واضح شود بعد ازان مراتب مقسوم علیه را به بینند که چند است و همان قدر از مراتب مقسوم
من جانب الیسار بگیرند و ملاحظه کنند که مقسوم علیه خواه از تضعیفاتش کدام عدد از مقسوم
ساقط میتواند شد لکن به شرطیکه آن عدد اکثر باشد اعنی اگر عدد ثانی که تضعیف مقسوم علیه است
ساقط تواند شد پس مقسوم علیه را ساقط نکنند و اگر عدد ثالث که حاصل الجمع مقسوم علیه با تضعیف
اوست ساقط تواند شد عدد ثانی را ساقط نسازند و همچنین تا وقتیکه عدد تاسع ساقط شود عدد
ثامن را نگیرند پس هرگاه چنین عدد یافته شود آنرا از مقسوم ساقط کنند و رقم محاذی آنعدد را
فوق مقسوم محاذی آحاد منقوص رسم سازند و اگر هیچ یک عدد از تضعیفات مقسوم علیه
خواه خود مقسوم علیه ساقط نتواند شد یک مرتبه دیگر از مقسوم من جانب یمین بیفزایند و بعد ازان
ساقط کنند و باقی را تحت خط عرضی نویسند و عدد یمین او از مقسوم یمین باقی نقل کنند و باز به بینند
که کدام عدد از تضعیفات مقسوم علیه بطریق مذکور ازان ساقط میتواند شد پس آنرا ساقط کنند
و باقی را تحت خط عرضی دیگر نویسند و عدد محاذی منقوص را در یمین فوقانی نویسند
و اگر هیچ عدد ساقط نتواند شد صفر گذارند و باز عدد یمین او را از مقسوم یمین باقی نقل کنند و همچنان
عمل نمایند و تا آحاد مقسوم برسند پس اگر در مرتبهٔ اخیر هیچ باقی نماند خارج قسمت عدد فوقانی
است و اگر چیزی باقیماند آنرا بر مقسوم علیه منسوب سازند که خارج قسمت عدد فوقانی معه عدد

حاصل النسبة است مثلاً خواستم که ۵۳۹۸۷۴ را بر ۲۳ قسمت سازم نوشتم مقسوم را جائی و مقسوم علیه را
جائی دیگر و محاذي او رقم واحد نوشتم و اولاً مقسوم علیه را تضعیف نمودم و محاذي او رقم دو نگاشتم
باز مقسوم علیه را با تضعیف جمع نمودم و محاذي او رقم سه نوشتم و باز تضعیف را تضعیف کردم خواه همان
عدد ثالث را با مقسوم علیه جمع ساختم و رقم چهار محاذي او نگاشتم و همچنین تا نه بعمل آوردم
بدین صورت

	مقسوم علیه
۱	۲۳
۲	۴۶
۳	۶۹
۴	۹۲
۵	۱۱۵
۶	۱۳۸
۷	۱۶۱
۸	۱۸۴
۹	۲۰۷

خارج قسمت ۲۳۴۷۲
مقسوم ۵۳۹۸۷۴
۴۶
۷۹
۶۹
۱۰۸
۹۲
۱۶۷
۱۶۱
۶۴
۴۶
۱۸

بعد ازان چون مراتب مقسوم علیه دو است پس از مقسوم دو مرتبه از یسار گرفتم بصورت پنجاه و سه گردید پس از تضعیفات مقسوم علیه صرف تضعیف که ازان ساقط میتواند شد آنرا ساقط نمودم و باقي را که هفت ماند تحت خط عرضي نگاشتم و نه را که در یمین او بود تحت خط عرضي نقل کردم و دو را که محاذي تضعیف مقسوم علیه بود
فوق مقسوم محاذي آحاد منقوص نگاشتم باز دیدم که باقي مع عدد یمین بصورت هفتاد و نه است
پس از اضعاف مقسوم علیه عدد ثالث را یافتم که ازان ساقط میتواند شد آنرا ساقط کردم و باقي را
که ده ماند باز تحت خط عرضي دیگر نوشتم و عدد محاذي منقوص را که سه بود در یمین اول
فوق مقسوم نگاشتم و عدد یمین باقي را از مقسوم تحت خط عرضي نقل نمودم بصورت یکصد
و هشت گردید پس از اضعاف مقسوم علیه عدد رابع را که نود و دو است قابل اسقاط یافتم و ازان ساقط
نمودم و باقي را که شانزده ماند تحت خط عرضي نوشتم و چهار را که محاذي منقوص بود فوق مقسوم
در یمین سابق نگاشتم و عدد یمین باقي را از مقسوم تحت خط عرضي نقل نمودم بصورت یکصد
و شصت و هفت گردید از تضعیفات مقسوم علیه عدد سابع را قابل اسقاط یافتم و ساقط نمودم و باقي را
که شش ماند تحت خط عرضي نگاشتم و هفت را فوق مقسوم در یمین سابق نهادم و عدد یمین باقي
از مقسوم تحت خط عرضي نقل نمودم بصورت شصت و چهار شد پس عدد ثاني را که تضعیف
مقسوم علیه بود قابل اسقاط یافتم ساقط نمودم و باقي را که هجده ماند تحت خط عرضي نهادم
و عدد دو فوق مقسوم یمین سابق نوشتم و چون مقسوم تمام شد و باقي هجده ماند که اقل از مقسوم

علیه است آنرا بر مقسوم علیه منسوب ساختم خارج قسمت عدد فوقانی معه حاصل النسبة بر آمد بدینصورت

۲۳۴۷۲ | ۱۸ | ۲۳

طریق دویم که صاحب عیون الحساب بیان ساخته باید که شکلی ذو اربعة اضلاع بکشند و آنرا بمربعات صغار منقسم سازند بحیثیتیکه عدد مربعات عرضی مساوی عدد مراتب مقسوم علیه بود بشرطیکه آخر مقسوم علیه و یمین او زائد از اخیر مقسوم و یمین او نباشد والا یک مربع زائد بکشند و مربعات طولی بحیثیتی باشند که ارقام مقسوم را در مربعات فوقانی عرضی و در مربعات طولانی یمینی توانند نوشت و آحاد مقسوم در مربع تحتانی یمینی واقع شود و اخیر مقسوم در مربع اخیر فوقانی عرضی افتد و مقسوم علیه را بالای مربعات فوقانی عرضی نویسند بحیثیتیکه آحاد مقسوم علیه محاذی مربع یمینی فوقانی باشد بعد ازان طلب کنند اکثر عدد از آحاد که آنرا در جمیع مراتب مقسوم علیه ضرب کرده حاصل از مقسوم که محاذی اوست ساقط توانند کرد و هرگاه چنین عدد یافته شود آنرا در یمین مربعات فوقانی خارج جدول نویسند و آنرا بطور ضرب بسیط در مقسوم علیه ضرب نموده حاصل را در همان مربعات تحت ارقام مقسوم نگارند و ساقط کنند و باقی در مربعات سطر دویم یکمرتبه جانب یسار نقل کرده بنویسند و اگر باقی رقم آخر به سبب نقل خارج از جدول بیکمرتبه افتد مضایقه ندارد و باز طلب عددی دیگر کنند که آنرا در مقسوم علیه ضرب کرده حاصل را از اعداد سطر دویم ساقط توانند کرد و هرگاه بیابند تحت عدد اول نویسند و بهمان طریق ضرب کرده حاصل را در مربعات سطر دویم تحت ارقام آن نویسند و ساقط کنند و باقی را در سطر سیوم یکمرتبه جانب یسار نقل سازند و همچنین تا آخر برسند و در آخر اگر چیزی باقیماند انرا تحت جدول نویسند و بر مقسوم علیه منسوب سازند و اکثر الاعداد اگر بطوریکه در طریق اول گفته شد حاصل سازند خوب است مثلاً خواستم که ۱۹۶۰۳۴۵۹۲ را بر ۷۵۶ قسمت کنم جدول چنانکه گفته شد رسم نمودم و عمل کردم خارج قسمت ۲۵۹۳۰۵ | بر آمد و هذه صورته (جدول ۱۱)

۱۲ | ۷۵۶

طریق سیوم که معروف است و در خلاصة الحساب مذکور که بالای عدد مقسوم خط عرضی کشند و خلال هر مرتبه از مراتب مقسوم خطوط طولانی رسم نمایند بدان مقدار که برای عمل کفایت کند و مقسوم علیه را پائین جدول نویسند بحیثیتیکه اخیر مقسوم علیه محاذی اخیر مقسوم باشد اگر مقسوم علیه اقل از اعداد محاذی باشد والا یک مرتبه بجانب یمین نقل کرده نویسند و طلب کنند

اکثر عددي را از آحاد چنانکه مذکور شد و آنرا فوق جدول نگارند بحیثیتیکه محاذي آحاد مقسوم علیه
واقع شود و بعد ازان آنرا در جمیع مراتب مقسوم علیه بطور ضرب بسیط ضرب ساخته حاصل را
از مقسوم که محاذي مقسوم علیه است ساقط کنند و باقي را تحت خط عرضي نویسند و عدد یمین
ثاني را از مقسوم نیز تحت خط عرضي نقل کنند و مقسوم علیه را یکمرتبه بجانب یمین نقل نماید
و باز طلب عدد دیگر کنند چنانکه مذکور شده است و همچنین عمل تمام کنند و هرچه از مقسوم
بعد قسمت باقي ماند آنرا بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ۶۱۳۶۷ را بر ۳۶ قسمت کنم
عمل نمودم چنانکه مذکور شد خارج قسمت | ۱۷۰۴ بر آمد و هذه صورته (جدول ۱۲)
۲۳
۳۶ و باید دانست که بعضي درین طریق ضرب
بسیط نمیکنند بلکه عدد خارج را اول در مرتبهٔ اخیر مقسوم علیه ضرب کرده و حاصل را ساقط نموده باقي
تحت خط عرضي مینویسند و باز در عدد یمین آن ضرب نموده حاصل را از محاذي او ساقط مي سازند
و همچنین تا آحاد مقسوم علیه میرسند و درین طریق عمل طول میشود و تطویل لاطائل است و نیز بعضي ثاني را
معه عدد یمین او یک مرتبه بجانب یسار نقل مي کنند و مقسوم علیه را نقل نمیسازند و مآل هر دو یا حد است
طریق چهارم که بعضي شارحین خلاصة الحساب نوشته اند باید که مقسوم را نوشته تحت آن دو خط
عرضي بفاصلهٔ که درمیان آن رقوم خارج قسمت توانند نوشت بکشند و تحت آن خطوط مقسوم علیه را
چنانکه آخر مقسوم علیه محاذي آخر مقسوم باشد اگر مقسوم علیه زائد از اعداد محاذي نبود الا یک مرتبه
جانب یمین نقل کرده بنویسند و طلب کنند اکثر عددي را از آحاد که آنرا در جمیع مراتب
مقسوم علیه ضرب نموده حاصل را از مقسوم که محاذي اوست ساقط توانند کرد و [illegible]
ان عدد را درمیان خطین عرضیین محاذي آحاد مقسوم علیه نویسند و اول در آحاد مقسوم علیه
ضرب ساخته حاصل راکه زائد علی العشرات بود از عدد مقسوم که محاذي مقسوم علیه است
در ذهن ساقط کنند و بران عدد خط محو کشیده باقي را فوق آن نگارند و صورت عشرات حاصل
را در ذهن گیرند و اگر نقصان نتواند شد ده بران افزوده نقصان کنند و برای آن ده هم واحد را
گرفته با صورت عشرات حاصل الضرب جمع نموده در ذهن دارند و از ان عدد خارج القسمة را
در عشرات مقسوم علیه ضرب نموده و حاصل را با محفوظ جمع ساخته زائد علی العشرات را
از عدد مقسوم که محاذي عشرات مقسوم علیه است در ذهن ساقط کنند اگر ممکن باشد و الا ده

بران افزوده ساقط کنند وهمچنان برای ده واحد را باصورت عشرات حاصل جمع ساخته در ذهن دارند تا اینکه تا آخر مراتب مقسوم علیه ضرب واقع شود بعد ازان مقسوم علیه رایک مرتبه بجانب یمین نقل کنند وچون فوق هر مراتب سابق از مقسوم علیه بالای خط محو هر عدد که باشد باقی بعد اسقاط است پس باز طلب عدد دیگر بهمان صفت نمایند وهمچنان عمل کنند واگر در آخر بعد قسمت چیزی باقی ماند آنرا بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلا خواستم که ١٩٨٧٥٤ را بر ٥٢٣ قسمت کنم نوشتم مقسوم را وتحت او دو خط عرضی کشیدم وتحت او مقسوم علیه را نگاشتم چنانکه مذکور شد وطلب کردم اکثر عددی را از آحاد سه را یافتم آنرا ما بین خطین محاذی آحاد مقسوم علیه نوشتم واول در سه که آحاد مقسوم علیه بود ضرب کردم نه شد چون از هفت که محاذی آحاد مقسوم علیه است ساقط نتوانست شد لهذا از هفتده ساقط کرده هشت را فوق هفت بعد خط محو نوشتم وواحد را در ذهن گرفتم باز خارج را در دو ضرب کرده واحد محفوظ بر او افزودم هفت شد آنرا از هشت که محاذی عشرات مقسوم علیه بود ساقط کرده واحد را بعد خط محو فوق هشت نگاشتم وباز سه را در پنج که مئات مقسوم علیه است ضرب کرده پانزده را از نوزده که محاذی مئات مقسوم علیه است ساقط نمودم وچهار را بعد خط محو بالای نه نوشتم وبر واحد که در یسار او بود نیز خط محو کشیدم ومقسوم علیه را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز طلب عدد دیگر کردم وهمچنان عمل الی آخره نمودم پس خارج قسمت ٣٨٠ برآمد وهذه صورته

٠٤١٨١
١٩٨٧٥٤
٣٨٠
٥٢٣
٥٢٣
٥٢٣

$\frac{14}{523}$ وباید دانست که در چنین اعمال طریق پیدا کردن اکثر عددی از آحاد آنست که عدد اخیر مقسوم علیه را با محاذی او که از مقسوم است به بینند که در کدام عدد اخیر مقسوم علیه را ضرب ساخته از مقسوم ساقط میتوانند کرد وبعد ازان عدد یمین اخیر مقسوم علیه را به بینند که در ان عدد اگر ضرب یابد حاصل آن محاذی ساقط میتواند شد یا نه هرگاه چنین عدد بهم برسد آن عدد اکثر الآحاد خواهد بود وگاهی به ندرت ضرورت میشود که تا آحاد مقسوم علیه را هم ملاحظه میکنند فافهم

فائده اگر در یمین مقسوم ومقسوم علیه صفر یا اصفار متساوی باشند آنها را حذف سازند واگر در یکی زیاده بود در دیگری کم باشد بعدهٔ اصفار کم از هر دو حذف سازند وباقی را بر باقی قسمت کنند

مثلاً اگر خواهند که (۵۰۲۵۰۰۰ را بر ۷۵۰۰۰ قسمت کنند چون اصفار یمین مقسوم و مقسوم علیه متساوی اند آنها را حذف ساخته ۵۰۲۵ را بر ۷۵ قسمت سازند و اگر خواهند ۵۰۲۵۰۰۰ را بر ۷۵۰۰ قسمت کنند چون اصفار مقسوم علیه کم از اصفار مقسوم است پس بعدهٔ اصفار مقسوم علیه از مقسوم هم حذف کرده ۵۰۲۵۰ را بر ۷۵ قسمت نمایند که خارج مطلوب است

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه از اول عقدها باشد مثل ده و یک صد و یک هزار و غیر آن پس باید که از یمین مقسوم ارقام بعدهٔ اصفار مقسوم علیه ساقط کنند که باقی صحاح خارج است و ارقام مسقط را بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ۸۷۳۵۲۹ را بر ده قسمت کنم چون در یمین مقسوم علیه یک صفر بود پس آحاد مقسوم را که نه بود ساقط کردم باقی صور صحاح خارج ماند ۸۷۳۵۲ و نه را که مسقط بود بر ده منسوب ساختم و همچنین اگر خواهم که مقسوم مذکور را بر یکصد قسمت کنم چون عدد اصفار مقسوم علیه دو است پس دو رقم از یمین مقسوم که آحاد و عشرات باشد ساقط نمودم و آنرا بر یک صد منسوب ساختم خارج قسمت بدین صورت گردید

۸۷۳۵۲
۹
۱۰

۸۷۳۵
۲۹
۱۰۰

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه مفرد غیر الآحاد باشد پس از یمین مقسوم ارقام بعدهٔ اصفار مقسوم علیه ساقط کرده باقی را بر صورهٔ مقسوم علیه که بعد حذف اصفار باشد قسمت کنند که خارج قسمت اعداد صحیح است و اگر چیزی باقی ماند آنرا بر یسار مسقط افزوده بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً خواستم که ۵۱۹۰۸۴ را بر ۹۰۰ قسمت کنم چون در مقسوم علیه دو صفر است لهذا آحاد و عشرات مقسوم را ساقط کرده ۵۱۹۰ را بر نه قسمت نمودم خارج ۵۷۶ صحیح شد و شش باقی ماند آنرا بر یسار مسقط افزودم و بر مقسوم علیه منسوب ساختم بدین صورت گردید

۵۷۶
۶۸۴
۹۰۰

فائدهٔ دیگر هر عدد را که بر پنج قسمت کنند باید که آن عدد را ضعف ساخته مرتبهٔ آحاد را ساقط کنند که باقی صحاح خارج است و رقم مرتبهٔ آحاد مسقط را تنصیف ساخته بر پنج منسوب سازند مثلاً خواستم که ۲۰۵۴۸ را بر پنج قسمت کنم مقسوم را ضعف نمودم ۴۱۰۹۶ شد مرتبهٔ آحاد آنرا ساقط نموده و نصف رقم آحاد را بر پنج منسوب ساختم خارج قسمت

شد وهمچنین اگر مقسوم علیه پنجاه یا پانصد یا پنجهزار باشد پس از یمین ضعف مقسوم ارقام ۴۱۰۹ بعده مراتب مقسوم علیه ساقط نمایند ونصف مسقط را بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً ۳ ۵ اگر خواهم که ۹۷۸۶۴ را بر پنجاه قسمت کنم پس مقسوم را ضعف نمودم ۱۹۵۷۲۸ شد از ان ارقام آحاد وعشرات را ساقط کردم وتنصیف نموده برمقسوم علیه منسوب ساختم خارج قسمت بدینصورت شد ۱۹۵۷ و اگر مقسوم مذکور را بر پانصد قسمت کنم از ضعف او ارقام آحاد وعشرات ومئات را ساقط نمودم وتنصیف کردم وبر پانصد منسوب ساختم خارج ۱۴ ۵۰ قسمت بدین صورت گردید ۱۹۵ ۳۶۴ ۵۰۰

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه جزء عقدهٔ باشد اعني نسبت او بطرف عقده نسبت صحیحه بود مثل بست وپنج که آنرا بطرف صد نسبت ربع است یا دو که آنرا بطرف ده نسبت خمس است یا سي وپنج که نصف هفتاد است یا سه صد وپنجاه که نصف هفتصد است و علی هذا القیاس پس مقسوم را در مخرج آن جزء ضرب سازند وبران عقده قسمت کنند مثلاً خواستم که ۳۹۸۹۰۵۲ را بر ۲۵ قسمت کنم چون بست وپنج ربع یک صد است مقسوم را در چهار که مخرج ربع است ضرب ساختم ۱۵۹۵۶۲۰۸ گردید آنرا بریکصد قسمت نمودم خارج قسمت ۱۵۹۵۶۲ ۸ ۱۰۰ برآمد و اگر بخواهم که مقسوم مذکور را بر ۳۵۰ قسمت کنم آنرا در دو ضرب ساختم حاصل ۷۹۷۸۱۰۴ شد آنرا برهفت صد قسمت کردم خارج قسمت ۱۱۳۹۵ ۶۰۴ ۷۰۰ گردید

فائدهٔ دیگر چون خاصهٔ عدد نه ومرکبات او مثل نود ونه ونهصد ونود ونه وغیر آن اینست که هر عدد مفرد راکه بران قسمت کنند خارج وباقي بصورت آن مفرد خواهد بود لکن مراتب خارج بقدر مراتب مقسوم علیه از مراتب مقسوم کم خواهد برآمد پس هر عددی را که بر نه قسمت کنند ارقام مقسوم را از یسار شروع بجمع نمایند اعني رقم آخر را باصورة متلوا وجمع سازند اگر نه یا زائد از نه شود پس بر رقم اخیر واحد افزوده فوق متلوا اخیر نویسند و اگر کم از نه شود همان رقم اخیر را ثبت نمایند و مجموع را بر نه قسمت کرده باقي را باز باصورت متلو او جمع کنند اگر مجموع کم از نه باشد همان باقي فوق متلو مذکور نگارند والا واحد افزوده ثبت کنند و مجموع را باز طرح کرده باقي را با متلو او جمع سازند وهمچنان عمل نمایند وهرجاکه بعد طرح هیچ باقي نماند فوق متلو او صفر گذارند و اگر رقم اخیر عدد نه باشد فوق آن واحد

نویسند وبرمتلو او صفر گذارند چرا که ازنه بعد طرح هیچ باقي نخواهد ماند وهمچنین تا بآحاد مقسوم مرسند پس در آخر بعد طرح هرچه باقیماند آنرا برنه منسوب سازند مثلاً خواستم که

$$\frac{۵۸۱۱۶۴۲}{۵۲۳۰۴۷۸۵}$$

را برنه قسمت کنم رقم اخیر مقسوم را که پنج است با متلو او که دو است جمع نمودم هفت شد چون کم ازنه بود پس پنج را فوق دو نوشتم باز مجموع را چون طرح نتوانست شد باقي فرض کردم و با متلو او که سه بود جمع نمودم ده شد وزائد برنه گردید پس واحد بر هفت افزوده هشت را فوق سه نگاشتم و مجموع را طرح نمودم واحد باقي ماند آنرا با صفر جمع نمودم همان واحد شد پس واحد را به سبب اینکه کمتر ازنه بود فوق صفر نوشتم و مجموع را که واحد بود چون طرح نتوانست شد باز باقي فرض کردم و با چهار جمع ساختم پنج شد لهذا باز واحد را فوق چهار نگاشتم و پنج را باقي فرض کرده با هفت جمع ساختم دوازده شد و زائد برنه گردید بر پنج واحد افزوده شش را فوق هفت نوشتم و دوازده را طرح کرده سه را باقي گرفتم و آنرا با هشت جمع کردم یازده شد واحد بر سه افزوده چهار را فوق هشت نهادم و یازده را طرح کرده دو را باقي گرفتم و با پنج جمع نمودم هفت شد پس دو را فوق پنج نهادم و هفت را که طرح نشد برنه منسوب ساختم خارج قسمة ۵۸۱۱۶۴۲ $\frac{۷}{۹}$ بر آمد

فائدهٔ دیگر هر عددیرا که برنه قسمت کنند اگر صور ارقام را از یسار جمع نمایند پس رقم اخیر را تحت رقم اخیر بعد خط عرضي نویسند و آنرا با صورهٔ یمین او جمع نموده آحاد مجموع را تحت او نگارند و عشرات را در یسار تحت مرقوم اول و باز مجموع را با صورت یمین جمع نموده همچنان نگارند و باز صورهٔ یمین را بر مجموع بیفزایند تا که بعشرات مقسوم رسد و بعد از آن رقم آحاد بر مجموع که تا عشرات شده باشد افزوده برنه قسمت کنند و خارج قسمت را در تحت عشرات مقسوم نگارند و باقي را برنه منسوب سازند و جمع نمایند که مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که ۱۰۹۶۸۳۸۴۸ را برنه قسمت کنم نوشتم مقسوم را

۱۰۹۶۸۳۸۴۸
۱۱۰۶۴۹۵۹
۱۱۳۳۳۳۵
۱۲۱۸۷۰۹۴ $\frac{۲}{۹}$

بعد از آن واحد را که در اخیر بود بجنسه تحت خط عرضي نوشتم و باز واحد را با صفر جمع نمودم همان واحد شد واحد را تحت صفر نگاشتم و باز نه را با واحد جمع کردم ده شد ده را تحت نوشتم بحیثیتیکه صفر تحت نه و واحد تحت واحد افتاد و باز ده را با شش جمع ساختم و شانزده را تحت او نوشتم و باز با هشت جمع کردم بست و چهار گردید آنرا تحت هشت نهادم و باز با سه جمع نمودم و بست و هفت را تحت سه نوشتم و با هشت

جمع کردم سي و پنج را تحت هشت نگاشتم و با چهار جمع نمودم و سي و نه را تحت چهار نوشتم
چون جمع ارقام تا مرتبهٔ عشرات مقسوم رسیده آنرا با هشت که در مرتبهٔ آحاد بود جمع نموده
چهل و هفت را بر نه قسمت نمودم خارج قسمت پنج برآمد آنرا در تحت محاذي عشرات
مقسوم نوشتم و باقي را که دو ماند بر نه منسوب ساختم و جمع نمودم خارج قسمة ۱۲۱۸۷۰۹۴ ۲/۹ برآمد
فائدهٔ دیگر اگر خواهند که عددی را بر نود و نه یا نهصد و نود و نه یا نه هزار
و نهصد و نود و نه و مثل آن قسمت کنند مراتب مقسوم را از یمین بعدهٔ مراتب مقسوم علیه طرح
کنند و فوق هر قسم بخط عرضي نشان کنند اعني اگر مراتب مقسوم علیه دو است پس مراتب
مقسوم را دو دو طرح کنند و فوق هر یک قسم که از طرح حاصل میشود بخط عرضي نشان کنند و اگر
مقسوم علیه سه مراتب دارد پس مراتب مقسوم را سه سه طرح کنند و فوق او خط عرضي کشند
تا اینکه مثل مراتب مقسوم علیه از مقسوم در یسار باقي ماند یا اقل از مراتب مقسوم علیه باقي
افتد بعد از ان باقي را بعینه زیر مقسوم تحت خط عرضي نویسند و باز آنرا بر اعداد یمین او
که تحت خط فوقاني است بیفزایند بحیثیتیکه آحاد بر آحاد افزاید و عشرات بر عشرات و مجموع در یمین
آن تحت خط عرضي نویسند بحیثیتیکه آحاد محاذي آحاد تحت خط فوقاني افتد و باز مجموع
را بر اعداد یمین او افزوده همچنان مجموع را در یمین سابق نویسند و همبرین طریق تا آخر
عمل نمایند و بعده جمع کنند پس انچه مجموع اخیر است آنرا بر مقسوم علیه قسمت کنند و خارج را
بر آحاد سابق بیفزایند و باقي را بر مقسوم علیه منسوب سازند که آن کسر است مثلاً خواستم
که ۱۰۹۶۸۳۸۴۸ را بر نود و نه قسمت کنم پس مراتب مقسوم را از یمین دو دو مرتبه بخط
عرضي نشان کردم واحد که در مرتبهٔ اخیر بود باقي ماند پس آنرا بعینه تحت خط عرضي نوشتم
باز واحد را بر نه که رقم آحاد تحت خط فوق یمین او بود افزودم ده شد ده را در یمین واحد نگاشتم
و ده را بر شصت و هشت که تحت خط نشان دیگر بود افزودم هفتاد و هشت شد آنرا در یمین ده نگاشتم
باز هفتاد و هشت را با سي و هشت جمع نمودم یک صد و شانزده شد آنرا در یمین هفتاد و هشت
ثبت نمودم بحیثیتیکه شش محاذي هشت و واحد محاذي سي و واحد که در مرتبهٔ مئات است
تحت هشت افتاد باز یک صد و شانزده را با چهل و هشت جمع نمودم یکصد و شصت و چهار
گردید چون مجموع اخیر بود آنرا بر مقسوم علیه قسمت نمودم خارج واحد برآمد آنرا تحت

ششن نکا ششم وجمع نمودم وباقي راکه شصت وپنج است برنود ونه منسوب ساختم وهذه صورته

تنبیه باید دانست که اگر در یمین مقسوم علیه اصفار باشد پس بعدة اصفار از ارقام یمین مقسوم ساقط کرده وباقي را بطریقیکه مذکور شد قسمت نمایند وارقام مسقط را در یمین باقي که کسر است افزوده بر مقسوم علیه منسوب سازند مثلاً اگر خواهم که ۷۲۳۵۴۲۸۲ را بر ۹۹۰۰ قسمت کنم پس از یمین مقسوم مرتبهٔ آحاد وعشرات را که بعدة اصفار مقسوم علیه بود ساقط نمودم وباقي را قسمت کردم بدینصورت خارج قسمت ۷۳۰۸ برآمد پس ارقام مسقطه را بر کسر افزودم بدینصورت شد $\frac{۵۰۸۲}{۹۹۰۰}$

۱۰۹۶۸۳۸۴۸
۱۱۰۷۸۱ ۶۶۴
۱ ۱
۱۱۰۷۹۱۷
$\frac{۶۵}{۹۹}$

۷۲۳۵۴۲
۷۲۰۰۷۴۹
۱ ۱
۷۳۰۸
$\frac{۵۰}{۹۹}$

فائدهٔ دیگر اگر ارقام آحاد وعشرات مقسوم علیه ۷۵ وارقام اخیر آن ۲۴ باشد ودر میان آن خواه رقم نه بود یا کدام دیگر رقم نباشد مثل ۲۴۷۵ خواه ۲۴۹۷۵ خواه ۲۴۹۹۷۵ وغیر آن پس باید که عددی را که ارقام جمیع مراتب او نه باشد وعدد مراتب او از مراتب مقسوم علیه مذکور دو مرتبه کم بود مقسوم علیه مفروض قرار دهند مثلاً اگر مقسوم علیه ۲۴۷۵ باشد ۹۹ را مقسوم علیه مفروض سازند واگر ۲۴۹۷۵ باشد ۹۹۹ را مقسوم علیه مفروض مقرر کنند واگر ۲۴۹۹۹۷۵ باشد ۹۹۹۹۹ را مقسوم علیه مفروض سازند ومقسوم را بر او قسمت کنند وخارج را در چهار ضرب کرده از حاصل الضرب آحاد وعشرات ساقط نمایند که باقي عدد صحیح خارج قسمت بود وباز ربع مستطین را در مقسوم علیه مفروضه که مؤلف از تسعات است ضرب کرده حاصل را بصورت کسر بیفزایند وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند مثلاً خواستم که این عدد را بر ۲۴۹۷۵ قسمت کنم پس بقاعدهٔ که بالا مذکور شد بر ۹۹۹ قسمت کردم خارج قسمت صحاح گردید آنرا در چهار ضرب ساختم پس آحاد وعشرات آنرا که بصورت شصت بود ساقط کردم باقي ماند ۲۲۷۳۸۳۹۷۷۴ واین صحاح خارج قسمت حقیقي است بعد از آن ربع شصت را که ساقط شده بود اعني پانزده را در مقسوم علیه مفروضه که ۹۹۹ بود ضرب کردم حاصل ۱۴۹۸۵ شد پس آنرا

[illegible]
[illegible]
۱ ۱ ۱
[illegible]
۲۲۷۳۸۳۹۷۰۲۰۰ ۹۹۹

۸۶۸
۱۴۹۸۶
۱۶۸۴۳

بر ۸۶۸ که صورت کسر خارج اول بود افـــــــــــــــزودم
وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب ساختم بدین صورت ۱۶۸۴۳/۲۴۹۷۶ گردید
واین کسر خارج قسمت حقیقي است

فائدۀ دیگر اگر مجموع صورت آحاد وصورت اخیر مقسوم علیه نه باشد ودرمیان آن سواي رقم نه عدد دیگر نبود چنانکه ۸۱ و ۱۸ و ۷۹۲ و ۶۹۹۳ درینصورت مقسوم را برتسعات قسمت کنند که عدد مراتب او یکمرتبه کم از مقسوم علیه حقیقي بود مثلا اگر مقسوم علیه حقیقي ۸۱ باشد بر ۹ قسمت کنند و اگر ۷۹۲ بود بر ۹۹ و اگر ۶۹۹۳ باشد بر ۹۹۹ قسمت سازند وصحاح خارج قسمت را بر عدیکه از خیر مقسوم علیه حقیقي بواحد زائد باشد قسمت نمایند پس صحاح خارج قسمت ثاني صحاح خارج قسمت مطلوبه است وکسر خارج قسمت ثاني را در مقسوم علیه مفروضه ضرب کرده حاصل را بر کسر خارج قسمت اول بیفزایند وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند مثلا خواستم که ۳۹۶۷۸۴۸۴۲۱ را بر ۶۹۴ قسمت کنم پس آنرا بر ۹۹ قسمت کردم بدینصورت (صورت ۱۳)
بعد ازان خارج قسمت را بر شش قسمت نمودم زیرا که عدد اخیر مقسوم علیه حقیقي پنج است ۶۶۶۳۰۴۴ ۲/۶ خارج قسمت شد وآن صحاح خارج قسمت حقیقي است بعد ازان دو را که صورت کسر خارج قسمت دویم است در ۹۹ که مقسوم علیه مفروضه بود ضرب ساختم وحاصل را که ۱۹۸ بود بر کسر خارج قسمت اول افزودم وبر مقسوم علیه حقیقي منسوب ساختم بدین صـــــــــــــــورت ۲۸۶۰/۶۹۴

فائدۀ دیگر اگر در مقسوم علیه عدد سه بود بجاي نه مثلا مقسوم علیه صرف سه بود یا سي بود یا سي وسه باشد یا سه صد وسي وسه وعلی هذا درینصورت مقسوم را اگر بر عدیکه در جمیع مراتب او نه باشد وعدد مراتب مساوي مراتب مقسوم علیه حقیقي بود قسمت کرده خارج را در سه ضرب سازند وبعد ازان صورت کسر را اگر مانده باشد در سه ضرب کرده بر مقسوم علیه مفروضه قسمت کرده خارج را بران بیفزایند وانچه در قسمت کسر باقي ماند آنرا ثلث گرفته بر مقسوم علیه حقیقي منسوب سازند مثلا خواستم که ۲۳۶۵۸۷ را بر سي وسه قسمت کنم اول آنرا بر نود ونه قسمت کردم خارج قسمت ۲۳۸۹ صحیح و ۷۶/۹۹ کسر بر آمد بدینصورت (صورت ۱۴)
صحاح خارج قسمت را در سه ضرب کردم ۷۱۶۷ شد باز صورت کسر را در سه ضرب کرده بر نود

جدول ۱۱ صفحہ ۵۳
جدول ۳ صفحہ
صورت ۱۳ صفحہ ۶۱
صورت ۱۳ صفحہ ۶۱
صورت ۱۵ صفحہ

ساخته بر مقسوم علیه نه نه قسمت کنند و کسر خارج قسمت اول از صورت تسعه ساقط کرده نصف باقی بگیرند و بر مقسوم علیه حقیقی منسوب سازند نیز مطلوب برآید بدین صورت (صورت ۱۹)

و هرگاه تسع صورکسر ساقط نمودم باقی شصت ماند آنرا نصف کرده بر مقسوم علیه منسوب ساختم

بدین صورت شد ۳۰/۴۴

فائدهٔ دیگر و همچنین اگر در مقسوم علیه رقم هشت هشت باشد پس بر خارج قسمت رقم نه نه ثمن آن بیفزایند که مطلوب باشد و نیز اگر خارج قسمت رقم چهار چهار را تنصیف سازند نیز مطلوب باشد

فائدهٔ دیگر اگر در مقسوم علیه رقم دو دو باشد خارج قسمت رقم چهار چهار را تضعیف سازند

فائدهٔ دیگر و اگر در مقسوم علیه رقم پنج پنج باشد از خارج قسمت رقم چهار چهار خمس آن ساقط کنند یا بر خارج قسمت رقم شش شش خمس آن بیفزایند

فائدهٔ دیگر اگر در مقسوم علیه رقم هفت هفت باشد از خارج قسمت شش شش سبع آن ساقط کنند و علی هذا اگر مقسوم علیه از تضعیفات نه خواه نه نه باشد خارج قسمت را بهمان نسبت انصاف نمایند اعنی اگر ضعف است نصف سازند و اگر سه چند است ثلث بگیرند و علی هذا القیاس یا اگر مقسوم علیه از تضعیفات رقم شش باشد یا هشت یا هفت و یا پنج یا چهار و غیر آن که مذکور شد پس بهمان نسبت انصاف خارج قسمت آنها بگیرند و باید دانست که کسر خارج قسمت اول درین صورت همچنان بحال خود می ماند الا اگر از روی تزاید انصاف چیزی کسر دیگر بهم رسد آن کسر را از مقسوم علیه حقیقی گرفته بر صورت کسر اول بیفزایند و اگر از روی تناقص انصاف چیزی کسر باشد آنرا هم بهمان طریق نقصان نمایند چنانکه از امثله واضح شود مثلاً خواستم که این عدد (صورت ۲۰)

را بر نود و نه قسمت کنم و باز اگر همان عدد را بر هشتاد و هشت قسمت کنم ثمن خارج قسمت اول که (۱۸۴۲۸۰۹۳۰) است برآن افزودم خارج قسمت هشتاد و هشت گردید هکذا (صورت ۲۱)

و باز اگر همان عدد را بر شصت و شش قسمت کنم پس نصف خارج قسمت اول که ۲۷۳۹۲۳۷۲ بود بر آن افزودم خارج قسمت شصت و شش شد هکذا (صورت ۲۲) و باز اگر همان عدد را بر هفتاد و هفت قسمت کنم سبع خارج قسمت شصت و شش را که ۱۱۷۳۹۵۸۸ 11/77 است از خارج قسمت شصت و شش ساقط نمودم باقی مطلوب ماند هکذا (صورت ۲۳)

واگرهمان عددرابرپنجاه وپنج قسمت کنم پس خمس خارج شصت وشش راکه | ۲۲ ۱۱۴۳۰۴۲۳ ۵۵

بودبران افزودم خارج قسمت پنجاه وپنج شد هکذا (صورت ۲۴) واگرهمان

عددرابرچهل وچهارقسمت کنم پس نصف خارج قسمت شصت وشش راکه | ۲۲ ۴۱۰۸۸۵۵ ۴۴

بودبران افزودم خارج قسمت چهل وچهاربرآمد هکـــذا (صورت ۲۵)

واگرهمان عدد را برسي وسه قسمت کنم خارج قسمت [illegible]

خارج قسمت سي وسه برآمد هکــــــذا (صورت ۲۶)

واگرهمان عددرابربست ودوقسمت کنم پس خارج قسمت چهل وچهار [illegible]

خارج قسمت بست ودوشد هکــــــذا (صورت ۲۷)

واگرهمان عددرابریکصد ونود وهشت قسمت نمایم خارج قسمت [illegible]

هکــــــــــــــذا (صورت ۲۸)

وهمچنین درديگراعداد سهل مثل نهصدونودونه وهشت صدوهشتاد وهشت [illegible]

فائدۀ دیگر هرعددی را که بریازده قسمت کنند پس میزان آن عدد [illegible]

یازده یازده باشد بگیرند وطریق آن درمطلب سیزدهم ذکرشود [illegible]

آحاد مقسوم ساقط نموده باقي راتحت آحاد بعد خط عرضي [illegible]

چنانکه درتفریق می کنند وباقي راتحت عشرات نویسند [illegible]

تحت مئات نویسند وازالوف ساقط کنند وعلی هذا آخر [illegible]

صحاح خارج قسمت است ومیزان کسراست آنرا [illegible]

نباشد غیرازیازده پس آحاد مقسوم راتحت آحاد نویسند [illegible]

ساقط کنند وعمل نمایند مثلاً خواستم که (۷۸۹۶۳۲۸۶۷۵) رابریازده قسمت [illegible]

ازروی طرح یازده یازده راست آنرا ازپنج ساقط کردم باقي راتحت [illegible]

بوداز هفت ساقط نمودم چهار راتحت هفت نگاشتم وازشش ساقط کردم [illegible]

وازهشت ساقط نمودم وشش راتحت هشت نهادم وازدوازده [illegible]

نمیتوانست شد وشش راتحت دو نوشتم وچون براي عشرات [illegible]

گرفتن ضرورشد پس هفت راازسیزده ساقط کردم شش راتحت سه نگاشتم [illegible]

چهار ده ساقط کرده هفت را تحت چهار نهادم و هشت را از نه ساقط نمودم و واحد را تحت نه نگاشتم و از هشت ساقط نمودم و هفت را تحت هشت نوشتم و از هفت ساقط نمودم هیچ نماند و هذه صورته (صورت ۲۹) مثال دیگر اگر خواهم که ۷۸۳۹۸۷۵ را برباز ده قسمت کنم چون میزان آن ده بود پس آنرا از پانزده ساقط نموده پنج را تحت آحاد نوشتم و شش را از هفت ساقط نموده واحد را تحت هفت نگاشتم و از هشت ساقط نمودم و هفت را تحت هشت نگاشتم و هکذا تا آخر عمل نمودم بدین صـــــــــورت (صورت ۳۰)

مثال دیگر اگر خواهم که ۷۰۹۴۳۹۵ را قسمت کنم چون میزان آن هیچ نبود پس آحاد را تحت آحاد نوشتم و عمل تا آخر نمودم بدین صـــــــــــــــــــورت

۷۰۹۴۳۹۵
۶۳۴۹۶۵

* مطلب ثامن *

در بیان حقیقت جذر و ضلع اول (۲۷) و مجذور و مضلعات دیگر و ما یتعلق بها

بدانکه هر عدد را که فی نفسه ضرب کنند آنرا جذر و ضلع و شیٔ گویند و حاصل الضرب را مجذور و مربع و مال نامند و هرگاه مجذور را باز در آن عدد ضرب کنند آن عدد را کعب گویند و حاصل الضرب را مکعب و اکثر بر حاصل الضرب هم اسم کعب اطلاق می کنند کَالْخَلْقِ بِمَعْنَى الْمَخْلُوقِ و لفظ مکعب کم مستعمل است و هرگاه مکعب را در آن عدد ضرب کنند آن عدد را ضلع اول نامند و حاصل الضرب مال مال بلکه اطلاق ضلع اول عام است که جذر و کعب و ضلعهای دیگر مضلعات را نیز شامل است و جمیع حاصلات ضرب را مضلعات می نامند و مرتبهٔ آنرا منزل گویند یعنی جذر در منزل اول است و مجذور در منزل دویم و کعب در منزل سیوم و بعضی گویند که جذر و مجذور اصطلاح فن حساب عددیه است و ضلع و مربع اصطلاح فن مساحت و شیٔ و مال و ضلع اول و مضلعات اصطلاح فن جبر و مقابله لکن فی الحقیقة چون اینهمه فنون متعلق علم حساب اند لهذا محاسبین تخصیص روا نمیدارند خصوص در جذر و مجذور و ضلع و مربع و ضلع اول و مضلعات که این الفاظ اکثر در محاورهٔ محاسبین است الا شیٔ و مال سوای جبر و مقابله جای دیگر اطلاق نمی شود مگر تخصیص اینهم درست نیست زیرا که در مراتب نزولی چنانکه بعد ازین مذکور میشود کسور را جزء شیٔ و جزء مال و جزء کعب می نامند عموماً بغیر تخصیص پس باید دانست که اگر حاصلات را چنانکه مذکور شد مرةً

بعد اخرى دران عدد ضرب کنند مضلعات کثیر حاصل میشوند بَعْضُهَا فَوْقَ بَعْضٍ اِلَىٰ غَيْرِ النِّهَايَةِ
بمعنى لَا تَقِفُ عِنْدَ حَدٍّ پس بعد مرتبۀ مال مال لفظ مال ثاني رابکعب بدل میسازند و مال کعب
میگویند و بعد ازان مال اول راهم به کعب بدل می کنند و کعب کعب می نامند و پس ازان
کعب اول رابدل بدو مال مینمایند و مال مال کعب میخوانند و همچنان باز مال ثاني رابکعب
بدل کرده مال کعب کعب میگویند و بعد ازان کعب کعب کعب و هَکَذَا بَعْدَ ذَالِکَ اِلَىٰ مَا شَاؤُا
و همچنین کسر را که نسبت او بطرف واحد مثل نسبت واحد بطرف جذر بود آنرا جزء شيء
خوانند و حاصل الضرب في نفسه آن کسر را جزء مال گویند و همچنان بعد از ان جزء کعب و جزء
مال مال و جزء مال کعب وغیر ذلک اطلاق میکنند و باید دانست چنانکه عدد صحیح در ضرب
متزاید با ضعاف است همچنان کسر در ضرب متناقص می شود با نصاف و مراد از انصاف صرف
نصف نیست بلکه نصف و ثلث و ربع و غیره جمیع کسورات چنانکه از اضعاف مراد صرف
دو چند نیست بلکه سه چند و چهار چند و غیران پس مراتب مضلعات صحاح صعودي است
و مراتب مضلعات کسر نزولي و واحد وسط في النسبة است درمیان هر مضلع جزء او و جذر اول منازل
صاعده است و جزء الشيء اول منازل نازله و مال ثاني الصواعد و کعب ثالث الصواعد و همچنین
جزء مال ثاني النوازل و جزء کعب ثالث النوازل است و ازینجا معلوم شد که واحد نه جذر است
و نه مجذور بلکه وسط في النسبة است زیرا که اگر واحد جذر باشد پس جزء شيء هم واحد خواهد
بود فَلَا وَاسِطَةَ بَيْنَ الْجَذْرِ وَجُزْءِ الشَّيْءِ وَهُوَ مُحَالٌ لِاَنَّ جُزْءَ الشَّيْءِ كَسْرٌ وَالْوَاحِدُ لَيْسَ بِكَسْرٍ فَتَفَهَّمْ
و آنکه اکثر در حساب که واحد را جذر و مجذور گفته می شود بر سبیل مجاز است به سبب ضرورت
که محاسبین را ازو گزیر نیست چنانکه واحد را که في الحقیقت عدد نیست مگر به سبب ضرورت
از عدد میشمارند کَمَا مَرَّ و نیز باید دانست که چون مال منزل دویم و کعب منزل سیوم است و اسامي
دیگر جمیع مضلعات را از ترکیبات آن استخراج کرده اند چنانکه مذکور شد پس هرگاه از اسم هر مضلع
براي مال عدد دو و براي کعب عدد سه گرفته جمع کرده شود عدد منزل آن مضلع حاصل خواهد شد
مثلا در مال کعب از براي مال عدد دو و از براي کعب عدد سه گرفته جمع نمودم پنج شد
دانستم که مال کعب در منزل پنجم است و همچنین کعب کعب در ششم و مال مال کعب در هفتم
و علی هذا القیاس و هرگاه عدد منزل را بر سه قسمت کنند پس اگر هیچ باقي نماند بعدة عدد خارج

قسمت لفظ کعب بنویسند که آن اسم مضلع آن منزل باشد و اگر دو باقی ماند بعدهٔ عدد خارج لفظ کعب نوشته یک مال در اول او بنویسند که اسم مضلع آن منزل باشد و اگر واحد باقی ماند از عدد خارج واحد کم کرده بعدهٔ باقی لفظ کعب نویسند و دو مال در اول نگارند که اسم مضلع آن منزل گردد مثلا در منزل نهم چون نه را بر سه قسمت کردم سه خارج شد پس کعب کعب کعب اسم مضلع منزل نهم است و اگر هشت را بر سه قسمت کنند دو خارج شود و دو باقی ماند پس مال کعب کعب اسم منزل هشتم است و اگر هفت را بر سه قسمت نمایند دو خارج می شود و واحد باقی میماند پس واحد از خارج قسمت ساقط نموده دو مال بران افزودند پس مال مال کعب اسم منزل هفتم است

* فائده هر مضلعیکه ضلع اول او تحقیقی باشد منطق است وآنرا مفتوح نیز گویند والا اصم وآنرا معقود نیز خوانند و اکثر علماء برانند که ضلع اول مضلع اصم اصلا وجود ندارد و بعضی گویند که برای اصم جذر فی نفس الامر هست لیکن عالم الخفیات سبحانه آنرا مستتر داشته و لهذا دراوراد خود گفته اند که سُبْحَانَ مَنْ يَعْلَمُ جَذْرَ الْعَدَدِ الْأَصَمِّ وَسُبْحَانَ مَنْ يَعْلَمُ نِسْبَةَ الْقُطْرِ إِلَى الدَّائِرَةِ و هر چند درین باب اشاره در مقدمه کرده شده چون اینجا بیان اقوال هریکی و دلائل آنها منظور است لهذا شمهٔ بطریق اختصار گفته می شود خلخالی شارح خلاصة الحساب رحمه الله وغیر آن دلائل چند برابطال جذر الاصم بیان کرده اند بعضی ازان که از جملهٔ اصول اند بیان میگردد اول اینکه مربع کسر مجرد جائز نیست که عدد صحیح بود زیرا که مرتبهٔ نزولی دارد پس مربع کسر اقل از کسر است و کسر اقل از واحد درینصورت مربع کسر مجرد عدد صحیح نتواند بود و همچنین مربع عدد صحیح مع الکسر نیز جائز نیست که عدد صحیح باشد چرا که به شکل چهاردهم مقالهٔ هشتم اقلیدس ثابت شده که اگر مربعی عاد مربع دیگر باشد پس ضلع او هم عاد ضلع آن مربع دیگر خواهد بود مثلا نه که مربع سه است سی و شش را که مربع شش است ساقط میکند پس سه که جذر نه است نیز شش را که جذر سی و شش است ساقط میکند درینصورت اگر مربع عدد صحیح مع الکسر عدد صحیح باشد چون واحد که خود مربع است و جمیع اعداد صحیحه را ساقط می کند می باید که جذر او هم که واحد است جذر آن عدد صحیح را که صحیح مع الکسر است ساقط کند وهٰذا بَاطِلٌ پس معلوم شد که مربع صحیح مع الکسر هم عدد صحیح نمی باشد و هرگاه هر دو مقدمه ثابت گردید پس جذر اصم چون عدد صحیح نیست اگر جذر باشد فی نفس الامر از دو حال

خالي نتواند بود يا كسر مجرد باشد يا صحيح مع الكسر وهرد و باطل است زيراكه آن عددا صم عدد صحيح است جائز نيست كه مربع كسر مجرد يا مربع صحيح مع الكسر شود پس اصم الجذر عديم الجذر است قطعا فقط و اين ضعيف ميگويد كه درين دلائل بنظر تحقيق تامل است زيراكه درينجا معلوم نميشود كه از واحد مراد واحد حقيقي است يا غير حقيقي است اگر واحد حقيقي مراد باشد پس گوييم كه چون واحد حقيقي منقسم نميشود چگونه كسر كمتر از واحد خواهد بود وفي الحقيقة از تعريف كسر كه جميع محاسبين ميكنند اين امر ظاهر است چه كسر عدد مضاف را گويند كه مضاف شود بسوي جمله كه آنرا واحد فرض كرده شود اعني حقيقت نصف واحد بلحاظ اثنين است اگر اثنين را جملة واحد فرض كنند و صاحب عيون الحساب براي استخراج مخرج كسر كه بيان نسبت تساوي و تباين و توافق و تداخل كرده ميگويد كه كُلُّ عَدَدَيْنِ غَيْرِ الْوَاحِدِ مُتَمَاثِلَانِ اِنْ تَسَاوَيَا وَمُتَدَاخِلَانِ اِنْ اَفْنَى اَقَلُّهُمَا الْاَكْثَرَ وَمُتَوَافِقَانِ اِنْ اَفْنَاهُمَا ثَالِثٌ غَيْرُ الْوَاحِدِ وَمُتَبَايِنَانِ اِنْ لَمْ يُفْنِهِمَا غَيْرُ الْوَاحِدِ پس براي واحد كسر نيست چه واحد مخرج هيچ كسر نميتواند شد و نيز واحد حقيقي نه جذر است و نه مجذور چه جذر عدد مضروب في نفسه را گويند و حاصل الضرب را مجذور خوانند و واحد را هيچ تاثير در ضرب نيست كما قال صَاحِبُ خُلَاصَةِ الْحِسَابِ لَا تَاثِيْرَ لَهُ فِي الضَّرْبِ و چگونه تواند بود كه در ضرب مي بايد كه نسبت احد المضروبين بطرف حاصل الضرب مثل نسبت واحد بطرف مضروب آخر باشد و اگر واحد را در ضرب تاثير باشد پس گويا نسبت واحد بطرف واحد مثل نسبت واحد بطرف واحد شود درينصورت تمثيل باطل و لغو محض است و نيز صاحب عيون الحساب در بيان مراتب مضلعات ميفرمايد كه جذر اول مراتب صاعده است و جزء شي كه كسر است اول منازل نازله و واحد وسط في النسبة است پس ازينجا هم معلوم شد كه واحد نه جذر است نه مجذور و اگر مراد از واحد غير حقيقي است نيز حال او همچنين است كه كسور او از جهة واحديت او نيستند بلكه از جهة تركيب او با جزاء متعدده است بالقوة باشد يا بالفعل و همچنين جذريت و مجذوريت از جهت واحديت او درست نيست و في الحقيقت چون واحد عدد نيست پس تاثير اعمال عدديه مثل ضرب و قسمت و جذر و مجذور در او هيچ نيست و دليل به شكل چهار دهم مقالة ثامن كه مذكور است يقين است كه در شكل مذكور مراد از مربع غير الواحد است چنانكه

گویند فرد اوّلی آنست که بر هیچ عددی قسمت نه پذیرد و در ینجا غیر الواحد مراد می شود
وحق آنست که چون اعداد عرض اند ومعروض آنها که ازو در علم حساب بحث میرود
اجسام است متّصله باشد یا منفصله واجسام قابل انقسام الی غیر النهایة اند وجذر ومجذور
وضرب وقسمت اعمال عدد عارض اجسام است پس ممکن است که جذر اصمّ فی نفس الامر
باشد وتعبیر عددی ازو دشوار بود چنانکه گویم مثلثی قائم الزاویه است که هر دو ضلعین او
چهار چهار اند پس لامحالة وترجذرسی ودو خواهد بود كَمَا ثَبَتَ بِشَكْلِ الْعَرُوْسِ وفی نفس الامر
موجود است غَايَتُهَا فِی الْبَابِ که تعبیر عددی ازو نمی تواند شد وهمچنین است که قدوة الحکماء
المتاخرین الشیخ الرئیس در شفاء گفته جَازَ اَنْ يَكُوْنَ بَيْنَ الشَّيْئَيْنِ نِسْبَةٌ مِقْدَارِيَّةٌ مِنْ حَيْثُ الْقِلَّةِ
وَالْكَثْرَةِ لَا عَدَدِيَّةٌ اَیْ لَا يُمْكِنُ تَعْبِيْرُهَا بِالْعَدَدِ فَافْهَمْ فَاِنَّهُ دَقِيْقٌ

* فائدۀ دیگر هرگاه در ضلع اول آحاد باشد در جمیع مضلّعات منطقة آن آحاد خواهد افتاد
واگر در ضلع اول صفر باشد پس در جمیع مضلّعات اصفار خواهد بود ودر مرتبۀ مال اصفار بعدۀ زوج
خواهد افتاد وممکن نیست که بعدۀ فرد واقع شود ودر کعب اگرچه اصفار بعدۀ زوج یا فرد میتواند شد
لکن بحیثیتیکه عاد این عدد سه باشد اعنی سه صفر یا شش صفر یا نه صفر در مرتبۀ کعب میتواند افتاد بالجمله
هرگاه در ضلع اول صفر یا اصفار واقع شود در مضلّعات نیز اصفار خواهد بود بعدۀ حاصل الضرب عدد
منزل آن مضلّع در عدد اصفار ضلع اول مثلاً اگر در ضلع اول یک صفر است در منزل پنجم که مال کعب
است پنج صفر خواهد بود واگر در ضلع اول دو صفر است پس در مال کعب ده صفر خواهد افتاد وقس
عَلَى هٰذَا پس در هر مضلّعیکه عدد اصفار او را عدد منزل عاد نشود اصمّ است چنانکه هر مضلّعیکه
در یمین او سه صفر باشد بغیر کعب منطق نخواهد بود ویک صفر در هیچ مضلّع نمی تواند افتاد

* فائدۀ دیگر در هر ضلع اوّل که رقم واحد یا پنج یا شش بمرتبۀ آحاد واقع شود در جمیع مضلّعات
او هم ارقام مذکور بعینه در آحاد خواهد افتاد

* فائدۀ دیگر هرگاه در آحاد ضلع اوّل رقم نه واقع شود در جمیع مضلّعات او که عدد منزل آنها فرد باشد
رقم نه در آحاد خواهد افتاد ودر مضلّعاتیکه عدد منزل آنها زوج باشد واحد در مرتبۀ آحاد خواهد افتاد

* فائدۀ دیگر اگر در آحاد ضلع اول رقم چهار باشد در مضلّعات منازل فرد او هم رقم چهار
در آحاد خواهد افتاد ودر منازل زوج رقم شش

* فائدهٔ دیگر رقم دو و سه و هفت و هشت در آحاد مضلّعات منطقه که عدد منزل آنها زوج باشد واقع نمی شود و در منازل فرد جمیع ارقام تسعه بمرتبهٔ آحاد واقع می تواند شد

* فائدهٔ دیگر واحد و نه میزان جمیع مضلّعات منطقه میتواند بود خصوصاً در مضلّعیکه برای عدد منزل آن سدس صحیح بود سوای واحد و نه دیگر عدد میزان نخواهد شد و در مضلّعیکه اسم او مرکّب از کعبهاست و عدّه ان منزل فرد بود هشت هم میزان واقع می شود و مضلّعیکه عدد منزل آن زوج باشد اربعه و سبعه هم میزان می افتد بشرطیکه برای عدد منزل آن سدس صحیح نبود و بدانکه درینجا میزان عبارت است از عدد باقی که بعد طرح نه نه باشد چنانکه قریب مذکور خواهد شد اِنْ شَاءَ اللّٰهُ تَعَالٰی

* فائدهٔ دیگر هر مضلّع منطق که از عدد منزل او واحد ساقط کنند باقی را عدد چهار فنا کند در آحاد آن مضلّع بعینه آحاد ضلع او خواهد افتاد چون مال کعب و کعب کعب کعب

* فائدهٔ دیگر هر مضلّع منطق که برای عدد منزل او ربع صحیح بود در مرتبهٔ آحاد آن واحد یا پنج یا شش خواهد بود و دیگر رقم نخواهد بود چون مال مال و مال کعب کعب و اگر ربع او صحیح نباشد یکی ازین اعداد خمسه در آحاد او واقع خواهد شد واحد و چهار و پنج و شش و نه

* مطلب نهم در طریق استخراج جذر و مجذور ۲۸ *

بدانکه جذر بالکسر و الفتح بمعنی اصل است چون اصل مضلّعات است لهذا باین اسم مسمّی گردیده و باید دانست که هرچند طریق حصول مجذور هریک اعداد در قواعد ضرب که مخصوص تربیع است بیان کرده شد مگر اصول ان که طریق استخراج جذر هم بدان منوط است گفته می شود هر عددی را که مربع کردن منظور است اگر آنرا مرکّب از دو جزو فرض کنند پس مجموع مربعین جزئین و مسطّح احدهما فی ضعف الآخر مساوی مربّع آن عدد خواهد بود مثلاً اگر خواهم که بست و سه را مربّع نمایم چون مرکّب از بست و سه است و مربّع بست چهارصد و مربّع سه نه و مسطّح بست در شش که ضعف سه است یکصد و بست میشود و مجموع پانصد و بست و نه گردید آن مربّع بست و سه است و همچنین اگر پنج را مرکّب از دو و سه فرض کنم پس مربّع دو چهار و مربّع سه نه و مسطّح دو در شش دوازده است و مجموع آن بست و پنج می شود و آن مربّع پنج است و هرگاه این اصل دانسته شد پس گویم که در استخراج جذر

اعداد قلیل که منطق باشد مثل چهار و نه و شانزده و بست و پنج وغیره احتیاج بقاعده نیست که بادنی تامّل حاصل مي شود و اگر اعداد قلیل اصمّ باشند چون ظاهر است که جذر آن صحیح نخواهد بود بلکه مرکّب از صحیح و کسر خواهد برآمد لهذا اقرب المجذورات منطقه آن عدد را بگیرند و جذر او بستانند و ضعف جذر نموده واحد برو بیفزایند و انچه بعد اسقاط اقرب المجذورات ازان عدد باقي ماند آنرا بر مجموع که تضعیف مع الواحد است منسوب سازند که جذر مذکور مع حاصل نسبة جذر آن عدد اصمّ است تقریباً مثلاً خواستم که جذر ده بدانم اقرب المجذورات آنرا که نه است گرفتم و جذر او را که سه است ضعف نموده واحد بران افزودم هفت شد و واحد که بعد اسقاط نه از ده باقي مانده است بر هفت منسوب ساختم پس سه صحیح و یک سبع جذر ده بر آمد تقریباً بدین صورت | ۳ ۱/۷ | و اگر اعداد مطلوب الجذر کثیر باشد منطق بود یا اصمّ پس طریقش این است که بالاي عدد مطلوب الجذر از ابتداي آحاد نقطهٔ علامت جذر بتفاوت یک یک مراتب نهند مثلاً اوّل بر آحاد بعد ازان بر مئات بعد ازان بر عشرات الوف پس ازان بر الوف الوف و هکذا الی الآخر و طلب کنند اکثر عددي از آحاد که اگر آنرا في نفسه ضرب کنند و حاصل الضّرب را از عدد محاذي علامت اخیره که در یسار مطلوب الجذر است و از اعداد یسار او اگر باشد ساقط میتوانند کرد و هرگاه چنین عدد بهم رسد آنرا فوق علامت اخیره و پائین آن بتفاوتیکه مناسب باشد محاذي او نویسند و في نفسه ضرب کرده و حاصل الضرب را چنانکه مذکور شد ساقط نمایند و باقي را تحت خط عرضي نویسند و در یمین آن اعدادیکه تحت علامت ثاني که یمین علامت اخیره است بنویسند و عدد خارج را که فوقاني است بر تحتاني افزوده اعني ضعف نموده در پائین یک مرتبه بجانب یمین نقل کنند و باز طلب کنند اکثر عددي از آحاد که اگر در عدد منقول و في نفسه ضرب کنند و حاصل را از محاذي او ساقط میتوانند کرد و در ینجا طریق حاصل کردن اعظم عددي از آحاد مثل حاصل کردن عدد خارج قسمت است و هرگاه آن عدد را بیابند آنرا فوق علامت ثاني نوشته و تحت آن در یمین عدد منقول محاذي یک دیگر نگارند و ضرب ساخته حاصل را ساقط نمایند و باز فوقاني ثاني را بر تحتاني محاذي او افزوده مجموع را مع منقول اوّل یک مرتبه بجانب یمین نقل سازند و عدد دیگر چنانکه مذکور شد طلب کنند و همچنین تا آخر عمل نمایند پس در اخیر اگر از مطلوب الجذر چیزي باقي ماند

آنرا برا عداد تحتانی که اخیر فوقانی هم مع واحد بران افزوده باشند منسوب سازند که اعداد
فوقانی مع حاصل النسبة جذر است وصاحب خلاصة الحساب برای استخراج جذر این قسم
اعداد رسم جدول بطور قسمت نموده وصاحب عیون الحساب جدول منبری مقرر ساخته
ونیز جدول سطری که دران آحاد و عشرات مطلوب الجذر را در سطر پائین نویسند ومئات
والوف را در سطر فوق آن وعشرات ومئات الوف را فوق او هم چنین تا آخر می نگارند مقرر نموده
ومعمول فقیر بی جدول است زیرا که هرگاه عدد فوقانی اخیر را در پائین محاذی یک دیگر نویسند
بعد ضرب ونقصان آنرا ضعف نموده یکمرتبه بطرف یمین نقل می کنند درینصورت آحاد منقول
محاذی عشرات علامت ثانی می افتد وهرگاه عدد ثانی را فوق علامت ثانی ودر پائین محاذی او
در یمین منقول اول می نگارند پس از شمار مراتب اعداد ادراک محاذات یکدیگر سهل است
لهذا حاجت بجدول نیست چنانکه از مثال معلوم وواضح میشود مثلاً خواستم که جذر
۴۲۳۵۸۴۸۹۵۵۶۵ بدانم اول بر مطلوب الجذر نقطهٔ علامت از آحاد بتفاوت یکیک مرتبه نهادم
چون علامت اخیره بر رقم دو که فی الحقیقت چهل ودو است افتاد طلب کردم اکبر عددی
از آحاد که مربع آنرا از چهل ودو ساقط توانم کرد عدد شش را یافتم آنرا فوق علامت اخیره
در طریق عمل خود وفوق علامت آخر بالای جدول وپائین در شکل جدولی وفوق منبر آخر
وپائین در شکل منبری ودر یمین سطر اعلی در شکل سطری نهادم وفی نفسه ضرب کرده
حاصل را از اعداد محاذی ساقط نمودم وباقی را که شش ماند تحت خط عرضی در طریق خود
ودر شکل جدولی وبر شکل منبری نوشتم ودر شکل سطری در یسار اعداد سطر دوم نگاشتم
وفوقانی بر تحتانی افزوده اعنی ضعف نموده در طریق خود جائی نگاشتم ودر شکل جدولی
ومنبری یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم ودر شکل سطری محاذی سطر دوم بدو یمین
ثبت نمودم وباز طلب عدد دیگر نمودم چون دانستم که دوازده بلحاظ مراتب در طریق خود
وشکل سطری وبلحاظ محاذات در شکل جدولی ومنبری محاذی شصت وسه افتاده است
پس عدد پنج را یافتم وآنرا فوق علامت ثانی در طریق خود وشکل جدولی وشکل منبری
ویمین ضعف اول در طریق خود وشکل سطری ودر پائین بمین منقول محاذی یک دیگر در
شکل جدولی ومنبری نوشته وضرب نموده حاصل را از محاذات علامت اخیر ساقط نموده

وباقي را چنانکه مذکور شد در هریکي تحت آن نگاشتم وباز فوقاني را بر مثلث در هریک طریق
افزوده جمع کردم ودر شکل جدولي ومنبري یک مرتبه بطرف یمین نقل ساختم ودر سطري
محاذي سطر ثالث رسم نمودم وطلب عدد دیگر کردم یافته نشد پس صفر برعلامت ثالث
نهادم وهمان اعداد را بجنس تحت خط عرضي کشیدم وهمچنان دریمین اعداد که از ضعف
حاصل شده بود صفر نهاده در شکل جدولي ومنبري یک مرتبه طرف یمین نقل نمودم ودر
سطري محاذي سطر چهارم نگاشتم وباز طلب عدد دیگر کردم هشت را یافتم وهمچنان عمل
نمودم باز عدد سه یافتم وهمچنان عمل ساختم وباز عدد چهار یافتم وهمچنان بعمل آوردم
باقي نه ماند آنرا بر تضعیفات فوقاني واحد افزوده منسوب ساختم خارج قسمت
گردید وصورتها هکذا

۶۵۰۸۳۴
۹۰
۱۳۰۱۶۶۹

بطریق خود (شکل ۳۱) بطریق شکل سطري (شکل ۳۲)

بطریق شکل جدولي (شکل ۳۳) بطریق شکل منبري (شکل ۳۴)

وبایددانست که درشکل سطري آحاد اعداد یمین هر سطر میگیرند بحیثیتیکه آحاد سطر تحتاني را
آحاد وآحاد سطر فوق آنرا عشرات وآحاد سطر فوق عشرات را مئات قرار میدهند وهکذا الی الآخر

* فائده بدانکه تفاضل بین المربعین المتوالیین بقدر ضعف جذر مربع اول مع الواحد مي باشد
چنانکه در نه وشانزده تفاضل هفت است ودر شانزده وبست وپنج تفاضل نه وعلی هذا

* فائده بدانکه مربع جذر تقریبي اقل میباشد از عدد مطلوب الجذر وطریق دریافت مقدار کمي
آن اینست که صورت کسر را در فضل مخرج که بران صورت است ضرب کنند وحاصل را
بر مربع مخرج منسوب سازند مثلا جذر تقریبي هفتده چهار صحیح ویک تسع است پس صورت
کسر را که واحد است در فضل مخرج که هشت است ضرب کرده برهشتاد ویک که مربع
مخرج است منسوب ساختم معلوم شد که مربع چهار صحیح ویک تسع از هفتده اقل است
بقدر هشت جزء از هشتاد ویک جزء واحد وهمچنین جذر تقریبي بست وچهار که چهار صحیح
وهشت تسع است ومربع آن از بست وچهار بقدر هشت جزء از هشتاد ویک جزء واحد کم است
وجذر تقریبي هیجده که چهار صحیح ودو تسع است هرگاه دو را که صورت کسر است در هفت که فضل
مخرج است ضرب کرده برهشتاد ویک منسوب نمودم معلوم شد که مربع چهار صحیح ودو تسع

از هجده بقدر چهارده جزء از هشتاد و یک جزء واحد کم است و همچنین مربع جذر تقریبي بست
و سه از بست و سه بهمین قدر کم خواهد بود و مربع جذر تقریبي نوزده بقدر هجده جزء از هشتاد و یک جزء
واحد از نوزده کم است و همین مقدار جذر تقریبي بست و دو از بست و دو کم است و مربع جذر تقریبي
بست و بست و یک بقدر بست جزء از هشتاد و یک جزء واحد کم خواهد بود پس معلوم شد که مقدار
نقصان بتزاید صورت کسر زائد میشود تا که صورت کسر مساوي صحیح جذر شود و آن کمي
در تزاید تا بربع واحد نمیرسد و هرگاه صورت کسر از صحیح جذر تزاید شود عدد کمي نقصان
مي پذیرد و اگر براي مخرج که بر ضعف صحیح جذر واحد مي افزایند افزوده نشود بلکه همان
ضعف را مخرج قرار دهند پس مربع آن همیشه بر عدد مفروض بقدر مربع کسر زائد خواهد بود
درینصورت تفاوت درمیان عدد مفروض و مربع جذر تقریبي آن اقل از اول خواهد بود اگر کسر
تا بنصف نرسد و اگر کسر تا به نصف خواهد رسید تفاوت ربع خواهد بود و بعد ازان زیاده
خواهد شد و تا واحد خواهد رسید پس اولی آنست که نظر باید کرد بطرف کسر که اگر کسر اقل از نصف
است آنرا بر ضعف صحیح جذر منسوب سازند و اگر بقدر نصف یا زائد است پس بر ضعف صحیح
جذر واحد افزوده منسوب سازند مثلاً جذر تقریبي هفده چهار صحیح و یک ثمن و جذر هجده
چهار صحیح و یک ربع و جذر نوزده چهار صحیح و سه ثمن و بعد ازان جذر بست چهار صحیح و چهار تسع
و علی هذا القیاس و نیز اصوب اینست که ضعف صورت کسر را بر چهار امثال صحیح جذر و واحد افزوده
منسوب سازند چنانکه جذر هفده چهار صحیح و دو جزء از هفده جزء واحد و جذر هجده چهار
صحیح و چهار جزء از هفده جزء واحد و جذر نوزده چهار صحیح و شش جزء از هفده جزء واحد

* مطلب دهم در استخراج ضلع اول مضلعات بروجه عام بطریق سهل *

بدانکه اولاً عدد مراتب اعداد مضلعه را بر عدد منزل مضلعه قسمت کنند و شکل منبري
متصاعد الدرجات بکشند که عدد درجات آن بقدر خارج قسمت باشد و اگر در قسمت چیزي
باقي ماند براي آن یک درجه دیگر در آخر بکشند یعني خطوط عرضي بالاي یک دیگر باشد
بفاصلهٔ قلیلي که دران دو رقم محاذي یک دیگر ثبت تواند شد و خط عرضي اول از همه اعظم
باشد بمقداریکه دران خطوط طولاني بقدر عدد مراتب مضاعفه توانند کشید بعده در هر درجه خطوط
طولاني چنانکه در شکل منبري براي جذر کشیده شده است بکشند الا در درجهٔ اخیر که بقدر عدد بقیه

باقي از مقسوم است کشیده شود و اعداد مضلعه را در ان بنویسند و خطوط طولاني دراز بکشند
بمقداریکه آنرا بقدر عدد مراتب مضلعه بعد اسقاط واحد بصفوف منقسم توانند کرد و در هر صف
اعداد بقدر ضرورت از روي نقل و ضرب میتوانند نوشت و صف اسفل مسمی به صف ضلع است
و صف بالایش مسمی بصف مال و صف بالایش مسمی بصف کعب و علی هذا القیاس تا صف اخیر
که بعد از ان صف منبري مسمی بصف عدد است و اعداد مضلعه را در مربعات منبري ثبت نمایند پس
طلب کنند عددي را از آحاد که مضلع آنرا از اعداد درجهٔ اخیر ساقط توانند کرد و هرگاه یافته شود آنرا
بالاي مربع اول درجهٔ اخیر بنویسند و نیز در صف ضلع محاذي ان پائین جدول ثبت نمایند و عدد
فوقاني را در تحتاني ضرب کرده حاصل را در صف مال بنویسند اگر صف مال باشد و همچنین باز عدد
صف مال را در فوقاني ضرب نموده در صف کعب نویسند اگر صف کعب باشد و عدد صف کعب را
در فوقاني ضرب ساخته در صف مال کعب نویسند اگر صف مال کعب باشد و علی هذا القیاس
پس عدد صف اخیر را در عدد فوقاني ضرب کرده زیرا اعداد مربعات درجهٔ اخیر نگارند و ساقط
کنند و باقي را تحت آن در مربعات خالي که برابر سطر درجهٔ ثاني است ثبت نمایند باید که آحاد
حاصل ضرب در هر صف محاذي عدد فوقاني که خارج شده است نوشته شود و بعد از ان عدد
فوقاني را بر عدد تحتاني افزوده در صف ضلع جمع نمایند و حاصل جمع را در عدد فوقاني ضرب
کرده در صف مال بنویسند و جمع نمایند و باز حاصل جمع صف مال را در فوقاني ضرب ساخته
در صف کعب نویسند و جمع سازند و همچنین ضرب کرده و جمع ساخته تا صف اخیر برسند و حاصل
جمع صف اخیر را یک خانه بطرف یمین نقل کنند و باز عدد فوقاني را بر تحتاني افزوده و جمع
ساخته و حاصل جمع را در فوقاني ضرب کرده و در صف مال نوشته و جمع کرده و باز آنرا در
فوقاني ضرب کرده و در صف بالایش نوشته و جمع نموده تا صف دویم اخیر برسند و حاصل جمع
صف دویم اخیر را دو خانه بطرف یمین نقل کنند و همچنین باز فوقاني را بر تحتاني افزوده
و ضرب کرده تا صف سیوم اخیر برسند و آنجا سه خانه بطرف یمین نقل سازند تا آنکه براي صف
ضلع که صف اول است صرف فوقاني را افزوده و جمع ساخته یک خانه زیاده از صف بالایش بطرف
یمین نقل سازند و باز طلب کنند اکثر عددي از آحاد که اگر آنرا در اعداد صف اخیر بلحاظ اینکه
اعداد صف دویم هم در ان عدد ضرب یافته در صف آخر افزوده خواهد شد ضرب کنند

از محاذي او ساقط تواند شد و هرگاه چنین عدد را بیابند پس آنرا بالاي مربع اول درجهٔ دویم
نویسند و محاذي آن در صف ضلع نویسند و مجموع اعداد صف ضلع را دران فوقاني ضرب
کرده در صف مال نویسند و جمع سازند و حاصل را باز در فوقاني ضرب کرده در صف کعب
نویسند و جمع کنند همچنین تا آخر برسند و اعداد صف آخر را در فوقاني ضرب کرده در مربعات
درجهٔ دویم زیر اعداد نویسند و ساقط کنند و باقي را تحت آن در مربعات خالي نگارند و باز بطور
سابق فوقاني را بر تحتاني در صف ضلع افزوده و جمع کرده و در فوقاني ضرب کرده حاصل را
در صف مال نویسند و جمع کنند و باز ضرب کرده در صف کعب نویسند و همچنین تا صف آخر برسند
و یک خانه نقل کنند و باز فوقاني را بر تحتاني افزایند و ضرب کنند و تا صف دویم رسند و دو خانه
نقل کنند تا آنکه عدد صف ضلع را چنانکه مذکور شد نقل نمایند و باز طلب عدد دیگر بصفت مذکور
کنند و اگر یافته نشود صفر گذارند و اعداد جمیع صفوف را انتقال بطور سابق سازند و عمل تمام
کنند پس باید دانست که در استخراج ضلع مال چون سواي صف ضلع صف دیگر نیست
پس عدد فوقاني را بر تحتاني افزوده و جمع ساخته یک خانه بطرف یمین نقل خواهند کرد و در
کعب چون صف ضلع و صف مال است پس تحتاني را بر فوقاني افزوده و جمع نموده و در
فوقاني ضرب کرده و در صف مال نوشته و جمع ساخته یک خانه نقل خواهند کرد و باز فوقاني را
بر تحتاني افزوده و جمع ساخته در صف ضلع دو خانه نقل بطرف یمین خواهند کرد و بر همین
در مال مال و مال کعب و باید دانست که هر نقل و جمع را تخطیط عرضي فاصل نوشتن ضرور است
چون استخراج ضلع مال که جذر است گفته شده است مثال استخراج ضلع کعب و ضلع مال کعب
درینجا نوشته میشود مثلاً خواستم که ضلع کعب این اعداد ۴۴۷۶۹۷۱۲۵ بدانم چون عدد
مراتب اعداد مضلعه نه است و آنرا بر عدد سه که عدد منزل مضلعه کعب است قسمت نمودم
سه خارج شد پس شکل منبري سه درجه کشیدم و هر منبر را بخطوط طولاني تقسیم نمودم
و خطوط طولاني را دو از نموده بدو صف که صف ضلع و صف مال است منقسم ساختم و اعداد
مضلعه را در مربعات منبري نوشتم هذه صورته صورت (۳۶)
و طلب کردم عددي را که کعب آن از اعداد منبر اخیر ساقط توانم کرد عدد هفت را یافتم پس آنرا
بالاي مربع اول منبر آخر نوشتم و تحتاني آن در صف ضلع نگاشتم و تحتاني را در فوقاني ضرب

کرده حاصل ضرب را که ۴۹ بود در صف مال نوشتم وآنرا در فوقاني ضرب کرده حاصل را که ۳۴۳ بود
در مربعات منبر اول تحت اعداد مضلع نوشتم وساقط کردم و باقي را که ۱۰۴ بود در تحت آن
در مربعات خالي برابر سطر منبر دويم نوشتم وفوقاني را بر تحتاني در صف ضلع افزودم ۱۴ شد
وآنرا در فوقاني ضرب کرده در صف مال نوشتم وجمع نمودم وحاصل جمع را که ۱۴۷ بود يکخانه
بطرف يمين نقل نمودم وباز فوقاني را بر تحتاني افزودم ومجموع را که ۲۱ بود دوخانه بطرف
يمين نقل ساختم وباز طلب کردم عددي را که اگر آنرا در اعداد صف مال بلحاظ اينکه اول آنرا
در اعداد صف ضلع ضرب کرده در صف مال افزوده خواهد شد ضرب نموده از اعداد منبري
که محاذي اوست ساقط توانم کردشش را يافتم آنرا بالاي مربع اول منبر دويم و در صف
ضلع محاذي آن نوشتم در صف ضلع ۲۱۶ شد آنرا در فوقاني ضرب کرده در صف
مال افزودم وجمع نمودم در صف مال ۱۵۹۹۶ گرديد آنرا در فوقاني ضرب کرده حاصل
ضرب را که ۹۵۹۷۶ بود در مربعات منبري نوشته ساقط نمودم وباقي را که ۸۷۲۱ بود تحت
آن در مربعات خالي نگاشتم وباز فوقاني را بر تحتاني افزودم در صف ضلع ۲۲۲ گرديد
آنرا در فوقاني ضرب کرده در صف مال افزودم ومجموع را که ۱۷۳۲۸ بود يک مرتبه بطرف
يمين نقل نمودم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده مجموع را که ۲۲۸ بود دو مرتبه بطرف
يمين نقل کردم وباز طلب کردم عددي را بصفت مذکوره پنج را يافتم بالاي مربع اول
منبر سيوم ودر صف ضلع محاذي هم نوشتم در صف ضلع ۲۲۸۵ شد آنرا در پنج که فوقاني بود
ضرب کرده ودر صف مال افزوده ومجموع را که ۱۷۴۴۲۲۵ بود در فوقاني ضرب کرده حاصل
را که ۸۷۲۱۱۲۵ بود در مربعات منبري نوشتم وساقط کردم هيچ باقي نماند پس معلوم شد که اعداد
سطر خارج منبر ضلع اول مضلع است مثال ديگر خواستم که ضلع مال کعب اين اعداد بدانم
۳۴۳۰۰۰۴۶۰۵۲۱۱۴۹۴۵۴۵ چون عدد مراتب اعداد نوزده است وآنرا بر عدد منزل مضلع
که پنج است تقسيم کردم سه خارج شد وچهار عدد باقي ماند پس شکل منبري چهار منزلي
کشيده ودر سه درجه خطوط طولاني بمراتب پنج کشيدم ودر درجهٔ اخير بمراتب چهار ورقوم
اعداد را ثبت نمودم وخطوط طولاني را منقسم نمودم بچهار صف که صف اول صف ضلع
ودويم صف مال وسيوم صف کعب وچهارم صف مال مال است وطلب کردم عددي را

که مال کعب آنرا از اعداد درجهٔ اخیر ساقط توانم کرد پنج را یافتم آنرا بالای مربع اول درجهٔ
اخیر و تحتانی محاذی آن در صف ضلع نوشتم و تحتانی را در فوقانی ضرب کرده حاصل که
۲۵ بود در صف مال نوشتم و آنرا در فوقانی ضرب کرده ۱۲۵ را در صف کعب و همچنین ۶۲۵ در صف
مال مال و ۳۱۲۵ در مربعات درجهٔ اخیر نوشته ساقط کردم و باقی را تحت آن در مربعات خالی
برابر سطر منبر دویم نوشتم و فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب کرده در صف مال نوشتم
و جمع نمودم ۷۵ شد آنرا باز در فوقانی ضرب کرده در صف کعب جمع نمودم ۵۰۰ گردید
و آنرا در فوقانی باز ضرب نموده در صف مال مال جمع نمودم ۳۱۲۵ شد آنرا بطرف یمین
یک مرتبه نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب ساخته و در صف مال افزوده
و جمع ساخته و باز ضرب نموده و در صف کعب جمع کرده ۱۲۵۰ را دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم
و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب کرده و در صف مال جمع ساخته ۲۵۰ را سه مرتبه بطرف
یمین نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده ۲۵ را چهار مرتبه بطرف یمین نقل کردم و طلب
کردم عددی را که در اعداد صف مال مال ضرب کرده از محاذی آن ساقط توانم کرد عددی
نیافتم چرا که رقم ۳۱ در صف مال مال مقابل ۳۰ از سطر منبر دویم بود پس صفر را بالای مربع
اول درجهٔ دویم نهادم و در تحتانی نیز محاذی آن صفر نوشتم و رقومات هر صف را نقل کردم
بطریقیکه مذکور شد و باز طلب کردم عددی را بصفت مذکوره را یافتم آنرا بالای مربع اول
درجهٔ سیوم و تحتانی محاذی آن نوشتم در تحتانی این رقم شد ۲۵۰۹ آنرا در فوقانی ضرب کرده
۲۲۵۸۱ را در صف مال جمع ساختم ۲۵۲۲۵۸۱ شد آن را در فوقانی ضرب کرده و حاصل را که
۲۲۷۰۳۲۲۹) است در صف کعب افزوده جمع ساختم ۱۲۷۲۷۰۳۲۲۹ شد آنرا در فوقانی ضرب نموده و
۱۱۴۵۴۳۲۹۰۶۱ را در صف مال مال افزوده جمع نمودم ۳۲۳۹۵۴۳۲۹۰۶۱ شد آنرا در فوقانی
ضرب کرده ۲۹۱۵۵۸۸۹۶۱۵۴۹ در مربعات سطر درجهٔ سیوم نوشته ساقط کردم و باقی را که
۱۳۴۴۵۷۰۹۰۵۱۶ بود تحت آن در مربعات خالی برابر درجهٔ چهارم نوشتم و بدستور فوقانی
را بر تحتانی افزودم و ۲۵۱۸ را در فوقانی ضرب کرده در صف مال ۲۲۶۶۲ افزوده و جمع ساخته و
۲۵۴۵۲۴۳ را در فوقانی ضرب کرده و در صف کعب ۱۲۲۹۰۷۱۸۷ افزوده و جمع کرده و
۱۲۹۵۶۱۰۴۱۶ را در فوقانی ضرب کرده و ۱۱۶۶۰۴۹۳۷۴۴ را در صف مال مال افزوده و جمع ساخته و

۳۳۵۶۱۴۸۲۲۸۰۵ را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزودم و
۲۵۳۷ را در فوقانی ضرب کرده ۲۲۷۴۳ را در صف مال افزوده وجمع ساخته ۲۵۶۷۹۸۶ را در فوقانی
ضرب کرده در صف کعب ۲۳۱۱۱۲۸۷۴ را افزوده وجمع ساخته ۱۳۱۸۷۲۲۲۹۰ را دو مرتبه
نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ۲۵۳۶ را در فوقانی ضرب کرده ۲۲۸۲۴ را
در صف مال افزوده وجمع ساخته ۲۵۹۰۸۱۰ را سه مرتبه نقل نمودم وباز فوقانی بر تحتانی
افزوده ۲۵۴۵ را چهار مرتبه نقل کردم وباز طلب کردم عددی را بصفت مذکوره چهار را یافتم
بالای مربع اول درجهٔ چهارم وتحت آن در صف ضلع نوشتم وضرب نموده ۱۰۱۸۱۶ را در صف مال
افزوده وجمع ساخته و ۲۵۹۱۸۲۸۱۶ را در فوقانی ضرب نموده و ۱۰۳۶۷۳۱۲۶۴ را در صف کعب
افزوده وجمع کرده و ۱۳۱۹۷۵۹۰۲۱۲۶۴ را در فوقانی ضرب ساخته و ۵۲۷۹۰۳۶۰۸۵۰۵۶ را در
صف مال مال افزوده وجمع نموده ۳۳۶۱۴۲۷۲۶۴۱۳۵۰۵۶ را در فوقانی ضرب کرده
۳۳۴۴۵۷۰۹۰۵۶۵۴۰۲۲۴ را در مربعات منبر چهارم نوشته ساقط کردم باقیماند ۵۴۳۲۱ واگر هیچ
باقی نمی ماند مضلع منطق می بود پس معلوم شد که مضلع اصم است وضلع تقریبی آن عدد خارج مع
صورة کسر باقی است وبرای استخراج مخرج کسر باید دانست که رقم فوقانی اخیر را باز
بدستور سابق بر تحتانی افزوده وجمع ساخته ودر فوقانی ضرب کرده در هریک صفوف بدستور
افزوده جمع سازند الا نقل ساختن ضرور نیست وبعد از تمام ضرب وجمع باصف اول اعداد
هریک صف را جمع نمایند وواحد بران بیفزایند که مخرج کسر خواهد بود وبرین تقدیر نقصان
مضلعات دیگر بسیار خواهد شد سوای مال چنانچه درین مثال چهار را که عدد فوقانی اخیر
بود بر تحتانی افزوده وجمع ساخته و ۲۵۴۵۸ را در فوقانی ضرب کرده ودر صف مال ۱۰۱۸۳۲
افزوده وجمع ساخته و ۲۵۹۳۸۴۶۴۸ را در فوقانی ضرب کرده ودر کعب ۱۰۳۷۱۳۸۵۹۲ افزوده
وجمع ساخته ۱۳۲۰۷۹۶۱۵۹۸۵۶ را در فوقانی ضرب کرده در صف مال مال ۵۲۸۳۱۸۴۶۳۹۴۲۴
افزوده جمع ساختم ۳۳۶۶۷۱۰۴۴۸۷۷۴۴۸۰ در صف مال مال شد باز فوقانی را بر تحتانی
افزودم و ۲۵۴۶۲ را در فوقانی ضرب کرده و ۱۰۱۸۴۸ در صف مال افزوده وجمع ساخته
۲۵۹۳۸۶۴۹۶ را در فوقانی ضرب کرده در صف کعب ۱۰۳۷۵۴۵۹۸۴ افزوده جمع نمودم
۱۳۲۱۰۳۴۷۰۵۸۴۰ در صف کعب شد وباز فوقانی بر تحتانی افزوده ۲۵۴۶۶ را در فوقانی

ضرب نمودم و ۱۰۱۸۶۴ در صف مال افزوده جمع کردم ۲۵۹۴۸۸۳۶۰ در صف مال شد و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده جمع نمودم ۲۵۴۷۰ در صف ضلع شد و اعداد هر یک صفوف را جمع نموده واحد بران افزودم ۱۵۱۹۹۴۱۵۲۴۳۲۰۶۸۰۳۳ مخرج کسر گردید و براي مخرج کسر کعب بر عدد خارج منبر واحد افزوده مجموع را در عدد خارج منبر ضرب نمایند و حاصل ضرب را در سه ضرب نموده واحد بران بیفزایند مثلاً خواستم که کعب نود و هفت بدانم چهار خارج شد و سي و سه باقي ماند پس بر چهار واحد افزوده پنج را در چهار ضرب کردم و حاصل را که بست است در سه ضرب کرده واحد بران افزودم شصت و یک شد پس کعب نود و هفت چهار صحیح و سي و سه جزء از شصت و یک جزء گردید و هذه صورته　　(جدول ۳۶)

ذکر بیان فوائد متعلقه شکل منبري و غیره في هذا المطلب

* فائدهٔ اولی شکل منبري براي تسهیل عمل است چه اعداد باقي بعد اسقاط برابر اعداد سطر درجهٔ ثاني مي افتد و نیز ضرورت علامت نهادن نمي شود

* فائدهٔ ثاني چون مراتب اعداد مضلعات ارقام تسعه از عدد منازل مضلع زائد نمي شود و در استخراج ضلع اول طلب اکثر آحاد مطلوب است لهذا مراتب اعداد مضلع را بر عدد مراتب تقسیم میکنند و بقدر خارج درجات منبر معین میسازند و همین عبارت از علامت نهادن است که صاحب خلاصة الحساب در استخراج جذر گفته است که أَعْلِمْ مَرَاتِبَهُ بِتَخَطّي مَرْتَبَةٍ مَرْتَبَةٍ یعني نشان کن مراتب مجذور را بگذاشتن یک یک مرتبه چرا که عدد مرتبهٔ مال دو است پس مراتب مجذور را بر دو قسمت میکنند و مجذور هیچ یک از ارقام تسعه بدرجهٔ ثالث نمي رسد و همچنین کعب مرتبهٔ سیوم است پس مراتب اعداد مضلع کعب را بر سه قسمت میکنند و بران نشان مي گذارند تا مراتب عدد ضلع اول معلوم شود و مضلع هر مرتبه نشان پذیرد

* فائدهٔ ثالث چون استخراج ضلع اول هر مضلع موقوف بر دریافت اصول منازل است لهذا دانستن اصول منازل و طریق دریافت آن بر ضرور است باید دانست که اصول منازل عبارت از قاعدهٔ کلي است که ازان طریق حصول هر مضلع باعتبار تقسیم ضلع اول بقسمین معلوم میشود مثلاً مجذور یعني مال که در منزل دویم است اگر جذر را دو قسم نمایند خواه مساوي خواه مختلف پس مجموع مجذورین هر دو قسم و مضروب یک قسم در ضعف قسم دیگر مساوي

مجذور اول که مجذور مجموع قسمین است خواهد بود کما مرّ و همچنین در کعب که منزل سیوم است اگر ضلع اول را دو قسم سازند مجموع کعب هر دو قسم و مضروب سه مجذور هریک قسم در قسم آخر مساوی کعب اول خواهد بود و علی هذا القیاس حال هر مضلعات متفاوت است و طریق دریافت اصول منازل آنست که عدد منازل مضلع را که دانستن اصول او منظور است برابر منزل اول که منزل ضلع است بنویسند و از عدد منزل مضلع واحد کم کرده در نصف عدد دیگر که برابر ضلع نوشته اند ضرب سازند و حاصل را برابر منزل مال نویسند و باز از عدد منزل دو کم کرده باقی را در ثلث عدد دیگر که برابر منزل مال نوشته شد ضرب سازند و حاصل را برابر منزل کعب نویسند و باز از عدد منزل مضلع سه کم کرده باقی را در ربع عدد دیگر که برابر منزل کعب است ضرب کنند و حاصل را برابر منزل مال مال نویسند و باز از عدد منزل مضلع چهار کم کرده باقی را در خمس عدد دیگر که برابر منزل مال مال است ضرب کرده حاصل را برابر منزل مال کعب نویسند و همچنین تا منزلیکه قبل منزل مضلع مطلوب است برسند مثلاً خواستم که اصول منزل مضلع که مال است بدانم چون عدد منزل او دو است آنرا برابر ضلع نوشتم چون منزل قبل مال همان منزل ضلع است لهذا بر همان دو اکتفا کردم و دانستم که اصول منزل مال دو است یعنی اگر ضلع را دو قسم نمایند پس مجموع مال هر دو قسم و حاصل ضرب احدهما در دو مثل دیگری برابر مال ضلع مذکور خواهد بود چراکه عدد دو در منزل ضلع واقع است بدینصورت

قسم اول	قسم دویم
ضلع	۲ ضلع

و همچنین خواستم که اصول منزل کعب بدانم پس عدد منزل کعب را که سه است برابر منزل ضلع نوشتم و واحد ازان کم کرده دو باقی را در نصف سه که یک و نیم است ضرب کردم هم عدد سه حاصل شد آنرا برابر منزل مال نوشتم بدینصورت

قسم اول	قسم دویم
ضلع ۳	ضلع
مال ۳	مال

پس دانستم که مجموع کعب هر دو قسم و مسطح سه مال قسم اول در قسم دویم و مسطح مال قسم دویم در سه چند قسم اول که گویا مسطح سه مال قسم دویم در قسم اول است برابر کعب مجموع قسمین خواهد بود و در اصول منزل مال مال که چهارم است چهار را برابر ضلع نوشتم و واحد از وی کم کرده سه را در دو که نصف چهار است ضرب کردم و شش را برابر منزل مال نگاشتم و باز از چهار دو کم کرده دو را در ثلث شش که هم دو است ضرب کردم حاصل ضرب را که چهار است

برابر منزل کعب نوشتم بدینصورت

قسم اول		قسم دویم
ضلع	۴	ضلع
مال	۶	مال
کعب	۴	کعب

پس دانستم که مجموع مال مال هردو قسم و مسطح چهار کعب هر قسم در قسم آخر و مسطح شش مال یکی درمال دیگر برابر مال مال مجموع قسمین خواهد بود و باید دانست که اعداد اصول منازل در نصف اول منازل ماقبل مضلع مطلوبه مساوی اعداد نصف ثانی منازل مذکور علی التناظر صعوداً و نزولاً واقع میشود اگر عدد منزل مضلع مطلوبه بعد اسقاط واحد زوج باشد و اگر عدد منزل فرد بود سوای وسط اعداد منازل هردو نصف علی التناظر مساوی خواهند بود مثلاً در کعب که بعد اسقاط واحد از عدد منزل دو باقی ماند پس اعداد اصول در ضلع و مال هردو مساوی افتاد و در مال مال که بعد اسقاط واحد سه ماند اعداد اول و سیوم مساوی شد و همچنین در مال کعب بدینصورت

قسم اول		قسم دویم
ضلع	۵	ضلع
مال	۱۰	مال
کعب	۱۰	کعب
مال مال	۵	مال مال

چراکه عدد منزل مال کعب پنج است آنرا برابر ضلع نوشتم و واحد از آن کم کرده چهار را در نصف پنج ضرب نمودم ده حاصل شد آنرا برابر منزل مال نوشتم باز از پنج دو کم کرده سه باقی را در ثلث ده ضرب کرده آنرا در برابر کعب نوشتم و باز از پنج سه کم کرده دو باقی را در ربع ده ضرب نمودم و پنج حاصل را برابر مال مال نوشتم و مساوات اعداد اصول اشاره برین است که هردو منزل باهم ضرب خواهند یافت یعنی در مال کعب پنج مال مال هر قسم در قسم آخر ضرب خواهد یافت خواه پنج مثل هر قسم را در مال مال قسم آخر ضرب خواهند کرد که هردو یک است و همچنین ده کعب هر قسم در مال آخر همچنین در اصول مال مال که عدد چهار برابر ضلع و کعب افتاده است و عدد شش برابر مال اشاره برین است که چهار کعب هر قسم در قسم آخر ضرب خواهند یافت خواه چهار مثل هر قسم در کعب آخر ضرب خواهد شد و شش مال یکی در مال آخر چراکه عدد شش صرف برابر مال است و تکرار ندارد و همچنین در کعب کعب بدینصورت

قسم اول		قسم دویم
ضلع	۶	ضلع
مال	۱۵	مال
کعب	۲۰	کعب
مال مال	۱۵	مال مال
مال کعب	۶	مال کعب

درین منزل معلوم می شود که شش مال کعب هر قسم در قسم آخر ضرب خواهد یافت و پانزده مال مال هر قسم در مال قسم آخر و بست کعب یک قسم در کعب قسم آخر ضرب خواهد شد وَقِسْ عَلَى هٰذَا و برای دریافت اصول منازل از مال تا کعب کعب کعب که منزل

دوازدهم است جدول رسم کردم تا طالبان را سهل باشد وبدانکه براي رقم ارقام جدول طريق
سهل است که بعد کشيدن شکل منبري و رسم نامهاي منازل مطلوبه ومنازل سابقهٔ آن چون براي
مال صرف ضلع بود لهذا دو در خانهٔ ضلع نوشتم وبراي کعب سه در خانهٔ ضلع وسه در خانهٔ مال
نوشتم وبراي مال مال چهار در خانهٔ ضلع وچهار در خانهٔ کعب که متناظر اوست نوشتم وبراي
خانهٔ مال عدد خانهٔ ضلع ومال سطر کعب را جمع نمودم وشش را در ميان خانهٔ مال در سطر
مال مال نگاشتم وهمچنين در مال کعب پنج را در خانهٔ ضلع ومال مال نگاشتم وعدد خانهٔ ضلع ومال
سطر مال مال را جمع کرده در خانهٔ مال وعدد خانهٔ مال وکعب سطر مال مال را در خانهٔ کعب
در سطر مال کعب نوشتم وهمچنين تا آخر بدين طريق استخراج اصول منازل زياده از کعب
کعب کعب کعب هم آسان مي شود * (جدول ۳۷)

* فائدهٔ چهارم بايد دانست که تعين صف منازل سابقه در جدول وافزودن عدد بالائي
بر تحتاني وضرب کردن آن در فوقاني وحاصل ضرب را در صف هاي مال وکعب وغيره نوشتن
همين سبب است که بقدر اصول هر مضلع اعداد صفوف آن جمع شوند تا براي ضرب قسم ديگر
که مطلوب است نقل کرده شود چرا که ضلع اول درجهٔ اخير که بر آمده است بلحاظ درجهٔ
دويم گويا يک قسم از دو قسم ضلع اول خارج شده است وقسم دويم را خارج کردن منظور است
پس بعدهٔ اعداد اصول منازل اعداد هر منزل قسم خارج را تضعيف نمودن ضرور شد لهذا
براي حصول آن عمل مذکور مقرر کرده اند درينصورت بايد که اعداد منقولهٔ هر يک صفوف را
بد بينند اگر بقدر حاصل التضعيف اعداد منزل قسم خارج بعدهٔ اعداد منازل است عمل
صحيح است والا غلط مثلاً در مضلع مال کعب اگر اعداد منقولهٔ اول صف مال مال بقدر پنج
مال مال عدد خارج واعداد منقولهٔ صف کعب بقدر ده کعب عدد خارج ومنقولهٔ صف مال بقدر
ده مال عدد خارج ومنقوله صف ضلع بقدر پنج مثل عدد خارج است عمل صحيح است والا
پس هر جا که غلطي باشد درست ميتوان نمود

* فائدهٔ پنجم اعداد صفوف را بطرف يمين که نقل مي کنند ودر نقل اعداد هر صفوف
تفاوت يکمرتبه مرعي ميدارند اين است چون در درجهٔ اول که اخير است عدد خارج بمنزلهٔ
آحاد بود بلحاظ عدد خارج درجهٔ دويم بمنزلهٔ عشرات شد پس بايد که تضعيف آن در صف

ضلع بمنزلهٔ عشرات عدد خارج درجهٔ دویم نوشته شود و تضعیف مال آن در صف مال بمرتبهٔ مئات و تضعیف کعب در صف کعب بمنزلهٔ الوف وعلی هذا القیاس تضعیفات صفوف دیگر نوشته میشود

* فائدهٔ ششم اعداد هر مضلع که عدد منزل آن زوج باشد مجذور اعداد مضلع خواهد بود که عدد منزل آن نصف عدد منزل اوست مثلاً اعداد مضلع مال مال مجذور اعداد مضلع مال است و اعداد مضلع کعب کعب مجذور اعداد ضلع کعب است پس اگر خواهند که ضلع اول مال کعب کعب که منزل هشتم است برآرند طریق سهل این ست که جذر اعداد مال کعب کعب را استخراج نمایند و ان مال مال خواهد بود پس باز جذر آن خارج کنند که مال خواهد بود و باز جذر آن بگیرند که ضلع اول است و همچنین اگر خواهند ضلع اول کعب کعب بدانند پس جذر آن بگیرند که کعب خواهد بود بعد از ان ضلع کعب استخراج نمایند و هر مضلع که برای عدد منزل آن ثلث صحیح باشد مثل شش و نه و دوازده پس کعب اعداد آن مضلع استخراج نمایند که آن اعداد مضلعی است که منزل ان ثلث منزل مضلع مذکور خواهد بود مثلاً در کعب کعب که منزل ششم است اگر کعب استخراج کنند اعداد مال خواهد برآمد و همچنین در کعب کعب کعب اعداد کعب خارج خواهد شد درین صورت استخراج ضلع اول بسیار آسان میشود الا در مضلعاتیکه عدد منزل آن فرد اولی باشد چنانچه مال کعب که منزل پنجم است یا مال مال کعب که منزل هفتم است این طریق جاری نمی تواند شد فتأمل

* فائدهٔ هفتم بدانکه در جدول استخراج مضلعات اعداد صف اخیر صرف در ضلع ضرب می یابد و اعداد صف دویم در مال و اعداد صف سیوم در کعب همچنین الی آخر پس ضرب هر قدر که در منزل صعودی خواهد بود مضروب فیه بهمان نسبت در منزل نزولی خواهد افتاد تا آنکه در منزل وسط هر دو در یک منزل خواهد بود فاحفظها

* فائدهٔ هشتم از برای تسهیل استخراج ضلع مضلعات اعداد مضلعات آحاد از ضلع تا منزل مال مال کعب کعب در جدول ثبت نمودم که طالبان را اعانت عظیم شود (جدول ۳۸)

* فصل در استخراج فضل بین المضلعین عددین که منزل آنها متساوی باشد *

وطریقش چنانست که شکل فوا ربعه اضلاع بکشند و ضلع فوقانی را منقسم سازند اگر عدد فضل عددین واحد باشد والا پنج قسم نمایند و ضلع ایمن را بعدد اعداد اصول منزل تقسیم کنند و خطوط

ازان خارج نمایندکه ذو اربعة اضلاع منقسم بمربعات صغیره شود بعد ازان اعداد اصول منزل را در مربعات سطر ایمن ثبت نمایند و مضلعات سابقه مضلع مفروضهٔ عدد اقل را در مربعات سطر ثانی بنویسند وضرب کنند اعداد هر مربع سطر اول را در اعداد مربعات سطر ثانی و حاصل را در مربعات سطر ثالث بنویسند و جمع نموده واحد بران بیفزایند که آن فضل مضلع عدد زائد بواحد بر مضلع عدد اقل است و اگر تفاضل زائد از واحد باشد فضل را مع مضلعات سابقهٔ آن در مربع سطر رابع بعکس ترتیب بنویسند و بعد ازان اعداد مربعات سطر ثالث را در اعداد مربعات سطر رابع که محاذی است ضرب نموده حاصل را در مربعات سطر خامس نویسند پس مجموع حواصل مع مضلع مفروضهٔ فضل تفاضل مضلع عدد اکثر بر مضلع عدد اقل خواهد بود مثلاً خواستم که فضل مال کعب هفت بر مال کعب شش بدانم پس شکل ذو اربعة اضلاع نوشته وضلع فوقانی را سه قسم نمودم چراکه تفاضل عددین واحد بود وضلع ایمن را چهار قسم نمودم که عدد اعداد اصول منزل چهار است پس سطر ایمن که اول است در ان اعداد منزل را که ۵ و ۱۰ و ۱۰ و ۵ بود نوشتم و در سطر دویم شش و اعداد مضلعات سابقهٔ شش را که ۶ و ۳۶ و ۲۱۶ و ۱۲۹۶ بود نوشتم وضرب نمودم عدد مربعات سطر اول را در اعداد مربعات سطر ثانی که محاذی آن بود و حاصل ضرب را در مربعات سطر ثالث نوشتم و جمع نمودم و واحد افزودم ۹۰۳۱ شد و این مقدار تفاضل مال کعب هفت بر مال کعب شش است وهذه صورته (شکل ۳۹)

مثال دیگر خواستم که تفاضل مال کعب یازده بر مال کعب شش بدانم چون فضل یازده بر شش زیاده از واحد بود لهذا ضلع فوقانی شکل ذو اربعة اضلاع را پنج قسم نمودم وضلع ایمن را چهار و اعداد اصول را در سطر اول نوشتم و شش و مضلعات سابقهٔ شش را در سطر ثانی و حاصل ضرب را در سطر ثالث و خمس را که تفاضل عددین است مع مضلعات سابقهٔ آن در سطر چهارم بعکس ترتیب نوشتم یعنی خمس را برابر مال مال شش و مال مال خمس را برابر شش نگاشتم و اعداد مربعات سطر ثالث را در اعداد سطر رابع ضرب کرده حواصل را در مربعات سطر پنجم ثبت نموده جمع کردم و مال کعب پنج را بران افزودم مجموع قدر تفاضل مال کعب یازده بر مال کعب شش شد وهذه صورته (شکل ۴۰)

ونیز اگر عدد اکثر ضعف عدد اقل باشد و مضلع اقل معلوم بود پس اعداد اصول منزل را جمع نموده و واحد بران افزوده در مضلع اقل که معلوم است ضرب کنند حاصل ضرب قدر

تفاضل مضلع عدد اکثر بر مضلع عدد اقل خواهد بود مثلاً خواستم که تفاضل کعب کعب هشت
بر کعب کعب چهار بدانم پس اعداد اصول را که ۶ و ۱۵ و ۲۰ و ۱۵ و ۶ بود جمع نمودم ۶۲ شد
و واحد بران افزودم و ۶۳ را در ۴۰۹۶ که کعب کعب چهار است ضرب نمودم حاصل الضرب
۲۵۸۰۴۸ مقدار تفاضل کعب کعب هشت بر کعب کعب چهار است واگر مضلع اکثر که ضعف
اقل است معلوم باشد پس بر اعداد اصول دو افزوده اعداد مضلع عدد اکثر را بران قسمت
کنند خارج اعداد مضلع عدد اقل خواهد بود مثلاً در مثال مذکور کعب کعب هشت معلوم بود
۲۶۲۱۴۴ آنرا بر شصت و چهار که مجموع اعداد اصول مع اثنین است قسمت کردم خارج
۴۰۹۶ گردید که کعب کعب چهار است پس باسقاط مضلع اقل از مضلع اکثر فضل را دریافت
می توان نمود واگر فضل مضلع اکثر عدد که ضعف اقل است معلوم باشد آنرا بر مجموع اعداد
اصول مع الواحد قسمت کنند خارج مضلع اقل خواهد بود واگر عدد اقل جزء اکثر باشد پس
عدد اکثر را بر اقل قسمت نموده مضلع خارج را در مضلع اقل ضرب کنند که حاصل مضلع اکثر
است مثلاً در کعب کعب هشت ۲۶۲۱۴۴ معلوم است وخواستم که کعب کعب چهل بدانم
پس چهل را بر هشت قسمت نمودم پنج خارج شد کعب کعب پنج را که ۱۵۶۲۵ بود در کعب کعب
هشت ضرب کردم حاصل ۴۰۹۶۰۰۰۰۰۰ کعب کعب چهل است واگر مضلع اکثر که عدد اقل
جزء آنست معلوم باشد مضلع اکثر را بر مضلع خارج که از قسمت عدد اکثر بر اقل شده است
قسمت نمایند خارج مضلع اقل خواهد بود واگر فضل اکثر بر اقل بصورت واحد باشد
مثل ده و صد و هزار وغیر آن پس بعد رسم ذوار بعة اضلاع و مربعات صغار و اعداد اصول
منازل و عدد اقل و مضلعات سابقهٔ آن باید که شروع ضرب اعداد اصول که در سطر اول است
در اعداد سطر ثاني که مضلعات عدد اقل است از مربع اسفل نمایند و آحاد اعداد هر خانه
را محاذي عشرات اعداد خانهٔ اسفل او نویسند اگر فضل ده باشد و محاذي مئات نویسند اگر
فضل صد باشد و محاذي الوف نویسند اگر فضل هزار باشد و علی هذا القیاس و بعد تمام ضرب
واحد بر حاصل الضرب اخیر بهمان طور بیفزایند یعني اگر فضل ده است بر عشرات واگر
فضل صد باشد بر مئات و جمع نمایند و صفر مرتبهٔ فضل را بران زیاده کنند که آن فضل اکثر
بر اقل است مثلاً خواستم که فضل مال کعب شانزده بر مال کعب شش بدانم پس بعد عمل

این عدد برآمد ۱۰۴۰۸۰۰ و هذه صورته (صورت ۴۱)

مثال دیگر خواستم که فضل مال کعب یک هزار و شش بر مال کعب شش بدانم پس آحاد حاصل الضرب هر خانه محاذي الوف خانهٔ اسفل او نوشتم و واحد را هم بهمین نسبت افزودم وجمع ساخته سه صفر افزودم این عدد حاصل شد و هذه صورته (صورت ۴۲)

واگر صورت اکثر واحد باشد مع صفر یا اصفار پس عدد اصفار را در عدد منزل ضرب نموده واحد در یسار او نویسند که حاصل مضلع مفروضه اکثر است و ازان مضلع اقل را ساقط کنند باقي فضل مضلع اکثر بر مضلع اقل خواهد بود مثلاً خواستم که فضل مال کعب یک صد بر مال کعب چهار بدانم عدد اصفار را که دو است در عدد منزل که پنج است ضرب کردم ده صفر شد و بر یسار آن واحد نوشتم ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

مال کعب صد شد و ازان مال کعب چهار را ساقط کردم باقي فضل برآمد و اگر

۱۰۲۴
۹۹۹۹۹۹۸۹۷۶

صورت اقل واحد مع صفر یا اصفار باشد پس بعد رسم ذو اربعه اضلاع واعداد اصول قدر تفاضل را مع مضلعات سابقهٔ آن در سطر ثاني بنویسم و اصفار یمین اقل را بر حاصل الضرب مربع اسفل بیفزایم و ضعف آن اصفار را بر حاصل الضرب بالاي آن و سه مثل اصفار اقل بر حاصل الضرب بالاي آن و همچنین الی آخر و جمع کنم و مضلع تفاضل بران بیفزایم مثلاً خواستم که فضل مال کعب یک صد و پنج بر مال کعب صد بدانم پس بعد رسم ذو اربعه اضلاع و تمام عمل این عدد حاصل شد و هذه صورته (صورت ۴۳)

* مطلب یازدهم در استخراج هر دو ضلع مسطحیکه تفاضل ضلعین آن معلوم باشد *

بدانکه مسطح عبارت از حاصل الضرب عددین مختلفین است مثلاً چهار را در پنج ضرب نمودم بست که حاصل الضرب شد مسطح چهار در پنج است و چهار و پنج هر دو ضلع مسطح اند و باید دانست چنانکه حاصل الضرب از مجذور عام است همچنان مسطح از مربع عام است اعني گاهي بر حاصل الضرب عددي نفسه هم اطلاق مي شود و درین صورت ضرور است که یکي ازان هر دو ضلع اعظم و دیگري اصغر خواهد بود و مقدار اعظم مجموع اصغر و قدر تفاضل است پس مسطح اعظم در اصغر مساوي مجموع مربع اصغر و مسطح اصغر در تفاضل خواهد بود و همچنین اصغر را اگر اعظم الا قدر تفاضل تعبیر نمایند پس مسطح مساوي مربع اعظم الا مسطح اعظم در

تفاضل است و همچنین اگر تفاضل را تنصیف نمایند پس مسطح مساوي مربع اصغر و مسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل خواهد بود و برین تعبیرات استخراج هر دو ضلع مسطح که تفاضل ضلعین معلوم باشد به سه طریق میتواند شد

طریق اول اگر مسطح را مساوي مربع اصغر و مسطح اصغر در تفاضل تعبیر نمایم پس استخراج ضلع اصغر بقاعدهٔ استخراج مال زائد خواهد شد چنانچه در مطلب دوازدهم بیان کرده شود ان شاالله تعالی

طریق دویم اگر مسطح را مساوي مربع اعظم الا مسطح اعظم در قدر تفاضل تعبیر نمایم استخراج ضلع اعظم بقاعدهٔ استخراج مال ناقص خواهد شد و این را نیز در مطلب دوازدهم مبین خواهم نمود

طریق سیوم اگر مسطح را مساوي مربع اصغر و مسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل تعبیر کنم پس عدد مربع نصف تفاضل بر آن عدد مسطح افزوده جذر آن بگیرم که آن مجموع اصغر و قدر تفاضل خواهد بود چرا که در اصول منازل گفته شد که مربع عدد مساوي مربعین قسمین او و مسطح یک قسم در ضعف قسم آخر مي شود پس هرگاه مسطح مساوي مربع اصغر و مسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل بود و مربع نصف تفاضل بران افزودم پس مجموع مربع اصغر و مربع نصف تفاضل و مسطح اصغر در ضعف نصف تفاضل شد که مجذور مجموع اصغر و نصف تفاضل است و هرگاه از جذر آن نصف تفاضل ساقط کنم اصغر باقي خواهد ماند و اگر نصف تفاضل بیفزایم اعظم حاصل خواهد شد مثلاً خواستم که هر دو ضلع یک صد و بست بدانم و تفاضل بین الضلعین دو است پس واحد را که مربع نصف تفاضل است بر یک صد و بست افزودم یک صد و بست و یک شد و جذر آن گرفتم یازده بر آمد و هرگاه از ان واحد را که نصف تفاضل است ساقط کردم باقي ده ضلع اصغر شد و هرگاه واحد را افزودم دوازده ضلع اعظم شد و این قاعده از متعلقات جبر و مقابله است

*مطلب دوازدهم در استخراج ضلع اول مضلعات زائده و ناقصه که به سبب آن اکثر مسائل جبر و مقابله که حل آن مشکل است حل مي شوند *

هرگاه دانستي که مضروب عدد في نفسه را مال و مضروب مال در آن عدد را کعب و مضروب کعب دران عدد را مال مال گویند و همچنین جمیع مضلعات الی غیر النهایة است پس بدانکه مضلع زائد آنست که بران مضروب عددي معلوم در ضلع اول خواه در ضلع از مضلعات سابقه بیفزایند مثلاً مال زائد آنست که بر جذر عددي معلوم افزوده مجموع را دران جذر ضرب کنند خواه عددي را

درجذر ضرب کرده بر مال بیفزایند چنانکه گویند یکصد و بست را که یک مال و دو شیء است و همچنین
کعب زائد آنست که بران مضروب عددی در شیء خواه در مال خواه در هر دو بیفزایند چنانکه
گویند یک هزار و بست را یک کعب و دو شیء است و یک هزار و دو صد را یک کعب و دو مال است
و یک هزار و سه صد و چهل را یک کعب و سه مال و چهار شیء است وَقِسْ عَلَی هٰذَا و همچنین
مضلع ناقص آنست که از ان مضلع مضروب عددی معلوم در ضلع اول خواه در مضلع از مضلعات
سابقهٔ او نقصان کنند چنانکه گویند یک صد و بست یک مال الا دو شیء است وعَلَی هٰذَا القِیَاس
وطریق استخراجش چنانست که اعداد در یک سطر بنویسند و بالای آن خط عرضی بکشند
و جدول ثبت نمایند چنانچه در استخراج مضلعات کشیده میشود الا فرق درین جدول اینست
که شکل منبری نمیکشند بلکه شکل مسطح به شکل جدولی که صاحب خلاصة الحساب برای
قسمت و جذر مقرر نموده میکشند و بجای درجات منبر نقطهٔ علامت میگذارند و صفوف
مضلعات سابقهٔ آن نیز بهمان طریق درست سازند و عدد زائد را در مضلع زائد و ناقص را در
مضلع ناقص در اسفل هر صف که بلحاظ ضرب صعوداً و نزولاً نظیر اوست ثبت نمایند بطوریکه
آحاد آن در نقل اخیر محاذی آحاد اعداد مضلع مفروض افتد مثلاً در کعب چهار شیء زائد
عدد چهار را که زائد است در صف مال نویسند بحیثیتیکه بنقل یک مرتبه در نقل اخیر محاذی آحاد
اعداد کعب واقع شود پس اگر علامت کعب که بالای جدول نهاده اند چهار است سه مرتبهٔ
نقل خواهد شد درینصورت چهار را در مرتبهٔ الوف نویسند که در نقل اول بمرتبهٔ مئات و در نقل
دویم بمرتبهٔ عشرات و در نقل سیوم بمرتبهٔ آحاد خواهد افتاد و در کعب شش مال زائد عدد شش
را در صف ضلع نویسند بحیثیتیکه بنقل دو دو مرتبه محاذی آحاد اعداد کعب افتد پس اگر علامت
کعب چهار است نقل سه مرتبه خواهد شد شش را در مرتبهٔ الوف الوف که مرتبهٔ هفتم از مراتب
اعداد است بنویسند و همچنین ناقص را پس در مضلعات زائده استخراج ضلع اول نمایند چنانکه
در مطلب هشتم گفته شد و اعداد زائدهٔ هر صف را مع اعداد آن صف جمع کرده ضرب و جمع و نقل
چنانکه قاعدهٔ استخراج مضلعات است سازند مثلاً خواستم ضلع اول این اعداد ۲۰۱۴۳۳۹۶۶۱۸۲۴
که مال کعب و دو صد و سیزده مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت دو صد
و سیزده را که عدد زائد است در صف ضلع بحیثیتیکه آحاد آن در مرتبهٔ نهم که مئات الوف الوف

است واقع شد نوشتم وجهت نوشتن در صف ضلع اینست که باعتبار اصول منزل مال کعب
صف ضلع نظیر صف مال مال است وسبب نوشتن آحاد بمرتبهٔ نهم این ست که باعتبار نقل
اعداد صف ضلع بطرف یمین که در مال کعب بگذاشتن چهار چهار خانه می شود وبه سبب
علامت که سه است دو مرتبه نقل خواهد شد لهذا هشت مراتب عددی گذاشته در مرتبهٔ نهم
نوشته شد بعد ازان طلب کردم عددی راکه مال کعب آنرا از اعداد علامت اخیر وحیز اصل
الضرب اعداد زائد را ازمحاذات ساقط توان کرد عدد دو را یافتم آنرا بالای علامهٔ ومحاذی
آن در صف ضلع نوشتم وجمع کردم در صف ضلع این عدد شد ۴۱۳ آنرا در فوقانی ضرب کرده
در صف مال نوشتم این عدد شد ۸۲۶ وآنرا در فوقانی ضرب کرده در صف کعب نگاشتم این عدد
گردید ۱۶۵۲ وآنرا در فوقانی ضرب کردم در صف مال مال این ۳۳۰۴ نوشتم وآنرا در فوقانی
ضرب کرده واین عدد ۶۶۰۸ را از اعداد ضلع که محاذی آن بود ساقط کردم باقی ۱۳۵۳۵ را
تحت خط عرضی نوشتم وفوقانی بر تحتانی افزودم واین ۶۱۳ را در فوقانی ضرب کرده
در صف مال ۱۲۲۶ افزوده وجمع نموده این ۲۰۵۲ را در فوقانی ضرب ساخته در صف کعب
۴۱۰۴ افزوده وجمع نموده ۵۷۵۶ را در فوقانی ضرب نموده ۱۱۵۱۲ در صف مال مال نوشتم
وجمع ساخته ۱۴۸۱۶ رایک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده
وجمع کرده ۸۱۳ را در فوقانی ضرب کرده ۱۶۲۶ را در صف مال افزوده وجمع نموده ۳۶۷۸
را در فوقانی ضرب کرده ۷۳۵۶ را در صف کعب نوشته وجمع ساخته ۱۳۱۱۲ را دو مرتبه بطرف
یمین نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزودم ۱۰۱۳ را در فوقانی ضرب کرده در صف مال
۲۰۲۶ را نوشته وجمع ساخته ۵۷۰۴ را سه مرتبه نقل نمودم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده ۱۲۱۳ را
چهار مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز طلب عدد دیگر کردم پنج را یافتم آنرا بالای علامت
دویم نوشتم ومحاذی آن در صف ضلع ۱۲۶۳ شد وبهمان طریق عمل نمودم پس ضرب وجمع
در صف مال ۶۳۳۵۵ ودر صف کعب ۱۶۲۷۹۷۵ ودر صف مال مال ۲۲۹۵۱۸۷۵ ودر صف عدد
۱۱۴۷۷۹۳۷۵ را ساقط کرده باقی ۲۰۵۷۴۵۹۱۱۸۲۴ راکه تا علامت آخر از اعداد صف عدد باقی ماند
تحت خط عرضی نوشتم وبعد ازان باز فوقانی را بطور سابق هر بار بر تحتانی افزوده ضرب
کرده ودر هر صف جمع ساخته ونقل نمودم پس اعداد منقول صف مال مال ۳۲۸۴۳۷۵۰ را اعداد

منقول صف کعب ۲۳۶۱۲۵۰ و اعداد منقول صف مال ۸۳۸۰۰ و منقول صف ضلع ۱۴۶۳۰ گردید
پس باز عدد دیگر طلب کردم شش را یافتم آنرا بالای علامت و محاذی آن در صف ضلع نوشتم
و عمل نمودم پس بعد عمل در صف ضلع ۱۴۶۹ و در صف مال ۸۴۶۸۱۴ و در صف کعب
۲۴۱۲۰۵۸۸۴ و در صف مال مال ۳۴۲۹۰۹۸۵۳۰۴ و در صف عدد ۲۰۵۷۴۵۹۱۱۸۲۴ گردید
و هیچ باقی نماند و هذه صورته (جدول ۴۴)

مثال آخر خواستم که ضلع اول این اعداد ۱۴۹۷۶۶۳۱۹۸۷۲۰۰۰ که یک مال کعب و یک صد
و چهل و چهار کعب است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت عدد زائد را که یک صد و چهل
و چهار است در صف مال که باعتبار اصول منزل نظیر کعب است در مرتبهٔ سابعه که به سبب سه
علامت و نقل دو بار به سه سه مرتبه متصور است نوشتم و طلب کردم اکثر عددی از آحاد
برای علامت اخیره شش را یافتم آنرا بالای علامت اخیر و تحتانی در صف ضلع محاذی آن
نوشتم و حاصل ضرب را در صف مال نگاشتم در صف مال ۳۶۰۱۴۴ شد آنرا در فوقانی ضرب نموده
۲۱۶۰۸۶۴ را در صف کعب نوشته و در فوقانی ضرب کرده ۱۲۹۶۵۱۸۴ را در صف مال مال نگاشته
و باز ضرب کرده ۷۷۷۹۱۱۰۴ را در صف عدد نوشته ساقط کردم و باقی را تحت آن نوشتم و باز
فوقانی را بر تحتانی افزوده و جمع کرده ۱۲ را در فوقانی ضرب نموده در صف مال افزوده
جمع نمودم ۱۰۸۰۱۴۴ را باز در فوقانی ضرب نموده در صف کعب افزوده جمع ساختم
۸۶۴۱۷۲۸ را در فوقانی ضرب نموده در صف مال مال جمع کردم و ۶۴۸۱۵۵۵۲ را یک مرتبه
نقل نمودم و همچنین باز فوقانی را بر تحتانی افزوده جمع ساختم پس در صف ضلع ۱۸ و در
صف مال ۲۱۶۰۱۴۴ و در صف کعب ۲۱۶۰۲۵۹۲ گردید آنرا دو مرتبه نقل کرده و باز فوقانی را
بر تحتانی افزوده ضرب و جمع ساختم در صف ضلع ۲۴ و در صف مال ۳۰۰۱۴۴ شد آنرا سه مرتبه
نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و جمع کرده ۳۰ را چهار مرتبه در صف ضلع نقل
ساختم و طلب عدد دیگر کردم هشت را یافتم بالای علامت دویم و محاذی آن در صف ضلع
نوشتم در صف ضلع ۳۰۸ شد و آنرا بدستور ضرب و جمع نمودم پس در صف مال ۳۸۴۲۶۵۴۴
و در صف کعب ۲۴۶۷۹۸۲۷۲ و در صف مال مال ۸۴۵۵۹۴۱۳۷۶ و تحت عدد ۶۷۶۴۷۵۳۱۰۰۸
شد آنرا ساقط کردم و باقی را تحت خط عرضی نوشتم بعد از آن فوقانی را بر تحتانی افزوده ضرب و جمع

نموده بدستور عمل نمودم پس منقول صف مال مال ۶۸۵۵۶۸۲۶۹۰۱ یک مرتبه و منقول صف
کعب ۳۱۴۴۶۱۳۷۶ دو مرتبه و منقول صف مال ۴۶۲۴۱۴۴ سه مرتبه و منقول صف ضلع ۳۴۰
چهار مرتبه بطرف یمین شد و باز طلب کردم عدد دیگر چهار را یافتم و ضرب و جمع کردم در صف ضلع
۳۴۰۴ و در صف مال ۴۶۳۰۷۷۶۰ و در صف کعب ۴۱۶۳۱۶۴۸۰۰ و در صف مال مال ۱۰۸۱۹۲۱۲۱۶۰۰
و در تحت عدد ۴۳۲۷۶۸۴۸۶۴۰۰ شد و هیچ باقی نماند و هذه صورته (جدول ۴۵)

مثال دیگر خواستم که ضلع اول این عدد ۵۵۷۲۱۲۳۸۳۲۰۰۸ که مال کعب و دو صد و نود
کعب و هفتاد و شش مال و پنجاه و دو شی است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت عدد
زائد دو صد و نود را در صف مال که نظیر کعب باعتبار اصول منزل است بمرتبهٔ سابع نوشتم و هفتاد
و شش را در صف کعب که نظیر مال بود بمرتبهٔ پنجم نگاشتم و پنجاه و دو را در صف مال مال که نظیر
شیء بود بمرتبهٔ سیوم نوشتم تا که در نقل اخیر آحاد هر صف محاذی آحاد صف عدد افتد پس
طلب عددی کردم برای علامت اخیر سه را یافتم بالای علامت و در صف ضلع محاذی آن
نوشتم و ضرب و جمع کردم پس در صف مال ۹۰۲۹۰ و در صف کعب ۲۷۰۷۰۷۶ و در صف
مال مال ۸۱۲۶۱۲۲۸۵۲ و تحت عدد ۲۴۳۷۸۳۶۸۵۵۶ گردید آنرا ساقط کرده باقی را تحت
خط عرضی نوشتم و فوقانی را بر تحتانی افزوده همچنان هربار ضرب و جمع و نقل کردم پس
منقول یک مرتبه در صف مال مال ۴۰۵۷۸۳۴۵۶۸۲ و منقول دو مرتبه در صف کعب
۲۷۰۲۶۹۰۷۶ و منقول سه مرتبه در صف مال ۹۰۰۲۹۰ و منقول چهار مرتبه در صف ضلع ۱۵ شد باز
طلب عدد دیگر برای علامت دویم نمودم پنج را یافتم بالای و محاذی در صف ضلع نوشتم
و بدستور ضرب و جمع نمودم پس در صف ضلع ۱۵۵ و در صف مال ۹۷۷۱۹۰ و در صف کعب
۳۱۹۱۵۰۵۷۶ و در صف مال مال ۵۶۵۳۵۸۷۴۴۵۲ و تحت عدد ۲۲۲۹۷۹۳۷۲۲۶۰ نوشته ساقط
کردم باقی را تحت خط عرضی نگاشتم و باز فوقانی را بر تحتانی بدستور افزوده و جمع و ضرب ساختم
پس منقول صف مال مال ۷۵۱۳۷۸۷۸۲۵۲ و منقول صف کعب ۴۲۹۰۵۴۵۷۶ و منقول صف
مال ۱۲۲۵۲۹۰ و منقول صف ضلع ۱۷۵ گردید باز طلب نمودم عددی را بر علامت اول چهار
را یافتم و بالای علامت و محاذی آن در صف ضلع نوشته بدستور ضرب و جمع نمودم پس در صف ضلع
۱۷۵۴ و در صف مال ۱۲۲۳۳۰۶ و در صف کعب ۴۳۳۹۸۳۸۰۰ و در صف مال مال ۷۹۰۷۳۸۱۳۴۵۲

جدول ۸۴ صفحہ ۹۱

صف ضلع	صف مال	صف کعب	صف مال مال	صف عدد

جدول ۸۵ صفحہ ۹۳

صف ضلع	صف مال	صف کعب	صف مال مال	صف عدد

وتحت عدد ۳۰۷۴۹۵۲۵۳۸۰۸ گردید آنرا ساقط کردم هیچ باقی نماند هذا جدوله (جدول ۴۵)
ودر مضلعات ناقصه هم اعداد ناقص را در صف های نظائران بطوریکه در زائد می نویسند
بنویسند الا در زائد آن عدد را جمع می کردند اینجا ناقص باید نمود وباید دانست که نقصان
صرف مرتبهٔ اول میشود ودر هر علامت نقصان نمی شود مثلاً خواستم که ضلع اول این اعداد
۶۴۰۹۲۰۳۸۵۴۱۶۱۵ که مال کعب الا ۶۴۵ مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت
اعداد ناقص را در اسفل صف ضلع که نظیر مال مال است بمرتبهٔ هشتم نوشتم وطلب کردم
عددی را برای علامت اخیر که اگر آنرا در صف ضلع محاذی علامت نوشته عدد ناقص را
بلحاظ مراتب عددی از وساقط کنم وباقی را در فوقانی برای هر صف ضرب کرده از اعداد
صف عدد که محاذی آن باشد ساقط توانم کرد پس هفت را یافتم چراکه عدد پنج که در مرتبهٔ مئات
عدد ناقص است محاذی علامت اخیر بود درینصورت هرگاه هفت را در صف ضلع نوشتم
عدد ناقص را از وساقط کردم بلحاظ مراتب عددی از هفتصد عدد پانصد وشصت وچهار ساقط شد
ویک صد وسی وشش باقی ماند آنرا بالای خط عرضی در صف ضلع نوشته ودر فوقانی ضرب
کرده در صف مال نوشتم و ۹۵۲ را در فوقانی ضرب نموده در صف کعب نگاشتم و ۶۶۶۴ را در فوقانی
ضرب ساخته در صف مال مال نوشتم و ۴۶۶۴۸ را در فوقانی ضرب کرده تحت عدد نوشتم
۳۲۶۵۳۶ را ساقط نموده باقی را تحت خط عرضی نگاشتم وفوقانی را در صف ضلع افزوده
وجمع ساخته وضرب نموده بدستور در هر صف جمع کرده ونقل بطرف یمین نمودم پس
در صف مال مال ۴۲۶۶۹۲ ودر صف کعب ۱۷۷۱۸۴ ودر صف مال ۳۳۲۰۸ ودر صف ضلع
۲۹۳۶ گردید پس باز طلب کردم عدد دیگر برای علامت ثانی سه را یافتم وآنرا بالای علامت
ودر صف ضلع محاذی آن نوشتم وجمع نمودم پس در صف ضلع ۲۹۶۶ گردید وآنرا بدستور
در فوقانی ضرب کرده در هر صف نگاشتم در صف مال ۳۴۰۹۷۸ ودر صف کعب ۱۸۷۴۱۳۳۴
ودر صف مال مال ۴۸۲۹۱۶۰۰۲ وتحت عدد ۱۴۴۸۷۴۸۰۰۶ شد آنرا ساقط کرده وباقی را تحت
خط عرضی نوشتم وباز فوقانی را با اعداد صف ضلع بدستور افزوده ودر هر صف ضرب وجمع
ساخته نقل نمودم پس در صف مال مال ۵۴۲۲۸۹۶۹۸ ودر صف کعب ۲۰۸۶۸۳۶۴ ودر صف
مال ۳۶۸۲۱۲ ودر صف ضلع ۳۰۸۶ گردید باز طلب کردم عددی را برای علامت اول هشت را

یافتم و بالای علامت و در صف ضلع محاذی آن نوشته و جمع نمودم در صف ضلع ۳۰۹۴ گردید
آنرا در هر صف ضرب و جمع نمودم پس در صف مال ۳۷۰۶۸۷۲ و در صف کعب
۲۱۱۶۴۹۱۳۷۶ و در صف مال مال ۵۵۹۲۲۱۶۲۹۰۰۸ و تحت عدد ۴۴۷۳۷۷۳۰۳۲۰۶۴ نوشته
ساقط کردم هیچ باقی نماند هذا جدوله (جدول ۴۶)

و همچنین اعداد ناقص باعتبار نظائر اصول منازل در هر صف که واقع شود از اعداد آن صف
بلحاظ مراتب عددی ساقط نموده عمل باید نمود

* فائده باید دانست که گاهی عدد علامت زیاده از مراتب عدد ضلع اول در صف لعات زائد
واقع می شود هرگاه حواصل مضروبات عدد اخیر زائده از محاذی صف عدد ساقط نمیتوان
شد پس بعد نوشتن جدول و علامت هیچ عددی برای علامت اخیر یافته نخواهد شد در صورت
می باید که اعداد زائده را اولا در هر صف که نظیر اوست بطوریکه گفته شد نوشته بعد از ان بطرف
یمین نقل کنند چنانکه برای حصول عدد علامت ثانی نقل میکردند و بر علامت اخیر صفر
گذارند و برای علامت ثانی طلب عدد نموده عمل نمایند مثلا خواستم که ضلع اول این اعداد
۴۸۹۷۷۲۸ که یک کعب و سی و چهار هزار مال است بدانم پس بعد رسم جدول سه علامت
بالای جدول افتاد و هرگاه آحاد عدد زائد را در صف ضلع که نظیر مال بود بلحاظ مراتب نقل
در خانهٔ پنجم نوشتم سه صد و چهل مقابل چهار افتاد پس برای علامت اخیر هیچ عدد یافته
نشد لهذا اعداد صف ضلع را دو خانه بطرف یمین نقل نمودم و برای علامت دوم طلب عددی کردم
واحد بر آمد چراکه سی و چهار مقابل چهل و هشت است پس آنرا بالای علامت دوم و محاذی آن
در صف ضلع نوشته و جمع نموده و ضرب در فوقانی کرده ۳۴۰۱۰ را در صف مال نوشتم همان عدد
بعینه گردید و باز آنرا در فوقانی ضرب کرده تحت عدد نوشتم و ساقط کردم باقی را تحت خط
عرضی نگاشتم و باز فوقانی بر تحتانی افزوده و جمع نموده و باز جمع و ضرب کرده در هر صف
نقل نمودم پس در صف مال منقول یک مرتبه بطرف یمین ۶۸۰۳۰ و در صف ضلع منقول دو مرتبه
بطرف یمین ۳۴۰۳۰ شد و باز طلب عدد دیگر برای علامت اولی کردم دو را یافتم آنرا بالای علامت
و محاذی آن در صف ضلع نوشتم و جمع و ضرب نمودم پس در صف ضلع ۳۴۰۳۲ و در صف مال
۷۴۸۳۶۴ و در صف عدد ۱۴۹۶۷۲۸ گردید آنرا ساقط کردم هیچ باقی نماند هذا صورته جدول (۴۷)

جدول صفحہ ۹۲

صف ضلع

صف مال

صف کعب

صف مال المال

صف عدد

*فائده وهمچنین در ناقص هم گاهی برای علامت اخیر عددی یافته نمی شود بلکه علامت
دیگر بطرف یسار خارج جدول نهادن وخانه ها کشیدن ضرور می شود بسبب اینکه اعداد
مراتب عددی ناقص که در صف ضلع واقع می شود کم از عدد علامت خواهد بود یا زیاده
یا مساوی پس اگر عدد مراتب ناقص کم باشد نقصان آن از عدد خارج که بالای علامت اخیر
خواهد بود می تواند شد چنانچه از مثال معلوم شود واگر زیاده باشد پس بقدر اعداد مراتب
عدد ناقص علامت نهادن ضرور است وبرای آن خانه های دیگر بطرف یسار جدول درست
باید کرد الا اینکه در آن خانه ها در صف عدد هیچ مرقوم نخواهد شد واگر عدد مراتب ناقص
مساوی علامت باشد پس باید دید که عددی زائد از اخیر اعداد ناقصه برای علامت اخیر
بلحاظ اینکه مضروبات مضلعات آن بعد اسقاط اعداد ناقص از صف عدد باعتبار محاذات
ساقط می تواند شد یافته می شود یا نه اگر یافته شود بهتر است والا همان عدد مرتبهٔ اخیر ناقص
را بالای علامت اخیر و محاذی آن در صف ضلع نوشته مضلعات آنرا تا صف آخر رسانیده
یک خانه نقل کنند وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده در هر صف نقل بدستور سازند وباز طلب کنند
عددی را برای علامت ثانی که زائد از رقم مرتبهٔ دویم اخیر عدد ناقص باشد پس اگر یافته
شود آنرا بالای علامت دویم و تحت آن محاذی در صف ضلع نویسند واز فوقانی اعداد
ناقص را بعد اسقاط مرتبهٔ اخیر که سابق بر علامت اخیر نوشته شده است بلحاظ مراتب عددی
ساقط نموده باقی فوقانی را تحت خط عرضی فوق جدول نویسند و تحتانی را در فوقانی ضرب
کرده در هر صفوف جمع نموده و حاصل جمع صف اخیر را در فوقانی ضرب کرده تحت
عدد بنویسند بلحاظ اینکه آحاد حاصل ضرب محاذی آحاد باقی فوقانی افتد واز صف عدد
ساقط نمایند وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده وجمع نموده در فوقانی ضرب کرده وحاصل جمع
صف دویم را در باقی فوقانی ضرب نموده در صف اخیر جمع کرده نقل نمایند وباز فوقانی
را بر تحتانی افزوده جمع کرده در فوقانی ضرب نموده وحاصل ضرب صف سیوم اخیر را
در فوقانی ضرب نموده در صف دویم اخیر نقل کنند وهمچنین در هر صف الا در صف ضلع که برای
نقل باقی فوقانی را افزوده نقل خواهند کرد واگر برای علامت دویم هم عددی یافته نشود
عدد دویم مرتبهٔ اخیر اعداد ناقص را بالای علامت دویم هم نویسند و در هر صف ضرب وجمع نمایند

وبدستور در هر صف نقل سازند و از صف عدد ساقط نکنند تا که عدد دیگر سوای اعداد ناقصه
براید وَعَلیٰ هَذَا الْقِیَاس در جمیع مراتب مثلاً خواستم که ضلع اول این اعداد ۱۵۵۶۹۹۶۰۵۴۶۸۷۵
که مال کعب الاشش صد مال مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول وعلامت مرتبهٔ آحاد عدد ناقص
که ۶۰۰ بود در صف ضلع که نظیر مال مال بود بخانهٔ نهم نوشتم چون رقم شش محاذی علامت
اخیر افتاد و هیچ عددی زائد از شش برای علامت اخیر یافته نشد لهذا همان شش را فوق
علامت اخیر نوشته وضرب نموده و در هر صف نوشته نقل کردم پس در صف مال مال ۱۲۹۶
منقول بیک خانه و در صف کعب ۸۶۴ منقول بدو خانه و در صف مال ۲۱۶ منقول بسه خانه
و در صف ضلع ۲۴ منقول بچهار خانه شد باز برای علامت دویم طلب عدد دیگر کردم هفت را
یافتم بالای علامت ثانی و در صف ضلع محاذی آن نوشته و در هر صف ضرب و جمع نمودم
پس در صف ضلع ۲۴۷ و در صف مال ۲۳۳۲۹ و در صف کعب ۱۰۲۷۳۰۳ و در صف مال مال
۲۰۱۵۱۱۲۱ و تحت عدد ۱۴۱۰۵۷۸۴۷ گردید آنرا ساقط کرده باقی را تحت خط عرضی نوشتم
وفوقانی را بر تحتانی افزوده همچنان ضرب و جمع نموده در هر صف نقل کردم پس در صف
مال مال ۲۸۵۷۲۴۸۵ و در صف کعب ۱۳۹۱۵۹۰ و در صف مال ۲۸۸۱۰ و در صف ضلع ۲۷۵
گردید باز طلب عدد دیگر کردم پنج را یافتم بالای علامت اول و محاذی آن در صف ضلع
نوشتم و در هر صف ضرب و جمع نمودم پس در صف ضلع ۲۷۵۵ و در صف مال ۲۸۹۴۷۱۵
و در صف کعب ۱۴۰۶۰۶۳۸۷۵ و در صف مال مال ۲۹۲۷۵۵۱۶۹۳۷۵ و در صف عدد
۱۴۶۳۷۷۵۸۴۶۸۷۵ گردید و آنرا ساقط کردم هیچ باقی نماند وهذه صورته   (جدول ۴۸)
مثال دیگر خواستم ضلع اول این عدد ۱۳۰۳۷۶۵۶۲۵۰۰ که مال کعب الاششصد و هفتاد و یک
مال مال است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت چون برای عدد اخیر عددی زائد از شش
که عدد اخیر ناقص است یافته نشد لهذا همان شش را بالای علامت اخیر نوشته و ضرب نموده
در هر صف نوشتم پس در صف ضلع شش و در صف مال ۳۶ و در صف کعب ۲۱۶ و در صف مال مال
۱۲۹۶ و در صف مال مال رقم مرتبهٔ الوف خارج از جدول واقع شد پس رقوم صف مال مال را بمرتبه
بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و جمع کرده در صف کعب [illegible] را
دو مرتبه نقل ساختم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده و ضرب و جمع کرده در صف مال ۱۲ [illegible]

نقل نمودم و باز فوقاني را بر تحتاني افزوده و جمع نموده در صف ضلع ٢٤ را چهار مرتبه نقل کردم و باز طلب عدد دیگر براي علامت دويم نمودم که زياده از هفت که عدد مرتبهٔ عشرات ناقص است باشد نيافتم پس همان را بالاي علامت دويم نهادم و محاذي آن نوشته ضرب و جمع نموده در هر صف نقل ساختم در صف مال مال ٢٠١٥١١٢١ منقول يک مرتبه بطرف يمين و در صف کعب ١٢٠٣٠٥٢ منقول دو مرتبه بطرف يمين و در صف مال ٢٦٩٣٤ منقول سه مرتبه بطرف يمين و در صف ضلع ٢٦٨ منقول چهار مرتبه بطرف يمين شد پس باز طلب عددي براي علامت اول کردم که زائد از واحد باشد عدد پنج را يافتم آنرا بالاي علامت و محاذي آن در صف ضلع نوشته در هر صف ضرب و جمع کردم پس در صف ضلع ٢٦٨٥ و در صف مال ٢٧٠٦٨٢٥ و در صف کعب ٢١٦٥٨٦١٢٥ و در صف مال مال ٢٠٧٥٩٤١٤٠٦٢٥ گرديد آنرا در چهار که بعد اسقاط واحد از پنج باقي مانده ضرب نمودم و در صف عدد نوشتم ٨٣٠٣٧٦٥٦٢٥٠٠ و ساقط کردم هيچ باقي نماند هذا جدوله (جدول ٤٩)

مثال ديگر خواستم که ضلع اول اين عدد را ٨٠٥١٦٩٧٨٤١٥٠٠ که مال مال الا ٢٦٤١٢ کعب است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت چون عدد مراتب ناقص چهار بود و عدد علامت سه لهذا براي يک علامت ديگر خارج جدول يک خانه نوشته شد چرا که عدد اخير ناقص دو است و کعب آن هشت است لهذا يک خانه کافي شد و همان دو را بر علامت اخير و محاذي آن در صف ضلع نوشته ضرب و نقل کردم پس در صف کعب منقول يک مرتبه هشت و در صف مال منقول دو مرتبه ١٢ و در صف ضلع منقول سه مرتبه ٦ گرديد باز براي علامت دويم عددي طلب کردم که زائد از شش باشد نيافتم چرا که در صف کعب ٨ مقابل ٨ که در صف عدد است افتاده پس همان شش را که در مرتبهٔ مئات ناقص بود بالاي علامت ثاني نوشتم و محاذي آن در صف ضلع نوشته ضرب و جمع نموده در هر صف نقل کردم پس در صف کعب منقول يک مرتبه ١٧٥٧٦ و در صف مال منقول دو مرتبه ٢٠٢٨ و در صف ضلع منقول سه مرتبه ٧٨ گرديد باز براي علامت ثالث طلب عددي کردم هشت را يافتم آنرا بالاي علامت و محاذي آن در صف ضلع نوشتم و از عدد فوقاني که هشت بود ... از عدد ناقص باقي مانده بود بلحاظ مرتبه که عدد فوقاني که ٨٠ بود نقصان کرده باقي ... عدد فوقاني بالاي علامت نوشتم و فوقاني را که هشت بود

که

در تحتاني كه ۷۸۸ بود ضرب كرده در صف مال ۶۳۰۴ افزوده وجمع نموده ۲۰۹۱۰۴ را در
فوقاني ضرب كرده در صف كعب ۱۶۷۲۸۳۲) افزوده وجمع ساخته ۱۹۲۴۸۸۳۲ را در باقي فوقاني
كه ۳۹ بود ضرب كرده ۷۵۰۷۰۴۴۴۸ را در صف عدد بحيثيتكه آحاد محاذي عددند كه در باقي
۰فوقاني بمرتبهٔ آحاد است افتاد نوشته ساقط كردم و باقي را تحت خط عرضي نوشتم وباز هشت
فوقاني را بر تحتاني افزوده وجمع كرده ۷۹۶ را در فوقاني ضرب نموده در صف مال ۶۳۶۸
افزوده وجمع كرده ۲۱۵۴۷۲ را در ۳۹ كه باقي فوقاني بود ضرب ساخته ۸۴۰۳۴۰۸ را در صف
كعب افزوده وجمع ساخته ۲۰۰۸۹۱۷۲۸ را يك مرتبه بطرف يمين نقل نمودم وباز هشت فوقاني را
بر تحتاني افزوده وجمع كرده ۸۰۴ را در ۳۹ كه باقي فوقاني بود ضرب نموده در صف مال ۳۱۳۵۶
افزوده وجمع نموده ۲۱۸۶۰۷۶ را دو مرتبه نقل ساختم وباز ۳۹ باقي فوقاني را بر تحتاني افزوده
وجمع ساخته ۸۰۷۹ را در صف ضلع سه مرتبه نقل نمودم وطلب كردم عددي از آحاد براي
علامت اول پنج را يافتم بالاي علامت ودر صف ضلع محاذي آن نوشتم در صف ضلع ۸۰۸۴
شد آنرا در فوقاني ضرب كرده ۴۰۴۲۰ را در صف مال افزوده وجمع ساخته ۲۱۹۰۱۱۸۰ را باز
در فوقاني ضرب نموده ۱۰۹۵۰۵۹۰۰ را در صف كعب افزوده وجمع نموده ۲۰۱۹۸۶۷۸۷۰۰ را
در فوقاني ضرب كرده ۱۰۰۹۹۳۳۹۳۵۰۰ را در صف عدد نوشتم وساقط كردم هيچ باقي نماند
هذا اجدوله (جدول ۵۰)

* فائدهٔ ديگر وهمچنين اگر ضلع زائد وناقص باشد پس زائد را در صفوف نظائر زياده نموده
وناقص را از اعداد صفوف نظائر نقصان كرده استخراج ضلع اول توان نمود ليكن بايد كه اگر
مراتب عدد ناقص به سبب نظير متعلق صف ضلع باشد در ان لحاظ كرده شود در صورتيكه مراتب
عدد ناقص زياده از عدد علامت باشد خواه مساوي عدد علامت بود اگر عدد خارج براي
علامت اخير يافته نشود درينصورت بطريقيكه گفته شد جدول بايد كشيد و عدد ناقص را بالاي
علامت اخير نوشته عمل بايد نمود مگر اعداد زائد در هر صف كه واقع شود آنرا در فوقاني ضرب
كرده نقصان كردن ضرور است ونيز در جمع وضرب ونقل آن اعداد زائد را در فوقاني ضرب
كرده در هر صف جمع نمودن واجب واين امر را ملحوظ داشتن از واجبات است مثال
خواستم كه ضلع اول اين اعداد ۸۵۲۵۶۲۹۳۷۷۶۰ كه مال مال ويك صد وبست مال ۱۷۱۲۶۴

کعب و ۴شيء است بدانم پس بعد رسم جدول و علامت چون عدد مراتب ۲۶۴۱ که ناقص و نظير ضلع است چهار بود و عدد علامت سه لهذا يک خانه در جدول براي يک علامت ديگر زياده کشيدم و عدد ناقص چهار شيء را که چهار است در صف کعب که نظير اوست در خانهٔ چهارم نوشتم که بدنقل سيوم در خانهٔ آحاد افتد وبالاي آن خط محو کشيدم و ۱۲۰ را که زائد است در صف مال که باعتبار اصول منزل نظير او بود نوشتم و چون ۲۶۴۱ ناقص کعب که نظير ضلع است در صف ضلع نقصان نمي تواند شد لهذا عدد دو را بالاي علامت و محاذي آن در صف ضلع نوشته و فوقاني را در تحتاني ضرب نموده در صف مال نوشتم در صف مال اين عدد شد ۴۰۰۱۲۰ باز آنرا در فوقاني ضرب نموده در صف کعب نوشتم ۸۰۰۲۴۰۰۰ و از ان ۴ را که عدد ناقص بود نقصان نمودم و باقي را بالاي خط عرضي نوشتم اين ۸۰۰۲۳۹۹۶ شد و نيز حاصل ضرب ۱۲۰ زائد را بعد اسقاط ناقص کعب که اين عدد ۲۳۹۹۶ در صف کعب است آنرا خارج از جدول محاذي آن براي ياد نوشتم و آنرا در فوقاني ضرب نموده از صف عدد ۴۷۹۹۹۲ ساقط کردم بطوريکه آحاد آن محاذي آحاد رقم صف کعب افتد زيرا که اعداد صف کعب انچه بسبب عدد ناقص حاصل شده است ساقط نمي تواند شد که گويا پيشتر ساقط شده است لکن اين اعداد زائده را که بعد ناقصه در کعب باقي ميماند در عدد خارج ضرب نموده ساقط کردن ضرور است و نيز زائده مال را در عدد خارج ضرب ساخته در صف کعب افزودن واجب لهذا باز ۱۲۰ زائد را در فوقاني ضرب کرده ۲۴۰ در صف کعب افزودم و نيز بالاي عدد خارج جدول بلحاظ مراتب افزودم و جمع کردم و عدد صف کعب را يک مرتبه بطرف يمين نقل نمودم پس در صف کعب عدد منقول ۸۰۰۴۷۹۹۹۶ شد و در خارج جدول محاذي منقول صف کعب ۴۷۹۹۹۶ شد پس باز فوقاني را بر صف ضلع افزودم در صف ضلع ۴ شد آنرا در فوقاني ضرب نموده ۸ را در صف مال نوشتم و جمع کرده ۱۲۰۰۱۲۰ را دو مرتبه بطرف يمين نقل نمودم و باز فوقاني را بر صف ضلع افزوده ۶ را سه مرتبه بطرف يمين نقل نمودم و براي علامت دويم طلب عدد ديگر کردم که فزائد از شش باشد نيافتم همان شش را بالاي علامت دويم و محاذي آن در صف ضلع نوشتم در صف ضلع ۶۶ شد آنرا باز در فوقاني ضرب نموده ۳۹۶ را در صف مال افزودم و جمع کردم ۵۹۶۰۱۲۰ شد آنرا باز در فوقاني ضرب نموده ۹۵۷۶۰۷۲۰ را در صف کعب نوشتم و نيز ۱۲۰ زائد صف مال

رادرفوقانی ضرب کرده ۷۲۰ برعدد خارج جدول بلحاظ مراتب افزودم درخارج ۵۵۱۹۹۶
شد آنرا درفوقانی ضرب کرده ۳۳۱۱۹۷۶ را از صف عدد ساقط نمودم بطوریکه آحاد آن محاذی
آحاد رقم صف کعب باشد وباز ۱۲۰ را در فوقانی ضرب نموده در صف کعب وهم برعدد خارج
افزودم وجمع نمودم ورقم صف کعب را که ۷۵۷۶۶۲۳۹۹۶ بود یک مرتبه بطرف یمین نقل کردم
وعدد خارج محاذی آن ۶۲۳۹۹۶ شد پس باز فوقانی را بر صف ضلع افزودم ۷۲ شد آنرا در
فوقانی ضرب کرده در صف مال ۴۳۲ افزودم وجمع نموده ۲۰۲۸۰۱۲۰ را دو مرتبه بطرف یمین
نقل نمودم وباز فوقانی را بر صف ضلع افزوده ۷۸ را سه مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وطلب
عدد دیگر برای علامت ثالث نمودم ۸ را یافتم آنرا بالای علامت فوقانی ودر صف ضلع
محاذی آن نوشتم و ۴ را که از عدد ناقص کعب که نظیر ضلع است باقی بود از ۸ که بلحاظ مرتبه
۸۰ است ساقط نمودم و ۳۹ را تحت آن بلحاظ مرتبه نوشتم وعدد صف ضلع را در فوقانی ضرب
کرده در صف مال ۶۳۰۴ افزودم وجمع نمودم ۲۰۹۱۰۵۲۰ را باز در فوقانی ضرب کرده در صف
کعب (۱۶۷۲۸۴۱۶۰) افزودم وجمع کردم ۱۹۲۴۹۴۶۵۵۹۶ شد ونیز ۱۲۰ زائد را در فوقانی ضرب
کرده برعدد خارج (۹۶۰) افزوده محاذی رقوم صف کعب جمع نمودم ۶۳۳۵۹۶ شد چون حالا رقم
صف کعب را در ۳۹ که باقی فوقانی است ضرب کرده ساقط نمودن منظور است وحاصل ضرب
۱۲۰ زائد را در فوقانی که هشتاد است ضرب کرده ساقط کردن می باید لهذا اول اعداد خارج را
که ۶۳۳۵۹۶ بود در ۴۱ ضرب کرده ۲۵۹۷۷۴۳۶ را که حاصل ضرب است از صف عدد ساقط
کردم بطوریکه عشرات آن محاذی آحاد صف کعب باشد چراکه ۴ بجای علامت سیوم است
وواحد در یمین آن افتاده وهرگاه در ۴ که گویا بالای علامت سیوم متصور است ضرب میکردم
حاصل ضرب را محاذی آحاد کعب می نوشتم پس الحال ضرور است که عشرات آن محاذی
آحاد کعب افتد وباقی را تحت خط عرضی نوشتم وارقام کعب را در ۳۹ ضرب کرده
۷۵۰۷۲۹۱۵۸۲۴۴ را از صف عدد ساقط نمودم وباقی را تحت خط عرضی نوشتم وباز فوقانی را
بر صف ضلع افزودم ۷۹۶ شد آنرا در فوقانی ضرب نموده ۶۳۶۸ را در صف مال نوشتم جمع
نمودم ۲۱۵۴۷۳۲۰ شد آنرا در ۳۹ که باقی فوقانی بود ضرب کرده حاصل را که ۸۴۰۳۴۵۴۸۰ بود
در صف کعب نوشتم و ۱۲۰ زائد را در ۴۱ ضرب کرده در صف کعب ۴۹۲۰ افزودم چراکه ۱۲۰ زائد را

در ۸۰ ضرب یافتن ضرور است چون شامل ارقام صف مال در ۳۹ ضرب یافته لهذا در ۴۱
ضرب کرده افزودم و جمع ساختم در صف کعب ۲۰۰۸۹۸۱۵۹۹۶ شد آنرا یک مرتبه بطرف یمین
نقل نمودم و باز فوقانی بر صف ضلع افزودم ۸۰۴ شد آنرا در ۳۹ که باقی فوقانی است ضرب
نموده ۳۱۳۵۶ را در صف مال افزودم بطوریکه عشرات آن محاذی آحاد صف ضلع باشد و جمع
نموده ۲۱۸۶۰۸۸۰ را دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز ۳۹ باقی فوقانی را بر صف ضلع افزودم
۸۰۷۹ شد آنرا سه مرتبه بطرف یمین نقل کردم و طلب عدد دیگر برای علامت اول نمودم ۵
را یافتم آنرا بالای علامت و محاذی آن در صف ضلع نوشتم و جمع نمودم در صف ضلع ۸۰۸۴
شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۴۰۴۲۰ را در صف مال افزودم و جمع کردم ۲۱۹۰۱۳۰۰ شد آنرا باز
در فوقانی ضرب کرده ۱۰۹۵۰۶۵۰۰ را در صف کعب افزودم و جمع کردم ۲۰۱۹۹۳۲۲۴۹۶ شد
آنرا در فوقانی ضرب کرده ۱۰۰۹۹۶۶۱۲۴۸۰ را از صف عدد ساقط نمودم هیچ باقی نماند
هذا جدوله

(جدول ۵۱)

* فائدهٔ دیگر اگر در استخراج مضلعات زائده و ناقصه طریق ضرب و تفریق و جمع زائد
و ناقص که در باب جبر و مقابله مذکور است ملحوظ داشته عمل نمایند احتیاج نوشتن اعداد خارج
جدول وغیره نمیشود و عمل بسیار آسان میگردد *

* مطلب سیزدهم در میزان اعمال *

بدانکه هرچه از مجموع صور ارقام بعد اسقاط نه نه باقی ماند آنرا میزان عدد گویند مثلاً میزان
این اعداد ۷۲۴۰۳۵۸ که مجموع صور ارقام آن ۲۹ است و بعد اسقاط نه نه باقی دو ماند پس دو را
میزان عدد گیرند و همچنین اگر صور ارقام مراتب فرد را جمع کرده و مجموع صور ارقام مراتب
زوج را در ده ضرب کرده بران بیفزایند و از حاصل جمع یازده یازده ساقط کنند هرچه باقی ماند
نیز میزان آن عدد است مثلاً در مثال مذکور صور ارقام مراتب فرد را که ۸ و ۳ و ۴ و ۷ بود
جمع کردم بیست و دو شد و مراتب زوج را جمع نمودم هفت شد آنرا در ده ضرب کرده بر بیست
و دو افزودم ۹۲ شد یازده یازده ازان ساقط کردم ۴ باقی ماند این میزان است و نیز برای
تسهیل اگر صور ارقام فرد را باز یادت یازده بر صور ارقام زوج جمع نموده یازده یازده اسقاط
سازند هم میزان است چنانچه در مثال مذکور ۸ و ۳ و ۴ و ۷ صور ارقام فرد و ۱ و ۹ زیادت

کو

یازده بر صور ارقام زوج است آنرا جمع نمودم ۳۷ شد و بعد اسقاط یازده یازده ۴ باقی ماند پس
باید دانست که در تضعیف میزان عدد را ضعف نمایند و میزان حاصل بگیرند و در تنصیف میزان
عدد بگیرند و میزان حاصل تنصیف را ضعف نمایند و در جمع اعداد میزان جمع صفوف اعداد
را جمع کنند و میزان حاصل الجمع بگیرند و در تفریق میزان منقوص را از میزان منقوص منه
ساقط کنند و میزان باقی بگیرند و در ضرب میزان مضروب را در میزان مضروب فیه ضرب سازند
و میزان حاصل الضرب بگیرند و در قسمت میزان مقسوم را بر میزان مقسوم علیه قسمت سازند
و میزان خارج القسمت بگیرند و در جذر و کعب وغیره من المضلعات میزان ضلع را بهمان نسبت
مضلع سازند و میزان ارقام مضلع اول بگیرند پس در هر عمل اگر هر دو میزان که بیان کرده شد
موافق باشد عمل صحیح[*] است والا غلط نیز باید دانست که اگر در ضرب کردن و مضلع نمودن
صور ارقام آن متعدد شود باز میزان آن بگیرند و اگر بعد اسقاط هیچ باقی نماند نه را و اسقاط نه نه
و یازده را در اسقاط یازده یازده در میزان معتبر دارند و این فقیر میگوید که چون در کتب متداوله
این فن طریق امتحان صرف از طرح نه نه یا یازده یازده مشهور است و هیچکس بیان حقیقت آن
نکرده که بچه سبب ازین اعداد بدین طریق خاص امتحان میشود و نیز از طرح دیگر
اعداد هم حصول میزان و امتحان میتواند شد یا نه بلکه اکثری از شارحین خلاصة الحساب وغیره
درین امر مناقشه و خطا کرده اند و سخنان پریشان گفته اند چنانچه بعضی گویند که از هر اعداد
بطور طرح نه نه میزان می تواند شد و بعضی گویند که سوای نه نه در دیگر عدد میزان نمی شود
لهذا فقیر حقیقت طرح و طریق حصول میزان از هر اعداد که خواهد بیان میکند تا از ان امتحان
تواند شد بدانکه طرح در حقیقت قسمت است لکن در قسمت مقصود حصول عدد خارج قسمت
می باشد و در طرح مقصود حصول عددیکه بعد طرح از مطروح منه باقی می ماند چنانکه برای
امتحان عمل نه نه طرح میکنند و یا یازده یازده طرح میکنند یا غیر آن و عدد باقی را میزان میگویند
پس طرح حاصل کردن عدد باقی از مطروح منه است بعد اسقاط مطروح خواه یک مرتبه

---

[*] فائده صحت عمل دلالت یقینی بل مستلزم صحت میزان است ولا عکس چه جائز که
غلطی رقم نه یا یازده شود و میزان صحیح و عمل غلط باشد

باشد خواه بچند مرتبه بشرطیکه آن باقي کم از مطروح بود وطریقش این است که بهر عدد یکه طرح
کردن منظور است اگر آن عدد از آحاد است آحاد مطروح منه را بران طرح کرده باقي را اگر
چیزي بماند در ذهن گیرند یا زده را بران عدد طرح کرده باقي را جائي نویسند و مضروب فیه
عشرات مطروح منه قرار دهند و عشرات مطروح منه را دران باقي ضرب ساخته و بر محفوظ
افزوده باز طرح کنند باقي را در ذهن گیرند و باز مضروب فیه عشرات را در ده ضرب کرده وطرح
نموده باقي را در جائي براي ضرب مئات مطروح منه خواه یمین خواه یسار اول یا فوق یا تحت
بعد خط عرضي فاصل نویسند و مضروب فیه مئات مطروح منه قرار دهند و مئات مطروح منه
را دران ضرب کرده و بر محفوظ افزوده طرح نمایند و باقي را در ذهن گیرند وباز مضروب فیه
مئات را در ده ضرب کرده و طرح نموده باقي را مضروب فیه الوف مطروح منه قرار دهند و همچنان
تا آخر عمل نمایند چون هر مرتبه بلحاظ یمین خود مرتبهٔ عشرات دارد لهذا مضروب فیه مرتبهٔ
یمین را در ده ضرب کرده و طرح نموده باقي را مضروب فیه مرتبهٔ یسار مقرر مي سازند واگر
عدد مطروح مرکب از آحاد و عشرات است پس آحاد و عشرات مطروح منه را بران طرح نموده
و باقي را در ذهن بگیرند و باز عدد را بر مطروح طرح کرده باقي را مضروب فیه مرتبهٔ مئات قرار دهند
و بعد ازان چنانکه مذکور شد عمل نمایند و باید دانست که چون واحد عاد جمیع اعداد است
اگر آنرا مطروح قرار دهند از مطروح منه هیچ باقي نخواهد ماند و اثنین که زوج اول است و عاد
جمیع ازواج است پس اگر مطروح منه زوج باشد همه را فنا خواهد کرد و اگر فرد باشد واحد
باقي خواهد ماند و در عدد سه بعد طرح از عشر واحد باقي میماند و حاصل الضرب هر عدد در
واحد همان عدد است پس صور ارقام جمیع مراتب مطروح منه را جمع کرده بر سه طرح کنند
باقي میزان خواهد بود چنانکه در طرح نه نه است و در عدد چهار چون بعد طرح از عشر دو باقي
میماند و در مئات هیچ نمي ماند پس اگر در عشرات مطروح منه رقم فرد باشد بر آحاد مطروح منه
بعد طرح دو را فزایند که مجموع میزان است و اگر زوج باشد همان آحاد بعد طرح میزان
شود و در عدد پنج چون از عشرات هیچ باقي نمي ماند لهذا آحاد مطروح منه بعد طرح میزان
میشود و در عدد شش چون بعد طرح از عشر چهار باقي مي ماند و هرگاه چهار را در ده ضرب
کرده طرح کنند نیز چهار باقي مي ماند پس گویا مضروب فیه هر مراتب مطروح منه از عشرات

الی آخره عدد چها راست درینصورت باید که صور ارقام مطروح منه را از عشرات الی آخره
جمع نموده وطرح کرده وباقی را در چهار ضرب ساخته وبر آحاد افزوده طرح نمایند که باقی
میزان است ودر عدد هفت چون از عشر بعد طرح سه باقی می ماند آنرا در جائی نویسند
وصورت عشرات مطروح منه را در ان ضرب ساخته وبر آحاد افزوده وطرح نموده باقی را در
ذهن گیرند وباز سه را که مضروب فیه مرتبهٔ عشرات بود در دو ضرب نموده طرح کنند ودو را که
باقی می ماند مضروب فیه مئات قرار داده در یمین یا در یسار یا تحت یا فوق سه بعد خط عرضی
فاصل نویسند وصورت مئات مطروح منه را در دو ضرب کرده وبر محفوظ افزوده طرح سازند
وباقی را در ذهن گیرند وباز دو را که مضروب فیه مئات بود در دو ضرب کرده وطرح نموده باقی را
که شش است مضروب فیه الوف قرار دهند وهمچنان که مذکور شد بنویسند وصورت آحاد الوف
مطروح منه را در شش ضرب نموده وبر محفوظ افزوده طرح نمایند وباقی را در ذهن بگیرند
وهمچنین تا آخر مراتب مطروح منه عمل نمایند که باقی اخیر میزان است ودر عدد هشت
چون از عشر دو باقی میماند پس مضروب فیه عشرات دو است ومضروب فیه مئات چهار
وبعد از ان اعداد مرتبهٔ الوف وغیره همه ساقط می شوند ودر نه مضروب فیه هر مرتبه از عشرات
الی آخره واحد است وهرگاه واحد را در صورت مرتبهٔ عشرات ضرب خواهند کرد همان
صورت حاصل خواهد شد لهذا صور ارقام جمیع مراتب را جمع میسازند وطرح میکنند که باقی
میزان است ودر عدد ده چون از عشر هیچ باقی نمی ماند پس آحاد مطروح منه میزان است
ودر عدد یازده چون از عشر ده باقی می ماند چرا که طرح نمی شود واز صد واحد باقی میماند
پس مراتب فرد مطروح منه بصورتش میگیرند ومراتب زوج را جمع نموده ودر ده ضرب کرده
طرح میکنند وباقی را بر مجموع مراتب فرد افزوده طرح میکنند که باقی میزان میشود ودر عدد
دوازده چون از عشر همان ده باقی می ماند واز صد چهار باقی میماند وهرگاه چهار را در ده
ضرب کنند وطرح سازند نیز چهار باقی میماند پس مضروب فیه جمیع مراتب مطروح منه از
مئات الی آخره چهار است لهذا صور ارقام جمیع مراتب مطروح منه را از مئات الی آخره جمع
نموده وطرح کرده وباقی را در چهار ضرب ساخته با رقام آحاد وعشرات جمع میسازند وطرح
میکنند که باقی میزان است وهکذا در سیزده وچهارده وپانزده وغیر آن وباید دانست که حال

جميع اعداد مطروح از سه حال خالي نيست يكي آنكه براي هر مرتبه از مراتب مطروح منه سواي مرتبهٔ آحاد درصورتيكه مطروح آحاد باشد وسواي مرتبهٔ آحاد و عشرات درصورتيكه مطروح مركب از آحاد وعشرات بود مضروب فيه يک عدد معين خواهد بود چنانكه در شش ودوازده عدد چهار است دويم آنكه تا يک مرتبه ودو مرتبه يا سه مرتبه عدد مضروب فيه خواهد برآمد وباقي مراتب همه فنا خواهد شد چنانكه درچهار وهشت وشانزده سوم آنكه براي هر مرتبه عدد مضروب فيه مختلف خواهد بود ليكن درينصورت اختلاف اعداد هم جائي منتهي خواهد شد وباز رجوع بصورت اول خواهد كرد چنانكه درهفت وغيره

* تنبيه بايدكه براي امتحان صحت اعمال اگرخواهند كه از عددي طرح كرده امتحان كنند پس عدد مطروح بايدكه از آحاد باشد مثل شش وهفت ونه خواه عدد ما بين العشرة والعشرين بود وحتي الامكان بهتراست كه عدد مطروح بصفت اول باشد اعني براي هر مرتبه از مراتب مطروح منه سواي آحاد خواه سواي آحاد و عشرات يک عدد مضروب فيه بود چنانكه در عدد سه وشش ونه ودوازده است وخواه مطروح به صفت ثالث باشد اعني براي هر مرتبه عدد مضروب فيه مختلف شود اگرچه درينصورت عمل امتحان طول خواهد شد لكن احتمال صحت امتحان است ودرصفت ثاني احتمال صحت امتحان نيست

* فائده در هر اعداد مطروح كه مضروب فيه مراتب عشرات ومئات وغيرآن مختلف واقع ميشود اگر صرف مضروب فيه عشرات بگيرند وعمل از يسار نمايند بدينصورت كه رقم اخير را در مضروب فيه عشرات ضرب نموده وطرح كرده باقي را بر عدد يمين او زياده كنند وهمچنان عمل نمايند وتا عشرات مطروح منه برسند ودران مرتبه انچه بعد طرح باقي ماند آنرا بر آحاد مطروح منه افزوده طرح سازند كه باقي ميزان است مثلا درطرح هفت هفت خواستم كه اين عدد طرح نمايم ۳۴۶۵ چون مضروب فيه عشرات درطرح هفت هفت سه است پس سه را كه در مرتبهٔ اخير بود درسه ضرب نموده وحاصل راكه نه بود طرح كردم دو باقي ماند آنرا بر عدد يمين او كه چهار بود افزودم شش شد آنرا هم درسه ضرب نموده حاصل را طرح كردم باقي چهار ماند آنرا بر عدد يمين او كه شش است افزودم ده شد پس درسه ضرب ساختم وحاصل را طرح نمودم باقي دو ماند چون عمل تا مرتبهٔ عشرات مطروح منه رسيد پس دو را بر پنج

كنر

که آحاد مطروح منه بود افزوده طرح کردم هیچ باقي نماند پس دانستم که همان هفت میزان
است واگر خواهم که همان عدد را بر سیزده طرح کنم چون مضروب فیه عشرات در ینصورت
عدد ده است چراکه عدد ده بر سیزده طرح نمي شود پس سه را که در اخیر بود در ده ضرب کرده
طرح نمودم چهار باقي ماند و آنرا بر چهار که یمین اوست افزوده هشت را در ده ضرب ساختم
وهشتاد را بر سیزده طرح کردم دو باقي مانده آنرا بر شش که یمین اوست افزوده هشت را در ده
ضرب ساخته طرح نمودم یازده باقي ماند آنرا بر پنج که آحاد مطروح منه است افزودم
هفت گردید پس دانستم که هفت میزان است

* فائده ونیز اگر بطور قسمت بدون ارقام جدول وخارج قسمت وحاصل الضرب خارج
فی المقسوم علیه که درینجا عبارت از مطروح است صرف دو عدد اخیر مطروح منه را اول
آحاد وعشرات تصور کرده وطرح نموده باقي را در ذهن کیرند وآنرا عشرات تصور نموده
وعدد یمین آنرا آحاد دانسته باز طرح کنند وهمچنین تا آخر برسند نیز مطلوب حاصل مي تواند شد

* فائده براي امتحان هر عمل اگر عکس العمل نموده امتحان سازند نهایت خوب است
که هرگز در صحت عمل شبهه نخواهد بود مثلاً اگر عمل جمع است حاصل جمع را تفریق سازند
واگر تضعیف است حاصل تضعیف را تنصیف کنند وهمچنین اگر تنصیف است تضعیف نمایند
واگر ضرب است قسمت کنند واگر قسمت است ضرب سازند واگر جذر است مجذور بگیرند
واگر مجذور است جذر بگیرند

* فائده اگر هر عمل را از دو عدد یا سه عدد از روي طرح هم امتحان کنند نیز زیاده گمان
صحت عمل مي شود

تمّ الباب الاول

* باب دویم *

در حساب کسور و این باب مشتمل بر مقدمه و یازده مطلب است *

* مقدمه باید دانست که اگر عددي را بمنزلهٔ واحد فرض نموده عدد دیگر را که اقل از و باشد بران منسوب سازند پس منسوب را صورت کسر و منسوب الیه را مخرج نامند و بعبارت دیگر اگر واحد غیر حقیقي را که قابل تجزیه باشد بالفعل یا بالقوه وان واحد مفروضه است تجزیه نمایند باجزاء متساویه بهر عدة که خواهند پس عدد عدة را مخرج کسر و اجزاء را کسر گویند و کسر بر دو گونه است مفرد و مضاف اما مفرد آنست که منسوب الیه باز بطرف عددي دیگر منسوب نباشد چنانکه یک نصف و یا دو ثلث و مضاف آنست که منسوب الیه او نیز بطرف عدد دیگر منسوب باشد چنانکه یک نصف ثلث و دو ثلث ربع و نیز کسر مفرد و مضاف یا مجرد است یا مکرر مجرد آنست که صورت کسر واحد باشد چنانکه یک نصف و یک ثلث یا یک نصف ثلث و یک ثلث ربع و مکرر آنست که صورت کسر سواي واحد بود مثل دو ثلث و سه ربع یا دو ثلث ربع و سه ربع خمس و غیر آن و نیز باید دانست که گاهي صحیح و کسر مجتمعه منسوب بطرف صحیح و کسر میشود چنانچه گویند دو صحیح و دو ثلث از دوازده صحیح و چهار خمس و همچنین گاهي صحیح و کسر منسوب بطرف صرف صحیح مي شود مثلاً چهار صحیح و دو ربع از بست و گاهي کسر صرف منسوب بطرف صحیح و کسر میشود مثلاً دو ثلث از چهار صحیح و سه ربع و همچنین کسر صرف بطرف صحیح منسوب میگردد مثل یک ربع از بست و همچنین صحیح بطرف صحیح منسوب میشود چنانکه چهار از ده و کسر بطرف کسر منسوب میشود چون دو ثلث از سه ربع پس درینصورتها منسوب الیه را واحد و منسوب را کسر منکسره گویند و بدانکه کسر منکسره هم في الحقیقت کسر مفرد است که مخرج آن منسوب الیه است و منسوب صورت کسر است لکن چون مخرج در ضمن خفا است و صورت بطور کسور معینه نیست لهذا این را منکسر میگویند که قابل کسر شدن است و تعبیر از ان بي لفظ مِن در عربي و لفظ از در فارسي نمي تواند شد فافهم و گاهي کسر مستثنی میشود از کسر دیگر و آنرا مستثنی گویند مثل سه خمس الا ربع و گاهي معطوف مي شود مثل ربع و خمس و سدس

* رباعي *

* گرمخرج کسر را صحیح است عدد آن کسر بود نزد محاسب مفرد *
* معطوف ومضاف ومنکسر مستثني اصناف کسور غیرمفرد شمرد *

وگاهي کسر منکسر از اصناف خمسهٔ کسور مرکب مي شود وهمچنین معطوف ومضاف ومستثني هم بترکیب حاصل مي شود

* مطلب اول از باب دویم در رقم کسور *

بدانکه کسر مفرد را تحت صحیح بنویسند ومخرج را تحت کسر واگر با کسر صحیح نباشد پس بالایش صفر گذارند ومعطوف را در یسار معطوف علیه بعد واو عطف بنویسند ومستثني را یسار مستثني منه بعد الا ومضاف الیه را تحت مضاف بعد خط فاصل یا لفظ من وهذه صورته

$2\frac{1}{3}$ دوصحیح ویک ثلث ، $\frac{1}{4}$ یکربع ، $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{5}$ یک ربع ودوخمس ، $\frac{4}{5}$ الا $\frac{1}{4}$ چهارخمس الا یک ربع

، $\frac{2}{3}$ من $\frac{3}{4}$ دوثلث من سه ربع $2\frac{1}{2}$ من $4\frac{1}{3}$ دوصحیح ویک نصف از چهار صحیح ویک ثلث واگر منکسر را بدینصورت نویسند بهتر است $2\frac{1}{2}$ من $4\frac{1}{3}$

بدانکه جمیع اعمال کسور متعلق بکسر مفرد است وغیرمفرد منتقل بمفرد میشود وبراي نقل کردن غیرمفرد بمفرد دانستن نسبت اعداد وطریق استخراج مخرج مشترک ضرور است باید دانست که دو عدد غیر واحد اگر مساوي باشند آنها را متماثلان ومتساویان گویند ونسبت را تساوي وتماثل نامند مثال چهار وچهار که هردو مساوي اند واگر دو عدد غیر الواحد مختلف باشند پس اگر عدد اقل عدد اکثر را از روي قسمت ساقط کند وهیچ نماند آنها را متداخلان گویند ونسبت را تداخل خوانند واگر چیزي از روي قسمت باقي ماند پس عدد اقل را بر باقي قسمت کنند واگر در قسمت دویم هم چیزي باقي ماند باقي قسمت اول را بر باقي قسمت ثاني قسمت نمایند تا آنکه از مقسوم اخیر هیچ باقي نماند یا واحد باقي افتد پس اگر در قسمت اخیر هیچ باقي نماند آنها را متوافقان ومتشارکان گویند واین نسبت را توافق خوانند ومقسوم علیه اخیر را که ساقط کنندهٔ هر دو عدد است وفق نامند وهرگاه هر دو عدد متوافقان را بر وفق قسمت کنند خارج را جزء وفق وجزء مشترک خوانند

چون ده وپانزده که هرگاه پانزده را که اکثراست برده قسمت کردم پنج باقي ماندو پانزده را بر پنج قسمت کردم هیچ باقي نماند پس عدد ده و پانزده را متوافقان گویند و پنج را وفق هردو خوانند و ده را که بر پنج قسمت کردم دو خارج شد و آن جزء وفق ده است و پانزده را که بر پنج قسمت کردم سه خارج شد آن جزء وفق پانزده است و اگر از رومي قسمت اخیر واحد باقي ماند آنرا متباینان گویند ونسبت تباین چون پنج وچهار و ۱۷ و ۲۵ وفقهاء رضوان الله علیهم متداخلین را هم متوافقین میگویند ونسبت توافق اعم از تداخل مي شمارند واین نسبتها درمیان سه عدد وچهار عدد وزیاده از ان هم میتواند شد پس همه اگر متساري اند متساویات خوانند مثل ۴ و ۴ و ۴ و ۴ واگر مختلف اند وهر عدد اعظم را هر عدد اصغر ساقط میتواند کرد آنها متداخلات اند چون ۲ و ۴ و ۸ و ۲۴ واگر یکي ازینها خواه عدد دیگر آن همه را ساقط تواند کرد پس آنهارا متوافقات خوانند چون ۲ و ۴ و ۶ و ۱۰ دیگر ۱۶ و ۲۴ و ۲۶ وطریق دریافت آن آنست که اولاً توافق بین العددین معلوم کنند وبعد ازان توافق بین الوفق وعدد ثالث معلوم نمایند وبعد ازان توافق بین الوفق دویم وعدد رابع دریافت کنند وهمچنین تا آخر پس وفق اخیر را اعتبار دارند واگر هیچ یکي دیگري راساقط نتواند نمود وعدد ثالث هم ساقط نتواند کرد آنهارا متباینات گویند

بیان فوائد فائدهٔ اولی* باید دانست که درمیان دو عدد نسبتي خاص دیگر که آنرا نسبت هندسي گویند سوای این چهار نسبت هم مي باشد مثل نسبت ثلثي وربعي وغیر آن چنانچه در ۲ و ۴ نسبت نصفي است ودر ۲ و ۶ نسبت ثلثي ودر ۴ و ۶ نسبت دو ثلثي است ودر ۳ و ۴ نسبت سه ربعي است وعلی هذا القیاس

* فائدهٔ دویم نسبت هندسي که درمیان دو عدد متباینان است آن نسبت در هیچ دو عدد دیگر که اقل ازان هردو باشد یافته نخواهد شد مثلاً ده و یازده

* فائدهٔ سیوم هر نسبت هندسي که درمیان هردو جزء وفق متوافقان است در هیچ دو عدد که اقل ازان هردو جزء وفق باشد یافته نخواهد شد مثلاً نسبت هندسي که درمیان ۶ و ۷ که جزء وفق ۱۲ و ۱۴ اند در هیچ دو عدد دیگر که اقل ازان هردو باشد نیست

* فائدهٔ چهارم هردو جزء وفق متوافقان عدد زوج واقع نمي شود مثلاً ۸ و ۱۰ که متوافقان اند وجزء وفق یکي ۴ و دیگري ۵ است ممکن نیست که در هیچ متوافقان هردو جزء وفق عدد زوج باشد بلکه فرد بودن هردو ممکن است مثل ۹ و ۱۵ که متوافقان اند وجزء وفق یکي ۳ وجزء وفق دیگري ۵ است

*فائدهٔ پنجم فرد اولي را با جميع اعداد ماتحت خود بلكه با اعداد مافوق غير الاضعاف نسبت تباين ميباشد و زوج الزوج را با جميع زوج الزوج نسبت تداخل و زوج الزوج را با زوج الفرد و زوج الزوج والفرد توافق و تداخل مي شود و اعداد فرد را با هريكي تباين و تداخل و توافق هر سه مي باشد

* مطلب ثاني در استخراج مخرج مشترك جميع كسور *

بدانكه مخرج مشترك عبارت است از تحصيل اقل عددكه دران كسور مفرده مفروضه صحيح باشد پس بدانكه اگر مخرج دو كسر مفرد متساوي اند پس مخرج يكي بعينه مخرج ديگري است و اگر آن هردو متداخلان اند مثل ۱/۴ و ۱/۸ پس مخرج اعظم مخرج مشترك است و اگر آن هردو متوافقان اند جزء وفق يكي را در ديگري ضرب نمايند كه حاصل مخرج مشترك است مثلا ۱/۶ و ۱/۴ كه مخرج آنها متوافق است جزء وفق يكي را در ديگري ضرب ساختم اعني سه را در چهار يا دو را در شش ضرب نمودم دوازده شد و آن مخرج مشترك است و اگر هردو متباين باشند پس مخرج يكي را در ديگري ضرب نمايند مثل ۱/۳ و ۱/۴ كه مخرج مشترك ۱۲ شد و همچنين اگر كسور متعدده باشد پس مخرج مشترك دو كسر برآورده آنرا با مخرج ثالث نسبت دهند و مخرج مشترك برارند و همچنين بعد ازان تا آخر و يكي طريق آنست كه جدول ذوار بعة اضلاع بنويسند و خط عرضي را بعدة كسور تقسيم نمايند و خطوط طولي را چهار قسم سازند و جدول تمام كنند پس در سطر اول مخارج كسور را ثبت كنند بطوريكه اقل در مربع اول و اعظم در مربع آخر بترتيب واقع شود و در سطر ثالث صورت كسور را بترتيب نويسند بعد ازان در جميع مخارج نظر كنند و اصغر جميع متداخلات را بخط محو محو نمايند بعد ازان اعظم را به بينند كه با باقي مخارج چه نسبت دارد پس با هركه توافق است جزء وفق آنرا بالايش نويسند بعد ازان هر جزء وفق را با هريك مخارج و جزء وفق سواي اعظم ملاحظه كنند اگر توافق دارد وفق بالايش بعد خط محو نويسند و باز به بينند كه با هريك مخارج سواي اعظم چه نسبت دارد اگر تداخل است آنرا هم محو سازند تا كه جميع مخارج و جزء وفق سواي اعظم متباين باقي ماند پس اعظم را در اسمي كه ماقبل اوست ضرب كنند و حاصل را در ماقبلش همچنين تا كه در جميع مخارج و جزء وفق كه باقي است ضرب واقع شود و حاصل الضرب اخير مخرج مشترك مطلوب است آنرا

فوق جدول نویسند بعد از ان مخرج مشترک را بر هر یک مخارج قسمت نمایند و خارج قسمت را در سطر ثاني بنویسند باز آنرا در اعداد صور الکسور که در سطر ثالث است ضرب نموده در سطر چهارم نویسند و جمع ساخته بر مخرج مشترک قسمت سازند خارج جمیع اعداد کسور از مخرج مشترک است

مثلاً خواستم $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۱}{۵}$ و $\frac{۵}{۶}$ و $\frac{۶}{۷}$ و $\frac{۳}{۸}$ و $\frac{۴}{۹}$ و $\frac{۹}{۱۰}$ و $\frac{۷}{۱۱}$ و $\frac{۵}{۱۲}$ و $\frac{۸}{۱۳}$ و $\frac{۳}{۱۴}$ را جمع کنم

و مخرج مشترک استخراج نمایم بعد رسم جدول مخارج کسور در سطر اول نوشتم و صورت کسور را در سطر سیوم و نظر کردم در مخارج چون ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ در دیگر مخارج داخل بودند بر آنها خط محو کشیدم و اعظم را که ۱۴ است با ۱۲ توافق بالنصف یافتم جزء وفق ۱۲ را که ۶ است بالاي ۱۲ بعد خط محو نوشتم و باز چهارده را با ده و هشت توافق بالنصف بود جزء وفق ده را که ۵ و جزء وفق ۸ را که ۴ بود بالاي هر دو بعد خط محو نوشتم باز شش را که جزء وفق ۱۲ است با ۹ توافق بالثلث بود لهذا ثلث آنرا که دو است بالاي خط محو نگاشتم و چون باز آنرا با چهار که جزء وفق ۸ است تداخل بود بالایش خط محو کشیدم و باقي ماند ۴ و ۹ و ۵ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۴ ضرب کردم ۱۴ را در ۱۳ حاصل ۱۸۲ شد آنرا در یازده ضرب کردم حاصل ۲۰۰۲ گردید آنرا در ۵ ضرب نمودم حاصل ۱۰۰۱۰ شد و آنرا در ۹ ضرب ساختم حاصل ۹۰۰۹۰ گردید و آنرا در ۴ ضرب کردم حاصل ۳۶۰۳۶۰ شد این مخرج مشترک مطلوب است آنرا بالاي جدول نگاشتم و بر هر یک مخرج که در سطر اول بود قسمت کردم و خارج را در سطر ثاني نوشتم و صور کسور که محاذي در سطر ثالث بود ضرب کرده حاصل را در سطر چهارم نوشتم و جمع نمودم ۲۶۳۳۹۷۵ شد بر مخرج مشترک قسمت کردم خارج ۷ صحیح و $\frac{۱۱۱۳۵۵}{۳۶۰۳۶۰}$ گردید و این جمع کسور است هذه صورته

(جدول ۵۲)

۳۶۰۳۶۰ ۹۰۰۹۰ ۱۰۰۱۰ ۲۰۰۲ ۱۸۲

مخرج مشترک

* فائده باید دانست که در عمل حساب تسهیل بقدر وسع امکان اهم مطالب است خصوص

دراعمال کسور هر قدر تسهیل شود غلطی کم واقع خواهد شد و تسهیل عمل منحصر بر مخرج
است اعم ازینکه مشترک باشد یا مفرد یعنی مخرج هر قدر اقل العدد خواهد بود عمل سهل
خواهد بود پس ضرور است که حتی الامکان مخرج را قلیل سازند و طریقش آنست که اگر صورت کسر را
با مخرج تداخل است مخرج را بر صورت کسر قسمت سازند و واحد را بالای عدد خارج قسمت
منسوب کنند مثلاً $\frac{16}{48}$ چون ۱۶ را با ۴۸ تداخل بود قسمت کردم سه خارج شد واحد را بالایش
منسوب ساختم یک ثلث شد و اگر صورت کسر را با مخرج توافق است جزء وفق صورت را بر
جزء وفق مخرج منسوب کنند مثلاً $\frac{16}{24}$ چون ۱۶ را با ۲۴ توافق بالثمن است پس ثمن ۱۶ را
که دو است بر ثمن ۲۴ که سه است منسوب ساختم $\frac{2}{3}$ دو ثلث شد و اگر در صورت کسر و مخرج
تباین باشد بر حال خود گذارند که در ان رجوع باقل ممکن نیست

* مطلب ثالث در تجنیس *

وآن عدد صحیح را کسر نمودن است از جنس کسری معین پس ضرب کنند صحیح را در مخرج
کسر و صورت کسر را اگر با صحیح باشد بالایش بیفزایند مثلاً خواستم که چهار صحیح و سه خمس
را مجنس نمایم پس چهار را در پنج که مخرج کسر است ضرب کردم و صورت کسر را که سه است
بالایش افزودم $\frac{23}{5}$ شد و این را تبسیط نیز گویند

* مطلب چهارم در ترفیع *

وآن کسور را صحیح نمودن است اگر زائد از مخرج باشد پس صورت کسر را بر مخرج
قسمت کنند خارج صحیح و باقی کسر است مثلاً خواستم که سی و چهار سبع را صحیح نمایم
و چهار را بر هفت قسمت نمودم خارج چهار صحیح و شش سبع شد و هو المطلوب

* مطلب خامس در مفرد کردن کسور غیر مفرده *

باید دانست که هرگاه جمیع اعمال کسور منحصر بر کسر مفرد است پس ضرور است
که هر کسر را مفرد باید نمود و آن بدون حصول مخرج مشترک نمی تواند شد [illegible]
چنانکه مذکور شد مخرج مشترک گرفته کسر مفرد سازند و مضاف صورت کسر مضاف [illegible]
کسر مضاف الیه ضرب نموده بالای حاصل ضرب مخرج هر دو کسر [illegible]
اجزاء مستثنی را از مستثنی منه ساقط سازند اگر هر دو متحد المخرج باشند و الا [illegible]

ساقط نمایند و همچنین در منکسر وغیره و اگر استثناء مکرر باشد مخرج مشترک گرفته از اجزاء مجموع مستثنی منه مجموع اجزاء مستثنی را ساقط کنند و همچنین اگر اضافت مکرر باشد صرف صور و مخرج را مکرر سازند مثلاً خواستم که

۴
۵
—
۵
۶

را کسر مفرد کنم پس چهار را در پنج که صور کسراند ضرب کردم و پنج را در شش که هر دو مخرج اند ضرب نمودم و منسوب ساختم ۲۰/۳۰ شد رجوع باقل کردم ۲/۳ گردید و همچنین

۲
۵
۵
۶
۶
۷

راخواستم کسر مفرد نمایم پس صورت کسر را که ۲ و ۵ و ۶ بود باهم ضرب نمودم ۶۰ شد و مخرج را که ۵ و ۶ و ۷ بود باهم ضرب نمودم ۲۱۰ گردید پس ۶۰ را باو منسوب ساختم بدینصورت ۶۰/۲۱۰ گردید و رجوع باقل العدد ین نمودم در هر دو توافق بالثلثین بود پس جزء وفق کسر را که ۲ است برجزء وفق ۲۱۰ که هفت است منسوب ساختم ۲/۷ شد

و همچنین خواستم که سه صحیح و یک خمس از چهار صحیح و یک سدس را که منکسر و بدینصورت است ۳ ۱/۵ من ۴ ۱/۶ کسر مفرد کنم چون مخرج مشترک ۳۰ بود سه را مجنس نمودم ۹۰ نود شد و یک خمس سی که شش است بالای آن افزودم ۹۶ گردید آنرا بالای اجزاء مضاف الیه که از تجنیس چهار صحیح و یک سدس ۱۲۵ شده است منسوب ساختم ۹۶/۱۲۵ گردید چون صورت کسر را با مخرج تباین است لهذا همچنان گذاشتم و خواستم که سه صحیح و سه خمس از چهار صحیح و یک خمس را که بدینصورت است

۳ ۳/۵ من ۴ ۱/۵

کسر مفرد کنم مخرج مشترک پنج بود هر دو را مجنس کرده منسوب ساختم ۱۸/۲۱ گردید و رجوع باقل نموده جزء وفق ۱۸ را که ۶ است بالای جزء وفق ۲۱ که ۷ است منسوب ساختم ۶/۷ شد و خواستم که ۳/۷ من ۴ را کسر مفرد کنم ۲۴ را که مجنس اول است بالای ۲۸ که مجنس دیم بود منسوب نموده ۲۴/۲۸ را رجوع باقل کردم ۶/۷ گردید و همچنین خواستم که سه صحیح و یک خمس از شش صحیح و چهار تسع و دو صحیح و یک سدس از چهار صحیح الا واحد و دو خمس از چهار صحیح مستثنی من المجموع را کسر مفرد

کا

سازم ۳ من ۶ ۲ من ۴ الا ۱ من ۴
۱/۸ ۴/۹ و ۱/۶ ۲/۸ چون مخرج مشترک منکسر اول ۱۴۴ است پس صحیح
را مع الکسر مجنس نمودم و منسوب ساختم و کسر مفرد نمودم ۲۹۰/۱۴۴ شد رجوع باقل نمودم ۱۴۵/۷۲
گردید باز منکسر دویم را مجنس نمودم ۱۳/۲۴ شد و منکسر اول و دویم را از مخرج مشترک
گرفته جمع نمودم به سبب تباین مخرجین این ۳۶۱۳/۳۴۸۰ مستثنی منه گردید و چون
مستثنی را مجنس نموده مفرد ساختم ۷/۲۰ شد اجزاء آنرا از مخرج مشترک گرفتم چون مخرج
مستثنی داخل بمخرج مستثنی منه بود ۱۲۱۸/۳۴۸۰ گردید از مستثنی منه ساقط نمودم
باقی ماند | ۲۳۹۵/۳۴۸۰ آنرا رجوع باقل العددین کردم چون صورت کسر را با مخرج توافق بالخمس
بود ۴۷۹/۶۹۶ شد

* مطلب سادس در تضعیف و تنصیف و جمع و تفریق *

بدانکه در تضعیف اگر کسر مفرد باشد پس مخرج را به بینند اگر زوج است آنرا تنصیف سازند
و اگر فرد است صورت کسر را ضعف نمایند و اگر کسور متعدده باشند پس مخرج مشترک
بگیرند و کسور را مفرد سازند و مخرج آنرا به بینند که زوج است یا فرد و همچنان که مذکور شد
عمل نمایند و بعد ازان اگر صورت کسر زائد بر مخرج باشد مخرج را از صورت کسر ساقط نمایند
باقی را بر مخرج منسوب سازند و واحد صحیح بران بیفزایند مثلاً اگر خواهم که سه خمس را ضعف
کنم چون مخرج و صورت کسر هر دو فرد بود صورت کسر را ضعف نمودم شش خمس شد
پس پنج را که مخرج است از شش که صورت کسر است ساقط نمودم باقی ماند واحد آنرا بر
مخرج منسوب ساختم و برای مسقط واحد صحیح افزودم یک صحیح و یک خمس گردید
و همچنین اگر خواهم که پنج ثمن را ضعف نمایم چون مخرج زوج است آنرا تنصیف نمودم پنج ربع
شد چهار را از پنج ساقط کردم و باقی را بر چهار منسوب ساختم و واحد صحیح افزودم یک صحیح
و یک ربع گردید و در تنصیف باید که صورت کسر را به بینند که زوج است یا فرد اگر زوج است آنرا
تنصیف سازند و الا مخرج را تضعیف نمایند مثلاً خواستم که چهار سبع را تنصیف کنم چون صورت
کسر زوج است آنرا تنصیف ساختم دو سبع بر آمد و اگر خواهم که سه سبع را تنصیف کنم چون
صورت کسر فرد است لهذا مخرج را تضعیف نمودم سه جزء از چهارده جزء شد و در جمع باید که جمیع

کسور را از مخرج مشترک گرفته جمع سازند پس اگر مجموع زائد از مخرج مشترک باشد آنرا بر
مخرج مشترک قسمت نمایند و باقي را بر مخرج مشترک منسوب سازند که خارج صحیح و باقي کسر
است مثلاً خواستم که یک نصف و دو ثلث و سه ربع و چهار خمس را جمع کنم چون مخرج مشترک
شصت است و نصف آن سي و دو ثلث آن چهل و سه ربع آن چهل و پنج و چهار خمس آن چهل
و هشت است و مجموع آن یک صد و شصت و سه میشود پس مجموع کسور از مخرج مشترک زائد
گردید لهذا بر مخرج مشترک قسمت نمودم دو صحیح و چهل و سه جزء از شصت جزء بر آمده
و در تفریق باید که کسر منقوص و منقوص منه را از یک جنس سازند اعني از مخرج مشترک بگیرند و صورت
کسر منقوص را از صورت کسر منقوص منه ساقط نمایند و باقي را بر مخرج مشترک منسوب
نمایند که باقي مطلوب است مثلاً خواستم که چهار سبع را از دو ثلث ساقط کنم چون مخرج
مشترک بست و یک است و چهار سبع آن دوازده و دو ثلث آن چهارده پس دوازده را از چهارده
ساقط نمودم باقي دو ماند آنرا بر بست و یک منسوب ساختم دو جزء از بست و یک جزء گردید
و باید دانست که در این همه اعمال اگر با کسر صحیح هم باشد پس در تضعیف صحیح را جدا تضعیف
نمایند و کسر را جدا و جمع سازند و در تنصیف اگر صحیح زوج است آنرا هم جدا تنصیف نمایند
و اگر صحیح فرد بود پس صحیح را از نصف آن جدا کرده و نصف مخرج کسر بر صورت تنصیف کسر
بیفزایند و جمع سازند و در جمع هم صحاح را جدا جمع کنند و کسور را جدا و در تفریق اگر در هر دو
از منقوص و منقوص منه صحاح باشد صحاح منقوص را از منقوص منه جدا ساقط نمایند و کسر را
جدا و در بصورت اگر صورت کسر منقوص از صورت کسر منقوص منه ساقط نتواند شد واحد
از باقي صحاح کم کرده و صورت کسر منقوص منه را با مخرج جمع نموده صورت کسر منقوص
را ساقط سازند و باقي را بر مخرج منسوب نمایند و همچنین اگر صحیح صرف در منقوص منه باشد
عمل کنند پس تضعیف دو صحیح و سه ثمن چهار صحیح و سه ربع است و تضعیف دو صحیح و سه
ربع پنج صحیح و یک نصف و تنصیف دو صحیح و سه ربع یک صحیح و سه ثمن و تنصیف سه صحیح
و یک نصف یک صحیح و سه ربع میشود و مجموع دو صحیح و یک ربع و سه صحیح و چهار خمس
شش صحیح و یک بستم است و تفریق دو صحیح و یک ربع از سه صحیح و چهار خمس یک صحیح
و یازده بستم است و قس علی هذا

* مطلب سابع در ضرب کسور *

بدانکه ضرب کسور منحصر بر پنج قسم است کسر فی الکسر کسر فی الصحیح کسر فی الصحیح
معه الکسر صحیح معه الکسر فی الصحیح صحیح معه الکسر فی الصحیح معه الکسر پس در قسم اول
صورت کسر را در صورت کسر و مخرج را در مخرج ضرب نمایند و اگر حاصل الضرب صورت
کسر زائد از حاصل الضرب مخرج باشد رفع سازند و رجوع باقل کنند اگر ممکن باشد و در
قسم ثانی صورت کسر را در صحیح ضرب نموده بر مخرج منسوب سازند و رجوع باقل کنند
و اگر صورت کسر زائد باشد رفع نمایند و در قسم سیوم صورت کسر اول را در صحیح ضرب نموده
و بر مخرج منسوب ساخته باز صورت کسر اول را در صورت کسر دویم و مخرج را در مخرج
ضرب کرده و منسوب نموده جمع کنند و در قسم چهارم صحیح را در صحیح ضرب نموده و صورت
کسر را در صحیح ضرب ساخته جمع کنند و در قسم پنجم صحیح را در صحیح ضرب کرده و صورت
کسر اول را در صحیح دویم و صورت کسر دویم را در صحیح اول ضرب ساخته و صورت کسر
اول را در صورت کسر دویم و مخرج را در مخرج ضرب کرده و منسوب نموده و مخرج مشترک
گرفته جمع سازند مثال قسم اول خواستم که سه ربع ٣/٤ مضروب را در شش سبع ٦/٧ مضروب فیه
ضرب کنم پس سه را که صورت کسر مضروب است در شش که صورت کسر مضروب فیه است
ضرب کردم ١٨ شد و چهار را که مخرج مضروب است در ٧ که مخرج مضروب فیه است
ضرب نمودم ٢٨ شد حاصل کسر را بر حاصل مخارج منسوب ساختم ١٨/٢٨ را رجوع باقل نمودم
٩/١٤ شد مثال قسم ثانی سه سبع ٣/٧ را در دو صحیح ضرب کنم صورت کسر را که سه است در دو ضرب
کردم شش شد چون کمتر از مخرج بود منسوب ساختم ٦/٧ شش سبع گردید و اگر چهار خمس را
در دوازده ضرب نمایم چهار را که صورت کسر است در دوازده ضرب کردم ٤٨ شد چون
زائد از مخرج بود رفع نمودم یعنی بر مخرج که پنج است قسمت کردم نه صحیح و سه خمس گردید
مثال قسم ثالث خواستم که ٤/٥ چهار خمس را در ٢ ٣/٧ دو صحیح و سه سبع ضرب کنم چهار را
که صورت کسر بود در دو صحیح ضرب کردم هشت را
بر پنج که مخرج مضروب است قسمت نمودم یک صحیح و سه خمس شد ١ ٣/٥
باز چهار را در سه که صورت کسر مضروب فیه است ضرب نمودم ١٢ گردید آنرا بر حاصل ضرب پنج

پنج که مخرج مضروب است در هفت که مخرج مضروب فیه است منسوب ساختم $\frac{۱۲}{۳۵}$ شد
و با حاصل ضرب اول جمع نمودم یک صحیح و سی و سه سی و پنجم $\frac{۱}{\frac{۳۳}{۳۵}}$ شد

مثال قسم رابع خواستم $\frac{۴}{\frac{۲}{۳}}$
چهار صحیح و دو ثلث را

در پنج صحیح ضرب کنم چهار صحیح را در پنج ضرب کردم بست گردید و دو را که صورت کسر بود در پنج ضرب نمودم ده گردید آنرا بر سه که مخرج کسر است قسمت نمودم سه صحیح و یک ثلث خارج شد آنرا با حاصل ضرب اول جمع نمودم بست سه صحیح و یک ثلث گردید مثال قسم خامس خواستم چهار صحیح و دو ثلث $\frac{۴}{\frac{۲}{۳}}$
را در سه صحیح و سه ربع $\frac{۳}{\frac{۳}{۴}}$
ضرب کنم چهار صحیح

را در سه صحیح ضرب کردم حاصل اول دوازده شد و دو ثلث را در سه صحیح ضرب نمودم دو صحیح حاصل دویم شد باز چهار صحیح را در سه ربع ضرب نمودم سه صحیح حاصل سیوم گردید و دو ثلث را در سه ربع ضرب نمودم یک نصف حاصل چهارم شد جمع نمودم هفده صحیح و یک نصف گردید

* ذکر بیان الفوائد المتعلقة بهذا المطلب *

* فائده اول در قسم اول اگر صورت کسر احد المضروبین مثل مخرج آخر باشد پس صورت کسر دویم را بر مخرج دویم منسوب سازند مثـــــــــلا $\frac{۳}{۴}$ را بر $\frac{۴}{۵}$
ضرب کنم چون کسر مضروب فیه مثل مخرج مضروب بود لهذا صورت کسر مضروب را بر مخرج مضروب فیه منسوب ساختم $\frac{۳}{۵}$ شد و این حاصل ضرب است

* فائده دویم در قسم ثانی اگر مخرج کسر داخل صحیح باشد صحیح را بر مخرج قسمت نموده خارج را در صورت کسر ضرب نمایند که حاصل مطلوب است مثلاً اگر پنج سدس را در دوازده ضرب کنم دوازده را بر شش قسمت نمودم و خارج را که دو است در پنج که صورت کسر است ضرب کردم حاصل ده شد و این مطلوب است

* فائدهٔ سیوم هر عدد صحیح مع النصف را که مربع نمایند باید که بر صحیح واحد افزوده در آن صحیح ضرب کنند و بالایش یک ربع بیفزایند مثلاً خواستم که پنج صحیح و یک نصف را مربع کنم واحد بر پنج افزودم شش شد و آنرا در پنج ضرب کرده یک ربع افزودم سی صحیح و یک ربع شد

* فائدهٔ چهارم اگر یک خمس یا دو خمس یا سه خمس یا چهار خمس را در عدد صحیح ضرب کنند باید که صورت کسر را ضعف نموده در عدد ضرب سازند و از حاصل الضرب مرتبهٔ آحاد را محو سازند و نصف عدد مرتبهٔ آحاد را بر پنج که مخرج است منسوب ساخته با باقی جمع کنند مثلاً خواستم که سه خمس را در سه هزار و پانصد و نود و هفت ۳۵۹۷ ضرب کنم ۳۵۹۷ را در شش که ضعف صورت کسر است ضرب نمودم ۲۱۵۸۲ شد مرتبهٔ آحاد را اسقاط کردم و چون عدد مرتبهٔ آحاد دو است لهذا یک خمس گرفتم ۲۱۵۸ ۱/۵ شد و این مطلوب است

* فائدهٔ پنجم در هر اقسام ضرب که صحیح نیز باشد اختیار است که آنرا مجنس نموده رجوع به قسم اول نمایند و صورت کسر را در صورت کسر و مخرج را در مخرج ضرب نموده منسوب سازند و اگر صورت کسر زائد از مخرج باشد ترفیع نمایند

* مطلب هشتم در قسمت کسور *

و آن هشت قسم است کسر علی الکسر کسر علی الصحیح کسر علی الصحیح مع الکسر صحیح علی الکسر صحیح علی الصحیح مع الکسر صحیح مع الکسر علی الکسر صحیح مع الکسر علی الصحیح صحیح مع الکسر علی صحیح مع الکسر * و طریقش چنانست که در قسم اول اگر مخرج مقسوم و مقسوم علیه متحد باشد پس صورت مقسوم را بر صورت مقسوم علیه قسمت نمایند اگر صورت مقسوم زائد باشد و الا منسوب سازند و اگر مخرج متحد نباشد مخرج مشترک بگیرند و اجزاء مقسوم و مقسوم علیه را از مخرج مشترک گرفته قسمت سازند و در دیگر جمیع اقسام صحیح را نیز تجنیس ساخته با صورت کسر جمع نمایند که رجوع به قسم اول شود و صورت مقسوم را بر صورت مقسوم علیه قسمت سازند اگر صورت مقسوم زائد باشد و الا منسوب سازند مثلاً خواستم که ۵/۱۲ را بر ۴/۱۲ قسمت کنم چون مخرج متحد بود پنج را بر چهار قسمت کردم خارج یک صحیح و یک ربع شد و همچنین خواستم ۵/۶ را بر ۳/۴ قسمت نمایم چون مخرج مختلف بود

مخـــرج مشترک گرفته اجزاء مقسوم ومقسوم علیه گرفتم مقسوم $\frac{10}{12}$ ومقسوم علیه $\frac{9}{12}$ شده را بر نه قسمت کردم خارج یک صحیح ویک تسع گردید

وهمچنین خواستم هشت صحیح وسه ربع را بر پنج صحیح ودو ثلث قسمت نمایم مخرج مشترک گرفته مجنس نمودم واجزاء آن گرفتم مقسوم ۱۰۵ ومقسوم علیه ۶۸ گردید قسمت نمودم خارج یک صحیح وسی وهفت جزء از شصت وهشت جزء شد وعلی هذا القیاس در جمیع اقسام

* فائده چون در قسمت کسور اکثر مبتدئین تعجب میکنند ودر مغالطه می افتند که خارج قسمت چگونه از مقسوم زائد بلکه صحیح بر می آید چه قسمت تجزیهٔ مقسوم است وجزء اقل از کل میباشد لهذا درینجا بیان حقیقت آن ضرور است بدانکه در مطلب هفتم باب اول گفته شد که قسمت دو نوع است یکی آنکه مقصود استخراج مقدار حصه باشد اعنی نصیب واحد صحیح دویم آنکه مقصود استخراج عدد حصص است پس هرگاه سه ربع را بر دو ثلث مثلا قسمت کنم بموجب قاعدهٔ مذکورهٔ معینه یک صحیح ویک ثمن خارج قسمت است درینصورت اگر مقصود نوع اول باشد خارج قسمت مقدار حصه اعنی نصیب واحد صحیح است وتقریر آن بدین نهج میشود که چون سه ربع را بر دو ثلث قسمت کردم مقصود آنست که هرگاه نصیب دو ثلث واحد سه ربع است پس نصیب واحد چه خواهد بود زیرا که مقصود از قسمت استخراج نصیب واحد صحیح است ولهذا است که اگر سه ربع را بر واحد قسمت میکردم خارج همان سه ربع می شد وهرگاه بر دو ثلث واحد قسمت میکنم یقین است که خارج زیاده از سه ربع خواهد بود چه هرگاه مقسوم علیه ثانی از مقسوم علیه اول کم شده خارج ثانی از اول لا محاله زیاده خواهد بود وچون مراتب کسور نزولی است ومراتب صحاح صعودی پس بهر امر در مراتب نزولی خلاف مراتب صعودی واقع خواهد شد اعنی مخرج کسر مقسوم علیه هر قدر زائد خواهد بود خارج قسمت هم زائد خواهد بر آمد بخلاف صحاح که در آنجا هر قدر عدد مقسوم علیه زائد میشود خارج قسمت اقل بر می آید چرا که فی الحقیقت زیادتی مخرج موجب قلت مقدار کسر می شود اعنی ثلث از نصف اقل وکمتر است وهمچنین اگر مقصود استخراج عدد حصص باشد پس خارج قسمت عدد حصص خواهد بود اعنی اگر سه ربع را بر دو ثلث قسمت کنند اعنی مقدار هر حصه دو ثلث باشد پس عدد حصص یک صحیح ویک ثمن خواهد بر آمد وتعریف قسمت که نسبت

واحد بطرف خارج مثل نسبت مقسوم علیه بطرف مقسوم است در ینجا صادق می آید اعنی
نسبت واحد بطرف یک صحیح و یک ثمن مثل نسبت دو ثلث بطرف سه ربع است چه واحد
هشت تسع به نسبت یک صحیح و یک ثمن است و دو ثلث هم هشت تسع به نسبت سه ربع است
و نیز اگر خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کنند حاصل مساوی مقسوم میشود پس
بهیچ وجه مغالطه و تعجب نیست فافهم

* فائده اگر صورت کسر مقسوم و مقسوم علیه متحد باشد پس مخرج مقسوم علیه را اگر
زائد باشد بر مخرج مقسوم قسمت کنند والا منسوب سازند مثلاً خواستم $\frac{3}{5}$ را بر $\frac{3}{7}$
سه سبع قسمت کنم هفت را بر پنج قسمت نمودم خارج یک صحیح و دو خمس شد
و هو المطلوب و اگر $\frac{3}{7}$ را بر $\frac{3}{5}$ قسمت کنم خارج $\frac{5}{7}$ خواهد بود

* مطلب نهم در استخراج جذر و ضلع اول جمیع مضلعات *

* بدانکه اگر صورت کسر و مخرج هر دو منطق باشند پس جذر و ضلع کسر را بر جذر و ضلع
مخرج منسوب سازند مثلاً خواهند که جذر نه جزء از بست و پنج جزء بدانند جذر نه را که سه است
بر جذر بست و پنج که پنج است منسوب سازند $\frac{3}{5}$ سه خمس جذر است و اگر خواهند ضلع
مال مال دو صد و پنجاه و شش جزء از شش صد و بست و پنج جزء بدانند پس ضلع اول دو صد
و پنجاه و شش را که مال مال منطق است بر آوردم چهار بر آمد و ضلع اول ششصد و بست و پنج را
که هم مال مال منطق است بر آوردم پنج شد پس چهار را بر پنج منسوب ساختم $\frac{4}{5}$
چهار خمس شد و اگر صورت کسر و مخرج هر دو منطق نباشند خواه یکی منطق باشد
و دیگری اصم پس در استخراج جذر مخرج را در صورت کسر ضرب کنند و جذر تقریبی
آن گرفته بر مخرج منسوب سازند مثلاً خواستم که جذر چهار سبع بدانم چهار را در هفت ضرب
کردم بست و هشت شد جذر تقریبی آن گرفتم پنج صحیح و سه یازدهم بر آمد آنرا بر هفت منسوب
ساختم $\frac{5\frac{3}{11}}{7}$ گردید جمع نمودم پنجاه و هشت جزء از هفتاد و هفت جزء تقریباً گردید
و در استخراج کعب مال مخرج را در صورت کسر ضرب نمایند و کعب تقریبی حاصل
الضرب بگیرند و بر مخرج منسوب سازند و در مال مال کعب مخرج را در صورت کسر ضرب کنند

ودرمال کعب مال مال مخرج رادرصورت کسرضرب سازند وضلع اول گرفته برمخرج منسوب نمایند وعلی هذا القیاس درجمیع مضلعات عمل کنند مثلاً خواستم ضلع مال مال سه ربع بدانم پس کعب چهار راکه شصت و چهار است درسه ضرب کردم یک صد و نود ودو شد ضلع مال مال تقریبي آن راگرفتم سه صحیح ویک صد و یازده جزء ازیک صد وهفتاد وپنج جزء شد باین قاعده که بعد استخراج ضلع اول از روي جدول عدد فوقاني را بر تحتاني افزوده و جمع نموده در فوقاني ضرب نمودم ودرصف مال نوشته و جمع نموده باز در فوقاني ضرب نموده درصف کعب نوشتم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده و جمع نموده و در فوقاني ضرب کرده درصف مال نگاشتم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده درصف ضلع نوشتم پس درصف ضلع ۱۲ ودرصف مال ۵۴ ودرصف کعب ۱۰۸ گردید وهرسه را جمع نموده واحد بران افزودم یکصد وهفتاد وپنج شد پس عدد خارج راکه سه بود وباقي راکه یک صد ویازده بود بریک صد وهفتاد وپنج منسوب نمودم سه صحیح ویک صد ویازده جزء ازیک صد وهفتاد وپنج جزء گردید آنرا برمخرج اول که چهار بود منسوب نمودم $\frac{3}{4}$ و $\frac{111}{175}$

سه ربع ویک صد ویازده جزء ازیک صد وهفتاد وپنج جزء یک ربع شد آنرا ازمخرج مشترک $\frac{1}{4}$

جمع نمودم $\frac{636}{700}$ شش صد وسي وشش جزء ازهفت صد شد آنرا رجوع باقل نمودم چون درصورت کسر ومخرج توافق بالربع بود ربع هردو گرفتم $\frac{159}{175}$

یکصد وپنجاه ونه جزء ازیک صد وهفتاد وپنج جزء گردید واین ضلع مال مال تقریبي سه ربع است صورة الجدول (جدول ۵۳)

وخواستم که ضلع کعب پنج سدس بدانم پس مال مخرج راکه ۳۶ بود درپنج ضرب کردم یک صد وهشتاد شد وضلع کعب تقریبي آن پنج صحیح وپنجاه وپنج جزء ازنود ویک جزء گردید آنرا برمخرج اول منسوب ساختم $\frac{5}{6}$ و $\frac{55}{91}$ گردید

وازمخرج مشترک جمع نمودم $\frac{1}{6}$

پانصد وده جزء از پانصد وچهل وشش جزء شد چون درصورت کسر ومخرج توافق بالسدس بود سدس هردو گرفتم هشتاد وپنج جزء

ازنود ويک جزء گرديد واين کعب پنج سدس است تقريباً واگر باکسر صحيح هم باشد پس ضلع
صحيح را چنانکه در استخراج ضلع گفته شد بگيرند اگر صحيح منطق است وبراي مال برضعف جذر
واحد افزوده کسر را براو منسوب کنند ودر کعب برمجموع اعداد صف مال وصف ضلع واحد
افزوده کسر را منسوب نمايند وعلى هذا القياس در هر مضلعات مثلاً خواستم که جذر نه صحيح
ويک نصف بدانم پس جذر نه که سه است گرفتم وکسر رابر هفت منسوب ساختم سه صحيح
ويک نصف سبع شد وخواستم که کعب بست و هفت ويک ربع بدانم چون کعب بست وهفت
سه است واعداد صف مال ۲۷ وصف ضلع نه است ومجموع آن سي وهفت شد وکسر را براو
منسوب نمودم سه صحيح ويک ربع سي وهفتم شد واگر صحيح منطق نبود در استخراج جذر
عدد باقي را مع الکسر باضعف جذر مع الواحد منکسر سازند ورجوع به کسر مفرد کنند وترفيع
سازند اگر ممکن باشد ودر استخراج ديگر اضلاع بامجموع اعداد صفوف که بقاعدهٔ استخراج
ضلع جمع کرده وواحد بيفزايند ومنکسر سازند ورجوع بمفرد کنند مثلاً خواستم که جذر ده
صحيح وسه خمس بدانم جذر ده سه برآمد وواحد باقي ماند آنرا مع الکسر جمع نمودم وبا هفت
که ضعف جذر مع الواحد است منکسر نمودم يک صحيح وسه خمس از هفت شد آنرا مفرد
نمودم يعني هفت را در پنج که مخرج بود ضرب نمودم سي وپنج شد ويک صحيح وسه
خمس را مجنس نمودم ، بالايش منسوب ساختم هشت جزء از سي وپنج جزء گرديد پس جذر
سه صحيح وهشت جزء از سي وپنج جزء برآمد واگر صحيح را هم مجنس نموده وباکسر جمع کرده
استخراج جذر وضلع اول جميع مضلعات چنانکه بالا گفته شد نمايند بهتر واحسن است
وميگويم اگر مضلع منطق صحيح مع الکسر است ضلع اول آن بدون مجنس کردن تحقيقاً
معلوم نمي شود يعني اگر بقاعدهٔ که بالا مذکور شد که جذر صحيح گرفته باقي صحيح را مع الکسر
برضعف جذر مع الواحد منکسر سازند ومفرد کنند جذر تحقيقي نخواهد برآمد بلکه تقريبي
خواهد بود مثلاً خواهم که جذر دوازده صحيح ويک ربع بدانم پس بقاعدهٔ اول جذر صحيح
گرفتم سه برآمد وسه صحيح ويک ربع باقي ماند آنرا با هفت منکسر نموده رجوع بمفرد نمودم
سيزده جزء از بست وهشت جزء گرديد پس جذر دوازده صحيح ويک ربع سه صحيح وسيزده
جزء از بست وهشت جزء شد واين تقريبي است واگر مجنس نمايند ۴۹/۴ چهل ونه ربع ميشود

وجذر آن هفت نصف که سه صحیح و یک نصف است میشود و این تحقیقي است و همچنین اگر خواهم
که کعب چهل و دو صحیح و هفت ثمن بدانم پس اگر مجنس نمودم سه صد و چهل و سه ثمن شد
و ضلع کعب آن هفت نصف و سه صحیح و یک نصف است بر آمد و این تحقیقي و اگر بقاعدهٔ اولی
عمل نمودم و ضلع کعب چهل و دو گرفتم سه صحیح شد و پانزده صحیح و هفت ثمن باقي ماند
پس آنرا بالاي مجموع اعداد صف مال و ضلع معه الواحد که سي و هفت است منکسر ساخته
رجوع بمفرد نمودم سه صحیح و یک صد و بست و هفت جزء از دو صد و نود و شش جزء گردید و این
تقریبي است فافهم پس بهتر است که صحیح معه الکسر را مجنس نموده استخراج ضلع اول نمایند

* مطلب دهم در بیان قاعدهٔ استخراج ضلع اول مضلعات اصم بطریقیکه
اقرب التقریبي باشد و آن موقوف بر دانستن مقدمه ایست که بیان میکنم *

هرگاه مضلعي را در مضلعي دیگر که متساوي المنزل باشد ضرب کنند و ضلع حاصل الضرب
بلحاظ همان منزل استخراج کنند پس مسطح ضلعین اولین مساوي ضلع حاصل خواهد بود
کما برهن علیه اقلیدس مثلاً نه را که مال سه است در چهار که مال دو است ضرب کنند سي و شش میشود
پس ضلع و جذر آن که شش است مساوي حاصل ضرب سه در دو است درینصورت هرگاه ضلع حاصل
را بر احد الضلعین اولین قسمت کنند خارج ضلع دیگر خواهد شد چنانکه اگر شش را بر سه قسمت کنند
دو خارج میشود و اگر بر دو قسمت کنند سه خارج مي شود و همچنین اگر یک مضلع منطق را در مضلع
اصم که متساوي المنزل باشد ضرب نمایند و ضلع تقریبي حاصل الضرب را بلحاظ همان منزل
خارج نموده بر ضلع منطق قسمت کنند خارج ضلع مضلع اصم خواهد بود پس میگوییم که براي
تسهیل عمل استخراج مخرج تقریبي ضلع اصم که یک مضلع منطق ذو اصفار را که به صورت
واحد و مساوي منزل مضلع اصم باشد در مضلع اصم ضرب کنند بلکه صرف اصفار مضلع
منطق بر یمین مضلع اصم ثبت کنند و ضلع اول استخراج کنند و کسر باقي را که در ضلع حاصل
باشد ترک کرده اعداد خارج را بر ضلع منطق قسمت سازند خارج القسمت ضلع تقریبي
اصم است مثلاً خواستم که جذر ۲۴۵ بدانم چون معلوم شد که اصم الجذر است چراکه جذر
آن بقاعدهٔ معینه مذکورهٔ سابق بر آوردم پانزده صحیح و بست جزء از سي و یک جزء گردید لهذا
۲۴۵ را در مال یک هزار ۱۰۰۰ که بدین صورت است ۱۰۰۰۰۰۰ ضرب کردم بلکه شش صفر

بربمین او افزودم بدینصورت شد ۲۴۵۰۰۰۰۰۰ وجذر آن استخراج کردم ۱۵۶۵۲ عدد خارج
شد و ۱۴۸۹۶ کسر باقی ماند آنرا ترک کردم وعدد خارج را بریک هزار قسمت نمودم خارج
پانزده صحیح وشش صد وپنجاه ودو جزء از یک هزار جزء گردید وآن ضلع اقرب التقریبی است

۱۵
۱۵۶۵۲
۱۰۰۰
۵۶۵۲
۵۰۰۰
۶۵۲
۱۰۰۰

وباید دانست که مراتب اعداد باقی از قسمت بقدر اصفار ضلع منطق خواهد بود
وهرقدر اصفار ضلع منطق اکثر خواهد بود ضلع تقریبی اقرب تر خواهد برآمد
وچون درمثال مذکور صورت کسر با مخرج نسبت توافق بالربع دارد لهذا
رجوع باقل نمودم ۱۵ $\frac{۱۶۳}{۲۵۰}$ گردید

مثال دیگر خواستم که ضلع کعب ۳۵۴) استخراج کنم چون اصم است لهذا نه اصفار که عدد اصفار
مکعب هزار است بران افزودم وضلع کعب استخراج نمودم ۷۰۷۴ خارج شد وباقی
۶۵۹۸۷۷۶ ماند آنرا ترک کردم وعدد خارج را بریک هزار قسمت نمودم خارج ۷ $\frac{۷۴}{۱۰۰۰}$
هفت صحیح وهفتاد وچهار جزء از هزار جزء گردید واین ضلع اقرب التقریبی است
به نسبت ضلعی که از روی قاعدهٔ معینهٔ مذکورهٔ سابق هفت صحیح ویازده جزء از یک صد و
شصت ونه جزء میشود واگر کسر باقی مضلع را ترک نکنم بلکه عدد باقی قسمت در مخرج
تقریبی کسر باقی ضرب نموده وصورت کسر را بران بیفزایم ومجموع را بر مخرج تقریبی
اصفار بقدر ضلع منطق افزوده منسوب سازم اقرب تر میشود مثلاً در مثال اول که کسر باقی
مضلع ۱۴۸۹۶ ومخرج تقریبی بقاعدهٔ معینهٔ سابق ۳۱۳۰۵ است وعدد باقی قسمت ۶۵۲
پس ۶۵۲ را در مخرج تقریبی ضرب نمودم ۲۰۴۱۰۸۶۰ شد بران صورت کسر را که ۱۴۸۹۶
بود افزودم وجمع نمودم ۲۰۴۲۵۷۵۶ گردید بر مخرج تقریبی سه صفر که عدد اصفار
یک هزار است افزودم ۳۱۳۰۵۰۰۰ شد ومنسوب ساختم بدینصورت ۱۵ $\frac{۲۰۴۲۵۷۵۶}{۳۱۳۰۵۰۰۰}$ گردید

وچون در صورت کسر ومخرج توافق بالربع است رجوع باقل نمودم ۱۵ $\frac{۵۱۰۶۴۳۹}{۷۸۲۶۲۵۰}$ گردید
واین ضلع تقریبی نهایت اقرب است وهذا جدوله (جدول ۵۴)

* مطلب یازدهم در تحویل کسور *

وآن عبارت است از تبدیل کسري بکسر دیگر مثلاً ثمن را بربع تبدیل سازند وبالعکس وسدس را بخمس تبدیل نمایند وبالعکس وطریقش آنست که صورت کسر را در مخرج مطلوب ضرب کرده بر مخرج موجود قسمت نمایند وخارج را بر مخرج مطلوب منسوب سازند مثلاً اگر پنج سدس را با سباع تبدیل نمایم پنج را در هفت که مخرج مطلوب است ضرب کرده حاصل را که سي وپنج است بر شش که مخرج موجود است قسمت کنم وخارج را که پنج صحیح وپنج سدس است بر سبع منسوب سازم پس پنج سبع وپنج سدس سبع خواهد شد $\frac{5}{7}$ و $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{7}$ واگر پنج سدس را با خماس تبدیل سازم پنج صورت کسر را در پنج که مخرج مطلوب است ضرب ساخته بست وپنج را که حاصل است بر شش که مخرج موجود است قسمت سازم وخارج را که چهار صحیح ویک سدس است بر خمس منسوب گردانم $\frac{4}{5}$ و $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ خواهد شد.

* باب سیوم در بعض فوائد عام که محاسب را دانستن آن ضروري است ودر استخراج مجهولات معیّن مي شود *

* مطلب اول دربیان خواص اعداد *

خاصهٔ عدد فرد آنست که مجذورا وهم فرد خواهد بود وهرگاه از مجذور او واحد کم کنند باقي بر هشت قسمت پذیرد به قسمت صحیح خاصهٔ عدد زوج آنست که ربع مجذور وي مجذور عدد صحیح بود وآن عدد صحیح نصف آن عدد زوج خواهد بود مثلاً ده که عدد زوج است ومجذور آن صد است ویک ربع آن بست وپنج است وآن مجذور پنج است خاصهٔ زوج الزوج آنست که مجموع اجزاء او ناقص باشند از وي بواحد چون عدد هشت ومجموع نصف وربع وثمن وي هفت میشود که ناقص از هشت است بواحد ودیگر اینکه برهیچ عددی فرد قسمت صحیح نه پذیرد خاصهٔ زوج الزوج والفرد آنست که بر عدد زوج وفرد قسمت صحیح پذیرد وهرگاه بر عدد زوج قسمت کنند عدد فرد خارج شود واگر بر عدد فرد قسمت نمایند عدد زوج

خارج گردد چنانکه بست که برچهار و پنج قسمت صحیح مي پذیرد و هرگاه برچهار قسمت نمایند عدد پنج برمي آید و اگر برپنج قسمت سازند عدد چهار خارج مي شود خاصهٔ مجذور آنست که در میزان او که به نه نه کرده شود این پنج عدد نمي باشد دو و سه و پنج و شش و هشت خاصهٔ کعب آنست که در میزان او به نه نه این شش عدد نبود دو و سه و چهار و پنج و شش و هفت و خاصهٔ عدد تام آنست که چون آن را بر عدد زوج الزوج قسمت نمایند خارج فرد اولي شود و آن فرد اولي از ضعف آن زوج الزوج بواحد کم باشد و نیز خاصهٔ عدد تام انست که در هر مراتب از آحاد و عشرات و مئات و الوف یک عدد تام واقع میشود چنانکه در آحاد عدد تام شش است و در عشرات بست و هشت و در مئات چهارصد و نود و شش است و علی هذا القیاس در مرتبهٔ الوف و غیره

* مطلب دویم در جمع اعداد و دران مقدمه و چند فصل است *

* مقدمه بدانکه جمع بر دو قسم است قسم اول آنکه جمع اعداد علی نسبة معینهٔ معلومه باشد و آن نیز منقسم بدو نوع میشود یکي آنکه نسبت في الکیف باشد و آن نسبت هندسي است مثل نصف و ثلث و ربع در ینصورت اعداد متفاضله اگرچه اعداد مختلفه باشند لکن مشابه في الکیف عند نسبة بعضها في بعض خواهند بود و این نیز دو صنف است یکي آنکه نسبت عددین نسبت تضعیف باشد اعني عدد ماقبل نصف عدد مابعد بود چنانچه در تضعیف بیوت شطرنج و غیرآن و دویم آنکه نسبت عددین غیر نصف بود اعني نسبت ثلث و ربع و سدس و سبع بود چنانچه مثال آن بیاید ان شا الله تعالی و نوع دویم از قسم اول آنکه نسبت في الکم باشد و آن نسبت عددي است مثل اعداد متوالي علی نظم طبیعي که بتفاضل واحد واحد اند و ازواج متوالي که تفاضل اثنین اثنین دارند و در ینصورت تزاید با عداد متساویه خواهد بود و بدانکه نوع دویم را انواع کثیر است مثل جمع اعداد متوالي و مربعات متوالي و مکعبات متوالي و جمع افراد متوالي و ازواج متوالي و غیرآن و قسم دویم آنکه جمع علی نسبت غیر معینه باشد چنانکه در باب اول در مطلب رابع گفته شد *

* فصل اول در جمع اعداد متزائده علی نسبت في الکیف که نوع اول قسم اول است و دران دو بیان است

* بیان اول در جمع تضعیفات متوالي * بدانکه از روي برهان هندسي ثابت است که مجذور عدد مساوي مجموع چهار مجذور نصف عدد میشود و ضعف الضعف مجذور عدد مساوي

مجذور ضعف عدد است چنانچه مجذور شش که سي و شش است مساوي چهار مجذور سه که نه است و همچنین سي و شش که ضعف الضعف مجذور سه است مساوي مجذور شش که ضعف سه است پس باید دانست که در تضعیفات متوالي که ابتداء از واحد است در مرتبهٔ اول فرد واحد افتاده و آن بنفس خود مجذور است پس در جمیع خانه هاي فرد که خانه ضعف الضعف اول است مجذور خواهد بود وجذر آن در خانهٔ که از روي عدهٔ نصف خانهٔ فرد باشد معه اعتبار کسر نصف به صحیح واحد اعني جذر عدد خانهٔ پنجم در خانهٔ سیوم وجذر عدد خانهٔ هفتم در خانهٔ چهارم و علی هذا القیاس و جمع تضعیفات متوالي مساوي ضعف عدد خانهٔ اخیر الا واحد میشود پس اگر عدد خانهٔ اخیر معلوم باشد ضعف آن نموده واحد از و کم کنند و اگر معلوم نباشد خانهٔ اخیر را به بینند که زوج است یا فرد اگر فرد باشد عدد خانهٔ نصف آن معه اعتبار کسر بمنزلهٔ صحیح بگیرند یعني کسر را که نصف است واحد شمار کنند و اگر عدد آن خانه معلوم باشد مجذور آن بگیرند که عدد خانهٔ اخیر خواهد بود و اگر معلوم نباشد و خانهٔ زوج بود بر آن علامت تضعیف گذارند و واحد از و کم کنند تا فرد شود و باز آن فرد ثاني را نصف سازند پس اگر زوج باشد علامت تضعیف گذارند و واحد کم نموده فرد سازند و همچنین تا خانهٔ که عدد آن معلوم تواند شد برسند و مرتبه مرتبه مجذورات آنرا گرفته برابر علامت تضعیف تضعیف نموده تا خانهٔ اخیر برسند که عدد خانهٔ اخیر معلوم شود آنرا تضعیف نموده واحد کم کنند که جمع تضعیفات حاصل شود مثلا خواستم که جمع تضعیفات متوالي تا هجده خانه بدانم و عدد خانهٔ هجدهم معلوم نبود چون خانهٔ زوج است علامت تضعیف بر آن نهادم و واحد کم کردم هفده ماند آنرا زیر او نوشتم و نصف آن که نه باعتبار کسر به صحیح است آنرا تحت آن نوشتم و نصف آنرا که پنج است تحت آن نوشتم و نصف آن که سه است تحت آن ثبت نمودم و چون خانهٔ سیوم بسهولت معلوم مي تواند شد که چهار است آنرا مربع کرده شانزده را برابر خانهٔ پنجم نوشتم و مجذور شانزده را که دو صد و پنجاه و شش است برابر خانهٔ نهم نهادم و مربع دو صد و پنجاه و شش را که شصت و پنج هزار و پانصد و سي و شش است برابر خانهٔ هفدهم نگاشتم و آنرا تضعیف نموده برابر هجدهم نوشتم یک لک و سي و یک هزار و هفتاد و دو گردید و آن عدد خانهٔ هجدهم است پس آنرا تضعیف نموده واحد کم کردم مجموع تضعیفات تا خانهٔ هجدهم دو لک و شصت و دو هزار و یک صد

وچهل وسه شد وهذه صـــــــــــــــــورته

ونیز اگر عدد خانهٔ زوج باشد فرد مابعد او را گرفته عمل کنند واز عدد خانهٔ

فرد اخیر واحد بکاهند حاجت تضعیف اخیر نمیشود مثلاً در مثال مذکور

۱۸	۱۳۱۰۷۲
۱۷	۶۵۵۳۶
۹	۲۵۶
۵	۱۶
۳	۴

مابعد هجدهم که نوزدهم خانهٔ فرد بود آنرا گرفته تضعیف نمودم ده شد چون زوج بود بران علامت

تضعیف نهادم و واحد کم کرده نه را نوشتم و همچنین عمل تمام کردم بدینصورت

و واحد از عدد خانهٔ نوزدهم ساقط کردم باقی جمع تضعیفات متوالی تا خانهٔ

هجدهم گردید واگر خواهند جمع تضعیفات بیوت شطرنج بدانند تا خانهٔ شصت

۱۹	۲۶۲۱۴۴
۱۰	۵۱۲
۹	۲۵۶
۵	۱۶
۳	۴

وچهارم چون عدد خانهٔ شصت وپنجم بواحد از وکم است لهذا عدد خانهٔ شصت وپنجم براورده

و واحد ازان کم کنند بدینصـــورت

واگر وضع تضعیفات مختلف شود

اعنی در خانهٔ اول مثلاً چهار و در دویم

هشت و در سیوم شانزده وعلی هذا القیاس

۶۵	۱۸۴۴۶۷۴۴۰۷۳۷۰۹۵۵۱۶۱۶
۳۳	۴۲۹۴۹۶۷۲۹۶
۱۷	۶۵۵۳۶
۹	۲۵۶
۵	۱۶
۳	۴

درینصورت جمع تضعیفات با عتبار ابتداء از واحد چنانکه بالا مذکور شـــد حاصل کنند

ودر عدد خانهٔ اول ضرب سازند که حاصل جمع تضعیفات است مثلاً خواستم که جمع تضعیفات

از خانهٔ اول تا خانهٔ هشتم درحالیکه ابتداء از چهار است بدانم اول باعتبار ابتداء از واحد

جمع تضعیفات نمودم دو صد و پنجاه و پنج شد آنرا در چهار ضرب ساختم حاصل یک هزار

وبست شد واین جمع تضعیفات تا خانهٔ هشتم باعتبار ابتدا از چهار است وهذه صورته

۱	۴
۲	۸
۳	۱۶
۴	۳۲
۵	۶۴
۷	۱۲۸
	۲۵۶
۸	۵۱۲
	۱۰۲۰

وعلی هذا القیاس اگر ابتدا از سه خواه پنج خواه شش وغیرآن شود وباید دانست

که تضعیف جمع المثلین است که عبارت از ضرب عدد در اثنین باشد واضعاف

جمع امثال که عبارت از ضرب عدد درمافوق اثنین بود وچون اهل کتب

حساب صرف قاعدهٔ جمع تضعیفات مقرر کرده ومتعرض قاعدهٔ جمع اضاعیف

نشده اند لهذا این نحیف قاعدهٔ کلی که شامل است مرجمع تضعیفات وجمع

اضاعیف را استنباط نموده بیان میکند که عدد خانهٔ آخر تضعیفات خواه اضاعیف

درصورتیکه ابتدا از واحد باشد بعد اسقاط واحد حاصل الضرب جمع اعداد خانه های ماقبل

اودرعدد امثال الا واحد است دربنصورت ازعدد خانهٔ اخیر واحد کم کرده باقي را برعدد امثال الا واحد قسمت کنند وخارج را برعدد خانهٔ آخر بیفزایند که مجموع جمع مطلوب است مثلا در تضعیفات متوالي از ابتداي خانهٔ اول تا خانهٔ هفتم اگر جمع نمایند ازعدد خانهٔ هفتم واحد کم کرده باقي را بر واحد که عدد امثال الا واحد است قسمت کنند وخارج راکه همان عدد خانهٔ آخر الا واحد خواهد بود برعدد خانهٔ آخر بیفزایند و در جمع اضاعیف مثلا اگر اضاعیف سه امثال باشند اعني درخانهٔ اول واحد و درخانهٔ دویم سه ودرخانهٔ سیوم نه ودر چهارم بست وهفت وعلی هذا وبخواهند که جمع اعداد تا خانهٔ هفتم بدانند پس از عدد خانهٔ هفتم واحد کم کرده باقي را بر دو که عدد امثال الا واحد است قسمت کرده خارج را برعدد خانهٔ آخر بیفزایند وهمچنین اگر اضاعیف بچهار امثال است ازعدد خانهٔ آخر واحد کم کرده باقي را بر سه قسمت کنند وخارج را برعدد خانهٔ آخر بیفزایند وقاعدهٔ استخراج عدد خانهٔ اخیر انچه درجمع تضعیفات بیان کرده شد درجمع اضاعیف هم جاري مي شود الا اینکه درخانهاي زوج در تضعیفات عدد خانهٔ فرد ماقبل را تضعیف مي کردند و در اضعاف درعدد امثال ضرب میکنند وهمچنین اگر ابتدا از واحد نباشد پس جمع بلحاظ ابتدا از واحد نموده حاصل را درعدد خانهٔ اول ضرب سازند چنانچه در جمع تضعیفات گفته شد

* بیان دویم در جمع اعداد که تزاید آن سواي نسبهٔ ضعف باشد پس عدد اصغر را که در خانهٔ اول باشد در تفاضل عدد اعظم که در خانهٔ اخیر بود ضرب نموده حاصل را بر تفاضل عدد خانهٔ دویم که از عدد خانهٔ اول است قسمت نمایند وخارج را با عدد اخر جمع سازند مثلا خواستم که جمع اعداد از خانهٔ اول تا خانهٔ پنجم کنم بحیثیتیکه تزاید علی نسبت نصف است اعني درخانهٔ اول شانزده ودرخانهٔ دویم بست وچهار ودرخانهٔ سیوم سي و شش ودرخانهٔ چهارم پنجاه وچهار ودرخانهٔ پنجم هشتاد ویک پس شانزده را در شصت و پنج که تفاضل هشتاد ویک بر شانزده است ضرب نموده یک هزار وچهل را بر هشت که تفاضل بست وچهار بر شانزده است قسمت نمودم یک صد و سي بر آمد آنرا با هشتاد ویک جمع نمودم دو صد ویازده شد واین جمع اعداد است تا خانهٔ پنجم واگر عدد خانهٔ آخر معلوم نباشد باید که نسبهٔ تزاید را ازخانهٔ اول بگیرند و تا خانهٔ آخر برسانند و نسبت آخر را در کسر عدد خانهٔ اول ضرب سازند که حاصل عدد

خانهٔ اخر است مثلاً در مثال مذکور چون ابتدای تزاید از نصف است برابر خانهٔ اول ده نوشتم که مخرج کسر است وبرابر خانهٔ دویم سه که مجموع دو ونصف دو است وبرابر خانهٔ سیوم چهار صحیح ویک نصف که مجموع سه ونصف سه است وبرابر خانهٔ چهارم شش صحیح وسه ربع که مجموع چهار صحیح ویک نصف ونصف آنست وبرابر خانهٔ پنجم ده صحیح ویک ثمن که مجموع شش صحیح وسه ربع ونصف آنست پس نصف عدد اول که هشت بود در ده صحیح ویک ثمن ضرب نمودم خارج هشتاد ویک گردید واین عدد خانهٔ اخیر است فافهم وبدانکه این عمل عام است در جمع اعداد متزایده علی ایّ نسبة هندسیة کانت

* فصل دویم در جمع اعداد متوالی صاحب خلاصة الحساب ودستور الحساب وعیون الحساب در جمع اعداد متوالی صرف یک قاعده بیان کرده اند وآن اینست که بر عدد اخیر واحد افزوده در نصف عدد اخیر ضرب سازند که حاصل جمع اعداد متوالی است مثلاً خواهم که جمع اعداد متوالی از واحد تا ده بدانم واحد بر ده افزوده یازده را در پنج ضرب کردم حاصل پنجاه وپنج شد واین جمع اعداد متوالی علی نظم طبیعی از واحد تا ده است ومؤلف این نسخه میگوید که اگر بر ضعف مجذور نصف عدد اخیر نصف عدد اخیر بیفزایند مجموع جمع اعداد است مثلاً در مثال مذکور پنج را که نصف ده است مربع کرده بست وپنج را تضعیف نمودم وپنج بر آن افزودم پنجاه وپنج شد وهم اگر بر نصف مجذور عدد اخیر نصف عدد اخیر بیفزایند مطلوب حاصل شود ونیز بطور قاعدهٔ کلی بیان میکنم که اعداد متوالی را بمنزل خانها فرض کند واعداد یکه در آن خانها افتد بعدد خانه تعبیر کنند چنانکه در نظم اعداد طبیعی تزاید واحد واحد است در خانهٔ اول واحد ودر خانهٔ دویم دو ودر خانهٔ سیوم سه اینچنین اعتبار کنند واگر تزاید اثنین اثنین است پس در خانهٔ اول دو ودر خانهٔ دویم چهار ودر خانهٔ سیوم شش ودر خانهٔ چهارم هشت خواهد بود درینصورت قاعدهٔ جمع اعداد متوالی این است که عدد خانهٔ اخیر را با عدد خانهٔ اول جمع نموده در نصف عدهٔ خانهٔ اخیر ضرب کنند وعدد خانهٔ اخیر حاصل ضرب عدهٔ اید در عدد تزاید است مثلاً در مثال مذکور در خانهٔ دهم عدد ده که حاصل ضرب عدهٔ اید در واحد است با عدد خانهٔ اول که واحد بود جمع نموده یازده را در پنج که نصف عدهٔ خانهٔ دهم است ضرب کردم پنجاه وپنج شد واگر تزاید اثنین اثنین است عدد خانهٔ دهم را که دو است در ده ضرب کردم بست شد

واین عدد خانهٔ دهم است آنرا با عدد خانهٔ اول که دواست جمع نموده بست ودو را در پنج ضرب نمودم یک صد وده شد واین جمع اعداد متوالی از خانهٔ اول تا خانهٔ دهم است بتزاید اثنین اثنین

* فصل سیوم در جمع اعداد متوالی از هرخانه که ابتدا کرده شود وطریقش آنست که تفاضل عدهٔ خانهٔ آخیر بر عدد خانهٔ اول گرفته واحد بران بیفزایند ودر نصف مجموع عددین طرفین ضرب کنند مثلا خواهم که از خانهٔ سیوم تا خانهٔ دوازدهم جمع اعداد متوالیه علی نظم طبیعی که تزاید واحد واحد است بدانم چون عدهٔ خانه اخیر دوازده وعدهٔ خانهٔ اول سه وتفاضل بینهما نه است واحد بران افزودم ده را در هفت ویک نصف که نصف پانزده مجموع طرفین است ضرب کردم هفتاد وپنج شد واگر تزاید دو دو است پس ده را که تفاضل معا الواحد است در پانزده که نصف سی مجموع طرفین است ضرب کنم حاصل یک صد وپنجاه خواهد شد

* فصــل چهارم در جمع افراد متوالی از ابتدای واحد وطریقش آنست که مربع عدهٔ خانهای فرد را در عدد تزاید ضرب کنند خواه بر عدهٔ خانهٔ اخیر واحد افزوده مربع نصف مجموع را در عدد متزاید ضرب سازند مثلا خواستم که جمع افراد متوالیه علی نظم طبیعی که بتزاید واحد واحد است تا خانهٔ یازدهم بدانم پس بطریق اول چون عدهٔ خانهای فرد تا خانهٔ یازدهم شش است ومربع آن سی وشش می شود آنرا در واحد که عدد تزاید است ضرب نمودم هم سی وشش شد وبطریق ثانی واحد را بر عدهٔ خانهٔ اخیر که یازده است افزودم دوازده شد ونصف آنرا که شش است مربع ساختم سی وشش شد در واحد ضرب نمودم هم سی وشش گردید ودر صورتیکه بتزاید اثنین اثنین است بهر دو طریق سی وشش را در دو ضرب کردم هفتاد ودو شد

* تنبیه باید دانست که در افراد متوالیه از خانهٔ اول تا هرخانه که باشد هرگاه واحد بر عدهٔ خانهٔ اخیر بیفزایند نصف آن عدهٔ خانهای فرد میشود

* تنبیه بدانکه مراد از افراد وازواج متوالیه وغیره خانهای فرد زوج است نه عدد خانهای چراکه مثلا اگر عدد تزاید زوج باشد در پنج خانهٔ عدد فرد نمی افتد

* فصل پنجم در جمع افراد وازواج متوالیه از هرخانه که خواسته باشند ابتدا نموده جمع سازند ودرین دو طریق است اول که شامل است جمع افراد وازواج را این است که عدهٔ خانهٔ طرف اول وطرف اخیر را جمع نموده نصف سازند وواحد بر وی بیفزایند ومجموع را در نصف فضل عدهٔ

خانهٔ طرف اخیر بر عدهٔ خانهٔ طرف اول ضرب ساخته بر حاصل ضرب عدهٔ خانهٔ طرف اول را افزوده مجموع را در عدد تزاید ضرب کنند و طریق دویم که خاص است برای جمع افراد این است که مربع عدهٔ خانهٔ طرف اخیر را بلحاظ فرد و زوج بگیرند و مربع عدهٔ خانهٔ ماقبل طرف اول را از و ساقط کرده باقی را در عدد تزاید ضرب سازند مثلاً اگر خواهم جمع افراد متوالیه از خانهٔ پنجم تا خانهٔ یازدهم علی نظم طبیعی بدانم بطریق اول پنج را با یازده مجموع نمودم شانزده شد و بر نصف آن که هشت است واحد افزودم نه گردید آنرا در نصف فصل عدهٔ خانهٔ طرف اخیر بر عدهٔ خانهٔ طرف اول که سه بود ضرب نمودم بست و هفت شد و بران پنج که عدهٔ خانهٔ طرف اول است افزوده در واحد که عدد تزاید است ضرب ساختم سی و دو گردید و بطریق دویم چون عدهٔ خانهٔ اخیر بلحاظ فرد شش است و مربع آن سی و شش و عدهٔ خانهٔ طرف اول بلحاظ فرد سه است و عدهٔ خانهٔ ماقبل او دو و مربع آن چهار است پس چهار را از سی و شش ساقط نمودم سی و دو باقی ماند آنرا در واحد که عدد تزاید است ضرب نمودم و اگر تزاید اثنین اثنین است بهر دو طریق سی و دو را در دو که عدد تزاید است ضرب نمایم شصت و چهار میشود همچنین اگر خواهم که جمع ازواج متوالی از خانهٔ ششم تا خانهٔ دوازدهم علی نظم طبیعی بدانم پس بطریق اول عدهٔ خانهٔ طرف اول و طرف اخیر را جمع نمودم هجده شد و بر نصف آن که نه است واحد افزودم ده شد آنرا در نصف فصل بین الطرفین که سه است ضرب نموده بر سی عدد شش که عدد خانه طرف اول است افزودم سی و شش شد و آنرا در واحد که عدد تزاید است ضرب ساختم و اگر تزاید اثنین اثنین است در دو ضرب نمودم

* فصل ششم در جمع ازواج متوالیه از ابتدای خانهٔ دویم که برای زوج خانهٔ اول است تا هر خانه که خواهند طریقش این ست که بر نصف عدهٔ خانهٔ اخیر واحد افزوده در نصف عدهٔ ضرب سازند و حاصل را در عدد تزاید ضرب کنند مثلاً خواهم که جمع ازواج متوالی علی نظم طبیعی از ابتدای خانهٔ دویم تا خانهٔ بستم بدانم نصف عدد خانهٔ اخیر را که ده است در یازده ضرب نموده حاصل را که یک صد و ده میشود در واحد که عدد تزاید است ضرب نمودم و اگر عدد تزاید اثنین است در دو ضرب ساختم و از این قاعده ظاهر میشود اگر بر مربع عدهٔ خانهٔ اخیر بلحاظ زوج همان عدهٔ خانهٔ اخیر را بیفزایند هم مطلوب حاصل شود چرا که عدهٔ هر خانه بلحاظ زوج

نصف عدة آن خانه است بلالحاظ

* تنبیه اگر بخواهند که عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج از مجموع ازواج بدانند باید که یک ربع واحد بر مجموع ازواج بیفزایند واز جذر آن یک نصف ساقط کنند که باقي عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج خواهد بود مثلاً در مثال مذکور که مجموع ازواج یک صد ودة است خواستم که عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج بدانیم یک ربع بران افزودم وازجذر آن که ده صحیح ویک نصف است یک نصف را ساقط کردم باقي عدد ده عدة خانهٔ اخیر است بلحاظ زوج

* فصـــــل هفتم در جمع ازواج الفرد از ابتداي خانهٔ دویم در صورتیکه دو را هم زوج الفرد قرار دهند باید دانست که ازواج الفرد اعداد از ابتداي دو بتفاضل چهار چهار مي باشد مثل دو وشش وده وچهارده وهجده وطریقش آنست که نصف مجموع عدة خانهٔ طرف اول وطرف اخیر را در ربع مجموع ضرب سازند وحاصل را در عدد تزاید ضرب کنند مثلاً خواستم که جمع ازواج الفرد ازابتداي خانهٔ دویم تا خانهٔ هجدهم علی نظم طبعیي بدانم چون مجموع خانهٔ طرف اول وطرف اخیر بست است پس ده را که نصف المجموع است در پنج که ربع المجموع است ضرب کرده حاصل را که پنجاه شد در واحد که عدد تزاید بود ضرب ساختم وطریق آخر اگر عدة خانهٔ اخیر را بلحاظ زوج الفرد در ضعف خودش ضرب سازند نیز مطلوب حاصل شود چنانکه در مثال مذکور که عدة خانهٔ اخیر بلحاظ زوج الفرد پنج است آنرا در ضعفش که ده است ضرب نمایم هم پنجاه میشود واگر خواهم که ده زوج الفرد از ابتداي خانهٔ دویم جمع کنم پس ده را در بست ضرب کردم دو صد شد

* تنبیه اگر اثنین را زوج الفرد شمار نکنند باید که بعد از جمع آنرا ساقط نمایند چنانکه در مثال اول چهل وهشت بماند ودر مثال دویم یکصد ونود وهشت فافهم

* فصـــــل هشتم در جمع اعداد متوالیه که تزاید آن بمقدار معین باشد لیکن در خانهٔ اول عدد تزاید واقع نشود بلکه عدد دیگر باشد فقط مثلاً تزاید چهار چهار است ودر خانهٔ اول عدد سه است پس طریقش آنست که از عدة خانهٔ اخیر واحد کم کرده باقي را در عدد تزاید ضرب کنند وبر حاصل ضرب عدد خانهٔ اول بیفزایند ومجموع عدد خانهٔ اخیر خواهد بود پس عدد خانهٔ اول را بر عدد خانهٔ اخیر افزوده در نصف عدة خانهٔ اخیر ضرب سازند مثلاً خواستم که جمع اعداد متوالیه که عدد تزاید آنها چهار چهار است ودر خانهٔ اول عدد سه واقع شده تا خانهٔ هفتم

بدانم چون عدة خانهٔ اخیر هفت بود واحد ازان کم کرده شش را که باقی بود در چهار ضرب ساختم بست وچهار شد عدد سه که در خانهٔ اول بود بران افزودم بست وهفت گردید واین عدد خانهٔ اخیر است باز سه را که عدد خانهٔ اول بود بران افزوده سی را در سه ونیم که نصف عدهٔ خانهٔ اخیر است ضرب ساختم یک صد وپنج شد واین جمع اعداد است مؤلف خاکسار میگوید که این قاعده مطابق قاعدهٔ کلی است که در فصل دویم بیان کرده ام ونیز اگر جمع اعداد خانها بقاعدهٔ جمع اعداد متوالیه حاصل نموده در عدد تزاید ضرب کنند واز حاصل الضرب مذکور عدهٔ خانهٔ اخیر را در فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول ضرب کرده ساقط کنند درصورتیکه عدد خانهٔ اول کمتر از عدد تزاید باشد واگر عدد خانهٔ اول زائد باشد حاصل ضرب را بر حاصل ضرب اول بیفزایند که مطلوب حاصل شود مثلاً در مثال مذکور جمع اعداد خانها بقاعدهٔ جمع اعداد متوالیه بست وهشت است وهرگاه آنرا در چهار ضرب کردم یک صد ودوازده شد پس عدهٔ خانهٔ اخیر را که هفت است در واحد که فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول است ضرب نموده ساقط کردم باقی یک صد وپنج ماند ودرصورتیکه عدد خانهٔ اول پنج باشد پس بر یکصد ودوازده هفت را بیفزایم که یک صد ونوزده شود وآن جمع اعداد خواهد بود واگر خواهم که عدد خانهٔ اخیر بدانم عدهٔ خانهٔ اخیر را در عدد تزاید ضرب کرده فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول از حاصل الضرب ساقط کنم درصورتیکه عدد خانهٔ اول کمتر از عدد تزاید باشد وبیفزایم درصورتیکه زائد باشد چنانکه در مثال اول هفت را که عدهٔ خانهٔ اخیر بود در چهار که عدد تزاید است ضرب کرده واز بست وهشت واحد را که فضل عدد تزاید بر عدد خانهٔ اول است ساقط نمودم بست وهفت شد واین عدد خانهٔ اخیر است در مثال اول ودر مثال دویم واحد را بر بست وهشت افزودم بست ونه شد وآن عدد خانهٔ اخیر در مثال دویم است واین قاعده در جمیع اعداد از هر خانهٔ که ابتدا کنند در جمع افراد وازواج وغیر آن مفید است مثلاً اگر جمع اعداد در مثال اول از خانهٔ سیوم تا هفتم بدانم پس بقاعدهٔ فصل سیوم جمع اعداد خانها از سیوم تا هفتم نمودم بست وپنج شد وآنرا در چهار که عدد تزاید بود ضرب نمودم یکصد شد وچون از عدهٔ خانهٔ اخیر دو کم شده چرا که ابتدا از خانهٔ سیوم است پس پنج باقی را در فضل که واحد بود ضرب کرده ساقط نمودم باقی نود وپنج ماند فافهم

* فصـــــــل نهم در جمع اعداد مثلثات ومربعات و مخمسات ومسدسات وغیرآن بایددانست که گاهی تزایدبا عداد متزایده با لمتزایدالمعین میشود مثلاً درخانهٔ اول واحد است ودرخانهٔ دویم دوبرواحد افزوده سه نوشتم ودرخانهٔ سیوم سه برسه افزوده شش نوشتم ودرچهارم چهاربرشش افزوده ده نوشتم وهمچنین تاهرجاکه بخواهند پس این تزاید واحد است واین در حقیقت جمع عدهٔ هرخانه از روي قاعدهٔ جمع اعداد متوالیه در واحد ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ مابعدش مي افزایند مثلاً چون جمع عدهٔ خانهٔ اول واحد بود آنرا برعدهٔ خانهٔ دویم افزوده سه را درخانهٔ دویم نوشتم وچون جمع عدهٔ خانهٔ سیوم که شش بود آنرابرعدهٔ خانهٔ چهارم که چهار است افزوده ده رادرخانهٔ چهارم ثبت نمودم وگویا جمع عدهٔ هرخانه دران خانه مي افتدواین را مثلثات گویند چراکه بیشتراین اعداد مثلث واقع میشود مثل سه وشش وپانزده وبست ویک وسي وشش وغیره وهمچنین اگرتزاید بالا عداد المتزایده بالاثنین است چنانکه درخانهٔ اول واحد بود پس سه بران افزوده چهار رادرخانهٔ دویم نوشتم وبازپنج بران افزوده نه درخانهٔ سیوم نکاشتم وبازهفت بران افزوده شانزده درخانهٔ چهارم ثبت نمودم وهمچنین الی الآخرواین را مربعات گویندچراکه درینصورت اعداد جمیع خانه مربعات مي باشند وحقیقت آن اینست که جمع عدهٔ هرخانه رادر دوضرب کرده برعدهٔ خانهٔ مابعد مي افزایند مثلاً چون جمع عدهٔ خانهٔ اول واحد بود آنرا در دوضرب کرده برعدهٔ خانهٔ دویم که دواست افزودم چهارشد وچون جمع عدهٔ خانهٔ دویم سه است آنرادردوضرب کرده برعدهٔ خانهٔ سیوم افزودم نه گردیدوهمچنین الی الآخر

* تنبیه ازین عمل ظاهرمیشود که جمیع مربعات ازیک دیگرتفاضل بالاعداد متزایدبالاثنین دارند اعني هرقدرشانزده را برنه تفاضل است ازان تفاضل بست وپنج را برشانزده بزیادتي اثنین است

* فائده باید دانست که درا عداد مربعات مربع عدهٔ هرخانه درآن خانه مي افتد مثلاً در خانهٔ دویم چهارودرخانهٔ سیوم نه ودرچهارم شانزده وعلی هذا القیاس وهمچنین اگرتزاید با عداد متزایده به سه باشد آنرا مخمسات نامند مثلاً درخانهٔ اول واحد ودرخانهٔ دویم پنج ودرخانهٔ سیوم دوازده وحقیقت آن اینست که جمع عدهٔ هرخانه رادرسه ضرب کرده برعدهٔ خانهٔ مابعد مي افزایند وچون درینصورت بیشتراعداد مخمس واقع میشوند لهذا مخمسات گویند واگرهمچنین تزاید باعداد متزایده بچهارباشد آنرا مسدسات گویند ووجه تسمیهٔ هریک ازینها اینهم میتواند شد

که در مثلثات بخانهٔ دویم که درحقیقت ابتدای تزاید باعداد متزایده است عدد سه و در مربعات عدد چهار و در مخمسات عدد پنج و در مسدسات عدد شش واقع میشود والله اعلم بالصواب

* قاعده طریق جمع مثلثات متوالیات و مربعات و مخمسات و مسدسات وغیره آنست که از عدهٔ خانهٔ اخیر یکی نقصان کنند وثلث باقی را در عدد تزاید ضرب نموده واحد براو بیفزایند ودر جمع اعداد متوالی ضرب سازند مثلاً اگر جمع مثلثات را از ابتداء تا خانهٔ دهم بدانند واحد از ده کم کرده سه که ثلث نه باقی است در واحد که عدد تزاید است ضرب نموده و واحد براو افزوده چهار را در پنجاه وپنج که جمع اعداد متوالیه تا خانهٔ دهم است ضرب نمودم دوصد وبست شد واین مطلوب است وهمچنین اگر دانستن جمیع مربعات تا خانهٔ دهم مطلوب است پس سه را که ثلث نه باقی بود در دو که عدد تزاید است ضرب ساخته و واحد براو افزوده در پنجاه وپنج ضرب نمودم سه صد وهشتاد وپنج شد وهمچنین در مخمسات ومسدسات مؤلف خاکسار میگوید که اگر برای تسهیل عمل اعداد جمع متوالیه را در باقی عدهٔ اخیر بعد نقصان واحد ضرب نموده ثلث حاصل را در عدد تزاید ضرب نمایند وبا اعداد جمع متوالیه جمع کنند بهتر است چراکه ثلث باقی عدهٔ اخیر بعد نقصان واحد اکثر صحیح نمی باشد وضرب کسور خالی از دقت نیست وانچه بنده بیان کرد هرگز در ثلث کسر واقع نمیشود

* فائده بدانکه خاصهٔ مثلثات اینست که هرگاه آنرا در هشت ضرب کرده واحد براو بیفزایند مجذور ضعف عدهٔ معه الواحد است مثلاً اگر مثلث خانهٔ ششم را که بست ویک است در هشت ضرب کرده واحد بیفزایم یک صد وشصت ونه میشود وآن مجذور سیزده است که ضعف شش معه الواحد است

* فصل دهم در جمع مضروبات متوالیه از ابتدای واحد وآنرا مسطحات خوانند بدانکه هرگاه واحد را در اثنین ضرب نمایند ودو را در سه وسه را در چهار وعلی هذا القیاس الی الآخر این را مضروبات متوالیه نامند وطریق جمع آن آنست که از عدهٔ اخیر واحد کم کرده دو ثلث باقی را در اعداد جمع متوالیه ضرب سازند وخواه دو ثلث اعداد جمع را در باقی ضرب کنند مثلاً خواستم که جمع مضروبات متوالیه از واحد تا ده بدانم پس از ده واحد کم کرده دو ثلث باقی را که شش است در پنجاه وپنج که جمع اعداد متوالی تا خانهٔ دهم است ضرب نمودم سه صد وسی شد وهمچنین اگر بخواهم که تا خانهٔ یازدهم بدانم پس ده را که باقی عدهٔ بعد نقصان

واحد است در چهل وچهار که دو ثلث شصت وشش جمع اعداد است ضرب نمودم چهارصد وچهل گردید و باید دانست که مراد از عدۀ اخیر عدۀ مضروب فیه اخیر است وجمع اعداد متوالیه هم تا عدۀ مضروب فیه اخیر می باید گرفت ودر مثال جمع مضروبات که از واحد تا ده مذکور است مراد از ده مضروب فیه اخیر است در ینصورت گویا جمع مضروبات تا خانۀ نهم شد فافهم

* فصـــــــــــل یازدهم در جمع مجسمات متوالیه از ابتدای واحد

بدانکه هرگاه واحد را در دو ضرب کرده در سه ضرب سازند ودو را در سه ضرب کرده در چهار ضرب کنند وسه را در چهار ضرب ساخته در پنج ضرب کنند این اعداد را مجسمات گویند طریق جمع آن این ست که برعدد اخیر واحد افزوده جمع اعداد متوالیه بگیرند وواحد از ونقصان نموده در جمع اعداد ضرب سازند مثلاً خواستم که جمع مجسمات تا خانۀ هفتم بدانند پس برعدۀ اخیر که هفت است واحد افزوده وتا هشت جمع اعداد متوالیه گرفتم سی وشش شد واحد ازان کم کردم وسی وپنج را در سی وشش ضرب نمودم حاصل یک هزار وصد وشصت گردید واین مطلوب است واگر از مربع اعداد جمع هم جذر را که همان اعداد است ساقط کنند مطلوب حاصل میشود چنانکه از مربع سی وشش سی وشش را ساقط کنند هم مطلوب خواهد بود

* فصـــــــــــل دوازدهم در جمع مربعات متوالیه بطریق خاص

وآن اینست که عدۀ اخیر را ضعف نموده واحد بیفزایند وحاصل جمع را در ثلث اعداد جمع متوالیه ضرب سازند خواه بالعکس مثلاً خواستم که جمع مربعات تا خانۀ ششم بدانم بر دوازده که ضعف شش است واحد افزودم وسیزده را در هفت که ثلث اعداد جمع متوالیه تا خانۀ ششم است ضرب نمودم نود ویک شد وهمین مطلوب است

* فصـــــــــــل سیزدهم در جمع مکعبات متوالیه از ابتدای واحد

وطریقش آنست که عدد جمع متوالیه رافی نفسه ضرب نمایند مثلاً خواستم که جمع مکعبات تا خانۀ پنجم بدانم وعدد جمع متوالیه تا خانۀ پنجم پانزده است مربع آن گرفتم دوصد وبست وپنج شد وآن مطلوب است

* فصـــــــــــل چهاردهم در جمع مال مال متوالیه از ابتدای واحد

وطریقش آنست که از عدد جمع متوالیه واحد کم کرده خمس باقی بران عدد بیفزایند ومجموع را در عدد جمع مربعات ضرب سازند مثلاً خواستم که جمع مال مال تا خانۀ ششم بدانم

چون عدد جمع متواليه تا خانهٔ ششم بست ويک است واحد از وکم کرده خمس باقي را که چهار است برا وافزودم بست وپنج شد آنرا در نود ويک که مجموع مربعات تا خانهٔ ششم است ضرب نمودم دو هزار ودو صد و هفتاد و پنج شد و اين مطلوب است

* فصل پانزدهم در جمع ضلع اول معه مضلعات متواليه او تا هر منزل که خواهند وطريق آن چند است * طريق اول عدد ضلع اول را در مضلع اخير ضرب نموده و از حاصل الضرب عدد ضلع اول را ناقص کنند و باقي را بر عدد ضلع اول بعد نقصان واحد قسمت کنند خواه از مضلع اخير واحد کم کرده در ضلع اول ضرب کرده بر عدد ضلع اول بعد نقصان واحد قسمت سازند مثلاً خواستم که جمع عدد پنج با کعب کعب آن نمايم پس پنج را در پانزده هزار و ششصد و بست و پنج که کعب کعب اوست ضرب نمودم هفتاد و هشت هزار و يک صد و بست و پنج شد از ان پنج را نقصان نمودم و باقي را بر چهار قسمت ساختم خارج نوزده هزار و پانصد و سي شد و آن مطلوب است

* طريق دويم ضلع اول را از مضلع اخير ساقط نموده باقي را بر ضلع اول بعد نقصان واحد قسمت کنند و خارج را بر مضلعهٔ اخير بيفزايند مثلاً در مثال مذکور پانزده هزار و ششصد و بست را بر چهار قسمت کردم خارج سه هزار و نه صد و پنج شد آنرا با مضلع اخير جمع نمودم حاصل مطلوب است و اگر ضلع اول کسر باشد فضل بين الصورة والمخرج مضلع اخير را بگيرند و آنرا در صورت کسر ضلع اول ضرب کرده بر فضل بين الصورة والمخرج ضلع قسمت کنند و حاصل را بر مخرج مضلع اخير قسمت سازند اگر ممکن باشد و الا منسوب کنند مثلاً خواستم که چهار تسع را معه مضلعات آن تا مال مال جمع کنم چون مال مال آن دو صد و پنجاه و شش جزء از شش هزار و پانصد و شصت و يک بود فضل مخرج آنرا که شش هزار و سه صد و پنج است در چهار که صورت کسر ضلع است ضرب نمودم و بست و پنج هزار و دو صد و بست را بر پنج که فضل مخرج ضلع بر صورت ضلع است قسمت کردم خارج شد پنجهزار و چهل و چهار آنرا بر مخرج مضلع اخير منسوب ساختم پنجهزار و چهل و چهار جزء از شش هزار و پانصد و شصت و يک شد مثال ديگر خواستم که سه سبع را معه مضلعات آن تا کعب جمع کنم چون کعب آن بست و هفت جزء از سه صد و چهل و سه بود فضل مخرج مضلع را که سه صد و شانزده است در سه که صورت کسر ضلع است ضرب نمودم نه صد و چهل و هشت گرديد آنرا بر چهار که فضل مخرج ضلع بر صورت کسر است قسمت نمودم و خارج را

بر مخرج مضلع آخر منسوب نمودم دوصد وسي وهفت جزء از سه صد وچهل وسه شد واين مطلوب است

* مطلب سيوم در بيان بعض مسائل هندسي كه متعلق عدد وعلم حساب است *

* مسئلهٔ اولى چهار مقادير را كه نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت ثالث بطرف رابع باشد اربعهٔ متناسبه گويند ومراد از نسبت نسبةٔ هندسي است نه عددي تا غلط نشود وخاصه اش آنست كه مسطح اول في الرابع كه آنرا مسطح الطرفين گويند مساوي مسطح ثاني في الثالث كه آنرا مسطح الوسطين خوانند ميشود زيرا كه در مسطح الطرفين گويا بموجب قاعدهٔ ضرب كه در مطلب ششم باب اول ذكر يافت احد المضروبين را اعني اول را اضعاف يا انصاف كرده وبهمان نسبت مضروب آخر اعني رابع را انصاف يا اضعاف نموده ضرب ساخته اند پس هرگاه مسطح الطرفين را بر احد الوسطين قسمت كنند خارج وسط آخر خواهد بود ومسطح الوسطين را اگر بر احد الطرفين قسمت نمايند خارج طرف آخر خواهد بر آمد مثلاً چهار وشش ودوازده وهجده كه نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت ثالث بطرف رابع است وآن نسبت دو ثلث است ومسطح الطرفين اعني مسطح چهار در هجده هفتاد ودو است ومسطح الوسطين اعني مسطح شش در دوازده نيز هفتاد ودو ميشود وهرگاه مسطح الطرفين را كه همان مسطح الوسطين است بر احد الوسطين قسمت سازند خارج وسط آخر ميشود اعني اگر بر شش قسمت نمايند خارج دوازده است واگر بر دوازده قسمت كنند خارج شش است اگر همچنين بر احد الطرفين قسمت سازند خارج طرف آخر خواهد بود

* مسئلهٔ ثانيه هرگاه چهار مقادير متناسبه باشند وچهار مقادير ديگر هم متناسبه بود وثاني ورابع را از متناسبهٔ اولى بعينه ثاني ورابع متناسبه دويم باشد پس نسبت مجموع اولين بطرف ثاني مثل نسبت مجموع ثالثين بطرف رابع خواهد بود وبعبارت اخرى هرگاه در شش عدد نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت ثالث بطرف رابع ونسبت خامس بطرف ثاني مثل نسبت سادس بطرف رابع باشد پس نسبت اول وخامس مجموعه بطرف ثاني مثل نسبت ثالث وسادس مجتمعة بطرف رابع خواهد بود مثاله هشت وچهار وبست وچهار ودوازده ودو وچهار وشش ودوازده پس نسبت مجموع اولين اعني اول وخامس كه ده است بطرف چهار كه ثاني است مثل نسبت سي كه مجموع ثالث وسادس است بطرف دوازده كه رابع است خواهد بود وآن نسبت دو مثل ويك نصف اوست بالعكس نسبت دو خمس وخاصه اش اينكه هرگاه مسطح مجموع اولين

فی الرابع را بر ثانی قسمت نموده از خارج احد الثالثین را ساقط کنند باقی ثالث آخر بود و همچنین اگر مسطح مجموع ثالثین فی الثانی را بر رابع قسمت نموده احد الاولین از خارج کم کنند باقی اول آخر خواهد بود

* مسئلۂ ثالثہ چهار مقادیر متناسبه باشند و چهار دیگر هم متناسبه بوند اول را در اول آخر و ثانی را در ثانی آخر و ثالث را در ثالث آخر و رابع را در رابع آخر ضرب نمایند پس نسبت مسطح اولین بطرف مسطح ثانیین مثل نسبت مسطح ثالثین بطرف مسطح رابعین خواهد بود مثلاً سه و چهار و شش و هشت اربع متناسبه اول است و هفت و پنج و چهارده و ده اربعه متناسبه دویم پس نسبت بست و یک که مسطح الاولین است بطرف بست که مسطح الثانیین مثل نسبت هشتاد و چهار که مسطح الثالثین است بطرف هشتاد که مسطح الرابعین است خواهد بود و خاصۂ اش اینکه اگر مسطح اولین را در مسطح رابعین ضرب کرده حاصل را بر مسطح ثالثین قسمت سازند و خارج را بر احد الثانیین قسمت نمایند خارج دویم ثانی دیگر خواهد بود و همچنین اگر مسطح ثانیین را در مسطح ثالثین ضرب نموده حاصل را بر مسطح اولین قسمت کنند و خارج را بر احد الرابعین قسمت سازند خارج دویم رابع دیگر خواهد بود

* مسئلۂ رابعه در هر اربعه متناسبه که ابدال نسبت کنند اعنی ثالث را ثانی و ثانی را ثالث گردانند هم اربعه متناسبه خواهد بود مثلاً سه و چهار و شش و هشت که اربعه متناسبه است اگر ابدال نسبت کنند و سه و شش و چهار و هشت خواهد بود و اینهم اربعه متناسبه است چرا که نسبت سه بطرف شش مثل نسبت چهار بطرف هشت است و ازین مسئلۂ متبادر میشود که در هر اربعه متناسبه نسبت اول بطرف ثالث مثل نسبت دویم بطرف رابع می باشد

* مسئلۂ خامسه در هر اربعه متناسبه اگر نسبت را مرکب کرده شود هم اربعه متناسبه خواهد بود اعنی نسبت مجموع اول و ثانی بطرف ثانی و نسبت مجموع ثالث و رابع بطرف رابع کرده شود مثلاً سه و شش و چهار و هشت که اربعه متناسبه اند اگر مرکب کرده شود بدینصورت خواهد بود نه و شش و دوازده و هشت و اینهم اربعه متناسبه است و خاصۂ اش اینکه اگر مسطح الطرفین را بر ثانی قسمت کنند و از خارج رابع را ساقط کنند باقی ثالث اربعه متناسبه اولی خواهد بود و اگر مسطح الوسطین را بر رابع قسمت نموده از خارج ثانی را ساقط کنند باقی اول اربعه متناسبه اولی خواهد بود

* مسئلهٔ سادسه هر اربعهٔ متناسبه که اول آن اعظم از ثاني و ثالث اعظم از رابع باشد پس اگر نسبت فضل گرفته شود اعني نسبت فضل اول بر ثاني بطرف ثاني و نسبت فضل ثالث بر رابع بطرف رابع هم متناسبه خواهد بود مثل دوازده و نه و بست و پانزده پس اگر نسبت فضل گرفته شود بدينصورت خواهد بود سه و نه و پنج و پانزده و اين هم اربعهٔ متناسبه است وخاصه اش اينكه اگر اول احد الاربعين المتناسبين را در ثالث آخر ضرب كرده بر اول آخر قسمت كنند خارج ثالث اول خواهد بود و اگر بر ثالث اول قسمت كنند خارج اول آخر خواهد بود

* مسئلهٔ سابعه در هر اربعهٔ متناسبه كه قلب نسبت نمايند اعني نسبت اول بطرف فضل اول على الثاني و نسبت ثالث بطرف فضل ثالث على الرابع بگيرند آنهم اربعهٔ متناسبه خواهد بود مثلاً دوازده و نه و بست و پانزده كه اربعهٔ متناسبه اند اگر قلب نمايند بدينصورت دوازده و سه و بست و پنج هم اربعهٔ متناسبه ميشود وخاصه اش اينكه اگر چهارم اولي را در ثاني دويم ضرب كرده بر رابع دويم قسمت كنند ثاني اولي خواهد برآمد و اگر بر ثاني اولي قسمت كنند رابع دويم خواهد برآمد

* مسئلهٔ ثامنه در سه مقادير متناسبه كه اول اعظم از دويم و دويم اعظم از سيوم باشد نسبت اول بطرف سيوم اعظم از نسبت دويم بطرف سيوم ميشود و همچنين نسبت سيوم بطرف دويم اعظم از نسبت سيوم بطرف اول مي باشد مثلاً بست و چهار و دوازده و شش پس نسبت بست و چهار كه اول است بطرف شش كه سيوم است نسبت چهار مثل است و اعظم است از نسبت دوازده كه دويم است بطرف شش كه سيوم است و آن نسبت دو مثل است و همچنين نسبت شش بطرف دوازده كه نسبت نصف است اعظم است از نسبت شش بطرف بست و چهار كه نسبت ربع است وخاصه اش اينكه اگر ثاني را بر عدد نسبت اول قسمت نموده خارج را در اول ضرب كنند مساوي مسطح ثاني در ثالث ميشود چنانكه در مثال مذكور اگر دوازده را بر چهار كه عدد نسبت اول است قسمت نموده خارج را كه سه است در اول ضرب نمايند هفتاد و دو ميشود و آن مساوي مسطح ثاني در ثالث است و اگر اول را بر عدد نسبت دويم قسمت نموده خارج را در ثاني ضرب سازند مساوي مسطح اول در ثالث ميشود

* مسئلهٔ تاسعه هر دو صنف از مقادير كه متحد العدة باشند و دو و دو مقادير از هر صنف على نسبت دو دو مقادير صنف آخر باشند پس آن نسبت خواه نسبت انتظامي خواهد بود اعني اول و ثاني

صنف اول علی نسبت اول وثانی صنف دویم باشد وثانی وثالث صنف اول علی نسبت ثانی وثالث صنف دویم وثالث ورابع صنف اول علی نسبت ثالث ورابع صنف دویم واین رانسبت منتظمه گویند وخواه نسبت اضطرابی اعنی اول وثانی صنف اول علی نسبت ثانی وثالث صنف دویم باشد وثانی وثالث صنف اول علی نسبت اول وثانی صنف دویم وهکذا الی آخره واین را نسبت مضطربه گویند پس درهرد ونسبت نسبت اول صنف اول بطرف آخر صنف اول مثل نسبت اول صنف دویم بطرف آخر صنف دویم خواهد بود مثلاً هکذا (جدول ۵۵)

واین چنین نسبت در اول نسبت مساوات منتظمه ودر آخر نسبت مساوات مضطربه است وخاصه اش این است که اگر دو دو مقادیر متناسبهٔ هر صنف را بگیرند اربعه مقادیر متناسبه میشود

* مسئلهٔ عاشره هرگاه چهار اعداد متناسبه علی الولاء باشند اعنی نسبت اول بطرف ثانی مثل نسبت ثانی بطرف ثالث ونسبت ثالث بطرف رابع باشد پس حاصل ضرب رابع در مربع اول مساوی مکعب ثانی خواهد بود وحاصل ضرب اول در مربع رابع مساوی مکعب ثالث وحاصل ضرب اول در ثالث مساوی مربع ثانی وحاصل ضرب ثانی در رابع مساوی مربع ثالث خواهد بود واگر حاصل ضرب اول فی الثالث را در حاصل ضرب ثانی فی الرابع ضرب نمایند مساوی مربع مسطح الطرفین ومسطح الوسطین که آن هردو هم مساوی اند خواهد بود. مثالش سه وشش ودوازده وبست وچهار که اعداد اربعهٔ متناسبه علی الولاء اند اگر بست وچهار را در نه ضرب کنند دوصد وشانزده میشود واین مکعب شش است واگر سه را در پانصد وهفتاد وشش که مربع بست وچهار است ضرب کنند حاصل یک هزار وهفتصد وبست وهشت میشود واین مکعب دوازده میشود که ثالث است واگر سه را در دوازده ضرب کنند سی وشش مربع شش میشود واگر شش را در بست وچهار ضرب سازند یکصد وچهل وچهار مربع دوازده است واگر سی وشش را که مسطح اول فی الثالث است در یکصد وچهل وچهار که مسطح ثانی فی الرابع است ضرب کنند حاصل پنجهزار ویکصد وهشتاد وچهار میشود وجذر آن هفتاد ودو است که مساوی مسطح الطرفین اعنی مسطح اول فی الرابع ومساوی مسطح الوسطین اعنی مسطح ثانی فی الثالث است

* مسئلهٔ حادیهٔ عشر هرگاه هردو عدد که علی نسبت معینه باشند دو عدد دیگر که همان نسبت داشته باشند بیفزایند خواه از ان هردو ناقص کنند پس مجموعین در صورت زیاده کردن

و باقیین در حالت نقصان هم برهمان نسبت خواهند بود مثلاً دوازده و شانزده که علی نسبت سه ربع اند اگر بردوازده سه و بر شانزده چهار که هم علی نسبت سه ربع اند بیفزایم پانزده و بست میشود و این هردو هم علی نسبت سه ربع اند و اگر نقصان کنم باقی نه ودوازده هم برین نسبت میماند

* مسئلهٔ ثانیهٔ عشر هرگاه دو عدد را که علی نسبت معینه باشند در عدد ثالث ضرب کنند حاصلین هم برهمان نسبت خواهند بود مثلاً سه و چهار را که علی نسبت سه ربع اند اگر در پنج ضرب کنند پس حاصلین هم که بست و پانزده است برهمان نسبت اند پس در هر اربعهٔ متناسبه اگر اول و ثانی را در عددی ضرب کنند و ثالث و رابع را در عددی دیگر ضرب نمایند اربعهٔ متناسبه حاصله هم بهمان نسبت اول خواهد بود و این را نسبت مؤلفه گویند و همچنین اگر اول و ثانی را بر عددی قسمت کنند و ثالث و رابع را بر عددی دیگر قسمت نمایند اربعهٔ متناسبهٔ خارجه هم بهمان نسبت اول خواهد بود و این را نسبت منقسمه گویند

* مسئلهٔ ثالثهٔ عشر نسبت احد المضروبین از مضروب و مضروب فیه بطرف مربع خود مثل نسبت دیگری بطرف حاصل ضرب است و نیز نسبت مربع بطرف مجموع اجذار خود بای عدة کانت مثل نسبت جذر بطرف همان عدة اجذار است مثلاً سه را در چهار ضرب کردند دوازده شد پس نسبت سه بطرف نه که مربع اوست مثل نسبت چهار بطرف دوازده است و نسبت چهار بطرف شانزده که مربع اوست مثل نسبت سه بطرف دوازده است و هم نسبت نه که مربع سه است بطرف دوازده که مجموع چهار امثال جذر اوست مثل نسبت سه که جذر است بطرف چهار که عدة است میشود و نسبت شانزده بطرف دوازده که سه امثال جذر اوست مثل نسبت چهار بطرف سه است

* مسئلهٔ رابعهٔ عشر هر عددی را که در عددی دیگر ضرب کنند و باز آن عدد را برهمان عدد قسمت سازند و حاصل الضرب را در خارج القسمت ضرب کنند حاصل مساوی مربع آن عدد خواهد بود مثلاً دوازده را در چهار ضرب کردم چهل و هشت شد و باز دوازده را بر چهار قسمت نمودم سه خارج شد هرگاه چهل و هشت را که حاصل ضرب است در سه که خارج القسمت است ضرب نمودم یکصد و چهل و چهار شد و آن مساوی مربع دوازده است

* مسئلهٔ خامسهٔ عشر دو عدد را اگر بر یک دیگر قسمت نمایند و نیز در یک دیگر ضرب سازند و خارجین را در حاصل ضرب کنند پس مجموع حاصلین مساوی مربعین آن هردو عدد خواهد بود

مثلاً چهار و هشت دو عدد اند و هرگاه هشت را بر چهار قسمت نمودم خارج دو شد و چهار را بر هشت قسمت نمودم خارج یک نصف گردید و حاصل ضرب چهار در هشت سي و دو است پس دو را در سي ضرب نمودم شصت و چهار شد و یک نصف را در سي و دو ضرب ساختم شانزده گردید و مجموع آن هشتاد است و آن مساوي مجموع مربعین چهار و هشت میشود مثال دیگر دو عدد سه و پنج فرض کردم و پنج را بر سه قسمت نمودم خارج یک صحیح و دو ثلث شد باز سه را بر پنج قسمت نمودم خارج سه خمس گردید پس یک صحیح و دو ثلث را در پانزده که حاصل ضرب عددین مفروض است ضرب نمودم حاصل بست و پنج شد و هرگاه پانزده را در سه خمس ضرب نمودم نه صحیح حاصل گردید و مجموع آن سي و چهار مساوي مجموع مربعین سه و پنج است و باید دانست که ازین متفرع میشود که اگر خارج قسمت را در حاصل ضرب مقسوم في المقسوم علیه ضرب نمایند حاصل مربع مقسوم است مثلاً دوازده را بر سه قسمت کردم خارج چهار شد و آنرا در حاصل ضرب مقسوم في المقسوم علیه که سي و شش است ضرب نمودم یکصد و چهل و چهار گردید و آن مربع دوازده است

مسئلهٔ سادسه عشر هرگاه دو عدد را بر یکدیگر قسمت کنند و خارجین را باهم ضرب سازند حاصل واحد خواهد بود مثلاً سه و پنج را بر یکدیگر قسمت نمودم خارج اول یک صحیح و دو ثلث و خارج ثاني سه خمس شد و هرگاه هر دو خارج را باهم ضرب نمودم واحد گردید

مسئلهٔ سابعه عشر هرگاه مجموع دو عدد را بر هر یک ازان عدد قسمت کنند و خارجین را باهم ضرب سازند حاصل مساوي مجموع خارجین خواهد بود مثلاً مجموع سه و پنج را که هشت است بر سه قسمت کردم دو صحیح و دو ثلث خارج شد و بر پنج قسمت نمودم یک صحیح و سه خمس خارج گردید و مجموع آن چهار صحیح و چهار پانزدهم است و هرگاه دو صحیح و دو ثلث را در یک صحیح و سه خمس ضرب نمودم حاصل هم چهار صحیح و چهار پانزدهم گردید

* مسئلهٔ ثامنه عشر نسبت خارج القسمت بطرف مربع خود مثل نسبت مقسوم علیه بطرف مقسوم است مثلاً دوازده را بر سه قسمت نمودم خارج چهار شد و نسبت چهار بطرف شانزده که مربع اوست مثل نسبت سه بطرف دوازده است

* مسئلهٔ تاسعه عشر نسبت قیمت یک جنس بطرف قیمت جنس دیگر مع تساوي عدد جنسین

خواه از روي وزن خواه ذراع وغيرآن هرچه باشد مثل نسبت عدد يک جنس بطرف عدد جنس آخر معه تساوي قيمت خواهد بود مثلاً قيمت يک رطل سرکه دو درهم است وقيمت يک رطل عسل پنج درهم است پس قيمت دو رطل عسل مثل قيمت پنج رطل سرکه خواهد بود وهمچنين درمقياسات وغيره مثلاً ذراع شرعي ۱¼ ذراع قطعي است پس پنج ذراع قطعي مساوي چهار ذراع شرعي باشد ونسبت مربع ذراع شرعي بطرف مربع ذراع قطعي مثل نسبت بست وپنج بطرف شانزده است ونسبت مکعب ذراع شرعي بطرف مکعب ذراع قطعي مثل نسبت يکصد وبست وپنج بطرف شصت وچهار است پس شانزده مربع ذراع شرعي مساوي بست وپنج مربع ذراع قطعي است وشصت وچهار مکعب ذراع شرعي مساوي يکصد وبست وپنج ذراع قطعي مي شود وهمچنين است حال اجرتين وايام عمل اجرتين که نسبت اجرت يکي بطرف اجرت ديگري معه تساوي ايام عمل مثل نسبت ايام عمل يکي بطرف ايام عمل ديگري معه تساوي اجرت است مثلاً اجرت يکي في يوم سه روپيه است واجرت ديگري في يوم دو روپيه است پس اجرت دو يوم براي اول مثل اجرت سه يوم براي ديگري خواهد بود وهمچنين نسبت اجناس شيء ومربعات ومکعبات وغيره است مثلاً اگر شش کعب معادل پنجاه وچهار شيء باشد پس نسبت يک کعب بطرف شيء مثل نسبت پنجاه وچهار بطرف شش است

* فائده هرگاه عدد شيء را بر عدد کعب قسمت کنند خارج مقدار مال مي شود مثلاً در مثال مذکور پنجاه وچهار را بر شش قسمت کردم نه خارج شد واين مقدار مال است ومقدار شيء سه شد وهمچنين اگر کعب معادل مال باشد پس خارج قسمت عدد مال بر عدد کعب شيء خواهد بود واگر مال مال معادل شيء باشد خارج قسمت کعب خواهد بود واگر مال مال معادل مال باشد خارج قسمت مال مي شود واگر مال مال معادل کعب گردد خارج قسمت شيء مي شود غرض در مضلعات درين نسبت از روي قسمت عدد نظير هر جنس از روي اصول منازل خارج ميشود

* مسئلة عشرون هر عددي را که منقسم بدو قسم کنند پس مجموع مربعين قسمين معه مسطح احد القسمين في ضعف الآخر مساوي مربع عدد مي شود مثلاً دوازده را منقسم بدو قسم نمودم يکي ده وديگر دو ومربع ده يک صد ومربع دو چهار ومسطح ده در چهار که ضعف دو است چهل مي شود ومجموع آن يک صد وچهل وچهار مساوي مربع دوازده است

لز

* مسئلهٔ حادیة و عشرون تفاضل بین المربعین مساوی مسطح مجموع جذرین فی تفاضل جذرین است مثلاً تفاضل در بست و پنج که مربع پنج است و در چهل و نه که مربع هفت است بست و چهار می شود و مسطح دوازده که مجموع پنج و هفت است در دو که تفاضل پنج و هفت است هم بست و چهار میگردد

* مسئلهٔ ثانیة و عشرون هر عددیرا که منقسم بدو قسم مختلف سازند پس تفاضل مربع نصف آن عدد بر مسطح قسمین بقدر مربع فضل بین النصف والقسم خواهد بود مثلاً هجده را دو قسم کردم یکی دوازده و دیگر شش پس تفاضل هشتاد و یک که مربع نصف عدد است بر هفتاد و دو که مسطح قسمین است بقدر نه که مربع فضل بین النصف والقسم است می شود چراکه نصف هجده نه است و تفاضل آن بر شش سه است و تفاضل دوازده بر او هم سه است

* مسئلهٔ ثالثة و عشرون هر عددیراکه در احد القسمین او ضرب سازند و بر حاصل مربع نصف قسم آخر بیفزایند پس مجموع مساوی مربع مجموع قسم مضروب فیه و نصف قسم الآخر خواهد بود مثلاً هجده را در شش که احد القسمین اوست ضرب کردم یک صد و هشت شد و بر آن سی و شش که مربع نصف دوازده قسم ثانی است افزودم مجموع یک صد و چهل و چهار مساوی مربع مجموع شش که قسم مضروب فیه است و شش که نصف قسم آخر است می شود مثال دیگر چهارده را بدو قسم منقسم نمودم یکی شش و دیگر هشت و چهارده را در هشت ضرب کردم یکصد و دوازده شد بر آن عدد نه مربع نصف شش که قسم دویم است افزودم مجموع یک صد و بست و یک گردید و آن مربع یازده مجموع هشت که قسم مضروب فیه است و سه که نصف قسم آخر است می شود

* مسئلهٔ رابعة و عشرون نسبت یک مربع بطرف مربع دیگر مثل نسبت جذر مربع اول بطرف جذر مربع ثانی است مثناة بالتکریر اعنی اگر در جذرین نسبت ثلث است پس در مجذورین آنها نسبت ثلث ثلث خواهد بود و مقصود از تکرار نسبت اضافة نسبت برهمان نسبت است چنانکه در سه و شش که نسبت نصف است و در نه و سی و شش که مربعین اند نسبت نصف النصف است و آن نسبت ربع است و همچنین نسبت یک دائره بطرف دائرهٔ دیگر مثل نسبت قطر دایرهٔ اول بطرف قطر دائرهٔ ثانی است مثناة بالتکریر و نیز نسبت مسطحین متشابهین مثل نسبت ضلع

یک سطح بطرف ضلع سطح ثاني که نظیر اوست مثناة بالتکریر مي باشد وبیان دائرتین ومسطحین متشابهین درباب مساحت کرده شود ان شاء الله تعالی

مسئلۀ خامسة وعشرون نسبت یک مکعب بطرف مکعب دیگر مثل نسبت ضلع اول مکعب اول بطرف ضلع اول مکعب ثاني است مثلثة بالتکریر وهمچنین نسبت یک کره بطرف کرۀ دیگر مثل نسبت قطر کرۀ اول بطرف قطر کرۀ ثاني است مثلثة بالتکریر مثلا در سه وشش که نسبت نصف است پس در بست وهفت که کعب سه و دوصد وشانزده که کعب شش است نسبت نصف نصف النصف است وآن نسبت ثمن است وهمچنین نسبت مال مال بطرف مال مال دیگر مثل نسبت ضلعین مربعة بالتکریر مي باشد هکذا در هر منازل مضلعات

* مسئلۀ سادسة وعشرون اگر خواهند که عدد یرا بدو قسم منقسم سازند بحیثیتیکه مسطح آن عدد في الاصغر مساوي مربع اعظم باشد وچنین تقسیم را تقسیم علی نسبت ذات وسط وطرفین گویند پس باید که بر مربع عدد ربع آن مربع بیفزایند واز جذر حاصل الجمع نصف آن عدد ساقط کنند که باقي اعظم القسمین است مثلا اگر خواهند که عدد ده را علی نسبت ذات وسط وطرفین تقسیم نمایند بر مربع ده که یک صد است ربع مربع را که بست وپنج باشد بیفزایند مجموع یک صد وبست وپنج شد وجذر تقریبي آن یازده صحیح ودوجزء از یازده جزء گردید از ان پنج را که نصف ده است ساقط کنند باقي شش صحیح ودوجزء از یازده جزء مقدار قسم اعظم است تقریبا وسه صحیح ونه جزء از یازده جزء تقریبا مقدار قسم اصغر است وهرگاه ده را در قسم اصغر ضرب کنند حاصل سي وهشت صحیح ودوجزء از یازده جزء خواهد بود وآن مربع مقدار قسم اعظم است تقریبا وباید دانست که هیچ عدد باین نسبت منقسم بقسمت تحقیقي نمیتواند شد الا تقریبي چراکه مجموع مربع وربع مربع مجذور نمي باشد بلکه اصم الجذر است که جذر آن تحقیقي نیست لهذا خاصۀ این قسمت است که قسمت تحقیقي نمي شود

* مسئلۀ سابعة وعشرون فرد اول که واحد است مکعب واحد است ومجموع فرد ثاني وفرد ثالث که سه وپنج است ومجموع آن هشت میشود مکعب دو است ومجموع فرد رابع وخامس وسادس که هفت ونه ویازده اند مکعب سه است ومجموع فرد سابع وثامن وتاسع وعاشر که سیزده وپانزده وهفده ونوزده اند مکعب چهار است پس فرد اول مکعب واحد

وبعد ازان مجموع دو فرد مکعب دو وبعد ازان مجموع سه فرد مکعب سه وبعد ازان مجموع چهار فرد مکعب چهار وبعد ازان مجموع پنج فرد مکعب پنج وعلی هذا القیاس خواهد بود

* مسئلة ثامنة وعشرون زوج الفرد فقط نه مربع واقع می شود نه مکعب نه مال مال

* مسئلة تاسعة وعشرون هرگاه از مضروب ومضروب فیه وحاصل الضرب دو عدد مربع خواه مکعب خواه مال مال وغیر آن از جنس مضلعات واقع شوند پس سیوم نیز از همان جنس خواهد بود واگر احدی ازین هر سه مضلع نباشد پس باقیین هم مضلع نخواهند بود وهمچنین از مقسوم ومقسوم علیه وخارج القسمت اگر دو عدد مضلع از یک جنس واقع شود ثالث هم مضلع از همان جنس خواهد بود واگر احدی مضلع نباشد پس باقیین هم مضلع نخواهند بود مثلاً هرگاه نه را در چهار ضرب کنند سی و شش می شود وهر سه مربع اند وهمچنین اگر بست وهفت را در چهار ضرب کنند چون هر دو از یک جنس نیستند پس حاصل ضرب هم که یکصد وهشت است از جنس آنها نخواهد بود

* مسئلة ثلثون هرگاه از عددی احدی از اجزاء او مثل نصف خواه ثلث خواه ربع ساقط کنند وبر باقی احدی از اجزاء آن باقی که مخرج آن از مخرج اول کمتر بواحد باشد بیفزایند خواه برعکس کنند یعنی احدی از اجزاء عدد بر عدد بیفزایند واز مجموع احدی از جزو او که مخرج آن از مخرج اول بواحد زیاده باشد نقصان سازند پس در هر دو صورت حاصل مثل آن عدد خواهد بود مثلاً از پانزده اگر ثلث آن که پنج است ساقط کردم باقی ده ماند بران نصف ده که مخرج آن از مخرج ثلث بواحد کم است افزودم باز پانزده شد وهمچنین از پانزده اگر خمس آنرا که سه است ساقط نمایم دوازده باقی میماند وهرگاه ربع دوازده بران بیفزایم باز پانزده میماند

* مسئلة حادیة وثلثون هرگاه از عددی اجزاء او را بعدة معینه ساقط کنند وبر باقی جزء ان باقی را که مخرج ان از مخرج اول بعدة مذکوره کم باشد بهمان عدة بیفزایند وخواه برعکس کنند که بر عددی اجزاء او را بعدة معینه بیفزایند واز حاصل المجموع جزء او را که مخرج او از مخرج اول بعدة مذکوره زائد باشد ساقط کنند در هر دو صورت همان عدد خواهد بر آمد مثلاً از بست سه خمس او را که دوازده است ساقط نمایم هشت باقی می ماند وهرگاه بر باقی سه نصف آنرا که هم دوازده است بیفزایند بست میشود وهمچنین اگر بر بست

سه خمس او بیفزایند مجموع سی ود ومیگردد وهرگاه از وسه ثمن آن که دوازده است ساقط گردد باقی بست خواهد بود

* مسئلۀ ثانیة وثلثون هرگاه ازعددی اجزاء او را بعدتی که ازمخرج بواحد کم باشد ساقط کنند وباقی را درمخرج ضرب سازند حاصل همان عدد خواهد بود مثلاً ازپانزده چهار خمس او را که دوازده است ساقط نمودم باقی سه ماند هرگاه آن را درپنج که مخرج است ضرب کردم باز پانزده شد

* مسئلۀ ثالثة وثلثون هرگاه ازعددی اجزاء او را بعدة معینه ساقط کنند وازواحد هم جزء واحد را بهمان عدة ومخرج ساقط نمایند وباقی را برباقی واحد قسمت سازند خارج همان عدد خواهد بود وبالعکس اگربرعدد وواحد اجزاء هرد وبعدة معینه بیفزایند ومجموع حاصل اول رابرحاصل ثانی قسمت سازند خارج همان عدد خواهد بود مثلاً ازدوازده سه ربع او را ساقط کردم سه باقی ماند وازواحد سه ربع ساقط نمودم یک ربع باقی ماند هرگاه سه را بریک ربع قسمت ساختم خارج دوازده شد واگربردوازده یک ربع آنرا افزودم پانزده شد وبرواحدهم یک ربع افزودم واحد صحیح ویک ربع گردید هرگاه پانزده را برواحد ویک ربع قسمت ساختم نیز خارج دوازده شد

* مسئلۀ رابعة وثلثون دراربعۀ متناسبه اگرعکس نسبت کنند یعنی مقدمین را تالیین وتالیین را مقدمین گردانند هم اربعۀ متناسبه خواهد بود چون چهار وهشت وپنج وده اگرعکس کنند هشت وچهار وده وپنج میشود نیز اربعۀ متناسبه است

* مطلب چهارم دراستخراج عدد تام وزائد وناقص ومتحابین ومتعادلین *

* فصـــــل اول دراستخراج عدد تامّ وآن عبارت است ازعددی که مجموع اجزاء او مساوی او باشد چنانکه درمقدمة الکتاب مذکور شد وطریق استخراجش چنان است که ازسلسلۀ تضاعیف اثنین که زوج الزوج است عددی رابگیرند بحیثیتیکه هرگاه از وواحد کم کنند فرداول باقی ماند پس آن فرد اول رادرنصف عدد مذکور ضرب سازند حاصل عدد تام است مثلاً چهار که ازتضاعیف اثنین است وهرگاه از وواحد کم کردم سه باقی ماند وآن فرد اول است سه را دردو که نصف چهار است ضرب نمودم شش شد وآن عدد تام است چرا که نصف آن سه وثلث آن دو وسدس آن یک است ومجموع همه شش وهمچنین ازهشت واحد کم کردم هفت

فرداول است آنرا در چهار که نصف هشت است ضرب ساختم بست وهشت گردید آن عدد تام
است چراکه نصف او چهارده و ربع او هفت وسبع او چهار و چهاردهم او دو و بست وهشتم آن واحد
ومجموع بست وهشت میشود واز شانزده هم که از سلسلهٔ تضاعیف اثنین است اگر واحد کم کنند
چون فرداول باقي نمي ماند لهذا صلاحیت عمل ندارد ومحقق جلال الدین دواني براي
استخراج عدد تام خلاصه قاعدهٔ مذکوره در نظم آورده وآن این است　　* بیت *
* چو باشد فرد اول ضعف زوج الزوج کم واحد * بوده مضروب ایشان تام ورنه ناقص و زائد *
از فرداول و زوج الزوج حاصل هردو عدد تام است و حاصل ضرب غیرهما یا ناقص یا زائد
* طریق دیگر جمع تضعیفات متوالیه از واحد بگیرند تاهرجا که حاصل جمع فرد اول یابند
آن فرد اول را در عدد تضعیف خانهٔ اخیر ضرب سازند حاصل عدد تام میشود مثلاً تضاعیف
واحد را تا خانهٔ پنجم جمع نمودم سي ویک شد وآن فرد اول است پس آنرا در شانزده که عدد
تضعیف خانهٔ پنجم است ضرب نمودم چهارصد ونود وشش که حاصل شد عدد تام است

* فصــــــل دویم در استخراج اعداد زائد وناقص بدانکه اگر مجموع اجزاء عدد از آن کم باشد
آن عدد را ناقص گویند اعني اجزاء او ناقص اند واگر زائد باشد آن عدد را زائد خوانند اعني
اجزاء او از آن عدد زائد اند وطریقش آنست که جمع تضعیفات متوالیه از واحد بگیرند وهرجا که
فرد اول حاصل شود پس اگر عدد خانهٔ تضعیف اخیر را در هر فرد اول که کمتر از عدد مجتمع
باشد ضرب سازند عدد زائد حاصل خواهد شد واگر در هر فرد اول که زائد از مجتمع باشد ضرب نمایند
عدد ناقص خواهد گردید وقدر زیادت ونقصان بقدر فضل ما بین فرد اول و عدد مجتمع
خواهد بود مثلاً جمع تضعیفات تا خانهٔ سیوم نمودم هفت شد وآن فرد اول است پس عدد خانهٔ
اخیر را که چهار است اگر در سه که فرد اول وکمتر از مجتمع هفت است ضرب نمودم دوازده شد
وآن عدد زائد است چراکه مجموع اجزاء شانزده میشود وقدر زیادتي عدد چهار است که
مقدار تفاضل مابین سه فرد اول بر هفت مجتمع است وهمچنین اگر چهار را در پنج که فرد اول
وکمتر از مجتمع است ضرب کردم بست شد آن هم عدد زائد است چراکه مجموع اجزاء او بست ودو
میشود وقدر زیادت عدد دو است که تفاضل مقدار مابین پنج فرد اول وهفت مجتمع است واگر
چهار را در یازده که فرد اول است و زائد بر مجتمع است ضرب نمایم حاصل چهل و چهار میشود

عدد ناقص است چراکه مجموع اجزاء او چهل است وقدر نقصان که چهار است بمقدار تفاضل
مابین یازده وهفت است واگر چهار را در سیزده ضرب کنم نیز پنجاه ودو عدد ناقص حاصل شود
وقدر نقصان شش باشد که مقدار تفاضل است واگر چهار را در هفده ضرب سازم شصت وهشت
عدد ناقص حاصل شود که قدر نقصان ده باشد که مقدار تفاضل است این فقیر میگوید که چون
عدد صحیح یا تام است یا ناقص یا زائد پس بنای این قاعده برای استخراج جمیع اعداد زائده
وناقصه نیست بلکه این قاعده برای استخراج اعداد زائده وناقصه که قدر زیادت ونقصان
آن بدون جمع اجزاء آنها ازین قاعده معلوم میتوانند شد مقرر کرده اند واکثر اعداد زائده
وناقصه اند که قدر زیادت ونقصان آنها بدون جمع معلوم نمیتوانند شد پس استخراج آنها ازین
قاعده نمی شود ونیز این ضعیف میگوید که جمیع اعداد فرد ناقص می باشند ونقصان فرد اول
بمقدار عدد زوج است که بعد اسقاط واحد ازان باقی ماند وقدر نقصان افرادیکه مسطح فردین
اولین باشند بقدر تفاضل او بر مجموع ضلعین او خواهند بود وقدر نقصان دیگر افراد بدون جمع
معلوم نمیتواند شد چراکه هر عدد فرد از سه حال خالی نیست یا فرد اول است یا مسطح دو فرد اول
یا مسطح دو فرد مثلاً سه وپنج وهفت ویازده وسیزده وهفده ونوزده وبست وسه که افراد
اول اند پس در آنها غیر از واحد هیچ جزء دیگر صحیح نیست ونه وپانزده وبست ویک که فرد
اول نیستند از مسطح دو فرد حاصل شده اند اعنی نه مسطح سه در سه است وپانزده مسطح پنج
در سه است وبست ویک مسطح هفت در سه وعلی هذا القیاس پس مجموع اجزاء آنها همان
مجموع مضروب ومضروب فیه که عبارت از ضلعین است خواهد بود واگر مسطح دو فرد
است مثل چهل وپنج وهشتاد ویک پس قدر نقصان آن بجمع اجزاء معلوم خواهد شد چون
عدد زوج هم از سه حال بیرون نیست یا زوج الزوج است یا زوج الفرد یا زوج الزوج والفرد
پس میگوییم جمیع اعداد زوج الزوج ناقص اند ومقدار نقصان آنها واحد است واعداد
زوج الفرد وزوج الزوج والفرد عدد تام هم میشود وزائد وناقص نیز ومضروبات عدد تام
همیشه زائد می باشد وقدر زیادت ونقصان آنها بدون جمع اجزاء معلوم نمیتواند شد الا هرجا که
قاعدهٔ استخراج مذکور جاری گردد

* فائده خاصهٔ عدد ناقص این است که مخرج جزوی از اجزاء او عدد تام نباشد وخاصهٔ

عدد زائد این است که برچهار عدد مختلف یا زیاده ازان قسمت یابد

* فصــــل سیوم در استخراج عددین متحابین بدانکه اگر دو عدد مختلف باشند و مجموع اجزاء اقل مساوی عدد اعظم باشد و مجموع اجزاء اعظم مساوی اقل بود آنرا متحابین گویند ووجه تسمیهٔ ان ظاهر است پس یقین که عدد اقل عدد زائد خواهد بود وعدد اعظم عدد ناقص وطریق استخراج وی آنست که از تضعیفات اثنین عددی بگیرند که هرگاه آن را یکمرتبه در یک ونیم ضرب سازند ومرتبهٔ دیگر در سه ضرب کنند خواه یک مرتبه آن عدد را با عدد خانهٔ ما قبل او جمع سازند ومرتبهٔ دویم با ما بعد او جمع کنند واز هردو حاصل علی تقدیر ضرب خواه جمع واحد واحد کم کنند باقی فرد اول ماند ونیز هرگاه آن هردو فرد اول را باهم ضرب کرده حاصل را که فرد ثالث است باز با آن هردو فرد اول جمع سازند مجموع هم فرد اول گردد پس آن عدد را در فرد ثالث ضرب سازند حاصل عدد زائد ویکی از متحابین خواهد بود وباز در مجموع افراد که هم فرد اول است ضرب سازند حاصل عدد ناقص ودویم از متحابین خواهد برآمد مثلا از تضعیفات اثنین چهار گرفتم ویک مرتبه آن را در یک ونیم ضرب کردم خواه با عدد خانهٔ ما قبل او که دو است جمع نمودم شش شد ومرتبهٔ دویم آنرا در سه ضرب ساختم خواه با عدد خانهٔ ما بعد که هشت است جمع نمودم دوازده گردید واز هردو حاصل واحد کم کردم در اول پنج ودر ثانی یازده که هردو فرد اول اند باقی ماند آنهارا باهم ضرب نمودم پنجاه وپنج فرد ثالث شد وآن هرسه را جمع ساختم هفتاد ویک گردید وآن هم فرد اول است پس چهار را در پنجاه وپنج که فرد ثالث است ضرب کردم دوصد وبست شد وآن عدد زائد ویکی از متحابین است وباز چهار را در هفتاد ویک که مجموع است ضرب نمودم دوصد وهشتاد وچهار گردید واین عدد ناقص ودویم از متحابین است چراکه اجزاء عدد زائد یکصد وده نصف آن عدد است وپنجاه وپنج ربع آن عدد است وچهل وچهار خمس وبست ودو عشر وبست یازدهم ویازده بستم وده بست ودویم وپنج چهل وچهارم وچهار پنجاه وپنجم ودو یکصد ودهم ویک دوصد وبستم ومجموع اینها دویست وهشتاد وچهار است واین عدد ناقص از متحابین است واجزاء این عدد ناقص نصف که یکصد وچهل ودو است وربع هفتاد ویک وهفتاد ویکم چهار ویک صد ودو دوم دو ودوصد وهشتاد وچهارم واحد ومجموع آن دوصد وبست میشود که عدد زائد است

* طریق دویم از تضعیفات اثنین که اعداد زوج الزوج اند عددی را بگیرند که اگر از و واحد کم نمایند باقی فرد اول ماند و این اصل اول است و باز از ان باقی اگر ربع آن زوج الزوج ساقط کنند باز ثانی هم فرد اول باشد و این اصل ثانی است و اگر نصف آن زوج الزوج بر باقی اول بیفزایند حاصل جمع هم فرد اوّل گردد و این اصل ثالث است و چون این زوج الزوج را در مثل خودش بزیادت ثمن وی ضرب سازند و واحدی نقصان کنند هم فرد اول ماند و این اصل چهارم است پس چهار فرد اول حاصل شدند چون اصل ثانی را در فرد اول و اصل ثالث ضرب کرده حاصل الضرب را در نصف زوج الزوج ضرب سازند حاصل ضرب یکی از متحابین خواهد بود و اگر فرد اول و اصل رابع را در نصف زوج الزوج ضرب کنند حاصل عدد دویم از متحابین خواهد بود مثلاً هشت را از تضعیفات اثنین گرفتم و واحدی از و کم کردم هفت ماند و آن فرد اول و اصل اول است و هرگاه از ان دو را که ربع عدد ماخوذ است ساقط کردم پنج باقی ماند و این فرد اول و اصل دویم است و نصف زوج الزوج بر اصل اول افزودم یازده شد و آن فرد اول و اصل سیوم و عدد ماخوذ را که هشت است در مثل او بزیادت ثمن وی که نه میشود ضرب کردم هفتاد و دو شد یکی را از و ساقط نمودم هفتاد و یک ماند و این فرد اول و اصل چهارم است پس اصل دویم را که پنج است در یازده که اصل سیوم است ضرب نمودم و حاصل را که پنجاه و پنج بود در نصف ماخوذ که چهار است ضرب ساختم دوصد و بست گردید و آن یکی از متحابین است و هفتاد و یک را که اصل چهارم بود در نصف عدد ماخوذ که چهار است ضرب نمودم حاصل دوصد و هشتاد و چهار گردید و آن عدد دویم از متحابین است بدانکه قاعدهٔ اول اسهل است لکن این هم خالی از فائده نیست لهذا ایراد کرده شد مثال دیگر بقاعدهٔ اولی از تضعیفات اثنین شانزده را گرفتم و آنرا در یک و نیم ضرب کردم و از بست و چهار واحد کم نمودم بست و سه فرد اول ماند و باز شانزده را در سه ضرب ساخته و از چهل و هشت واحد کم کردم چهل و هفت هم فرد اول ماند هر دو را با هم ضرب ساختم یکهزار و هشتاد و یک فرد ثالث شد هر سه را جمع نمودم یک هزار و یکصد و پنجاه و یک گردید که هم فرد اول است پس شانزده را در یک هزار و هشتاد و یک ضرب نمودم هفده هزار و دوصد و نود و شش شد و آن عدد زائد و یکی از متحابین است باز شانزده را در یکهزار و یکصد و پنجاه و یک ضرب ساختم هجده هزار و چهار صد و شانزده شد و آن عدد ناقص

ودويم ازمتحابين است چراكه مجموع اجزاء عدد زائد مساوي ناقص اند ومجموع اجزاء ناقص مساوي زائد بدين صورت

۱۷۲۹۶

اجزاي اين

- نصف ۸۶۴۸
- ربع ۴۳۲۴
- ثمن ۲۱۶۲
- شانزدهم ۱۰۸۱
- چهل وهفتم ۳۶۸
- بست وسيوم ۷۵۲
- نود وچهارم ۱۸۴
- يكصد وهشتاد وهشتم . . . ۹۲
- سه صد وهفتاد وششم . . . ۴۶
- ۳۷۶
- ۱۸۸
- ۹۴
- ۲۳
- ۴۷
- ۱۶
- ۸
- ۴
- ۲
- ۱

جمع باجزاي خود وعدد زائد است ۱۸۴۱۶

۱۸۴۱۶

اجزاي اين

- نصف ۹۲۰۸
- ربع ۴۶۰۴
- ثمن ۲۳۰۲
- شانزدهم ۱۱۵۱
- ۱۶
- ۸
- ۴
- ۲
- ۱

جمع باجزاي خود وعدد ناقص ۱۷۲۹۶ است

* فصـــــــل چهارم دراستخراج اعداد متعادلين بدانكه هردو عدد مختلف كه متحد الاجزاء باشند آن را متعادلين خوانند اعني مجموع اجزاء يكي بعينه مجموع اجزاء ديگري باشد وطريق استخراج وي آنست كه از تضعيفات اثنين عددي را بگيرند كه اگر آن را يک مرتبه بدو قسم منقسم سازند كه هر قسم آن فرد اول باشد ومرتبهٔ ديگر هم بدو قسم منقسم نمايند كه هر قسم فرد اول شود پس قسمين اولين را باهم ضرب سازند يكي از متعادلين حاصل شود وقسمين آخرين را باهم ضرب كنند دويم از متعادلين حاصل گردد مثلاً شانزده را از تضعيفات اثنين گرفتم ومرة دو قسم كردم يكي سه ودويم سيزده كه هردو فرد اول اند ومرة اخرى باز دو قسم نمودم يكي پنج ودويم يازده واين هردو هم فرد اول اند پس سه را در سيزده كه قسمين اولين اند ضرب

نمودم سي ونه يکي از متعادلين شد وپنج را د ر يازده که قسمين آخرين اند ضرب ساختم پنجاه وپنج گرديد واين دويم از متعادلين است چرا که مجموع اجزاء هردو هفده است وبايد دانست که اعداد متعادلين صرف اعداد فرد مي باشند که از مسطح فردين اولين حاصل شوند ومجموع الضلعين هردو متعادلين مساوي خواهد بود

* مطلب پنجم در بيان نسبتها *

* بدانکه نسبت معتبره ده اند اول نسبت عددي است که تفاضل بين الاعداد بقدر عدد معين باشد مثل تفاضل واحد واحد خواه اثنين اثنين خواه سه سه خواه چهار چهار دويم نسبت هندسي است که نسبت نصف خواه ثلث خواه نسبت ربع باشد چنانکه در اربعهٔ متناسبه وتضعيفات وغيرآن سيوم نسبت تاليفيه وآن نسبتي است که درميان سه عدد نسبت تفاضل اعظمين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت اعظم بطرف اصغر بود چنانچه در شش وهشت ودوازده که نسبت تفاضل اعظمين اعني هشت ودوازده که چهار است بطرف تفاضل اصغرين اعني شش وهشت که دو است مثل نسبت دوازده بطرف شش است واز خواص اوست که حاصل الضرب مجموع الطرفين في الوسط مساوي ضعف حاصل الضرب اصغر في الاعظم باشد چنانکه در مثال مذکور مجموع الطرفين که هجده است هرگاه آن را در هشت ضرب کردم يک صد وچهل وچهار شد وآن مساوي ضعف هفتاد ودو است که مسطح دوازده وشش است وهر عدد فرد درميان عدد عدة خود ومضروب خودش در ان عدة وسط نسبت تاليفي مي باشد چنانکه سه که عدة او دو است اعني فرد دويم است ومضروب او در ان عدة شش پس سه در وسط دو وشش از روي نسبت تاليفي است ۲ و ۳ و ۶ اعني نسبت تفاضل اعظمين که سه است بطرف تفاضل اصغرين که واحد است مثل نسبت شش بطرف دو است وهمچنين پنج چون عدة او سه است اعني فرد سيوم است لهذا وسط درميان سه وپانزده واقع ميشود ۳ و ۵ و ۱۵ وهفت که عدة او چهار است اعني فرد چهارم است لهذا درميان چهار وبست وهشت وسط واقع مي شود ۴ و ۷ و ۲۸ وهر فردي که براي او ثلث باشد پس آن فرد درميان دو ثلث خود وضعف خود وسط واقع ميشود مثل نه که درميان شش وهجده است ۶ و ۹ و ۱۸ چهارم نسبت متضاده وآن درميان سه عدد است که نسبت تفاضل اعظمين بطرف تفاضل اصغرين مثل نسبت

اصغر بطرف اعظم باشد چنانکه دوازده و هفده و بست که نسبت تفاضل اعظمین اعنی بست
وهفده که سه است بطرف تفاضل اصغرین اعنی هفده و دوازده که پنج است مثل نسبت دوازده
بطرف بست است که نسبت سه خمس باشد پنجم درمیان سه اعداد که نسبت تفاضل اعظمین
بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اصغر بطرف اوسط باشد چنانکه دو وچهار وپنج که نسبت
تفاضل اعظمین اعنی پنج وچهار که واحد است بطرف تفاضل اصغرین اعنی چهار ودو
که دو است مثل نسبت دو بطرف چهار است که نسبت نصف است وهمچنین شش ونه ودوازده که نسبت
تفاضل اعظمین که دو است بطرف تفاضل اصغرین که سه است مثل نسبت شش بطرف نه است
ششم درمیان سه اعداد که نسبت تفاضل اعظمین بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اوسط بطرف
اعظم باشد چنانکه واحد وچهار وشش که نسبت تفاضل اعظمین که دو است بطرف تفاضل اصغرین
که سه است مثل نسبت اوسط بطرف اعظم است وآن نسبت دو ثلث است هفتم درمیان سه اعداد
نسبت تفاضل طرفین اعنی اعظم واصغر بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اعظم بطرف اصغر باشد
چنانکه شش وهشت ونه که نسبت تفاضل طرفین که سه است بطرف تفاضل اصغرین که دو است
مثل نسبت نه بطرف شش است هشتم درمیان سه اعداد که نسبت تفاضل طرفین بطرف تفاضل
اعظمین مثل نسبت اعظم بطرف اصغر باشد چنانکه شش وهفت ونه که نسبت تفاضل طرفین
که سه است بطرف تفاضل اعظمین که دو است مثل نسبت نه بطرف شش است نهم درمیان
سه اعداد نسبت تفاضل طرفین بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اوسط بطرف اصغر باشد چنانکه
چهار وشش وهفت که نسبت تفاضل طرفین که سه است بطرف تفاضل اصغرین که دو است
مثل نسبت شش بطرف چهار است دهم درمیان سه اعداد نسبت تفاضل طرفین بطرف تفاضل
اعظمین مثل نسبت اوسط بطرف اصغر باشد چنانکه سه وپنج وهشت که نسبت تفاضل طرفین
که پنج است بطرف تفاضل اعظمین که سه است مثل نسبت پنج بطرف سه است کما صرحوا به

* بیان فوائد متعلقة بهذا المطلب *

* بیان اول در فوائد نسبت تالیفیه بدانکه هرگاه دانستی که در تالیفیه نسبت تفاضل اعظمین
بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اعظم بطرف اصغر می باشد واین اربعة متناسبة باشد
چنانکه در ١٢ و ١٦ و ٢٤ که سه عدد اند وتفاضل اعظمین هشت است وتفاضل اصغرین چهار

پس نسبت هشت بطرف چهار مثل نسبت بست وچهار بطرف دوازده است واین اربعهٔ متناسبهٔ اول است وهرگاه این را بموجب مسئلهٔ رابعهٔ من مطلب ثالث ابدال نسبت کرده شود اربعهٔ متناسبهٔ دویم گردد اعني نسبت هشت بطرف بست وچهار مثل نسبت چهار بطرف دوازده است وهرگاه این را بموجب مسئلهٔ خامسهٔ مطلب مذکور مرکب کنم اربعهٔ متناسبهٔ سیوم شود اعني نسبت سي ودو بطرف بست وچهار مثل نسبت شانزده بطرف دوازده است واگر اربعهٔ متناسبهٔ دویم را بموجب مسئلهٔ رابعه وثلثون مطلب مذکور عکس نموده مقدم را تالي کرده مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ چهارم باشد اعني نسبت سي ودو بطرف هشت مثل نسبت شانزده بطرف چهار است واگر اربعهٔ متناسبهٔ اول را مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ پنجم گردد اعني نسبت دوازده که مجموع الفضلین است بطرف چهار که فضل الاصغر است مثل نسبت سي وشش که مجموع الطرفین است بطرف دوازده است ونیز گوییم هرگاه اعظم از فضل اعظمین بقدر اوسط زائد است پس اصغر هم از فضل اصغرین زائد خواهد بود پس بموجب مسئلهٔ سابعهٔ مطلب مذکور از روي عکس وقلب اربعهٔ متناسبهٔ دویم نسبت اعظم بطرف اوسط مثل نسبت اصغر بطرف فضل او علی فضل الاصغرین است اعني نسبت بست وچهار بطرف شانزده مثل نسبت دوازده بطرف هشت است که فضل دوازده برچهار است واین اربعهٔ متناسبهٔ ششم شد واین را اگر ابدال نموده عکس سازم اربعهٔ متناسبهٔ هفتم گردد اعني نسبت دوازده بطرف بست وچهار مثل نسبت هشت که فضل الاصغر علی فضل الاصغرین است بطرف شانزده واگر این را مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ هشتم شود اعني نسبت سي وشش بطرف بست وچهار مثل نسبت بست وچهار که مجموع فضل اصغر علی فضل الاصغرین واوسط است بطرف شانزده که اوسط است ودرین صورت چون اوسط مساوي مجموع اصغر وفضل الاصغرین است پس ثالث اربعهٔ متناسبهٔ هذا ضعف الاصغر شد وگویا نسبت مجموع الطرفین اعني اعظم واصغر بطرف اعظم مثل نسبت ضعف الاصغر بطرف اوسط شد وهرگاه اربعهٔ متناسبهٔ دویم را عکس نموده بموجب مسئلهٔ سادسهٔ مطلب مذکور فضل النسبة کنم اربعهٔ متناسبهٔ نهم شود اعني نسبت شانزده که فضل اعظم علی فضل الاعظمین وفي الحقیقة عدد اوسط است بطرف هشت که فضل الاعظمین است مثل نسبت هشت که فضل الاصغر علی فضل الاصغرین است بطرف چهار که فضل الاصغرین است پس حالا میگوییم

که بموجب اربعهٔ متناسبهٔ سیوم مسطح اعظم في الاوسط مساوي مسطح اصغر في مجموع اعظم وفضل الاعظمين است پس اگر مسطح اعظم فی الاوسط را بر مجموع اعظم وفضل الاعظمين قسمت کنند خارج اصغر خواهد بود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ چهارم مسطح اوسط في فضل الاعظمين مساوي مسطح مجموع الاعظم وفضل الاعظمين في فضل الاصغرين است پس اگر مسطح اوسط في فضل الاعظمين را بر مجموع الاعظم وفضل الاعظمين قسمت کنند خارج فضل الاصغرين خواهد بود وهرگاه آنرا از اوسط ساقط کنند باقي اصغر میماند وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ پنجم مسطح اصغر في فضل الاعظم علی الاصغر مساوي مسطح مجموع الطرفين في فضل الاصغرين میشود پس اگر مسطح اصغر في فضل الاعظم علی الاصغر را بر مجموع الطرفين قسمت نمایند خارج فضل الاصغرين خواهد بود وهرگاه آن را بر اصغر بیفزایند اوسط حاصل میشود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ ششم چون اول آن مجموع اعظم واصغر وثاني آن عدد اعظم است وثالث آن ضعف الاصغر ورابع اوسط است پس اگر مسطح الوسطين اعني ضعف مسطح اعظم في الاصغر را بر مجموع اعظم واصغر قسمت نمایند خارج اوسط خواهد بود ونیز اگر مسطح اعظم في الاصغر را بر نصف مجموع اعظم واصغر قسمت سازند خارج اوسط خواهد بود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ ششم وهفتم مسطح اوسط في الاصغر مساوي مسطح اعظم في فضل الاصغر علی فضل الاصغرين خواهد بود پس اگر مسطح اوسط واصغر را بر فضل الاصغر علی فضل الاصغرين قسمت نمایند خارج اعظم خواهد بود وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ نهم مسطح اوسط في فضل الاصغرين مساوي مسطح فضل الاعظمين في فضل الاصغر علی فضل الاصغرين است پس اگر مسطح اوسط في فضل الاصغرين را بر فضل الاصغر علی فضل الاصغرين قسمت نمایند خارج فضل الاعظمين خواهد بود وآن را هرگاه بر اوسط بیفزایند اعظم حاصل شود فافهم

* بیان دویم در فوائد نسبت متضادّه بدانکه این ضعیف میگوید که در نسبت متضاده مسطح اصغر في فضل الاصغرين معه مربع فضل ما بين الاصغر ونصف اوسط مساوي مربع نصف الاوسط است چرا که في الحقیقت اوسط مجموع اصغر وفضل الاصغرين است که گویا اوسط بدو قسم مختلف منقسم گردیده وبموجب مسئلهٔ ثانیه وعشرون مطلب مذکور مربع نصف عدد مساوي مجموع مسطح قسمین آن عدد ومربع فضل بين النصف والقسم است وچون

بموجب اربعهٔ متناسبه که از نسبت فضل اعظمین بطرف فضل اصغرین مثل نسبت اصغر بطرف
اعظم حاصل شده مسطح اعظم في فضل الاعظمین مساوي مسطح اصغر في فضل الاصغرین اعني
مسطح قسمین اوسط است پس هرگاه از مربع نصف اوسط مسطح اعظم في فضل الاعظمین را که
في الحقيقت مسطح قسمین اوسط است ساقط کنند باقي مربع فضل بین النصف و القسم اوسط
خواهد بود وهرگاه جذر آنرا که فضل بین النصف والقسم است یک مرتبه بر نصف اوسط بیفزایند
ومرتبهٔ دویم ساقط کنند خارج قسمین مذکورین که یکي از ان اصغر ودویم فضل الاصغرین است
خواهد بود وصاحب عیون الحساب براي استخراج عدد اصغر صرف این قاعده بیان کرده
که اعظم را اگر در فضل الاعظمین ضرب کرده حاصل را از مربع نصف اوسط ساقط کنند وجذر
باقي را بر نصف اوسط بیفزایند خواه ساقط کنند که هردو حاصل صلاحیت عدد اصغر بودن دارند
وبناي استخراج آنرا بر جبر ومقابله نهاده است مثالش ۲۰ و۱۷ و۱۲ این سه عدد اند که نسبت
تفاضل اعظمین بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اصغر بطرف اعظم است پس مسطح بست
که اعظم است في فضل الاعظمین که سه است شصت میشود آن را از مربع نصف الاوسط که
هفتاد ودو صحیح ویکربع است ساقط کنند باقي دوازده صحیح ویک ربع مي باشد وجذر آن سه
صحیح ویک نصف است وهرگاه آنرا بر نصف اوسط که هشت صحیح ویک نصف است بیفزایند
دوازده میشود واگر ساقط کنند باقي پنج میماند وهردو عدد اصغر میتواند بود اعني اگر دوازده
عدد اصغر باشد پس فضل الاصغرین پنج خواهد بود واگر پنج عدد اصغر باشد دوازده فضل
الاصغرین خواهد شد واز روي برهان که این ضعیف بیان نمود نیز این معنی ثابت میشود چراکه
اربعهٔ متناسبهٔ اول از روي نسبت بدین صورت شد ۳ و۵ و۱۲ و۲۰ پس مسطح الطرفین اعني
مسطح اعظم في فضل الاعظمین مساوي مسطح الوسطین اعني مسطح اصغر في فضل الاصغرین
که في الحقيقة هردو قسمین اوسط اند خواهد بود پس قاعدهٔ مرقوم را جاري ساختم که اصغر
حاصل شد ونیز هرگاه این اربعهٔ متناسبه را مرکب سازم اربعهٔ متناسبهٔ دویم شود اعني نسبت هشت که
مجموع تفاضل اعظمین وتفاضل اصغرین است که آن في الحقيقت تفاضل اعظم بر اصغر است
بطرف پنج که تفاضل اصغرین است مثل نسبت سي ودو که مجموع اعظم واصغر است بطرف بست
که اعظم است خواهد بود واگر اربعهٔ متناسبهٔ اول را عکس نموده مرکب سازند اربعهٔ متناسبه سیوم

شود اعني نسبت هشت که مجموع تفاضلین است بطرف سه که تفاضل اعظم است مثل
نسبت سي ود و بطرف دوازده خواهد بود و چون بموجب اربعهٔ متناسبهٔ دویم مسطح مجموع
تفاضلین که في الحقیقت تفاضل اعظم علی الاصغراست در اعظم مساوي مسطح مجموع اعظم
واصغر في فضل الاصغرین خواهد بود پس اگر تفاضل اعظم علی الاصغر را در اعظم ضرب
نموده بر مجموع اعظم واصغر قسمت کنند فضل الاصغرین خارج خواهد شد وآن را بر اصغر بیفزایند
عدد اوسط خواهد برآمد چون بموجب اربعهٔ متناسبهٔ سیوم مسطح مجموع تفاضلین في الاصغر
مساوي مسطح مجموع اعظم واصغر في فضل الاعظمین است پس اگر تفاضل اعظم علی
الاصغر را که في الحقیقت مجموع التفاضلین است در اصغر ضرب کرده بر مجموع اعظم
واصغر قسمت سازند خارج تفاضل الاعظمین خواهد بود آن را از اعظم ساقط کنند باقي عدد
اوسط خواهد بود ونیز این ضعیف میگوید که چون اعظم مجموع اوسط وتفاضل اعظمین است
وبموجب مسئلهٔ ثالثه وعشرون من مطلب ثالث من هذا الباب مسطح هر عدد في احد قسمیه
مع مربع نصف قسم آخر مساوي مربع مجموع قسم مضروب فیه ونصف قسم آخر مي شود
وبموجب اربعهٔ متناسبهٔ اول مسطح اصغر في تفاضل الاصغرین مساوي مسطح اعظم في تفاضل
الاعظمین است پس هرگاه مسطح اصغر في تفاضل الاصغرین را که في الحقیقت مسطح اعظم
في احد قسمیه است بر مربع نصف اوسط که در حقیقت مربع نصف قسم آخر اعظم است بیفزایند
جذر مجموع مساوي مجموع تفاضل اعظمین که قسم مضروب فیه و نصف اوسط که نصف
قسم الآخر خواهد بود وهرگاه بران نصف اوسط را بیفزایند اعظم خواهد برآمد وصاحب عیون الحساب
این را از جبر ومقابله بیان نموده

* بیان سیوم در فوائد نسبهٔ خاصه که درمیان سه اعداد نسبهٔ اوسط بطرف اصغر مثل
نسبت فضل الاصغرین بطرف فضل الاعظمین باشد چنانکه ۷۹ و۶۴ و۴۰ پس اربعهٔ متناسبهٔ اول شد
بدین صورت ۶۴ و۴۰ و۲۴ و۱۵ پس اگر مسطح الطرفین را از مربع نصف اوسط ساقط کرده جذر
باقي را بر نصف اوسط بیفزایند خواه نقصان کنند هردو حاصل صلاحیت عدد اصغر دارد برهان آن مثل
برهان نسبت متضاده است چنانکه درمثال مذکور مسطح الطرفین را که نهصد وشصت است
از مربع نصف اوسط که یک هزار وبست وچهار میشود ساقط نمودم باقي شصت وچهار ماند

وجذر آن هشت است هرگاه آنرا برسی ود وکه نصف اوسط است افزودم چهل شد وهرگاه ساقط کردم بست وچهار باقي ماند وهر دو وصلا حيث عدد اصغر بودن دارند واگر مربع نصف فضل اعظم علي اصغر را برمربع اصغر بيفزايند وجذر آن مجموع رابرنصف فضل مذکور زیاده کنند حاصل عدد اوسط شود واگر مسطح الاوسطين را اعني مسطح اصغر في فضل الاصغرين را برا وسط قسمت کنند خارج فضل اعظم علي الاوسط خواهد بود پس آنرا برا وسط بيفزايند که حاصل اعظم شود

* بيان چهارم در فوائد نسبة سادسه که درميان سه اعداد نسبت اعظم بطرف اوسط مثل نسبت فضل الاصغرين بطرف فضل الاعظمين باشد چنانکه ۱۲ و ۸ و ۲ واربعة متناسبه اول شد بدينصورت ۱۲ و ۸ و ۶ و ۴ پس اگر مسطح الطرفين اعني مسطح اعظم في فضل الاعظمين را بر اوسط قسمت کنند خارج فضل الاصغرين خواهد بود وهرگاه آنرا ازاوسط ساقط سازند باقي اصغر است چنانکه درمثال مذکور دوازده را در چهار ضرب کردم وچهل وهشت راکه حاصل ضرب است برهشت که اوسط است قسمت نمودم خارج شش گرديد آنرا از هشت ساقط نمودم باقي دو که اصغر است برآمد واگر مربع نصف فضل اعظم علي الاصغر را برمربع اعظم بيفزايند وازجذر مجموع نصف فضل را ساقط کنند باقي اوسط خواهد بود چنانکه درمثال مذکور نصف فضل اعظم علي الاصغر راکه پنج است مربع کرده بست وپنج را بريک صدوچهل وچهار که مربع اعظم بود افزودم يک صدوشصت ونه گرديد وجذر آن سيزده است هرگاه ازان نصف فضل راکه پنج بود ساقط کردم باقي هشت ماند که اوسط است واگر اوسط را در فضل الاصغرين ضرب سازند ومربع نصف اوسط بران بيفزايند وباز جذر مجتمع را برنصف اوسط زياده سازند حاصل اعظم خواهد بود چنانکه درمثال مذکور اوسط راکه هشت بود در شش که فضل الاصغرين است ضرب نمودم وبرچهل وهشت که حاصل الضرب است شانزده که مربع نصف الاوسط بود افزودم شصت وچهار گرديد وجذر آن هشت است آنرا برنصف اوسط که چهار بود افزودم دوازده شد وآن اعظم است

* بيان پنجم در فوائد نسبت سابعه که درميان سه اعداد نسبت اعظم بطرف اصغر مثل نسبت تفاضل اعظم علي الاصغر الي تفاضل الاصغرين باشد چنانکه ۹ و ۵ و ۳ واربعه متناسبة اول شد بدينصورت ۹ و ۳ و ۶ و ۲ پس اگر مسطح اعظم في الاوسط را ازمربع اعظم ساقط نموده جذر باقي را ازاعظم ساقط سازند اصغر خواهد بود چنانکه درمثال مذکور نه راکه اعظم است در پنج که اوسط است

ضرب نموده حاصل را که چهل و پنج است از هشتاد و یک که مربع اعظم است ساقط نمودم باقي سي و شش ماند و جذر ان شش است آنرا از نه ساقط نمودم سه باقي ماند و ان اصغر است و اگر اصغر را در تفاضل اعظم علی الاصغر ضرب نموده بر اعظم قسمت کنند خارج فضل الاصغرین خواهد بود و هرگاه آنرا بر اصغر بیفزایند اوسط حاصل خواهد بود چنانکه در مثال مذکور سه را که اصغر بود در شش که تفاضل اعظم علی الاصغر است ضرب نمودم حاصل هجده شد آنرا بر نه که اعظم بود قسمت نمودم خارج دو گردید و هرگاه آنرا بر سه که اصغر بود افزودم حاصل پنج شد و آن اوسط است و اگر از اصغر فضل الاصغرین را ساقط کرده و مربع اصغر را بر باقي قسمت سازند خارج اعظم خواهد بود چنانکه در مثال مذکور دو که فضل الاصغرین است از سه که اصغر است ساقط نمودم باقي واحد ماند و بران مربع سه را قسمت ساختم خارج نه شد و آن عدد اعظم است

* بیان ششم در فوائد نسبت ثالثه که در میان سه اعداد نسبت اعظم بطرف اصغر مثل نسبت تفاضل اعظم علی الاصغر بطرف تفاضل الاعظمین باشد چنانکه ۹ و ۷ و ۳ و اربعه متناسبهٔ اول شد بدینصورت ۹ و ۳ و ۶ و ۲ پس اگر اعظم را در فضل الاعظمین ضرب کرده از مربع نصف اعظم ساقط کنند و جذر باقي را بر نصف الاعظم بیفزایند یا ساقط کنند اصغر حاصل خواهد بود چنانکه در مثال مذکور نه را که اعظم است در دو ضرب کرده و هجده را از بست صحیح و یک ربع که مربع نصف اعظم است ساقط نمودم باقي دو صحیح و یک ربع ماند و جذر آن یک صحیح و یک نصف است آنرا از چهار و نیم که نصف اعظم است ساقط کردم باقي سه ماند و اگر زیاده کنم شش مي شود ان هم صلاحیت اصغر بودن دارد و اگر در اربعه متناسبهٔ مذکوره مسطح الوسطین اعني اصغر را در فضل اعظم علی الاصغر ضرب نموده بر اعظم قسمت سازند خارج فضل اعظم علی الاوسط خواهد بود و هرگاه آنرا از اعظم ساقط نمایند باقي اوسط میماند چنانکه در مثال مذکور سه را که اصغر بود در شش که فضل اعظم علی الاصغر است ضرب نمودم و هجده را بر اعظم قسمت ساختم خارج دو شد و آنرا از اعظم ساقط نمودم باقي هفت ماند و آن اوسط است و نیز اگر اصغر را در فضل اعظم علی الاصغر ضرب نموده حاصل را از مربع اعظم ساقط کنند و باقي را بر اعظم قسمت نمایند خارج اوسط خواهد بود چنانکه در مثال مذکور هجده را که حاصل ضرب است از هشتاد و یک که مربع اعظم است ساقط نمودم و شصت و سه را بر نه قسمت کردم خارج هفت بر آمد و آن اوسط است و اگر مربع اصغر را از مربع هفت مجموع اوسط و اصغر

ساقط کنند وجذر باقي را بر نصف مذکور بیفزایند حاصل اعظم خواهد بود چنانکه در مثال مذکور مربع اصغر را که نه است از بست وپنج که مربع نصف مجموع اوسط واصغر است ساقط کردم باقي شانزده ماند وجذر را وچهار است آنرا بر نصف المجموع که پنج بود افزودم نه شد وان اعظم است

* بیان هفتم در فوائد نسبة تاسعة که در سه اعداد نسبت اوسط بطرف اصغر مثل نسبت فضل اعظم علی الاصغر بطرف تفاضل الاصغرین باشد چنانکه ۷ و ۶ و ۴ و اربعه متناسبهٔ اول بدینصورت شد ۶ و ۴ و ۳ و ۲ پس اگر مربع اوسط را از مربع نصف مجموع اوسط واعظم ساقط نموده جذر باقي را از نصف مذکور نقصان نمایند که حاصل اصغر خواهد بود چنانکه در مثال مذکور سي وشش را که مربع اوسط است از چهل ودو صحیح ویک ربع که مربع شش صحیح ویک نصف است که نصف المجموع اوسط واعظم بود ساقط نمودم باقي شش صحیح ویک ربع ماند وجذر ان دو صحیح ویک نصف است هرگاه آنرا از شش صحیح ویک نصف ساقط نمودم چهار باقي ماند وآن اصغر است واگر مربع نصف الاصغر را بر حاصل الضرب اصغر في فضل الاعظم علی الاصغر زیاده کرده جذر مجموع را بر نصف الاصغر بیفزایم حاصل اوسط خواهد بود چنانکه در مثال مذکور چهار را که مربع نصف الاصغر است برد وازده که حاصل ضرب اصغر في فضل اعظم علی الاصغر است افزودم شانزده شد وجذر آن بر نصف اصغر افزودم شش گردید وآن اوسط است واگر مسطح اوسط في فضل الاصغرین را بر اصغر قسمت کنند خارج فضل اعظم بر اصغر خواهد شد وهرگاه آنرا بر اصغر بیفزایند اعظم حاصل مي شود چنانکه در مثال مذکور شش را که اوسط است در دو که فضل الاصغرین است ضرب نموده حاصل را که دوازده است بر چهار که اصغر است قسمت نمودم خارج سه گردید وهرگاه بر چهار را افزودم هفت شد وآن اعظم است

* بیان هشتم در فوائد نسبت عاشره که در میان سه اعداد نسبت اوسط بطرف اصغر مثل نسبت فضل اعظم علی الاصغر بطرف فضل الاعظمین باشد چنانکه ۸ و ۵ و ۳ و اربعه متناسبهٔ آن بدینصورت است ۵ و ۳ و ۵ و ۳ و درین نسبت همیشه اعظم مساوي مجموع اوسط واصغر مي باشد پس هرگاه اوسط را از اعظم ساقط کنند باقي اصغر برآید واگر اصغر را ساقط کنند اوسط باقي ماند واوسط واصغر را جمع کنند اعظم شود

* باب چهارم در طریق حساب اهل تنجیم ودران یک مقدمه وچند مطلب است *

* مقدمه باید دانست که اهل تنجیم بجاي عدد حروف تهجي را بحساب جمل مینویسند

وآن ابجد هوز حطي کلمن سعفص قرشت ثخذ ضظغ است وحروف تسعه از الف که براي واحداست تا ط که براي نه است آحاد مقرر کرده وحروف تسعه از يا که براي ده است تا ص که براي نود است عشرات مقرر ساخته اند وحروف تسعه از قاف که براي صد است تا ظ که براي نه صد است مئات قرار داده اند وغين معجمه را براي هزار مقرر نموده اند وبراي اعداد مرکبه اين حروف بست وهشت را باهم ترکيب ميدهند وعشرات را بر آحاد ومئات را بر عشرات والوف را بر مئات مقدم مي کنند پس يازده را بدينصورت يا نويسند وبست وچهار را بدينصورت کد وچهل وپنج را بدينصورت مه ويکصد وسي ودو بدينصورت قلب ودو هزار بدين صورت بغ ودوهزار وشش صد وچهارده بدينصورت بغخيد وصد هزار را عني لکهه را بدينصورت قغ وهکذا ونيز بايددانست که جيم را بلا دامن مينويسند وآنرا ابتر گويند بدينصورت ج وهمچنين ع ص ض ق را ابتر مي نويسند ودال را بصورت همزه نويسند هکذا ء وها را مدور نويسند هکذا ه ونقطه باء موحده وجيم وزاي معجمه وياي تحتاني را نمي نويسند وباقي حروف چنانکه متعارف است منقوط وغير منقوط مينگارند وياي تحتاني را معکوس مي نگارند هکذا ے وبعضي براي امتياز زاي مهمله بالاي زاء معجمه علامت هفت مي نهند هکذا ز وکاف را بدينصورت نويسند ک ونون را بدينصورت ں وصفر را بدينصورت ه ونيز بايد دانست که اهل تنجيم محيط هر دائره را بسه صد وشصت درجه قسمت مي کنند وقطر دائره را يکصد وبست درجه وهر درجه را به شصت دقيقه قسمت مي نمايند وهر دقيقه را به شصت ثانيه وهر ثانيه را به شصت ثالثه وهر ثالثه را به شصت رابعه وهکذا الی غير النهاية ودر منطقة البروج وديگر دوائر افلاک متحرکه سواي معدل النهار هرگاه يک نقطه را مبدء حرکت فرض کنند هر سي درجه را يک برج قرار ميدهند که محيط دائره منقسم بدوازده برج مي شود وبعضي عدد درجات را از يکي تا سه صد وشصت بجنس مي نويسند وهرگاه به سه صد وشصت رسند يا زياده از ان پس سه صد وشصت را يک دور قرار ميدهند وعدد باقي را در يسار مي نويسند مثلا

رباعي

يکان شمار ز ابجد حروف تا حطي　　چنانکه از کلمن ده ده است تا سعفص

وليک از قرشت تا ضظغ بود صد صد　　دل از حساب جمل کن تمام مستخلص

اگر سه صد و هفتاد و شش درجه باشد بدینصورت آ دور نو درجه نویسند اعني یک دور و شانزده درجه و دور را کثر حال دور را ساقط مي کنند و صرف باقي درجات را مي نگارند لکن نوشتن دور بهتر است و بعضي عدد بروج را از یکي تا دوازده نویسند و انچه زائد از برج باشد آنرا در یسار آن نگارند و دوازده برج را یک دور قرار دهند و آنرا در یمین بروج نگارند و دور را کثر دور را ساقط هم مي کنند مثلاً هشتاد و چهار درجه را بدینصورت رسم مي کنند ب الد درجه و سه صد و هفتاد و شش درجه را بدینصورت ا ا نو درجه و چهار صد و بست و پنج درجه را بدینصورت ا ب ه درجه و بعضي شصت درجه را مرفوع نموده واحد فرض میکنند و آنرا مرفوع مرة گویند و شصت مرفوع مرة را مرفوع مرتین و مثاني خوانند و همچنین شصت مرفوع مرتین را مرفوع ثلث مرات و مثالث گویند و شصت مرفوع ثلث مرات را مرفوع اربع مرات و مرابع نامند و هکذا و این مرفوعات را یمین درجه نویسند علی سبیل الترتیب اعني مرفوع مرة یمین درجه و مثاني یمین مرفوع مرة و مثالث یمین مثاني و هکذا و دقائق را یسار درجه و ثواني را یسار دقائق و ثوالث را یسار ثواني و هکذا الی ماشاء الله و در هر مرتبه که عدد نباشد صفر گذارند و در آخر یسار هر چه از درجه خواه دقیقه خواه ثواني خواه ثوالث واقع شود آنرا مي نویسند و بعضي اسم مرتبهٔ اولی را در اول مي نگارند و بعضي فوق هر مرتبه اسم مرتبه را مي نویسند مثلاً سه هزار و هشتصد و شصت و سه درجه و بست و چهار دقیقه و هجده ثانیه و چهار ثالثه و سي و نه رابعه را بدین صورت نویسند ا ب مح الدیح ءلط رابعه اعني یک مثاني و دو مرفوع مرة و چهل و سه درجه و بست و چهار دقیقه و هجده ثانیه و چهار ثالثه و سي و نه رابعه است و ازین بیان ظاهر است که منجمین را در حساب خود احتیاج برقم اعداد یکه زیاده از سه صد و شصت باشد نمي شود بلکه برقم اعداد یکه زیاده از پنجاه و نه باشد نمیگردد

* فائده باید دانست چنانکه در حساب اعداد هر مرتبه را هرگاه به عشر میرسد آنرا واحد فرض کرده شامل مرتبهٔ یسار او مي کنند همچنان اهل تنجیم در هر مرتبه هرگاه به شصت میرسد آنرا واحد فرض کرده شامل مرتبهٔ یمین او مي نمایند و چنانکه در حساب اعداد اول مراتب صحاح را آحاد میگویند درینجا درجه مي نامند مراتب صحاح در حساب اعداد صعودي است و مراتب کسر نزولي و واحد وسط في النسبة است هم چنان درینجا مرفوع و مثاني و مثالث در مراتب

صعودي است ودقيقه وثواني وثوالث درمراتب نزولي ودرجه وسط في النسبة است ومراتب هردوسلسلهٔ صعودي ونزولي متواليه علي نسبت واحد است ونيز انچه درمرتبهٔ واحد باشد آنرا مفرد گويند وانچه در دومرتبه يا زياده باشد مركب خوانند وانچه بيكحرف نوشته شود آنرا مجرد ميگويند

* مطلب اول درتضعيف وتنصيف وتفريق وجمع ودران چهار بيان است *

بيان اول درتضعيف وطريقش چنانكه درتضعيف اعداد گفته شد هرمرتبه راكه بخواهند تضعيف كنند الا درتضعيف بروج اگرد ريسار اوكه مرتبهٔ درجه است زياده از يه باشد واحد برتضعيف بروج بيفزايند ودرتضعيف درجه وغيرآن اگررقم يسار زياده از لد باشد واحد برتضعيف آن بيفزايند وحاصل را دربروج انچه زائد بردوازده باشد آنرا تحت آن نويسند ودردرجات انچه زائد برسي باشد ودردقائق وثواني وغيره انچه زائد برشصت باشد آنرا تحت آن نگارند واگرحاصل مساوي شصت بود صفر نويسند واگراقل ازشصت باشد بجنس نويسند واگربروج را اعتبار نكنند بلكه مرفوع مرة ومثاني ومثالث اعتبار كنند پس درهرمرتبه رقم يسار رابه بينند اگرزائد از لط باشد برتضعيف واحد بيفزايند ودرمرتبهٔ اخيريعني براي شصت اگرازحاصل تضعيف باشد واحد بنويسند مثلا خواستم كه ءكاالب مه ثالثه اعني چهاربروج وبست ويک درجه وسي ودودقيقه وچهل ثانيه وپنجاه ثالثه را تضعيف كنم تحت بروج ط نوشتم زيراكه رقم درجه ازيه زائدبود وتحت درجه مج چراكه رقم يسار اواز لط زياده بودو هرگاه لا راكه رقم درجه است تضعيف نمودم مب شد وازان بعداسقاط ل) ب باقي ماند وواحدبران افزودم مج شد وتحت دقيقه ه وتحت ثانيه الا نوشتم چراكه يسار او هم از لط زياده است وتحت ثالثه م نگاشتم بدينصورت

ءكاالب مه
ط مج ه الا م

مثال ديگرمرفوع مرة يا دله دقيقه خواستم كه يازده مرفوع مرة وچهاردد درجه وسي وپنج دقيقه را تضعيف سازم پس مرفوع مرة الب نوشتم وتحت درجه الط چراكه د ريسار اوزائد از لط است وتحت دقيقه ع بدين صورت

مرفوع مرة
الب الط ع دقيقه

طريق ديگركه ازيسار رمي نمايند مثلا خواستم كه زيح الب طم ثالثه اعني هفت بروج وهيجده درجه وبست ودودقيقه وله ثانيه وپنجاه وسه ثالثه را تضعيف كنم پس شروع از يسار كردم واول رقم ثالثه را تضعيف نمودم امو شد اعني يكصد وشش ثالثه كه آن يک ثانيه وچهل وشش ثالثه است پس مو را تحت ثالثه نوشتم والف را درذهن داشتم وبعدازان طر را تضعيف

نمودم یح شد الف بران افزودم ولط را تحت ثانیه نگاشتم باز الف را تضعیف نمودم مد شد
آنرا تحت دقیقه نهادم باز یح را تضعیف ساختم لو شد چون درجه بود لهذا و را تحت درجه نوشته
برای ل الف را در ذهن گرفتم و باز ر را تضعیف نمودم ید شد و الف بران افزودم یه گردید
چون بروج است لهذا یب را ازان ساقط کردم باقی ح ماند آنرا تحت بروج نگاشتم و برای یب
الف را در یمین او نوشتم و بالایش لفظ دور نگاشتم بدینصورت بروج درجه دقیقه ثانیه ثالثه

	بروج	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه
	ر	یح	الف	ط	ح
دورا	ح	و	مد	لط	مو

* بیان دویم در تنصیف *

و آن عکس تضعیف است و طریقش این ست که ابتدا از یمین کنند و نصف رقم هر مرتبه را تحت
آن نهند اگر رقم زوج باشد و از نصف آن صحیح را نگارند و کسر نصف را محفوظ دارند پس اگر آن کسر
نصف دور است شش اعتبار کنند و اگر نصف برج است پانزده اعتبار نمایند و در غیر آن سی
اعتبار دارند و اگر در یسار آن عددی باشد آنرا بر تنصیفش بیفزایند والا همان کسر را هرچه اعتبار
کرده اند در یسار بنویسند و طریق دیگر که ابتدا از جانب یسار سازند بلکه از هرجا که بخواهند
و درینصورت رقم یمین آنرا ملاحظه کنند اگر رقم فرد باشد بر نصف بروج شش بیفزایند و بر نصف
درجات پانزده و بر انصاف غیر آن سی بیفزایند و تحت آن نویسند مثلا خواستم که
برج درجه دقیقه ثانیه ثالثه را تنصیف نمایم بهر دو طریق عمل کردم ح الد با ء لول رابعه شد

برج	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	
ر	یح	الف	ط	خ	
ح	الد	با	ء	لول	رابعه

* بیان سیوم در جمع *

طریقش این ست که ارقام مطلوب الجمع را محاذی المراتب نویسند و در هر مرتبه که هیچ رقم
نباشد صفر گذارند و در صورتیکه مزید و مزید علیه متفق المراتب باشند خواه بعض متفق المراتب
و بعضی مختلف و از یسار جمع سازند پس در جمع درجات انچه زائد بر سی باشد تحت آن نویسند
اگر یسار آن بروج باشد و در جمع بروج انچه زائد بر دوازده باشد تحت آن نگارند و در غیر آن هر دو انچه
زائد بر شصت بود بجنس نویسند و برای باقی واحد را در ذهن گیرند و بر جمع یمین آن بیفزایند و هکذا

اليٰ آخره عمل كنند واگر ارقام مزيد ومزيد عليه در هيچ مرتبه متفق نباشند پس اعلي را يمين ادني نويسند واگر درميان مراتب هردو كدام مرتبه خالي باشد در انجا صفر گذارند مثلاً خواستم كه ر الہ م ج ثواني و ط ه الب ج ثواني را جمع كنم هردو را تحت يكديگر متحاذي المراتب نوشتم وجمع كردم

بدينصورت { برج درجه دقيقه ثانيه
ر الہ م ج
ط ه الب ج
دور ء صا ب الا
۱ ۱۱ }

مثال ديگر
درجه دقيقه ثانيه ثالثه
قف يج ما ل
رعد كج ج م
دور مد لج نه ے
۱ ۹۴

مثـــــــــال ديگر　مرفوع مرتين مرفوع مرة درجه دقيقه ثانيه
ک ک ج م نا
مب جز مح لو
ل بر لو ے
الا لج الو صه لر

مثال ديگر خواستم كه ج الانب يج ثانيه را با الط لح ل لب سادسه جمع نمايم اعني سه برج وبست ويك درجه وپنجاه ودو دقيقه وهجده ثانيه را با بست ونه ثالثه وسي وهشت رابعه وسي خامسه وسي ودو سادسه جمع نمايم چون مزيد ومزيد عليه در هيچ مرتبه متفق نبود نداليهذا اعلي را در يمين ادني نوشتم بدينصورت ج الانب يج الط لح ل لب سادسه وهو المطلوب مثال ديگر خواستم ط ه ند نب ثانيه را با الا ج مد سابعه جمع كنم چون مزيد ومزيد عليه در هيچ مرتبه متفق نبود نداليهذا اعلي را در يمين ادني نوشتم وچون درميان هردو مزيد ومزيد عليه دو مرتبه خالي ميماند اليهذا در ان هردو مرتبه صفر نهادم

{ برج درجه دقيقه ثانيه ثالثه رابعه خامسه سادسه سابعه
ط ه ند نب ۰ ۰ الا ج مد

* بيان چهارم در تفريق *

بايد كه منقوص را تحت منقوص منه محاذي المراتب نويسند وابتدا از يسار كنند ورقم هر مرتبه منقوص را از رقم محاذي او كه از منقوص منه است ساقط كنند اگر ممكن باشد والا در نقصان برج دوازده بر رقم منقوص منه كه محاذي اوست بيفزايند ودر نقصان درجه سي ودر غير آن شصت افزوده ساقط كنند وباقي را تحت آن نويسند وبراي انچه كه افزوده اند واحد در ذهن داشته وبر رقم

منقوص که یمین اوست افزوده از منقوص منه ساقط نمایند و همچنین عمل با خر رسانند و اگر منقوص زائد از منقوص منه باشد پس صاحب عیون الحساب این را جائز داشته میگوید که بر منقوص منه عددی بحسب لحاظ مرتبه یمین او افزوده و منقوص را ساقط کرده تحت آن نگارند لکن صاحب مفتاح وغیر آن اینمعنی را نه نگاشته اند چراکه هرگاه در یمین او هیچ عدد نباشد چگونه این معنی جائز تواند بود الا بقیاس اینکه چنانکه دو راد رجمع و تضعیف بعضی ساقط میکنند همچنین در تفریق موجود خیال کنند مثلا خواستم که ء الب نا مح ثانیه را از ح ط ح ح ثانیه ساقط کنم نوشتم منقوص منه و منقوص را تحت یکدیگر و اول مح را از ح ساقط نمودم باقی ب ماند آنرا تحت ح نوشتم بعد ازان نا را از ح ساقط نمودم چون ممکن نبود لهذا نا را از س ساقط نمودم باقی ط ماند ط و ح را جمع کردم و ب را تحت ح نگاشتم و برای س واحد را در ذهن داشته بر الب افزودم الح شد چون اسقاط آنهم از ط ممکن نبود لهذا آنرا از ل ساقط کرده ر را که باقی ماند بر ط افزودم یو شد آنرا تحت ط نگاشتم و برای ل واحد را در ذهن داشته بر ء افزودم وه را از ح ساقط نمودم ح باقیماند آنرا تحت ح نوشتم بدینصورت

	برج	درجه	دقیقه	ثانیه
منقوص منه	ح	ط	ح	ح
منقوص	ء	الب	نا	مح
	ح	یو	ب	ب

مثال دیگر خواستم که با الد لح مه ح ثالثه را از ح الد نا لب م ثالثه نقصان کنم پس ح را از م ساقط کردم ح باقیماند آنرا تحت م نوشتم و واحد بر مه افزوده مو را از لب ساقط نمودم مو باقی ماند آنرا تحت لب نگاشتم و باز واحد بر لح افزوده لد را از نا ساقط کردم بر باقی ماند آنرا تحت نا نوشتم و الد را از الد ساقط نمودم و صفر تحت الد نوشتم و با را از ح ساقط نمودم چون ممکن نبود لهذا دوازده بران افزوده از به ساقط کردم ء باقی ماند آنرا تحت ح نگاشتم و هذا علی طریق صاحب عیون الحساب وهذه صـــــورته

منقوص منه	ح	الد	نا	لب	م
منقوص	با	الد	لح	مه	ح
	ء	۰	بر	مو	ح

* فائده اگر منقوص و منقوص منه در هیچ مرتبه متفق نباشند پس از مرتبۀ یسار منقوص منه واحد کم کرده در هر مرتبه تا محاذی مراتب منقوص نط بنویسند و محاذی مرتبۀ اخیر یسار منقوص س نگارند و منقوص را از منقوص منه ساقط کرده باقی تحت آن بنویسند مثلا خواستم که ید له ح سادسه را از ک مط ثانیه ساقط کنم چون متفق المراتب نبودند لهذا واحد از مط ساقط کرده برای باقی مراتب یسار نط نوشتم و س در مرتبۀ اخیر

نکاشتم ومنقوص را ساقط نمودم بدین صورت | منقوص منه ڪ مح نط نط نط س سادسه
منقوص بداله ۞ سادسه
ڪ مح نط مه لد ے

*** مطلب ثاني درضرب ***

بدانکه چون درضرب واحد الی ستین بعضها في بعض اکثر مردمان را دقت واشکال واقع مي شود لهذا منجمین براي سهولیت جدولي مقرر کرده اند مشتمل برمربعات صغار که فوق آن عرضا ارقام از آ تا نط نویسند وهمچنین دریمین آن طولاً از آ تا نط نویسند وحاصل الضرب هریک را درمربع متحاذي مضروبین نگارند ونیز حاصل ضرب را ازشصت مرفوع نموده براي شصت واحد قرار داده مرفوع رایمین مبسوط نگارند واگر صفر باشد صفر نویسند مثلاً درضرب و في ل بدینصورت ج ۱ا ودرضرب ر في ل بدینصورت ج ل ودرضرب نو في م بدینصورت ے م ودرضرب نو في مب بدینصورت نا ب ودرضرب ج في ر بدینصورت اا ودرضرب نو في ر بدینصورت انب وهکذا الی آخره وهذا جدوله (جدول ۵۳)

ونیز اگرضرب مرکب فی المفرد یاضرب مرکب فی المرکب مطلوب شود حاصلات ضرب مفرد فی المفرد را جمع سازند که مطلوب حاصل شود مثلاً اگرخواهم که حاصل ضرب نو في م بدانم پس حاصل ضرب و في م را که ۶ ۱ا است باحاصل ضرب ے في م که و م است جمع نمودم ے م شد وآن مطلوب است وهمچنین اگرخواهم که حاصل ضرب نو في مب بدانم حاصل ضرب و في ب را که ب است وحاصل ضرب ے في ب را که ڪ ا است وحاصل ضرب و في م راکه ۶ ۱ا است وحاصل ضرب ے في م راکه وم است جمع نمودم بدینصورت نا ب شد وآن مطلوب است ونیز بایددانست که چنانکه درضرب ارقام هندیه نسبت واحد بطرف احد المضروبین مثل نسبت مضروب آخر بطرف حاصل ضرب مي باشد همچنان درین جا نسبت مرتبۀ درجه بطرف مرتبۀ احد المضروبین مثل مرتبۀ مضروب آخر بطرف مرتبۀ حاصل الضرب مي باشد چراکه در ارقام هندیه چنانکه مراتب صعودي ونزولي متوالیه درنسبت برابراند وواحد وسط فی النسبة است همچنان دراین جامراتب صعودي مرفوع مرة ومثاني ومثالث وغیره ومراتب نزولي دقایق وثواني وثوالث وغیره که متوالیه اند درنسبت برابراند ودرجه وسط فی النسبت

	ب
	ڪ
۶	۱ا
و	م
نا	ب

جدول ٥٦ صفحه ١٧٠

جدول ضرب واحد الی ستین بعضها فی بعض بحروف ابجد

مضروب سامیہ

مضروب

است ودرینصورت بُعد مرتبۂ احدالمضر وبین ازدرجه مثل بُعد مرتبۂ حاصل الضرب از مرتبۂ مضروب آخر خواهد بود پس براي مرتبۂ درجه صفر مقرر میکنند وبراي مرفوع مرة ودقیقه واحد وبراي مثاني وثانیه اثنین وبراي مثالث وثالثه ثلثه مقرر مي نمایند اعني هرقدر صعودي ونزولي که متقابل یک دیگراند براي آن عددي بقدر ابعاد مراتب آنها که از درجه باشد مقرر مي کنند وهرگاه مفرد رادر مفرد ضرب مي سازند پس آن هردو مفرد بیک طرف صعودي خواه نزولي باشند مجموع اعداد مراتب مضروبین عدد مرتبۂ حاصل الضرب مي شود واگر آن هردو مختلف الجهة باشند اعني یکي صعودي ودیگري نزولي پس تفاضل بین عددین المراتبین بگیرند که آن عدد مرتبۂ حاصل ضرب درطرفیکه آن رافضل است خواهد بود واگر تفاضل بین عددین المراتبین نبود پس حاصل الضرب درجه خواهد بود ونیز براي معرفت مرتبۂ حاصل ضرب جدولي مقرر کرده اند چنانکه در مطلب ثالث نوشته خواهد شد ان شاء الله تعالی مثلاً اگر خواهند که الد دقیقه رادر ب رابعه ضرب کنند چون حاصل ضرب ک مح است ومضروبین درطرف نزولي واقع شده اند ومرتبۂ دقیقه واحد ومرتبۂ رابعه اربعه ومجموع آنها خمس است پس حاصل ضرب درمرتبۂ خامسه افتاده اعني ک رابعه ومح خامسه وهمچنین اگر الد دقیقه رادر ب مثالث ضرب کنند پس فصل بین المراتبین دو است وفصل بطرف صعودي است لهذا حاصل الضرب ک مثالث ومح مثاني گردید وهمچنین اگر ز مثاني رادر ح ثانیه ضرب کنند چون مراتب مضروبین مساوي است لهذا حاصل الضرب که نا است درجه خواهد بود

* فائده چون درضرب براي سهولیت جدول ستینیه مقرر کرده اند لهذا اگر دراحدالمضروبین برج یادور باشد آنرا هم درجه ساخته ومرفوع مرة ومثاني ومثالث نموده ضرب سازند

* فائده چون درجه درحساب اهل تنجیم مثل واحد است لهذا هرمرتبه راکه درد رجه ضرب سازند همان مرتبه حاصل مي شود صعودي باشد یانزولي وباید دانست که براي ضرب قواعد متعدده اند وما هریکي رابه تفصیل بیان مي سازم

* قاعدۂ اول درضرب مفرد في المرکب *

وطریقش یکي اینست که مفرد رادرهرواحد ازمفردات آن مرکب علی الترتیب خواه

ابتدا از یمین خواه از یسار ضرب کرده حاصل را چنانکه در ضرب مفرد فی المفرد گفته شد
تحت یک دیگر نویسند بحیثیتکه مرفوع هر واحد محاذی مبسوط دیگری که در یمین اوست
واقع شود وبعد از ان جمع سازند و مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب را دریافته بنویسند مثلا خواستم
که لو دقیقه را در الا مرفوع مرة ح درجه ه دقیقه لو ثانیه ضرب کنم پس اول لو را در الا ضرب
نمودم لو ب شد آنرا نوشتم باز لو را در ح ضرب کردم ے صح شد ے را که مرفوع بود تحت لو
که مبسوط یمین اوست نوشتم باز لو را در صفر ضرب کردم صفر حاصل شد آنرا بیسار صح نوشتم
چرا که دران مرتبه اگر کدام رقم مي بود مبسوط حاصل ضرب درانجا می افتاد باز
لو را در لو ضرب نمودم لو لو شد لو را تحت صفر نوشتم و لو در یسار او و جمع نمودم
بدینصورت

			ب	لو
		ه	صح	ے
لو	لو			
ثالثه لو	لم	صح	مو	ب

وبعد ازان مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب را دریافتم اعني چون مرتبهٔ مضروب که دقیقه است
واحد بود و مرتبهٔ اخیر مضروب فیه که ثانیه است دو بود و مجموع آنها سه میشود پس مرتبهٔ
اخیر حاصل ضرب را ثالثه نوشتم و هو المطلوب ونیز اگر بخواهند ابتدا از یسار نموده مرفوع
و مبسوط هر مرتبه را متقاطرین نویسند و مبسوط مرتبهٔ دویم را تحت مرفوع مرتبهٔ اول نگارند
بدینصورت

		لم	ے	ب	
لو	ه	صح	لو		
ثالثه	لو	لم	صح	مو	ب

واگر بخواهند مبسوط مرتبهٔ دویم را فوق مرفوع مرتبهٔ اول رقم نمایند بدینصورت

لو	ه	صح	لو	
	لم	ه	ے	ب
ثالثه لو	لم	صح	مو	ب

* طریق دویم در ضرب مفرد فی المرکب و آن اینست که اول بنویسند
مضروب و مضروب فیه را بعد ازان مضروب را در رقم مرتبهٔ اخیر مضروب فیه
که در یسار اوست ضرب نمایند و مبسوط حاصل الضرب را بنویسند و مرفوع را در ذهن دارند
بعد ازان مضروب را در رقم یمین اخیر مضروب فیه ضرب ساخته مبسوط حاصل الضرب را
بر محفوظ افزوده انچه اقل از شصت باشد انرا در یمین اول نویسند و برای شصت واحد در ذهن

داشته بر مرفوع آن بیفزایند و در ذهن دارند و هم چنین عمل بآخر رسانند مثلاً خواستم که الد درجه را در ح مب لو مو ثالثه ضرب نمایم اول الد را در مو ضرب نمود م ح الد شد الد را که مبسوط بود نوشتم و ح را که مرفوع بود در ذهن داشتم باز الد را در لو ضرب ساختم ند الد شد الد را بر ح که محفوظ بود افزودم مب شد آنرا در یمین الد نوشتم و ند را محفوظ داشتم و باز الد را در مب ضرب نمودم لو مح شد مح را که مبسوط بود بر ند که محفوظ بود افزودم اب گردید ب را در یمین مب نگاشتم و واحد بر لو که محفوظ بود افزوده نز را در ذهن داشتم و باز الد را در ح ضرب ساختم رنب شد نب را که مبسوط بود بر نز که محفوظ بود افزوده الط را در یمین ب نگاشتم و ر را که مرفوع بود در یمین آن نوشتم چرا که مراتب مضروب فیه تمام شده بود پس حاصل ضرب ر الط ب مب الد ثالثه گردید و هو المطلوب

* قاعدهٔ دویم در ضرب مرکب فی المرکب *

وطریقش یکی ضرب شبکه است باید که شبکه چنانکه در مطلب ششم باب اول برای ضرب اعداد مذکور گردیده رسم سازند الا خطوط مورب آن از زاویه فوقانی یسری و تحتانی یمنی در هر مربعات کشند که مربعات منقسم بمثلثات شوند واحد المضروبین را فوق شبکه علی الولاء نویسند و مضروب آخر را یمین جدول بحیثیتیکه مرتبهٔ عالیه فوق مرتبهٔ سافله باشد و مفردات را باهم ضرب نموده حاصلات ضرب را در مربعات محاذی مضروبین نگارند بحیثیتیکه مرفوع در مثلث فوقانی و مبسوط در مثلث تحتانی واقع شود بعد ازان جمع نمایند چنانکه در ضرب شبکه مذکور است الا اینکه درینجا شروع جمع از یسار می شود اعنی اول رقم مثلث تحتانی مربع تحتانی یسری را بعینه نگارند و آن مبسوط حاصل الضرب اخیر مراتب مضروب و مضروب فیه است بعد ازان ارقام ما بین الخطین الموربین را که فوق اوست جمع سازند و هرچه اقل از شصت باشد آنرا یمین رقم اول نهند و باقی را به شصت مرفوع نموده عدد مرفوع را در ذهن دارند و با ارقام ما بین الخطین الموربین که فوق اوست جمع ساخته همچنان بعمل آرند و عمل تمام سازند و مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب را حاصل ساخته در اخیر حاصل الضرب نگارند مثلاً خواستم الد به م لح ثالثه را در م ط نا ک دقیقه ضرب کنم پس شبکه رسم نمودم و اول الد را در م ضرب نمودم ه نب شده را در مثلث فوقانی و نب را در تحتانی مربع محاذی یک دیگر نوشتم باز الد را

در ط ضرب نمودم ح لو شد ح را در مثلث فوقاني و لو را در مثلث تحتاني مربع محاذي الد و ط نگاشتم و باز الد را در نا ضرب ساختم ک الد گردید ک را در مثلث فوقاني و الد را در مثلث تحتاني مربع محاذي الد و نا نهادم باز الد را در ک ضرب کردم ح ۀ شد ح را در مثلث فوقاني و صفر را در مثلث تحتاني مربع محاذي الد و ک رسم نمودم پس نه را در م ضرب نمودم و ح نه را در مثلث مربع محاذي نه و م نوشتم و نه را در ط ضرب کردم و ب نه را نوشتم و باز نه را در نا ضرب ساخته ب مه را نگاشتم و باز نه را در ک ضرب کرده ۀ را نوشتم و همچنین م را در م ضرب نموده ح م را نگاشتم و م را در ط ضرب کرده و ۀ را رسم نمودم و م را در نا ضرب ساخته لد ۀ را نگاشتم و م را در ک ضرب کرده م ک را نوشتم و باز لح را در م ضرب نموده ح ند را نوشتم و باز در ط ضرب ساخته مب را رسم نمودم و باز در نا ضرب کرده لب ح را نهادم و باز در ک ضرب نموده ب م را نوشتم و جمع نمودم ، نط الب ند مد الرح م رابعه شد

وهذه صورته　　　(جدول ۶۷)

طريق ديگر بطور ضرب نايم مفردات احد المضروبين را در جميع مراتب مضروب فيه چنانکه در طريق دويم قاعدهٔ اول گفته شد ابتدا از يسار ضرب کرده ارقام حاصلات هر سطر را على الترتيب نويسند بحيثيتيکه مرتبهٔ اول حاصل ضرب رقم يمين محاذي مرتبهٔ ثاني حاصل ضرب رقم يسار واقع شود و بعد ازان جمع سازند چنانکه در ضرب نايم مي کنند مثلاً خواستم ک مب له ثانيه را در نه الو مح م دقيقه ضرب نمايم اول له را در جميع مراتب مضروب فيه ضرب نمودم لب ک لح الح ک شد بعد ازان مب را در جميع مراتب مضروب فيه ضرب ساختم لح مح مو ۀ گرديد و بعد ازان ک را در جميع مراتب مضروب فيه ضرب نمودم ح الح نو م ک شد و جمع نمودم نط ح بر ک ب الح ک ثالثه گرديد بدينصورت

		لب	ک	لح	الح	ک
	لح	مح	مو	ۀ		
ح	الح	نو	م	ک		
نط	ح	بر	ک	ب	الح ک	ثالثه

* بيان بعضي فوائد *

* فائدهٔ اول هر رقم را که در نط ضرب کنند آنرا از مرفوع که بصورت او باشد ساقط کنند که باقي مطلوب است مثلاً اگر لب را در نط ضرب نمايند لب را از لب ۀ ساقط سازند اعني بريسار آن رقم صفر نهاده آن رقم را ساقط کردم چنانکه در ضرب

مضروب

دقیقه	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	مرفوع مرة
ثوانی	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	مثانی
ثوالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	ثوامن	مثالث
روابع	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	ثوامن	تواسع	مرابع
خوامس	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	سوادس	سوابع	ثوامن	تواسع	عواشر	مخامس
	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع مرة	درجه	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	

مضروب فیہ

مقسوم

	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع مرة	درجه	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس
مخامس	معاشر	متاسع	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	خوامس
مرابع	متاسع	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	روابع
مثالث	مثامن	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث
مثانی	مسابع	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	ثوانی
مرفوع مرة	مسادس	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	دقائق
درجه	مخامس	مرابع	مثالث	مثانی	مرفوع	درجات	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	درجه

هر عدد درنه میکردم باقي ماند لا الح ونیز اگر فضل س راکه بران رقم است بر صر فوع آنرقم که بواحد از وکم باشد زیاده کنند هم مطلوب حاصل شود اعني از ان رقم واحد کم کرده بریسار آن صفر نهند وفضل س راکه بران رقم است بیفزایند مثلا در مثال مذکور از لب واحد کم کردم لا ماند وفضل س بر لب که الح است آنرا افزودم لا الح شد که مطلوب است

* فائدهٔ دویم هر رقم راکه در نح ضرب کنند پس بریسار آن رقم صفر نهاده ضعف آن رقم ازو ساقط کنند واگر در نر ضرب سازند سه امثال آنرقم ساقط نمایند

* مطلب ثالث در قسمت *

بدانکه در قسمت اعداد چنانکه نسبت مقسوم بطرف مقسوم علیه مثل نسبت خارج قسمت بطرف واحد مي باشد همچنان درینجا نسبت مرتبهٔ مقسوم بطرف مرتبهٔ مقسوم علیه مثل نسبت خارج قسمت بطرف درجه مي باشد پس بُعد مرتبهٔ مقسوم از مرتبهٔ مقسوم علیه مثل بُعد مرتبهٔ خارج قسمت از مرتبهٔ درجه خواهد بود درینصورت هرگاه فضل عدد مرتبهٔ مقسومین گرفته شود اگر مقسومین در یک طرف از درجه باشد وعدد مرتبهٔ مقسومین راجمع کرده شود اگر مقسومین در دو طرف مختلف از درجه باشند حاصل عدد مرتبهٔ خارج قسمت خواهد بود از سلسلهٔ صعودي اگر مرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه باشد والا از سلسلهٔ نزولي مثلا اگر مسادس را بر مثاني قسمت کنند چون مقسومین بطرف سلسلهٔ صعودي واقع شده اند مرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه است وفضل بین المراتب مقسومین چهار پس خارج قسمت مرابع خواهد بود واگر مثاني را بر مسادس قسمت کنند چون مرتبهٔ مقسوم علیه فوق مرتبهٔ مقسوم است درینصورت خارج قسمت روابع که از سلسلهٔ نزولي است خواهد شد واگر قائق را برثوالث قسمت کنند چون مقسومین از سلسلهٔ نزولي اند ومرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه است وفضل بین المرتبتین دو پس خارج قسمت مثاني است واگر ثوالث را بر دقائق قسمت کنند خارج قسمت ثواني باشد واگر مثاني را بر دقائق قسمت کنند خارج قسمت مثالث مي شود واگر دقائق را بر مثاني قسمت نمایند خارج قسمت ثوالث مي باشد وبراي دریافت مراتب حاصل الضرب ومراتب خارج قسمت جدولي رسم مي شود که از ان سهولیت در عمل تواند شد ومرتبهٔ حاصل ضرب وخارج قسمت از مربعات محاذي مضروبین ومقسومین معلوم توان کرد (جدول ۵۸)

وانچه درین جدول مرقوم نیست مثل مسادس وسوادس وغیر آن همبرین قیاس باید کرد
ونیز باید دانست که در ضرب مقصود حاصل کردن مرتبهٔ اخیر حاصل الضرب می شود
و در قسمت مرتبهٔ اول خارج قسمت مطلوب می باشد ودیگر مراتب از آن معلوم میتواند شد
وباید دانست که طریق قسمت چنانکه در قسمت اعداد مذکور است همچنان درینجا هم
جاري مي شود الا اینکه درینجا شروع قسمت از جانب یمین می کنند و مقسوم علیه را پایین
جدول بطرف یمین می نویسند بحیثیتیکه اول مقسوم علیه محاذي اول مقسوم باشد اگر مقسوم علیه
کمتر از مقسوم شود والا یک مرتبه بجانب یسار نقل کرده بنویسند وبعد ازان طلب اکثري
از مفردات نمایند اعني از واحد تا نط که آنرا در هر واحد از مقسوم علیه ضرب نموده حاصل
ضرب را از مقسوم که محاذي اوست ساقط توانند کرد و هرگاه چنین مفرد بیابند آنرا فوق جدول
و در یمین محاذي اخیر مقسوم علیه تا هرجاکه بخواهند نویسند وحاصل ضرب را تحت مقسوم نویسند
بحیثیتیکه آخر حاصل ضرب محاذي اخیر مقسوم علیه واقع شود وآنرا از مقسوم ساقط نموده
باقي را تحت خط عرضي نویسند ویک مرتبه بطرف یمین نقل کنند وباز مفرد دیگر بصفت مذکور
طلب سازند و اگر مفردی بصفت مذکور یافته نشود بر یسار خارج قسمت صفر نهند وطریق
طلب اکثري از مفردات آنست که در جدول ستینیه نظر کنند که رقم اول مقسوم علیه را در کدام
رقم ضرب نموده از مقسوم ساقط می توانند کرد بشرطیکه در یسار آن رقم اول مقسوم علیه
هم هر رقم دیگر که باشد در ان مفرد مذکور ضرب یافته حاصل ضرب از محاذات او ساقط تواند
شد و همچنین عمل بآخر رسانند خواه اینکه مقسوم بالکل فنا شود خواه در صورت عدم فناء مقسوم
حسب ارادهٔ خود عمل آخر کنند مثلاً خواستم که ج ء نط لو ثانیه را براله لو ح دقیقه قسمت نمایم
بعد رسم جدول مقسوم را خلال جدول نوشتم ومقسوم علیه را تحت جدول چنانکه مذکور شد
نگاشتم وطلب کردم اکثر مفرد را بصفت مذکوره از جدول ستینیه که اگر آنرا در اله که اول
مقسوم علیه است ضرب نموده از مقسوم که ج ء محاذي اوست ساقط توانند کرد مب را یافتم
وآنرا از لو که ثاني مقسوم علیه بود نیز امتحان کردم که حاصل آنهم ساقط می تواند شد پس نوشتم
مب را فوق جدول وآنرا در مقسوم علیه بطور ضرب بسیط ضرب ساختم اعني اول آنرا در ح
ضرب نمودم حاصل له ۶ شد صفر محاذي ح تحت مقسوم نگاشتم وله را محفوظ داشتم وباز

مب را در لو ضرب کردم اله ب شد له را که محفوظ بود بر ب افزودم مر گردید آنرا محاذي لو نوشتم و اله را محفوظ داشتم و باز مب را در اله ضرب ساختم بر ل گردید اله را بر ل ا فزودم نه شد نه را محاذي اله نگاشتم و بر را در یمین او نوشتم بدینصورت گردید بر نه مر ۲ و آنرا از مقسوم که ح ء لط لو بود ساقط کردم و باقي را که ح لب لو ماند تحت خط عرضي نوشته یک مرتبه بجانب یمین نقل نمودم و باز طلب مفرد دیگر نمودم که اگر آنرا در اله ضرب نمایند حاصل از ح لب نقصان نتواند شد ک را یافتم آنرا در یسار مب فوق جدول نوشتم و اول آنرا در مح ضرب نمودم لوم شد م را محاذي مح نوشتم و لو را محفوظ داشتم و باز ک را در لو ضرب ساختم ب ۲ گردید پس لو را که محفوظ بود محاذي لو نوشتم و ب را محفوظ کردم و ک را در اله ضرب نمودم ح ک شد ب را که محفوظ بود بر ک افزودم و لب را محاذي اله نگاشتم و ح در یمین او نوشتم بدینصورت شد ح لب لوم آنرا از ح لب لو ۲ ساقط نمودم باقي بط ک ماند آنرا بعد خط عرضي یکمرتبه بطرف یمین نقل نمودم و باز طلب مفرد دیگر نمودم که اگر آنرا در اله ضرب نموده حاصل را از محاذي او که بط است ساقط توانم کرد نیافتم لهذا صفر در یسار ک فوق جدول نهادم و بط ک را یک مرتبه دیگر بطرف یمین نقل نمودم و طلب اکثر مفرد بصفت مذکور نمودم مه را یافتم آنرا اول در مح ضرب نمودم لر ل گردید ل محاذي مح نگاشتم و لر را محفوظ داشتم و باز مه را در لو ضرب کردم الر ۲ شد پس لر را که محفوظ بود محاذي لو نگاشتم و الر را محفوظ داشتم و مه را در اله ضرب نمودم ح مه شد الر را بر مه افزودم اب گردید ب را محاذي اله نوشتم و واحد را بر ح افزوده ط در یمین آن نگاشتم بدینصورت شد بط ب لر ل آنرا از لط ک ۲ ۲ نقصان نمودم باقي ماند رالب ل و عمل را بحسب ارادهٔ خود قطع کردم زیرا که اگر بخواهم باز باقي را قسمت کنم تا هر جا که بخواهم لکن چون قسمت آخر نمي شود و باقي قلیل ماند و تا رابع خارج قسمت حاصل گردید زیرا که به قسمت اول اخیر مقسوم محاذي اخیر مقسوم علیه واقع شد و هر گاه ثانیه را که اخیر مقسوم است بر دقیقه که اخیر مقسوم علیه است قسمت نمایند خارج قسمت دقیقه میشود هذه صورته (جدول ۵۹)

مثال دیگر خواستم که ح نز نب ه مح ل نط خامسه را بر الط مح مح ند ثالثه قسمت نمایم رسم جدول بطور صاحب عیون الحساب چنانکه در قسمت اعداد گفته شد نمودم و مقسوم علیه را فوق جدول نگاشتم و مقسوم را در میان جدول نهادم و خارج قسمت را در یسار نوشتم چون اول الط مح مح ند

ثالثه که مقسوم علیه بود محاذی ح ح نب ه مح ثالثه افتاد درینصورت خارج قسمت اول که ربود درجه برآمد والو که اخیر خارج قسمت است خامسه شد *　　(جدول ۶۰)

* مطلب رابع دراستخراج جذر وضلع اول مضلعات *

بدانکه هرمفرد راکه فی نفسه ضرب کنند جذر گویند وحاصل الضرب رامربع وهرگاه مربع را دران مفرد ضرب سازند کعب نامند وهکذا الی غیرالنهایة چنانکه حال ضلع اول مضلعات عددیه است ودرهرضرب عدد مرتبهٔ آن مفرد برمرتبهٔ آن مفرد زیاده می شود سوای درجه مثلا اگر دقیقه رافی نفسه ضرب کنند حاصل ضرب ثوانی می شود وهرگاه ثوانی را باز در دقیقه ضرب سازند ثوالث حاصل شود وهمچنین اگرمرفوع مرة رافی نفسه ضرب سازند مثانی حاصل شود واگر مثانی را باز در مرفوع مرة ضرب نمایند مثالث حاصل گردد وعلی هذا بعد ذلک پس لامحالة عدد مرتبهٔ مضلعات هرمفرد ازضرب عدد مرتبهٔ آن مفرد درعدد منزل آن مضلع حاصل میشود صعودی باشد یانزولی مثلا اگرخواهم که عدد مرتبهٔ مال مال دقیقه بدانم چون عدد مرتبهٔ دقیقه واحد نزولی است وعدد منزل مال مال چهار پس چهار را در واحد ضرب کردم هم چهار حاصل شد دانستم که عدد مرتبهٔ مال مال دقیقه روابع است که مرتبهٔ چهارم نزولی است واگرخواهم که عدد مرتبهٔ مال کعب مثانی بدانم چون عدد مرتبهٔ مثانی دو صعودی است وعدد منزل مال کعب پنج پس پنج را در دو ضرب کردم حاصل ده شد دانستم که عدد مرتبهٔ مال کعب مثانی معاشر که مرتبهٔ دهم صعودی است خواهد بود وازین بیان معلوم شد که هر مضلع ازمضلعات مفرد درمرتبهٔ خواهد بود که عدد منزل آن مضلع عاد عدد آن مرتبه باشد پس هر مرتبه که آنرا عدد منزل مضلع عاد باشد منطق است والا اصم وهرگاه عدد مرتبهٔ مضلع را برعدد منزل قسمت نمایند خارج قسمت عدد مرتبه ضلع اول خواهد بود درینصورت درجه منطق است برای جمیع مضلعات زیراکه حاصل ضرب درجه فی نفسه همان درجه می باشد ومرفوع مرة ودقیقه اصلا منطق نمی تواند شد ومثانی وثوانی منطق بالمال اند ومثالث وثوالث منطق بالکعب ومرابع وروابع منطق بالمال ومال مال اند ومخامس وخوامس منطق بمال کعب ومسادس وسوادس منطق بکعب کعب ومال وکعب اند وعلی هذا القیاس وباید دانست که هرگاه بخواهند ضلع اول عددی که مضلع مفروض باشد بدانند فوق آن خط عرضی کشند ودرمیان

هر مرتبه خطوط طولاني رسم نمايند چنانکه در استخراج ضلع اول مضلعات اعدادمي نوشتند
ومراتب منطقه رابنقطه علامت کنند وخطوط طولاني رادراستخراج ضلع اول کعب وغيره منقسم
بصفوف سازند ونيزدريسارخطوط طولاني ديگرخطوط طولاني بعدة منزل مضلع بکشند تاهرجاکه عمل
کردن منظور باشد وابتدا ازجانب يمين کنند وهرطريقيکه دراستخراج ضلع اول مضلعات عدديه است
درينجاهم همان طور عمل مي نمايند پس اگر چيزي از مضلع مطلوب الضلع باقي نماند آن ضلع
اول تحقيقي است والّا تقريبي وظاهراست که هرقدر مراتب سطر ضلع اول که فوق جدول
نوشته مي شود در سلسلهٔ نزولي خواهد افتاد ضلع اول ادق واقرب التقريبي خواهد بود وبايدکه
عدد مرتبه منطقهٔ اول رابرعدد منزل مضلع مفروضه قسمت نموده خارج قسمت راکه عدد
مرتبهٔ مفرد خارج اول است فوق رقم خارج اول نويسند چنانکه ازمثال فهم شود ان شاء الله تعالی
مثلاً خواستم که جذر ے ط مط ک درجه بدانم آنرا درخلال جدول نوشتم وچون درجهٔ منطق
جميع مضلعات است لهذا ابتداء علامت ازان نمودم دوعلامت افتاد وچهار خانهٔ ديگر يسار
جدول کشيدم تاجذر تقريبي ادق خارج شود بعدازان طلب کردم اکثر مفردي راکه اگر آنرا
في نفسه ضرب کنم از ے ط که محاذي علامت اخير است ساقط توانم کرد الد را يافتم آنرا فوق
جدول بالای علامت وپائين محاذي آن چنانکه در استخراج جذر معمول است نوشتم
وفوقاني رادر تحتاني ضرب نموده حاصل را که طلو بود از ے ط ساقط نمودم باقي لہ ماند
والد راکه فوقاني بود بر تحتاني افزودم صح شد آنرا يک مرتبه بطرف يسار نقل کردم پس صح
مقابل لہ مط افتاد باز طلب مفرد ديگر کردم چنانکه معمول استخراج جذر است ما را يافتم آنرا
فوق علامت ثاني وپائين محاذي آن نوشتم وفوقاني رادر تحتاني ضرب کرده حاصل را
که لہ لوا بود از لہ مط ک ساقط نمودم باقي لہ نط ماند باز فوقاني را بر تحتاني افزوده وجمع کرده
يک مرتبه بطرف يسار نقل نمودم وطلب مفرد ديگر بصفت مذکور نمودم م را يافتم آنرا فوق
علامت ثالث وپائين آن نهادم وضرب کرده حاصل ضرب را که لب نه وم بود از لہ نط ؟؟
ساقط نمودم وباقي را که الہ نز ک ماند تحت خط عرضي نگاشتم وفوقاني را بر تحتاني افزوده يکمرتبه
بطرف يسار نقل نمودم وطلب مفرد ديگر نمودم الط را يافتم آنرا همچنان نوشتم وعمل تمام کردم
وچون علامت اخير که در يمين است بر مثاني افتاده بود وعدد مرتبهٔ آنرا که دو است هرگاه

برعدد منزل مجذور که هم دو است قسمت نمودم واحد خارج شد وآن عدد مرتبهٔ مرفوع مرة است پس مرفوع مرة فوق الد که خارج اول است نکاشتم خارج الد مام الط ثانیه گردید (جدول ٦١)

فائده باید دانست که علامت جذر وکعب وغیره چنانکه در استخراج جذر اعداد از یمین ابتدا با حاد می کنند همچنان درینجا از اخیر یسار که بمنزلهٔ آحاد است می نمایند الّا اینکه درینجا لحاظ مرتبهٔ منطقه هم میکنند اگر مرتبهٔ اخیر یسار منطقه مضلع مفروضه است پس از همان جا علامت شروع میکنند والا هر مرتبه که منطقه آن مضلع باشد از انجا شروع علامت می سازند مثلاً اخیر یسار دقیقه واقع شده چون برای هیچ مضلع منطق نیست لهذا اگر استخراج جذر منظور است شروع علامت از درجه خواه ثانیه خواهند نمود واگر استخراج کعب منظور شود شروع علامت از ثالثه خواهند کرد و برای ثانیه و ثالثه خطوط جدول خالی از ارقام رسم خواهند نمود و درینجا خواهند نهاد و برای استخراج کعب وغیره مضلعات اگر جدولی علیحده که ستینیه باشد رسم نموده بدارند سهولیت میتواند شد اعنی از آ تا نط مجذور و مکعب و مال مال و مال کعب وغیرآن تا هرجا که بخواهند استخراج نموده در جدولی بنویسند چنانکه برای اعداد ارقام تسعهٔ هندیه نوشته شده است

* مطلب خامس در تحویل ارقام ستینیه الی الهندیه وبالعکس *

صحاح باشد یا کسور و تحویل کسور از مخرجی بمخرج دیگر و بیان کسور اعشاریه ما هریکی را در بیانی علیحده وا می نمائیم *

بیان اول در تحویل ارقام صحاح ستینیه الی ارقام الهندیه وآن بدو طریق است طریق اول آنکه رقم اعلی مراتب ستینیه را در شصت ضرب کرده عدد یسار او بران بیفزایند و مجموع را باز در شصت ضرب کنند وحاصل را بر عدد یسار او افزوده مجموع را باز در شصت ضرب نمایند وهمچنین تا مرتبهٔ درجات برسند تا مطلوب حاصل شود مثلاً خواستم که الد اله لو درجه را تحویل بارقام هندیه نمایم الد را که بست وچهار است در شصت ضرب کردم ۱۴۴۰ شد بران بست وپنج که عدد اله است افزودم ومجموع را که ۱۴٦۵ گردید در شصت ضرب نمودم ۸۷۹۰۰ شد سی و شش که عدد لو است بران افزودم ۸۷۹۳٦ درجه شد وآن مطلوب است طریق دیگر اینکه از مجموع ارقام ستینیه انچه در احاد درجه واقع شده است آنرا بارقام آحاد هندیه نویسند وباقی را بر بے بطور

قسمت اهل تنجیم قسمت سازند ودر خارج هرچه در آحاد درجه واقع شود آنرا در عشرات هندیه
نگارند وباز باقي را برے بهمان طریق قسمت کنند وهرچه از خارج در آحاد درجه افتد آنرا در
مئات هندیه رسم نمایند وباز باقي را برے بهمان طور قسمت نمایند تا آنکه قسمت تمام شود وهیچ
باقي نماند که مطلوب براید مثلاً در مثال مذکور چون رقم آحاد درجه واست شش را در آحاد
هندیه نوشتم والد اله ل را برے قسمت نمودم بدینصورت (جدول ۶۲) ند لط
ب الولم خارج شد وچون آحاد درجه خارج قسمت ح است سه را در عشرات هندیه نگاشتم وباز را
برے قسمت نمودم ند لط برآمد نه را در مئات هندیه نگاشتم وباز ندل
را برے قسمت کردم خارج الرشد هفت را در الوف هندیه نوشتم واک را برے
قسمت نمودم خارج ح کردید هشت را در عشرات الوف هندیه رسم
نمودم عمل تمام شد و مطلوب برآمد بدینصورت ۸۷۹۳۶

ل	الو ا	ب
ل	و	
ل	و	
ے	ے	

* بیان دویم *

در تحویل ارقام هندیه الی الستینیه وآن هم بر دو طریق است طریق اول آنکه ارقام هندیه را
برشصت قسمت کنند و هرچه باقي ماند آنرا برقم درجات نویسند وباز خارج را برشصت قسمت
نمایند هرچه باقي ماند آنرا برقم مرفوع مرة نگارند وهمچنین باز خارج دویم را برشصت قسمت
سازند وهرچه باقي ماند آنرا برقم مثاني ثبت نمایند و هکذا الی اخیر مثلاً در مثال مذکور خواستم
که ۸۷۹۳۶ را تحویل برقوم ستینیه نمایم آنرا برشصت قسمت کردم بدینصورت ۱۴۶۵
سي وشش باقیماند لو درجه نگاشتم و ۱۴۶۵ را برشصت قسمت نمودم بدینصورت ۲۴
بست وپنج باقي ماند اله را در رقم مرفوع مرة نوشتم وچون بست وچهار
که خارج قسمت بود برشصت قسمت نتوانست شد لهذا الد را مثاني
نگاشتم الد اله لو شد که مطلوب است طریق دویم آنست که اعلی مراتب
رقوم هندیه را در ده ضرب کرده حاصل را از رقم ستینیه بگیرند وبران رقم
هندیه که یمین اوست برقم ستینیه بیفزایند ومجموع را باز در ے ضرب کنند
وبر حاصل رقم هندیه که یمین اوست برقم ستینیه افزوده باز در ے ضرب سازند وهمچنین تا آحاد برسند که
مجموع اخیر مطلوب است مثلاً در مثال مذکور اول هشت را در ده ضرب کردم هشتاد شد وآن برقم ستینیه اک

۸۷۹۳۶	۱۴۶۵
۶۰	۱۲۰
۲۷۹	۲۶۵
۲۴۰	۲۴۰
۳۹۳	۲۵
۳۶۰	
۳۳۶	
۳۰۰	
۳۶	

است بران هفت از رقم هنديه كه يمين هشت بود افزودم الوشد آنرا بازدر ے ضرب كردم ندل شد
بران نه راكه دريمين هفت بود افزودم بدلط گرديد آنرا در ے ضرب نمودم ب الول شد باز بران
سه راكه يمين نه بود افزودم ب الولم گشت آنرا در ے ضرب ساختم الد اله ل گرديد بران شش را
كه يمين سه بود افزودم مجموع الد اله لو شد كه مطلوب است وجدولي كه براي تسهيل تحويل
ستينيه بارقام هنديه وارقام هنديه به ستينيه مقرر شده اين است جدوله (جدول ٦٣)

* بيان سيوم دركسور اعشاريه *

بدانكه صاحب مفتاح الحساب براي تسهيل عمل استخراج نسبت محيط الى القطر كسور اعشاريه مقرر نموده اعني دارقام ستينيه بهر مرتبه از مراتب صحاح وكسر شصت راواحد مقرر مي سازند اعني شصت ثانيه رايك دقيقه وشصت دقيقه رايك درجه وشصت درجه رايك مرفوع مرة وهكذا فرض مي كنند همچنان دركسور اعشاريه ده دقيقه رايك درجه وده درجه را عشرات فرض مي نمايند وهكذا مراتب صعودي ونزولي درنسبت متساوي مي شوند ودرجه وسط في النسبة مي باشد وارقام اين اعداد را برقم هنديه مقرر ساخته اند وكسور اعشاريه را اول الاعشار وثاني الاعشار وثالث الاعشار مينامند ودر صحاح يمين آحاد درجه مينويسند يا لفظ آحاد مي نگارند ودر كسور يمين آن نام مرتبه آنرا مي نگارند مثل ثاني الاعشار يا سادس الاعشار وغير آن ونيز بايد دانست كه چون درجه را ده قسم كرده كسور اعشاريه مقرر كرده اند درينصورت مقدار هر اعشار اول شش دقيقه مي شود وچون ثاني الاعشار عشر العشر است لهذا مقدار هر ثاني الاعشار سي وشش ثانيه مي باشد وهمچنين مقدار هر ثالث الاعشار ۲۱٦ ميگردد وهكذا هر بار مضلعات شش مي افتد واعمال ضرب وقسمت وجذر وغيره چنانكه در ارقام ستينيه مي كنند هم چنان درين هم جاري مي شود الا اينكه درانجا صحاح را بدرجه ومرفوع مرة ومثاني ومثالث تعبير مي سازند درينجا آحاد وعشرات ومئات والوف اطلاق مي كنند ودر كسور چنانكه در ستينيه دقيقه وثانيه وثالثه ورابعه ميگويند درينجا اول الاعشار وثاني الاعشار وثالث الاعشار وغير آن مي نامند واستخراج مراتب حاصل الضرب وقسمت وجذر وغيره بلحاظ مراتب صعودي ونزولي چنانكه در ستينيه مي كنند درينجا هم مي نمايند مثلا اگر مضروبين مفردين بيك طرف از آحاد باشد صعودي خواه نزولي مجموع عدد مراتب آنها عدد مرتبهٔ حاصل الضرب خواهد بود، طرفيكه آن تفاضل واقع شود وهمچنين اگر مقسوم مين

بیکطرف واقع شوند عدد تفاضل مراتب مقسوم بین عدد مرتبهٔ خارج القسمت خواهد بود و اگر هر دو مختلف الطرفین باشند مجموع عدد مراتب آنها عدد مرتبهٔ خارج قسمت خواهد شد پس اگر مرتبهٔ مقسوم فوق مرتبهٔ مقسوم علیه است خارج قسمت از سلسلهٔ صعودی خواهد بر آمد والا از سلسلهٔ نزولی

بیان چهارم در تحویل کسور ستینیه الی الاعشاریه

باید دانست که چون تحویل صحاح ستینیه الی ارقام اعشاریه همان تحویل الی ارقام الهندیه است و آن در بیان اول گفته شد لهذا طریق تحویل کسور ستینیه الی الاعشاریه بیان کرده می شود و آن بر دو طریق است * طریق اول که صاحب مفتاح الحساب بیان فرموده باید که کسور ارقام ستینیه را در ے درجه اعنی عشر ضرب کنند پس اگر اعلی مراتب حاصل ضرب درجه باشد آنرا بجای اعشار اول نویسند والا بجای اعشار اول صفر نهند باز کسور حاصل الضرب را در ے درجه ضرب سازند و در حاصل ضرب ثانی اگر اعلی مراتب درجه باشد بجای ثانی الاعشار نگارند والا صفر گذارند و باز کسور حاصل ضرب باقی را در ے درجه ضرب نمایند و انچه در مرتبهٔ درجه حاصل شود بجای ثالث الاعشار نگارند والا صفر نهند و همچنین تا اینکه هیچ نماند والا تا هر جا که بخواهند پس اگر باقی اخیر اکثر من النصف بود آنرا واحد فرض کنند و اگر قلیل من النصف باشد آنرا بگذارند لقلة التفاوت مثلا خواستم ح لط مد ثالثه را تحویل بکسور اعشاریه نمایم آنرا در ے درجه ضرب نمودم ا لد نر ک ثالثه گردید آ را که درجه بود بجای اعشار اول نوشتم و لد نر ک را باز در ے ضرب نمودم ء ط لم ک ثالثه شد ء را که درجه بود بجای ثانی الاعشار نگاشتم و باز ط لم ک را در ے ضرب ساختم ا له لم ک ثالثه گشت آ را بجای ثالث الاعشار نهادم و له لم ک را باز در ے ضرب کردم ء نه لم ک ثالثه شد ء را بجای رابع الاعشار نوشتم و نه لم ک را در ے ضرب نمودم ط نه لم ک ثالثه شد ط را بجای خامس الاعشار نگاشتم و نه لم ک را در ے ضرب کردم ب له لم ک گشت ب را بجای سادس الاعشار نوشتم و عمل بحسب اراده تمام کردم وچون کسور باقی اعنی له لم ک زیاده از نصف بود لهذا واحد بر سادس الاعشار افزودم بدینصورت شد سادس الاعشار ۱۴۱۵۹۳ و در یمین آن لفظ سادس الاعشار نگاشتم که خامس الاعشار و رابع الاعشار وغیر آن ازان ممیز توانند شد * طریق دویم که این نحیف معمول دارد این است که چون مقدار اعشار اول شش دقیقه است و مقدار ثانی الاعشار سی و شش ثانیه و ثالث الاعشار ۲۱۶ ثالثه و هکذا مضلعات شش در هر مرتبه زائد می شود پس اگر در کسور ستینیه دقیقه

باشد عدد دقایق را بر شش قسمت کنند که خارج اول الاعشار است و اگر چیزی باقی ماند یا قسمت نه پذیرد آنرا در شصت ضرب کرده بر حاصل الضرب عدد ثواني بیفزایند و مجموع را بر سي و شش قسمت سازند که خارج ثاني الاعشار است و باز باقي ثواني را در شصت ضرب نموده بر حاصل الضرب عدد ثوالث بیفزایند و بر ۲۱۶ قسمت سازند که خارج ثالث الاعشار خواهد بود وهکذا تا هر جا که بخواهند عمل تمام کنند و بهمان طریق اگر باقي اخیر زیاده از نصف باشد واحد بر خارج قسمت اخیر بیفزایند والا باقي را بگذارند مثلاً در مثال مذکور که ح لط مد ثالثه را تحویل بکسور اعشاریه نمودم اول هشت را که عدد دقیقه بود بر شش قسمت نمودم خارج واحد بر آمد آنرا بجای اول الاعشار نوشتم و دو را که باقي ماند در شصت ضرب کردم یکصد و بست شد و بر ان بست و نه که عدد ثانیه بود افزودم و مجموع را که یک صد و چهل و نه گردید بر سي و شش قسمت نمودم خارج چهار گردید و پنج باقي ماند چهار را بجاي ثاني الاعشار نوشتم و پنج را در شصت ضرب نموده بر چهل و چهار که عدد ثالثه بود افزودم سه صد و چهل و چهار شد آنرا بر دو صد و شانزده قسمت نمودم خارج واحد بر آمد آنرا بجاي ثالث الاعشار نهادم و باقي را که یکصد و بست و هشت ماند در شصت ضرب نمودم و حاصل را که ۷۶۸۰ بود بر ۱۲۹۶ که مقدار رابع الاعشار است قسمت کردم خارج پنج گردید آنرا بجاي رابع الاعشار نگاشتم و باقي را که ۱۲۰۰ بود در شصت ضرب ساختم و ۷۲۰۰۰ را که حاصل ضرب است بر ۷۷۷۶ که مقدار خامس الاعشار است قسمت ساختم خارج نه بر آمد آنرا بجاي خامس الاعشار نوشتم و باقي را که ۲۰۱۶ بود در شصت ضرب نمودم و حاصل را که ۱۲۰۹۶۰ بود بر ۴۶۶۵۶ که مقدار سادس الاعشار است قسمت نمودم خارج د و بر آمد و ۲۷۶۴۸ که زائد از نصف مقسوم علیه اخیر است باقي ماند پس عمل بحسب اراده تمام کردم و واحد بر دو افزوده سه را بجاي سادس الاعشار نگاشتم مطلوب بر آمد و براي دریافت مقادیر کسور اعشاریه تا عاشر الاعشار جدولي در بیان ششم که براي افراد کسور ستینیه نوشته مي شود کافي است زیرا که بعد حذف اصفار از ارقام هندیه مقدار کسور اعشاریه میباشد

بیان پنجم در تحویل کسور اعشاریه الی ستینیه

و آن هم دو طریق است طریق اول اینکه صورت ارقام کسور اعشاریه را در شصت ضرب کرده حاصل را بر مخرج کسر اعشاریه قسمت سازند چنانکه شان تحویل کسور است پس صحاح خارج قسمت

اگر باشد آنرا بجای دقیقه نویسند وکسر راکه باقی ماند باز در شصت ضرب سازند وبر مخرج مذکور قسمت نمایند وصحاح خارج قسمت را بجای ثانیه نویسند وکسر باقی را باز در شصت ضرب ساخته بر مخرج مذکور قسمت سازند وصحاح خارج قسمت را بجای ثالثه نگارند وهکذا تا آخر عمل نمایند ودرهر قسمت که صحاح خارج نشود صفر گذارند مثلاً اگر در قسمت اول صحاح خارج نشود بجای دقیقه صفر گذارند واگر در قسمت ثانی صحاح برنیاید بجای ثانیه صفر نهند وهکذا وبدانکه در مخرج کسور اعشاریه مراد مخرج کسر اخیر است اعنی اگر کسور اعشاریه تا سادس الاعشار است پس مخرج همان سادس الاعشار مراد خواهد بود واگر کسور اعشاریه تا ثالث الاعشار است مراد مخرج ثالث الاعشار خواهد بود وطریق استخراج مخرج کسور اعشاریه این است که بریمین واحد بعدهٔ صورت اعشار صفر نهند مثلاً برای اول اعشار یک صفر نهند پس مخرج آن ده شد وبرای ثانی الاعشار دو صفر گذارند پس مخرج آن صد گردید ومخرج ثالث الاعشار هزار ومخرج رابع الاعشار ده هزار وهکذا مثلاً خواهم که ثالث الاعشار ۳۷۶ را تحویل به کسور ستینیه نمایم آنرا در شصت ضرب کردم ۲۲۵۶۰ حاصل گردید آنرا بر یک هزار که مخرج ثالث الاعشار است قسمت نمودم خارج بست ودو صحیح شد آنرا بجای دقیقه نهادم و ۵۶۰ را که باقیمانده باز در شصت ضرب کرده حاصل را که ۳۳۶۰۰ بود بر یک هزار قسمت ساختم خارج سی وسه گردید آنرا بجای ثانیه نوشتم وباز ۶۰۰ راکه باقیمانده بود در شصت ضرب نموده حاصل را که ۳۶۰۰۰ گشت بر یک هزار قسمت کردم خارج سی وشش برآمد وپنج باقی ماند آنرا بجای ثالثه نگاشتم پس بارقام ستینیه الب لج لو ثالثه شد وآن مطلوب است طریق دویم رقم اخیر یمین کسور اعشاریه را در مقدار آن کسر اخیر ضرب ساخته بر شصت قسمت کنند که باقی از جنس آن کسر به کسر ستینیه خواهد بود وباز رقم دویم کسور اعشاریه را در مقدارش ضرب نموده وبر شصت قسمت ساخته باقی را بر خارج اول بیفزایند آن کسر دویم بکسر ستینیه خواهد برآمد وهم چنین تا آخر عمل نمایند مثلاً در مثال مذکور رقم شش را که ثالث الاعشار است در ۲۱۶ که مقدار ثالث الاعشار است ضرب نمودم وحاصل را که ۱۲۹۶ شد بر شصت قسمت نمودم خارج بست ویک شد وسی وشش باقی ماند پس سی وشش ثالثه که از جنس ثالث الاعشار است گردید باز رقم دویم را که هفت بود در سی و شش که مقدار ثانی الاعشار است ضرب نمودم و حاصل الضرب را که

مز

۲۵۲ بود بر شصت قسمت ساختم چهار خارج گردید و دوازده باقي ماند و دوازده را بر بست و یک که خارج اول بود افزودم سي و سه شد آنرا بجای ثانیه که از جنس ثاني الاعشار است نهادم و باز سه را که اول الاعشار است در شش که مقدار او بود ضرب نمودم هجده شد و بر آن چهار را که خارج قسمت ثاني بود افزودم بست و دو گردید آنرا بجای دقیقه نهادم مطلوب بر آمد فافهم

* بیان ششم در افراد کسور ستینیه *

اعني اخذ آن از مخرج واحد مثلاً خواهند که دقایق و ثواني و ثوالث را برقم هندیه از یک مخرج سازند و طریقش این است که دقایق را اگر باشد در شصت ضرب کرده حاصل را بر ثواني بیفزایند و مجموع را در شصت ضرب نموده بر ثوالث بیفزایند و باز مجموع را در شصت ضرب ساخته بر روابع بیفزایند وهکذا الی الاخیر و مخرج کسر اخیر را از ثواني و ثوالث و روابع و غیر آن حاصل نموده حاصل ضرب اخیر را بر آن منسوب سازند و رجوع باقل نمایند اگر تواند شد چنانکه شان کسر است و مخارج کسور ستینیه از مضلعات شصت اند اعني مخرج دقایق شصت و مخرج ثواني مجذور شصت و مخرج ثوالث مکعب شصت و مخرج روابع مال مال شصت وهکذا بعد ذلک است پس اگر برای استخراج مخارج کسور ستینیه مضلعیکه عدد منزل آن بعدة منزل آن کسور باشد از مضلعات شش حاصل نموده و بر یمین آن اصفار بعدة عدد منزل بیفزایند مخرج کسر مطلوبه باشد مثلاً اگر خواهند که مخرج ثوالث بدانند چون عدد منزل کسر سه است و سه عدد منزل کعب است پس بر یمین کعب شش که ۲۱۶ است سه صفر افزودم ۲۱۶۰۰۰ گردید و آن مخرج ثوالث است و همچنین هرگاه آن اصفار را ساقط کنند مقدار ثالث الاعشار از ثوالث خواهد بود اعني ۲۱۶ ثوالث مقدار ثالث الاعشار است وهکذا و ما برای تسهیل جدولی تا عواشر رسم نمودم که طالبان را مفید بود (جدول ۶۴)

* بیان هفتم در تحویل کسور هندیه الی ستینیه *

و طریقش آنست که صور ارقام کسور و مخرج را جدا جدا بارقام ستینیه تحویل سازند و بعد از ان ارقام ستینیهٔ کسر را بر ارقام ستینیه مخرج از روی جدول ستینیه قسمت کنند که خارج مطلوب است مثلاً خواستم که $\frac{۱۲۰}{۱۲۲۴}$ را تحویل بکسور ستینیه نمایم صورت ارقام کسر را تحویل بارقام ستینیه نمودم ب ، شد و صورت ارقام ارقام مخرج را تحویل کردم ک لو گردید پس

ب ہ را برکلو باعتبار صحاح قسمت نمودم اعني هر دو را درجه اعتبار نمودم خارج قسمت
و ء لطلو خامسه شد و باقي آنچه ماند آنرا ترک نمودم

* بیان هشتم در افراد کسور اعشاریه *

اعني تحویل آن بکسور هندیه و طریقش آنست که کسور اعشاریه را بعینه بجاي صورت کسر هندیه نویسند و بقدر مراتب کسور اعشاریه صفر نوشته بریسار آن واحد بیفزایند که آن مخرج کسر خواهد بود اعني اگر کسر اعشاریه اول اعشار است بریسار یک صفر واحد نویسند و اگر ثاني الاعشار است بریسار دو صفر واحد نگارند و اگر ثالث الاعشار است بریسار سه صفر واحد ثبت نمایند و هکذا مثلاً خامس الاعشار ۱۷۵۴ است پس ارقام کسور را بعینه صورت کسر قرار داده بریسار پنج صفر واحد نگاشتم مخرج کسر شد بدینصـــــــــــــورت ۱۷۵۴/۱۰۰۰۰۰

* بیان نهم در تحویل کسور هندیه الی الاعشاریه *

و طریقش آنست که صورت کسر را در ده که مخرج کسر اعشاریه است ضرب نموده حاصل را بر مخرج قسمت نمایند اگر تواند شد که خارج قسمت اول الاعشار است چنانکه شان تحویل کسور است باقي را اگر چیزی بماند باز در ده ضرب کرده حاصل را بر مخرج قسمت سازند که خارج ثاني الاعشار است و باز باقي را اگر چیزي بماند در ده ضرب نموده بر مخرج قسمت نمایند که خارج ثالث الاعشار شود و هکذا تا آنکه بخواهند و باقي قلیلي را هرگاه بماند ترک کنند مثلاً خواستم که ۲۲/۸۵ را تحویل بکسور اعشاریه نمایم اول بست و دو را در ده ضرب کرده بر هشتاد و پنج قسمت نمودم خارج دو بر آمد و پنجاه باقیماند آنرا باز در ده ضرب نموده بر مخرج مذکور قسمت ساختم خارج پنج گردید و هفتاد و پنج باقیماند آنرا باز در ده ضرب کرده قسمت نمودم خارج هشت شد و هفتاد باقیماند آنرا در ده ضرب ساخته قسمت کردم خارج هشت شد و بست باقیماند آنرا گذاشتم پس ۲۵۸۸ رابع الاعشار بر آمد

* مطلب سادس در بیان بعض فوائد *

بدانکه منجمین را اکثر احتیاج استخراج مجذور جیوب اقواس و اوتار و اجذار آنها و استخراج اقواس از جیوب و اوتار و غیر آن مي شود لهذا براي آن بعض قواعد ی خاص معین کرده شده است و ما هر یکي را در بیان فوائدي مي نگارم *

فائدهٔ اول اهل تنجیم محیط هر دائره را به سه صد و شصت درجه و قطر را یکصد و بست درجه قسمت مي سازند چنانچه در مقدمهٔ بالا مذکور کرده شد لکن نسبت محیط الی القطر هر چند تحقیقی نیست الا آنچه صاحب مفتاح الحساب استخراج نموده ح ح الط مد ثالثه است اگر قطر واحد باشد و ارشمیدس میگوید که محیط دایره سه امثال قطر و اقل از سبع قطر می باشد وجمهور محاسبین نسبت محیط الی القطر را مثل نسبت هفت بطرف بست و دو قرار داده اند بهر کیف ازین اقوال مختلفه ظاهر مي شود که مقدار درجات محیطیه و درجات قطریه مفروضه اهل تنجیم با هم مختلف مي باشد اعني مقدار درجات قطریه کمتر از مقدار درجات محیطیه است چرا که نسبت سه صد و شصت که اجزاء محیطیه اند بطرف یکصد و بست که اجزاء قطریه اند نسبت سه مثل است پس بموجب نسبت مستخرجه صاحب مفتاح مقدار قطر هر گاه محیط را سه صد و شصت فرض کنند اند له مح مد که ثالثه بافراد هندیه یک صد و چهار رده صحیح و شش جزء از یازده جزء تقریبا است مي شود چون اهل تنجیم استخراج اوتار و جیوب با جزاء قطریه کرده اند لهذا هر گاه بخواهند که آنرا با جزاء محیطیه بدانند پس بطریق اربعه متناسبه آنرا استخراج نمایند اعني هر گاه اجزاء قطریه که یک صد و بست باشد مقدار وتر مفروض است پس هر گاه اجزاء قطریه اند له مح مد ثالثه باشد مقدار وتر چه خواهد بود و هم چنین هر گاه قطر بارقام هندیه سوای درجات باشد او تار وجیوب آنرا هم از اربعه متناسبه میتوان بر آورد *

فائدهٔ ثاني هر دو قوس که مجموع آنها نود درجه باشد هر یکي از آنها را تمام آن دیگر نامند وبیان جیوب و اوتار و طریق استخراج آنها در باب مساحت مفصل مرقوم خواهد شد ان شاء الله تعالی

*باب پنجم در مساحت و آن مشتمل است بر ده مقدمه و چند مطالب *

مقدمهٔ اول بدانکه مساحت بالکسر در لغت بمعني پیمودن زمین است و در اصطلاح دانستن اندازهٔ کم متصل قار است با مثال مقدار معین واحد که از جنس آن باشد و خواه با مثال ابعاض آن مقدار اعني اجزاء کسوري مقدار مذکور و خواه بهردو اعني با مثال مقدار مذکور و اجزای

مقادیر متصله اگر چه بالفعل اجزاء ندارد که اندازه کرده شود بواحد معینه بخلاف اعداد که بالفعل دران اجزاء موجود است لیکن صلاحیت دارد که فرض کرده شود در وا جزاء با مثال مقدار معینه *

کسوري او چنانکه خط را بذراع وشبر و قبضه و فرسخ و نصف قطر الارض که همه واحد خطي اند مساحت مي کنند و سطح را از مربع ذراع وغیره وجسم را از مکعب ذراع وغیره و در محیطات مناطق افلاک و سطوح و اجرام آنها بمحیطهٔ عظیمة الارض و بسطح کروي ارض و بجرم ارض مساحت می کنند و مساحت اکثر بناها از مقدار خشت ها کرده می شود و مساحت بزازین در اقمشه و پارچه اگرچه سطحی است لاکن چون صرف طول در بیع وشرا منظور می باشد لهذا بطور مساحت خطي بذراع وغیره می نمایند و چون در مقدمه ذکر حدودی چند ضرور است لهذا میگویم که چون ابعاد سه اند طول و عرض و عمق و طول عبارت است از امتدادی که اول فرض کرده شود و عرض امتداد مفروض ثاني است بحیثیتیکه قطع کند طول را بدون میلان بهیچ طرفی از دو طرف طول اعني بهیچ طرفی از دو طرف طول مائل نباشد وعمق عبارت از امتداد مفروض ثالث است که قطع کند هردو امتداد طولي وعرضي را بدون میلان بطرفی از اطراف آن هردو پس هرچه در و صرف طول باشد آنرا خط گویند و خط نزد بعضی طول محض است و از لوازم اوست که ضرورة منتهي میشود به نقطتین چراکه اگر منتهي نشود وجود غیر متناهي لازم آید و آن باطل است وطرف الخط را نقطه گویند و بعضی تعریف نقطه کرده اند که مالا جزء له اعني قبول قسمت نمیکند و بعضی گویند مالا له طول و عرض و عمق بهر تقدیر نقطه ذو وضع است اعني قابل اشارهٔ حسي است و خط بر سه قسم است مستقیم و مستدیر و منحني مستقیم آنست که جمیع نقاط مفروضه برآن خط محاذي ومقابل یک دیگر باشند وارسطو گوید که خط مستقیم اقصر الخطوط الواصلة بین النقطتین است اعني هرگاه درمیان دو نقطه خط واصل کشند هیچ خطی قصیر تر ازو نباشد وخاصهٔ خط مستقیم آنست که هیچ سطحي را خط واحد مستقیم یا دو خط مستقیم احاطهٔ تامه نمی کند واقسام خط مستقیم ده مشهور است ضلع و ساق و مسقط الحجر و عمود و قاعده وجانب وقطر و وتر و سهم وارتفاع وتعریف هریک در محل مناسب گفته خواهد شد انشاء الله تعالی وخط مستدیر آنست که محدب بود وانحناء او بیکطرف باشد و در تقعیرا و نقطه فرض توانند کرد که جمیع خطوط مستقیمه که از آن نقطه بطرف محدب آن خط خارج شوند مساوي باشند واین را خط پرگاري نیز گویند بجهت آنکه اکثری از پرکار میکشند ومنحني آنست که انحناء او بیکطرف نباشد بل که گاهی جانبی وگاهی جانبی دیگر باشد واز خط منحني در مساحت بحث نمیکنند

لعدم انضباطه بل که هر شکل که از خط منحني حاصل شود آنرا منقسم بمستقيم الخطوط خواه مستديرميسازند
اگر ممکن باشد بدانکه هرجاکه خط اطلاق ميکنند مراد خط مستقيم است و هرچه در طول
و عرض باشد فقط آنرا سطح گويند و از لوازم سطح است که منتهي ميشود بخط الا سطح کروي و آن
نيز بر دو قسم است مستوي و غيرمستوي سطح مستوي آنست که جميع خطوط مستقيمه که بالای آن
درهمه جهت کشيده شود برآن سطح منطبق باشد و بيرون ازآن سطح نيفتد و بعضي گويند که خطوط مستقيمه
برآن سطح در جميع جهات فرض تواند شد که مقابل و محاذي يک ديگر باشند و بعضي گويند هر خط
مستقيم را که برآن سطح منطبق نمايند درهر موضع آن سطح را تماس کند و غيرمستوي آنست که
چنين نباشد و غيرمستوي نيز بر دو قسم است مستدير و منحني سطح مستدير آنست که اگر يک سطح
مستوي آنرا قطع کند دوائره حادث شوند مثل سطح کره و اسطوانه و مخروط و اگر چنين نباشد
منحني خوانند و هرچه در طول و عرض و عمق هر سه باشد آنرا جسم گويند و جسم منتهي به سطح
ميشود و اگر دو خط يا زياده ازآن که در سطح مستوي واقع شوند بطوريکه اگر آنها را در جميع جهات
الی غيرالنهاية خارج کنند متلاقي يک ديگر نگردند آنها را خطوط متوازيه گويند و همچنين اگر
دو سطح يا زياده از آن بحيثيتي باشند که اگر آنها را در جهات آنها الی غيرالنهاية خارج کرده شود
ملاقي يک ديگر نشوند آن سطوح را سطوح متوازيه نامند و بعضي گويند که هر خطوط خواه سطوح
که بُعد ما بينهما مختلف نشود آنها را متوازيه نامند والمآل واحد و زاويه عبارت است از گوشه و کنج
وآن نيز بر دو قسم است زاويۀ مسطحه و زاويۀ مجسمه زاويۀ مسطحه منحدب از سطح است که واقع شود
بين الخطين المتلاقيين علی نقطة بحيثيتيکه خط واحد نشود و بعضي گويند که زاويۀ مسطحه سطح است
که احاطه کند آنرا دو خط متلاقي علی نقطة بطوريکه خط واحد نشود و زاويۀ مسطحه را زاويۀ بسيطه نيز گويند
و زاويۀ مجسمه جسم است که احاطه کند آنرا سطوح که ملتقي باشند علی نقطة و متصل شوند دو سطح
ازان سطوح بريک خط بحيثيتيکه سطح واحد نشود و زاويه را بعضي محققين از مقولۀ کيف ميدانند
و بعضي از مقولۀ کم و بعضي از مقولۀ اضافة و بعضي از مقولۀ وضع و هر نقطه که برآن دو خط متصل
به يکديگر شوند يا منقطع گردند آن نقطه فصل مشترک است درميان آن هر دو خط و همچنين هر خط که برآن
دو سطح متصل بيکديگر شوند يا منقطع گردند آن خط فصل مشترک است درميان هر دو سطح و نيز هر سطح
که برآن دو جسم متصل بيکديگر شوند يا منقطع گردند فصل مشترک است درميان آن هر دو جسم

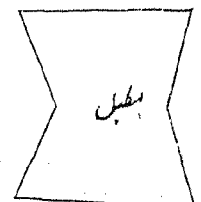
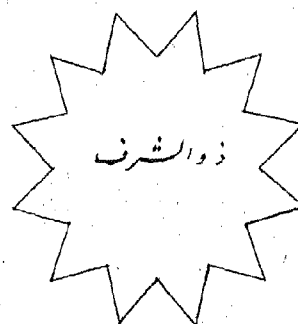
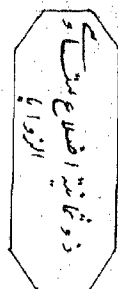
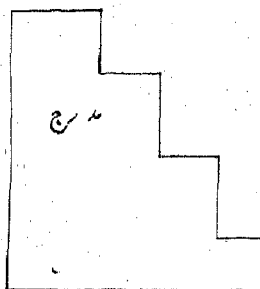
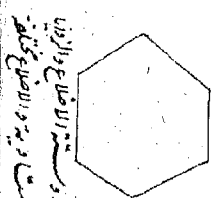
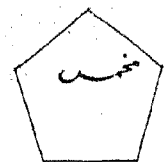
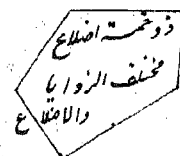
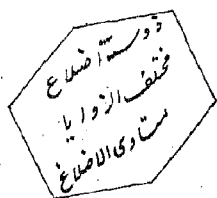
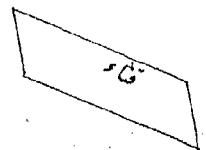
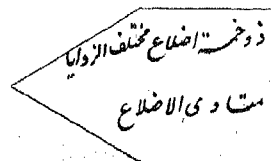
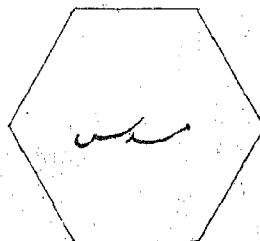
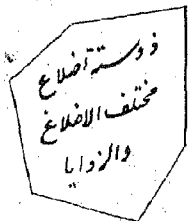
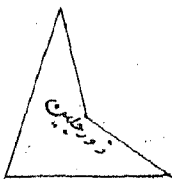
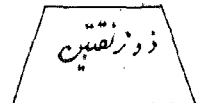
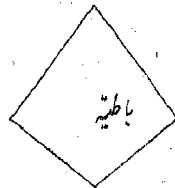
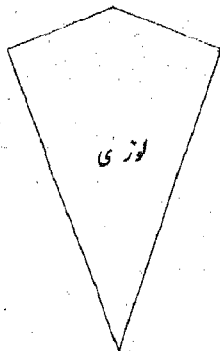
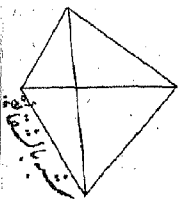
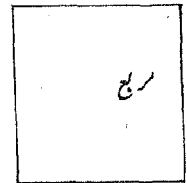
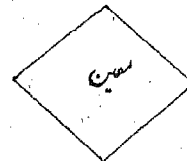
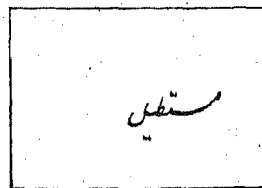
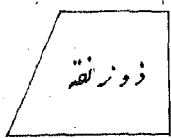
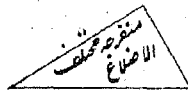
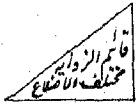
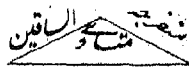
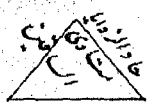
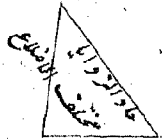
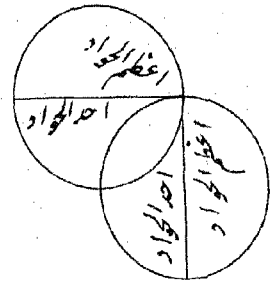
وگاهي نقطه فصل مشترک درمیان دو سطح خواه دو جسم خواه یک خط و یک جسم خواه یک سطح و یک جسم واقع میشود چنانکه در اتصال مثلثین و مخروطین علی رأسهما وغیرهما و بدانکه جسم فصل مشترک نمی تواند شد والا تداخل اجسام لازم آید و آن محال است و بدانکه نیز زاویهٔ مسطحه بر دو قسم است زاویهٔ مستقیم الخطین و زاویهٔ غیر مستقیم الخطین زاویهٔ مستقیم الخطین آنست که احاطه کند آنرا دو خط مستقیم و آن بر سه قسم است قائمه و منفرجه و حاده زاویهٔ قائمه آنست که هرگاه خطی بالای خطی قائم شود بحیثیتیکه میلان بهیچ جانب نکند در هر دو جنب آن خط قائم دو زاویهٔ متساویه حادث شود و آن هر دو زاویتین قائمتین اند و آنرا زاویهٔ محدوده نیز خوانند و باید دانست که حدوث دو قائمه بقیام خط علی خط بالفعل ضرور نیست چه قیام خطی بالای خطی اعم است ازینکه خطی بر وسط خطی قائم شود یا بر طرف خطی قائم شود و هرگاه بر طرف خطی قائم شود بدینصـــورت
پس ضرور نیست که هر دو زاویهٔ متساویه حادث بالفعل شوند بل که اگر یکی از آن دو خط خارج کرده شود زاویهٔ دیگر هم حادث خواهد شد و آن هر دو خط را عمود بر یک دیگر گویند و هر زاویه که اعظم از قائمه باشد آنرا منفرجه خوانند و اگر اصغر از قائمه بود آنرا حاده نامند و اصغر الحواد که آنرا احد الحواد ه یگویند هیچ زاویه از مستقیم الخطین نمی تواند شد چه در اصول ثابت است که تقسیم زاویه الی غیر النهایة ممکن است کما بیّنه اوقلیدس فی الشکل التاسع من المقالة الاولی و نیز اعظم الحواد از مستقیم الخطین نمی تواند شد زیراکه اعظم الحواد مابقی بعد اسقاط احد الحواد من القائمة است و هرگاه احد الحواد از مستقیم الخطین متعین نیست اعظم الحواد هم متعین نخواهد شد و زاویهٔ غیر مستقیمة الخطین آن است که احاطه کند آنرا یک خط مستقیم و یک خط مستدیر و یا هر دو خط مستدیر و آن نیز سه نوع است قائمه و منفرجه و حاده اما قائمه از خطین مستقیم و مستدیر همچون قیام خطی بر محیط دائرهٔ کره که متقاطع علی القوائم فرض کنند اما زاویهٔ قائمه از مستدیرین هرگاه حادث شود دو قسم است یکی آنکه حادث شود بر سطح مستدیر همچون زاویه ها که از تقاطع علی القوائم دوائر افلاک و کره حادث می شود چنانکه از تقاطع نصف النهار و معدل النهار اما حدوث زاویهٔ قائمه از خطین مستدیرین بر سطح مستوی سوای یک صورت که از برهان مثبت می شود متصور نیست و آن چنانست که هرگاه دائره بکشند بحیثیتیکه طرف قطر آن دائره محیط دائرهٔ دیگر را تماس کند بنهجیکه از تماس ماجد الحواد پیدا شود پس درینصورت از تقاطع دائرتین زاویهٔ قائمه حادث خواهد شد و این

قائمہ مجموع احد الحواد کہ از تماس یک دائرہ طرف قطر دائرۂ دیگراست واعظم الحواد کہ از قطر ومحیط آن حادث گردیدہ چنانکہ در اصول مبرهن علیه است هذه صورته　　(جدول ٦٤)

بهرصورت اگر این زاویہ را معادل القائمة گویند وجهی دارد الا اینکہ مستقیمین الخطین از نوع دیگر است واین از نوع دیگرودرمیان نوعین تباین کلی است ومنفرجہ اعظم الانفراج واصغر الانفراج ازاین صورت بتامل متصور می شود کما لا یخفی علی المتفطن لیکن حدوث آن هردو از یک خط مستدیر و دیگر خط مستقیم است چه احد الحواد که تعیین آن از خط مستدیر ومستقیم است اگر بر قائمۂ مستقیم الخطین بیفزایند منفرجۂ اصغر الانفراج شود وقس علیه حال اعظم الانفراج اما حادہ پس حال او ظاهر است واحد الحواد واعظم الحواد از قسم اوست بدانکه درزاویۂ غیرمستقیمین الخطین باقسامها درکتب قوم هیچ تفصیل وتحقیق واقع نیست یا باشد مگر بنظر این فقیر آن کتب نرسیده واکثری حدوث قائمه را صرف از خطین مستقیمین مقید میسازند کما یظهر من حدها وهکذا حال المنفرجة والحادة ولیکن انسب آنست که حدوث زاویه را اعم دانند کما بیّنه بعض المتأخرین ودرحقیقت تعریف زاویۂ قائمه که کرده اند تعریف خاص است که شامل نیست انواع قائمه را وتعریف اعم این ست که اگر خارج شود هرضلع آن احاطه کند مع ضلع دیگر بزاویۂ متساویة الاولی که درجنب اوست وشکل آنست که باحاطۂ حد واحد یا حدود حادث شود پس اگر احاطه کند آنرا یک خط یا زیاده از آن آنرا شکل مسطحه گویند وخواه یک سطح یا زیاده از آن آنرا شکل مجسمه گویند وانواع اشکال مسطحه بسیار است از انجمله مستقیم الاضلاع است که احاطه کند آنرا خطوط مستقیمه وهریک خط را ضلع گویند وآن نیز چند قسم است یکي از ان مثلث است که آنرا احاطه کند سه خط وآن برسه قسم است متساوي الاضلاع که هریک اضلاع او متساوي باشند ومختلف الاضلاع که هریک از اضلاع او مختلف باشند ومتساوي الساقین که دو ضلع او متساوي باشند وباید دانست که درمثلث هرزاویه که علی رأس المثلث واقع است هردو خط محیط آن زاویه را ضلعین وساقین گویند وخط ثالث را قاعده وضلع عام است خواه درمثلث خواه در دیگر اشکال که جمیع خطوط را ضلع میگویند وقاعدۂ خاص است که غیر از ضلعی که شکل برآن قائم شود بر ضلع دیگر اطلاق نمی کنند وهرضلع را بلحاظ زاویه که فوق اوست وتر آن زاویه گویند پس قاعده خاص ووتر عام است ونیز مثلث باعتبار زوایا سه قسم است مثلث قائم الزاویة

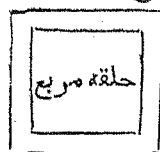
که یک زاویه از زوایای او قائمه باشد و مثلث منفرجة الزاویه که یک زاویه منفرجه باشد و مثلث حاد الزوایا که درویک زاویه هم نه قائمه باشد نه منفرجه لهذا حاد الزوایا گویند و چون ضرور است که در هر مثلث دو زاویهٔ حاده باشد خواه هرسه چراکه مجموع هرسه زاویهٔ جمیع مثلثات برابر دو قائمه می باشد پس در مثلث قائمة الزاویه یک زاویهٔ قائمه و دو حاده می باشد و در منفرجة الزاویه یک زاویهٔ منفرجه و دو حاده و در حاد الزوایا هرسه حاده می باشند و مثلث متساوي الاضلاع همیشه حاد الزوایا است و مختلف الاضلاع و متساوي الساقین قائمة الزاویه و منفرجة الزاویه و حاد الزوایا هرسه میشود پس انواع مثلث هفت است و عمود مثلث خطی مستقیم است که از یکی زاویهٔ آن برضلع موتر عمود واقع شود خواه داخل مثلث باشد خواه خارج مثلث بعد اخراج ضلع موتر باشد و آن ضلع موتر را قاعده گویند و مرکز مثلث نقطهٔ ایست داخل مثلث که بُعد جمیع اضلاع ازان نقطه مساوي بود اعني اگر آن نقطه را مرکز فرض کرده دائره در آن مثلث بکشند جمیع اضلاع را تماس کند و اگرچه في الحقیقة مرکز مثلث مرکز دائرهٔ ایست که هرسه زوایای مثلث را تماس میکند اگر آن دائره بر آن مثلث کشند لکن در مساحت مثلث احتیاج بمرکز داخلهٔ دائره است و جیب الزاویه جیب مستوي قوسی است که ضلع موتر آن زاویه وتر آن قوس باشد و مقدار زاویه همان قوس است که وتر آن ضلع موتر آن زاویه است و مراد از قوس قوس دائره است که بالای مثلث کشند و تفصیل این خواهد آمد انشاءالله تعالی دویم ذو اربعة اضلاع است که آن را چهار خط مستقیم احاطه کند پس اگر آن هر چهار مساوي اند و زوایا هم متساوي باشند آنرا مربع گویند و اگر زوایا مساوي نباشند آنرا معین خوانند و درین شکل ضرور است که زاویتین متقابلتین متساوي باشند و اگر ازان چهار خط دو دو خط متوازي متساوي باشند و زوایا هم متساوي بوند مستطیل نامند و اگر زوایا متساوي نباشند شبیه بالمعین خوانند و درین شکل هم ضرور است که زاویتین متقابلتین مساوي باشند و خطیکه بین الزاویتین المتقابلتین واصل شود آنرا قطر نامند و از جملهٔ ذو اربعة اضلاع اگر دو خط متوازي باشند و احد الباقیین عمود بر آن هر دو متوازي واقع شود آنرا ذوزنقه خوانند و خط چهارم را که منحرف است زنقه گویند و اگر احدي از باقیین عمود نباشد بل که هر دو منحرف باشند ذوزنقتین خوانند پس اگر هر دو متساوي اند ذوزنقتین متساویین اند و الا مختلفین و اگر از جملهٔ

چهار خط خطين متوازيين نبود آنرا شقائقي گويند اگر از وصل قطر اقصر دو مثلث متساوي الساقين حادث شوند كه قاعدهٔ آن هر دو مثلث خط واصل باشد وصاحب مفتاح الحساب آنرا ذو اليمين نام نهاده وبيان آن چنين كرده كه اگر ذو اربعة اضلاع ضلعين متجاورين متساويين باشند وهم چنين دو ضلع متجاور ديگر نيز متساوي باشند وضلعين اولين مخالف ضلعين آخرين بوند وتقاطع قطرين آن در داخل شكل وعلى القوائم باشد درينصورت زاويتين متقابلتين فقط در و متساوي خواهند شد وآن سه قسم است اگر زاويتين متقابلتين قائمه باشند معماران آنرا لوزي مي نامند واگر منفرجتين باشند درودگران جوداله نام مي نهند واگر حادتين باشند باطيه نام مي دارند تم بيانه واگر از وصل قطر اقصر دو مثلث مختلف الساقين حادث شوند وتقاطع قطرين آن درداخل شكل وعلى القوائم بود آنرا اين نحيف شبيه بالشقائقي نام نهاده واگر از وصل خطي بين الزاويتين دو مثلث متساوي الساقين يكي اعظم وديگر اصغر حادث شوند بحيثيتيكه اصغر داخل اعظم باشد آنرا ذو رجلين خوانند ودرينصورت آنخط واصل خارج شكل واقع خواهد شد واين شكل في الحقيقة تمام ذو اليمين الى المعين است چنانچه صاحب مفتاح بهمين عبارت تعريف ذو الرجلين نموده است وشكلي از ذو اربعة اضلاع قثاء است وآن نوعي از بادرنگ است وصاحب خلاصة الحساب ذو زنقه وذو زنقتين وقثاء را از منحرفات شمرده وغير آن را منحرفات گويند واگر زياده از چهار خط احاطهٔ سطح كند آنرا كثير الاضلاع گويند وازآن جمله اگر پنج خط مساوي احاطه كرده باشند وزوايا نيز متساوي باشند مخمس گويند وهم چنين اگر شش خط مساوي احاطه كنند مسدس وهكذا الى العشر واگر اضلاع مختلف باشند درينصورت زوايا مختلف باشند خواه مساوي ذو خمسة اضلاع گويند وهكذا الى العشرة وبعد آن لفظ قاعده بجاي ضلع بيفزايند وذو احدى عشر قاعده وذو اثنا عشر قاعده گويند وهكذا در مساوي الاضلاع اعني در مساوي الاضلاع چون اضلاع زياده از ده باشند بجاي ضلع لفظ قاعده استعمال كنند چنانكه صاحب خلاصة الحساب بيان نموده است وصاحب تحرير اوقليدس در پانزده ضلع مساوي ذو خمسة عشر ضلعا گفته است وصاحب عيون الحساب مطلقا بر كثير الاضلاع لفظ اضلاع اطلاق نموده چنانكه ذو اثنا عشر ضلعاً گفته است پس تخصيص لفظ قاعده وجهي ندارد ليكن اگر براي امتياز مساوي الاضلاع لفظ ضلع وبراى مختلف الاضلاع لفظ قاعده يا بالعكس اختيار كنند اولى واحسن است ومنجملهٔ اشكال كثير الاضلاع كه باسم خاص

شکل ۶۵
صفحہ ۱۹۲
شکل ۶۶ صفحہ ۱۹۵
اعظم الحواد
احد الحواد
مربع
معین
مستطیل
شبیہ بالمعین
ذوزنقہ
ذوزنقتین
لوزی
مسدس
مخمس
ذوسۃ اضلاع مختلف الاضلاع والزوایا
ذوخمسۃ اضلاع مختلف الزوایا متساوی الاضلاع
ذوخمسۃ اضلاع مختلف الزوایا والاضلاع
ذوستۃ اضلاع مختلف الزوایا متساوی الاضلاع
مدرج
ذوالشرف
مطبل

مخمص اند یکی مدرج وآن شکلی است که درجات او مثل درجات نردبان باشد وآنرا شکل
منبري نیز گویند ودیگر مطبل وآن شکلی است که مشابه طبل باشد وطبل نقارهٔ صغیره را گویند
که بوقت صید باز براي پرانیدن طائر مي نوازند ودیگرش وشرف بضم شین معجمه وفتح راء
جمع شرفه بضم الشین وسکون الراء کنگره را گویند تا اینجا تمام شد اشکال مستقیم الخطوط
وتخییل هر یک ازین اشکال از صور آنها بخوبي کرده میشود صور اشکال این است (جدول ٦٦)
واگر سطح را یک خط مستدیر احاطه کند بحیثیتیکه در داخل آن نقطهٔ مفروضه باشد که از و خطوط
مستقیم مساوي بطرف آنخط مستدیر خارج تواند شد آنرا دائره گویند وآن خط مستدیر را محیط
دائره وآن نقطهٔ مفروضه را مرکز وآن خطوط مستقیمهٔ خارجه را نصف قطر گویند وهر خط که مار
بمرکز شود آن خط قطر و منصف دائره است وهر خط مستقیم که دائره را بمختلفین قسمت کند
آن خط وتر قسمین است واجزاء محیط را قوس نامند واگر قوس و وتر احاطهٔ یک شکل کند آنرا
قطعهٔ دائره گویند پس اگر آن قطعه داخل آن مرکز است اعني مرکز دائره داخل شکل بود
آن قطعهٔ کبری است واگر مرکز خارج شکل باشد قطعهٔ صغری واگر قوس وقطر احاطهٔ شکل کند
نصف دائره گویند وگاهي اطلاق قطعه برآن هم مي نمایند وهمچنین قطر را هم گاهی وتر میگویند
پس وتر عام است وقطر خاص وجیب مستوي نصف وتر ضعف القوس است وگاهی تعریف
آن باین نهج می کنند که آن عمودی است خارج از یک طرف قوس بر قطریکه مرور کند
بطرف دیگر آن قوس وجیب معکوس عمودی است خارج از منتصف قوس تا منتصف وتر
وضرور است که باشد جیب معکوس یک جزء از قطر اعني جزوی از قطر خواهد بود وآنرا سهم
نیز گویند واکثری آنرا سهم نصف القوس می شمارند وبعضی سهم القوس میدانند وهذا انسب
باسمه وجیب مستوي ربع دائره که آنرا جیب اعظم وجیب مطلق میگویند مساوي جیب
معکوس است چه هر واحد نصف قطر اند وقوسی که اصغر از ربع است جیب معکوس آن اصغر
از جیب مستوي است وقوسی که اعظم از ربع است فبالعکس پس جیب مستوي تجاوز از نصف
قطر نخواهد کرد بخلاف جیب معکوس که گاهی از نصف قطر زیاده میشود وگاهی کم وگاهی مساوي
وهذا علی قول الاکثرین واگر یک قوس ودو نصف قطر احاطهٔ سطح کند بحیثیتیکه آن هر دو واحد
نشوند آنرا قطاع گویند پس اگر قوس اعظم از نصف محیط است قطاع اعظم است واگر قوس

اصغر از نصف است قطاع اصغر نامند و اگر دو قوس متساوي و مختلف في جهة التحدب که اصغر بين از نصف محيط باشند احاطه کنند آنرا مسطح بيضي و اهليلجي نيز گويند و اگر دو قوس متساوي که مختلف التحدب وهر واحد اکبر از نصف محيط بوند و احاطهٔ سطح کنند سطح عدسي گويند و شلجمي نيز خوانند و اگر دو قوس مختلف که حدبهٔ آنها الی جهة واحدة باشد وهر دو اعظم از نصف محيط باشند نعلي گويند و اگر هر دو اصغر از نصف باشند هلالي خوانند و از اشکال مسطحه که احاطه شکل مجسم را کند از مجسمات کره است اعني اگر سطح کره را تصور کنند مسطحه است و اگر جسم کره تخييل کنند مجسمه است و کره جسمي است که احاطه کند آنرا سطح مستديره که در داخل آن نقطهٔ مفروضه باشد که جميع خطوط مستقيم خارجهٔ از ان نقطه بطرف آن سطح مساوی باشند و آن سطح را محيط کره گويند و آن نقطه مرکز کره است و آن خطوط خارجه انصاف اقطار آن کره است و خطی که از مرکز مرور کرده تا بمحيط رسد قطر کره است و قطری از اقطار بلحاظ حرکت کره محور است اعني اگر کره حرکت برآن قطر کند محور می نامند و دو طرف آنرا که دو نقطهٔ غير متحرکه است دو قطب کره و حرکت مي گويند و هرگاه کره را يک سطح مستوي قطع کند دائره حادث خواهد شد پس آن دائره اگر مرور بمرکز کند عظيمه است والا صغيره و هر دو قسم کره که از قطع حاصل شوند آنرا قطعة الکرة گويند و آن دائره قاعدة القطعه هر دو است و نقطهٔ مفروضه که جميع خطوط خارجه از ان بطرف محيط قاعدهٔ آن قطعه مساوي باشد رأس القطعه و قطب القطعه است و خط واصل بين مرکز القاعدة و القطب ارتفاع و سهم قطعه است و آنچه از کره جدا کرده شود از توهم دوران نصف قطر از اقطار آن بر محيط صغيره بر بسيط آن مع ثبات يک طرف منطبق بر مرکز قطاع الکرة است و آن اکبر از نصف و اصغر از نصف مي باشد و بعبارت ديگر اگر کره را بطوری منقسم سازند که گويا يک طرف نصف قطر آنرا بر مرکز منطبق داشته طرف ديگر را بر محيط قطعهٔ صغيرهٔ کره که مفروض بر بسيط الکرة باشد گردش داده قطع کرده اند آن قطاع الکرة است پس آنچه اعظم از نصف باشد قطاع اکبر است والا قطاع اصغر و ضلع الکرة آنچه که جدا شود از کره بسبب دو نصف دائرتين عظيمتين که برآن کره متقاطع شوند و آنرا اشکال تنين گويند و منجملهٔ اشکال مجسمه اسطوانهٔ مستديره است و آن شکلي است مجسم که احاطه کرده است او را دو دائرهٔ متساوي متوازي و يک سطح مستدير العرض و مستقيم الطول

که واصل است درمیان محیط آن هر دو دائره و آن هر دو دائره قاعدهٔ اسطوانه است و خطیکه
واصل شود درمیان دو مرکز آن دو قاعده آنرا سهم و محور اسطوانه خوانند پس آن خط
اگر عمود بر قاعدتین واقع شود اسطوانهٔ قائمه است و آنرا مساوي الاقطار و قائم الزاویه نیز خوانند
و اگر بر هر دو عمود واقع نشود اسطوانهٔ مائله است و اگر بر یکي عمود واقع شود و بر دیگري عمود
واقع نگردد اسطوانهٔ ناقصه است و منجمله اشکال مجسمه مخروطهٔ مستدیره است و آن شکلیست
مجسم که یک دائره که قاعدهٔ اوست و یک سطح مستدیر صنوبري منتهي بنقطه که راس اوست
اورا احاطه کرده است و خطی که واصل است درمیان مرکز قاعده و نقطهٔ مذکوره سهم و محور
اوست پس اگر آن خط عمود بر قاعده باشد مخروط قائم است و این را متساوي الساقین
و متساوي الاسواق و متساوي الاضلاع و متساوي الاقطار و قائم الزاویه نیز گویند و اگر
خط مذکور بر مرکز قاعده عمود نباشد مخروط مائله است و بدانکه مخروط مستدیر را مخروط
صنوبري نیز گویند و ارتفاع مخروط خطی است که از راس مخروط خارج بر قاعده عمود واقع
شود و سطح قاطع للمخروط که متوازي قاعده باشد مخروط را دو قسم میکند مخروط اصغر که متصل
راس آن باشد و دیگر مخروط ناقص که متصل قاعده باشد و اسطوانهٔ مضلعه شکلیست که هر دو
قاعدهٔ او شکلین مستقیم الخطوط متماثلین باشند و بجاي یک سطح مستدیر سطوح ذوات الاربعة
المتوازیه باشند و مخروط مضلع آنست که احاطه کند او را قاعدهٔ مستقیم الخطوط و سطوح مثلثات
که قاعده هاي آن مثلثات اضلاع قاعدهٔ اوست بدانکه این هر دو تعریف خاص است و تعریف
اعم اسطوانهٔ مضلعه این است که هر دو قاعدهٔ او شکلین متماثلین غیر الدائرتین باشند و بجاي
سطح مستدیر سطح یا سطوح مستقیم في الطول بود و تعریف اعم مخروط مضلع این است که احاطه
کند او را شکلي غیر دائرهٔ که آن قاعدهٔ اوست و یک سطح یا سطوح مستقیم في الطول که تنگ
شده تا بنقطه منتهي شود و نیز از اشکال مسطحه سطح فلکیه است و آن اسطوانهٔ مجوفه مساوي الثخن
است بشرطیکه ارتفاع او از قطر قاعدهٔ او زیاده باشد و قطر قاعدهٔ تجویف او از نصف قطر قاعدهٔ
او اقل بود خواه مساوي و ثخن او از سمک اعني ارتفاع او اقل باشد خواه اکثر پس اگر قطر قاعدهٔ
تجویف او اکثر از نصف قطر قاعدهٔ او باشد بحیثیتکه ثخن او اقل از ارتفاع او بود آنرا دف نامند
و آنچه لرتفاع او از قطر قاعدهٔ او اکثر باشد آنرا انبوبه خوانند و بعضي دف را باین عبارت تعریف

کرده اند که الذي في کرة مجوفة مساوي الثخن افرز منها قطعتان تکون قاعدتهما متساويتين متوازيتين وهذا شبيه بصورته　　　صورا شکال این است　　　(جدول ۶۷)

وبعضی از اشکال مسطحه حلقه است وآن دو نوع است المربع والمستدیر حلقهٔ مربع شکلیست که مابین دو مربع متوازي سطحی حادث شود هکـــــذا

حلقهٔ مربع

وثاني از اشکال مسطحه حلقهٔ مستديره است وآن شکلی است که احاطه کند او را دو محیط دائرتین که متحد المرکز باشند اعني سطح مابین دائرتین که بریک مرکز کشند ویکی خرد ودیگري کلان باشد بدینصورت　　　(جدول ۶۸)

وقطاع حلقه شکلی است که از احاطهٔ دو قوس متوازي ودو خط مستقیم که مسامت مرکز باشد واگر تا بمرکز کشند خط واحد مستقیم نشوند حاصل می شود وآن نیز مثل قطاع دائرهٔ اصغر واعظم از نصف میتواند شد بدینصورت.　　　(جدول ۶۹)

وقطعهٔ حلقه شکلیست که حاصل شود از احاطهٔ دو قوس متوازي ودو خط مستقیم که اگر یکي از ان دو خط بطرف دیگري خارج کنند یک خط مستقیم شود وآن نیز اکبر واصغر از نصف میشود　(جدول ۷۰)

ودیگر شکلیست که از قسي متساوي حاصل شود که اگر درون او دائره بکشند اشکال هلالیات حادث شوند واین را اگر ذوی القسي نامند انسب است وهذه صورته　　　(جدول ۷۱)

* بیان بعضی اشکال مجسمهٔ دیگر *

باید دانست که اگر از یک مخروط قائم معین مجسمی که یک راس او مرکز قاعدهٔ مخروط باشد جدا کنند مجسم باقي را فضل المخروط نامند وان باقي مثل مخروط ناقص است که از جوف آن مخروطی دیگر برآورده شده که راس او مرکز قاعدهٔ آن مخروط ناقص وقاعدهٔ او سطح اعلی آن مخروط ناقص باشد هکـــــذا　　　(جدول ۷۲)

واگر از یک معین مجسم معین مجسمی دیگر که هردو راس یکی بعینه هردو وراس دیگری باشد بیرون آورند مجسم باقي را فضل المعین نام نهند وآن گویا مرکب است از دو مخروط قائم که یکی از آن تام ودیگری ناقص که قاعدهٔ هردو یکی است واز جوف آن مخروطیکه راس او راس مخروط تام است وقاعدهٔ او بر سطح اعلی مخروط ناقص بیرون آورده شده هکذا صورته　(جدول ۷۳)

وچون دو مثلث وسه سطح متوازي الاضلاع بجسمی محیط شوند آنرا منشور گویند وآن

در حقیقت اسطوانهٔ مثلث القاعدتین است و دیگر از مجسمات که باحاطهٔ سطوح متماثله متساوي الاضلاع والزوایا حاصل شود پنج قسم است قسم اول ذو اربعة قواعد مثلثات متساوي الاضلاع والزوایا وآن در حقیقت مخروط مثلث القاعده است که اضلاع او مساوي اضلاع قاعده باشد واین قسم مجسم را در تحریر منسوب الی النار گفته قسم دویم ذو ستهٔ مربعات متساویات وآنرا مکعب خوانند واین مجسم منسوب الی الارض است وقسم سیوم ذو ثمانیهٔ قواعد مثلثات متساوي الاضلاع والزوایا واین مجسم منسوب بهواء است وقسم چهارم ذو عشرین قاعدهٔ مثلثات متساویات الاضلاع والزوایا واین منسوب بآب است قسم پنجم ذواثنا عشر قاعده مخمسات متساویات الاضلاع والزوایا واین منسوب به سماء است واین هر پنج اقسام ممکن است که درمیان کرهٔ مفروضه واقع شوند یا کرهٔ مفروضه درمیان آنها واقع شود پس اگر درمیان کره واقع شوند سطح کره مماس زوایای آن مجسمات خواهد شد واگر کره درمیان آنها واقع شود سطح کره مماس مراکز سطوح قواعد خواهد بود ونیز بعضي از مجسمات است که باحاطهٔ دو صنف از سطوح متساوي الاضلاع والزوایا حاصل شود وممکن است که درمیان کره واقع شوند و سطح کره مماس زوایاي این مجسمات باشد وممکن نیست که کره درمیان این مجسمات واقع شود بحیثیتیکه سطح کره مماس مراکز سطوح قواعد آنها گردد بل که درمیان این مجسمات دو کره واقع میتواند شد که سطح یک کره مماس مراکز سطوح قواعد صنفي وسطح کرهٔ دیگر مماس مراکز سطوح قواعد صنف اخری باشد واقسام آن که مساحت هریک ازان بطور خاص است و درین نسخه مذکور خواهد شد هفت است قسم اول ذو ثمانیه قواعد متساوي الاضلاع والزوایا که چهار ازان مثلثات وچهار مسدسات باشند قسم دویم ذو اربعة عشر قاعده که شش ازان مربعات وهشت مثلثات باشند قسم سیوم ذو اربعة عشر قاعده که شش ازان مثمنات وهشت مثلثات باشند قسم چهارم ذو اثنا وثلثین قاعده که دوازده ازآن مخمسات وبست ازان مثلثات باشند قسم پنجم ذو اثنا و ثلثین قاعده که دوازده ازآن معشرات وبست ازآن مثلثات باشند قسم ششم ذو اربعة عشر قاعده که هشت ازان مسدسات و شش مربعات باشند قسم هفتم ذو اثنا و ثلثین قاعده که دوازده ازان مخمسات وبست مسدسات باشند واشکال مجسمات بر صفحه راست نمي آید مگر ترکیب ساختن اکثري ازان در مقدمهٔ ثاني در مسئلهٔ چهل وششم مذکور خواهد شد انشاء الله تعالی ونیز بعضی از مجسمات است که باحاطهٔ سه

صنف از سطوح متساوی الاضلاع والزوایا حاصل شود پس آن مجسم سه کره مفروضه را محیط خواهد شد و هریکی از سه کره یک صنف راکه فی الحقیقة قاعدهٔ مخروط باشند بر مرکز قاعده مماس خواهد شد اعني یک کره یک صنف سطوح را وکرهٔ دیگر سطوح صنفی دیگر را وسیومي سطوح صنف آن سیومي را برمراکز قواعد تماس خواهد کرد وانواع آن کثیر است همچون مجسمی که محاط باشد به شش مثمن وهشت مسدس ودوازده مربع وهمچنان مجسمی که محاط باشد بدوازده معشر وبست مسدس وسي مربع وغیرآن وبعضی از اشکال مجسمه طاق وازج بفتحتین وزاء معجمه وجیم است وفرق درطاق وازج این ست که عرض طاق از سبعه او زیاده میشود بخلاف ازج وآنچه که در طاق عرض است در ازج طول میگویند وآن هردو مجسم اند که احاطه کرده است آنراد وسطح مستوي ومتساوي که هردوسطح روي آن مجسم اند ودو سطح دیگر مستدیر یا قریب الاستداره ومتوازي که هردو محدب ومقعرآن مجسم است وتفصیل اقسام این از مفتاح باید طلبید

* مقدمهٔ دویم در بیان بعض مسائل هندسي،
وقواعدی که متعلق از مساحت است *

مسئلهٔ اول به شکل ه من مقالهٔ اولی در مثلث متساوي الساقین هردو زاویه که بر قاعده واقع میشوند متساوي می باشند *

مسئلهٔ دویم هرگاه دوزاویه در یک مثلث متساوي باشند هردوضلع آن مثلث که موترآن هردوزاویه اند متساوي خواهند بود به شکل و منه *

مسئلهٔ سیوم اگر بخواهند که تنصیف زاویه نمایند هردو ضلع را که محیط زاویه اند مساوي فصل کنند وخط واصل بین النقطتین الفاصلتین بکشند پس مثلث متساوي الساقین حادث خواهد شد وهرگاه از زاویه خطی برنصف قاعده بکشند آن خط منصف زاویه خواهد بود به شکل ط منه *

مسئلهٔ چهارم هرگاه خطی خط دیگر را قطع کند چهار زاویه حادث خواهد شد از ان دو دو زاویه متقابلتین متساویتین خواهند بود به شکل یه منه *

مسئلهٔ پنجم هرسه زاویه هرمثلث معادل دو قائمه مي شود و هرمثلث که یک ضلع اورا اخراج کنند پس زاویهٔ خارجه مساوي هردوزاویهٔ متقابلتین که داخلتین مثلث اند خواهد بود

بشکل لب منه پس دوزاویهٔ هر مثلث از دو قائمه کمتر خواهد بود ودر یک مثلث دو قائمه یا یک قائمه و یک منفرجه واقع نمی تواند شد *

مسئلهٔ ششم در هر مثلث ضلع اعظم وتر زاویهٔ اعظم میشود وضلع اصغر وتر زاویهٔ اصغر بشکل یه منه *

مسئلهٔ هفتم مجموع دو ضلع هر مثلث اعظم از ضلع ثالث می شود بشکل ک منه *

مسئلهٔ هشتم هرگاه بر خطی دو عمود قائم شوند و هر دو طرف هر دو عمود را بخطی وصل نمایند هر چهار زوایا قائمه خواهند شد به قضیهٔ ثالث بشکل الح منه *

مسئلهٔ نهم در هر سطح ذو اربعة اضلاع قائم الزوایا ضلعین متقابلین متساوی خواهند بود به قضیهٔ رابع بشکل الح منه *

مسئلهٔ دهم اضلاع متقابلین از سطوح متوازی الاضلاع متساوی میباشند بشکل لد منه *

مسئلهٔ یازدهم هر دو سطح متوازی الاضلاع که بر قاعدهٔ واحد فی جهة واحد درمیان دو خط متوازی باشند متساوی خواهند بود بشکل له منه وهذه صورته * (شکل ۷۴)

مسئلهٔ دوازدهم هر سطح متوازی الاضلاع و مثلث که بر قاعدهٔ واحد فی جهة واحد مابین دو خط متوازی باشند آن سطح ضعف مثلث خواهد بود بشکل ما منه وهذه صورته * (شکل ۷۵)

مسئلهٔ سیزدهم در هر مثلث قائم الزاویه مربع وتر مساوی مربعین ضلعین خواهد بود بشکل مز منه واین مسمی بشکل عروس است *

مسئلهٔ چهاردهم مسطح یک خط در خط آخر مساوی مجموع مسطحات آن خط در اقسام خط آخر است بشکل آ من ب *

مسئلهٔ پانزدهم مسطح خط در جمیع اقسام خودش مساوی مربع اوست بشکل ب من ب *

مسئلهٔ شانزدهم مسطح خط در یکی از دو قسم خودش مساوی مجموع مربع آن قسم و مسطح آن قسم در قسم آخر است بشکل ج من ب *

مسئلهٔ هفدهم هر خط را که تنصیف کنند و بر و خط دیگر علی الاستقامة بیفزایند پس مجموع مسطح آن خط مع الزیادة در زیادت مع مربع النصف مساوی مربع نصف مع الزیادة است بشکل و من ب *

مسئلهٔ هجدهم چهار امثال مسطح خط فی احد قسمیه مع مربع قسم آخر مساوی مربع خط است که بر آن بقدر قسم اول زیاده کرده باشند بشکل ح من ب *

مسئلۀ نوزدهم در هر مثلث منفرجة الزاویه مربع وتر زاویۀ منفرجه اعظم از مربعین ضلعین می باشد بقدر ضعف مسطح قاعده در مقداری که بعد اخراج قاعده مذکور در میان زاویه وموقع عمود که از احد الزاویتین الباقیتین بکشند واقع شود اعنی سوای ضلع وتر منفرجه از ضلعین دیگر یکی را قاعده فرض کنند واز احد الزاویتین که حاده اند عمود بر آن ضلع بکشند پس لا محالة آن عمود خارج از مثلث خواهد بود وقدر واقع در میان زاویه وموقع العمود نیز خارج از مثلث خواهد افتاد بدینصورت * (شکل ۷۶)

پس ضعف مسطح آن ضلع که قاعده فرض کرده شده است در قدر واقع بین الزاویه وموقع العمود مقدار تفاضل مربع وتر بر مجموع مربعین ضلعین است بشکل یب من ب *

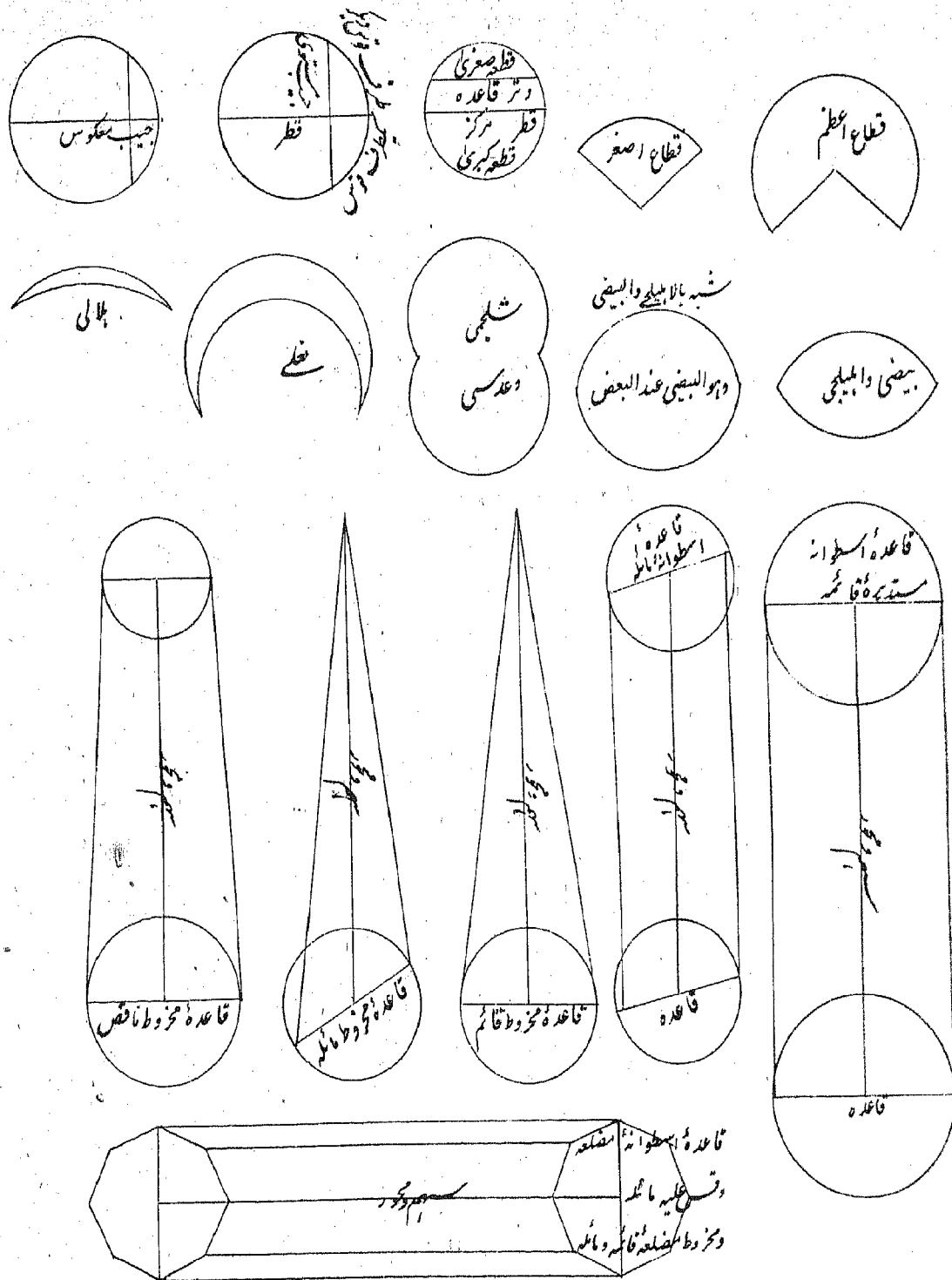
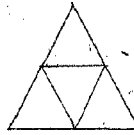
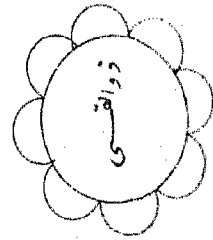
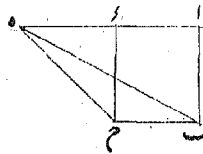
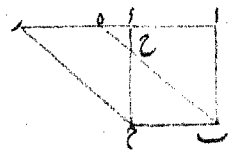
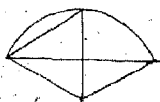
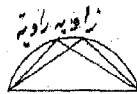
مسئلۀ بستم در هر مثلث مربع وتر زاویۀ حاده اصغر از مربعین ضلعین بقدر ضعف مسطح قاعده در قدر واقع بین الزاویه وموقع العمود خواهد بود چنانچه در مسئلۀ نوزدهم گفته شد بشکل یج من ب *

مسئلۀ بست ویکم در دائره هر خط که از مرکز بر وتر خارج کرده شود پس اگر آن خط منصف وتر شود آن خط عمود بر آن وتر است واگر عمود است منصف وتر است بشکل ج من ج *

مسئلۀ بست ودویم در دائره زاویۀ مرکزیه ضعف زاویۀ محیطیه می شود صورته هکذا بشکل ط من ج * (شکل ۷۷)

مسئلۀ بست وسیوم جمیع زوایای محیطیه که در یک قطعه واقع شوند متساوی خواهند بود بشکل ک من ج * (شکل ۷۸)

ونیز هر دو زاویۀ متقابلتین از زوایای ذی اربعة اضلاع که در دائره واقع شوند معادلتین لقائمتین خواهند بود بشکل یا من ج *

مسئلۀ بست وچهارم اگر خواهند مرکز قطعۀ دائره بدانند پس وتر را تنصیف سازند وبالای نقطۀ منصف عمود سهم بکشند پس لا محاله منصف قوس خواهد بود وازان عمود تا یکطرف قوس خط واصل کشند تا مثلث قائم الزاویه حادث شود ووتر زاویۀ قائمه خط واصل باشد بعد ازان از هر دو جانب وتر دو خط خارج نمایند که آن هر دو ملاقی شوند بحیثیتیکه زاویۀ وتری مساوی زاویۀ قوسی که از عمود وخط واصل حادث شده است باشد پس نقطۀ متلاقی الخطین مرکز خواهد بود وهذه صورته واین متفرع بشکل ا و ج من ج است * (شکل ۷۹)

شکل ۶۷
صفحه ۱۹۸
جیب معکوس
قطر
قطعهٔ صغری
وتر قاعده
مرکز
قطر
قطعهٔ کبری
قطاع اصغر
قطاع اعظم
هلالی
نعلی
شلجمی
عدسی
شبیه بالاهلیلجی والبیضی
وهو البیضی عند البعض
بیضی والاهلیلجی
قاعدهٔ اسطوانهٔ مائله
قاعدهٔ اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمه
قاعدهٔ مخروط ناقص
قاعدهٔ مخروط مائله
قاعدهٔ مخروط قائم
قاعده
قاعده
سهم و محور
قاعدهٔ اسطوانهٔ مضلعه
وقطع علیه مائله
ومخروط مضلعهٔ قائمه و مائله
Asiatic Lith: Co's Press 6/1 Chowringhee

و بالحساب بموجب مسئلهٔ بست و هفتم مربع نصف و تررا بر سهم قسمت کنند خارج قسمت مع سهم قطردائره خواهد بود پس آنرا تنصیف سازند که موقع مرکز حاصل شود اعنیٔ خطی مستقیم مقدار نصف قطر از منصف قوس بحیثیتیکه و تررا بزاویهٔ قائمه تقاطع نماید بکشند مرکز حاصل خواهد شد ونیزاگر مجموع مربع نصف وتر و مربع سهم را بر سهم قسمت کنند خارج مقدار قطر خواهد برآمد *

مسئلهٔ بست و پنجم در یک دائره یا در دائرتین متساویتین هرگاه دو وترد و قوس متساوي باشند آن هرد و قوس هم متساوي خواهند بود بشکل الز من ج *

مسئلهٔ بست و ششم در هرقطعه که نصف دائره باشد زاویهٔ محیطیهٔ قائمه و در قطعهٔ اعظم از نصف زاویهٔ حاده خواهد افتاد واگر قطعهٔ اصغر از نصف بود زاویهٔ منفرجه خواهد افتاد بشکل ل من ج *

مسئلهٔ بست و هفتم هرگاه دریک دائره دو وتر باهم متقاطع شوند خواه یکي ازان قطر باشد یانباشد پس هرد و وتر منقسم بد و قسم خواهد شد و مسطح قسمین هر وتر مساوي مسطح قسمین وتر آخر خواهد بود بشکل لد من ج *

مسئلهٔ بست و هشتم هرگاه دو خط از یک نقطه که خارج از دائره باشد بطرف دائره بکشند به نهجیکه یکي ازان دائره را تماس کند و دیگري قطع نماید پس مسطح جمیع قاطع در مقداریکه خارج از دائره است مساوي مربع خط مماس خواهد بود وهذه صورته بشکل له من ج (شکل ۸۰) مسطح اج في ءا مساوي مربع اب است *

مسئلهٔ بست و نهم اگر خواهند در مثلث دائره بکشند بحیثیتیکه هرسه اضلاع مثلث مماس دائره شوند پس هرسه زاویه را تنصیف نمایند و هر جاکه آن خطوط منصف ملاقي شوند مرکز دائره خواهد بود بشکل ء من ء و این ضعیف میگوید که هراضلاع مثلث را دو قسم نمایند بحیثیتیکه یک قسم یک ضلع مساوي یک قسم ضلعیکه مجاور اوست باشد و هردو قسم محیط یک زاویهٔ مثلث باشند و بعد ازان بر هر نقطهٔ مقسم هر ضلع عمود خارج سازند پس نقطهٔ ملاقي عمودها مرکز است و نیز بالحساب فضل نصف مجموع اضلاع بر هر یک ضلع بگیرند و آن تفاضلات را باهم ضرب سازند اعني اول را در دویم و حاصل را در سیوم و حاصل ضرب را بر نصف مجموع قسمت نمایند که جذر خارج قسمت مقدار نصف قطر دائره محاط خواهد بود

وهرگاه بآن مقدار عمود بر نقطهٔ مقسم بکشند مرکز دائره حاصل شود فافهم هذه صورته (شکل ۸۱)
باید دانست که درینصورت در مثلث شش مثلث قائم الزاویه حادث میشوند که سه از ان مساوي سه آخر اند و احدالساقین آنها عمود مرکزي است و ساق آخر احد من قسمین ضلع است و ازین متفرع میشود که مثلث اول مساوي سه مستطیل است که یکي از ضلع او عمود و دویم قسمي از قسمین متساویین ضلعین متجاورین است بلکه مساوي یک مستطیل است که یک ضلع او عمود مرکزي و ضلع دویم او نصف مجموع اضلاع مثلث است و نیز اگر بخواهند که علی المثلث دائره بکشند دو ضلع متجاورین را تنصیف نموده از هر دو نقطه منصف دو عمود خارج کنند و هرجا که آن عمود ملاقي شوند مرکز دائره خواهد بود پس ببعد خط واصل من المرکز واحد الزاویه مثلث دائره بکشند و هوالمطلوب من شکل ه من د چنانچه در قواعد استخراج قطر کره مذکور کرده شده است *

مسئلهٔ سي ام هر دو سطح متوازي الاضلاع خواه دو مثلث که متساوي الارتفاع باشند پس نسبت یکي بطرف دیگري مثل نسبت قاعدهٔ هر دو خواهد بود و باید دانست که ارتفاع عبارت است از عمودیکه بالاي قاعده از زاویهٔ راس المثلث کشیده شود بشکل آ من و *

مسئلهٔ سي و یکم هر دو مثلث که متشابهة الاضلاع باشند اعني نسبت یک ضلع مثلث بطرف دیگر ضلع او مثل نسبت یک ضلع مثلث دویم بطرف دیگر ضلع او باشد پس نسبت مثلث بطرف مثلث مثل نسبت ضلع او بطرف ضلع مثلث آخر که نظیر اوست خواهد بود مثناة مثلاً یک مثلث است که یک ضلع او ۳ و ضلع دیگر ۴ و ضلع سیومي ۵ و مثلث دویم است که یک ضلع او ۶ و ضلع دیگر ۸ و ضلع سیومي ۱۰ و این متشابهة الاضلاع است پس نسبت مثلث اول بطرف ثاني مثل نسبت ضلع او بطرف ضلع مثلث دویم که نظیر اوست مثناة است و چون نسبت یک ضلع بطرف ضلع مثلث آخر نسبت نصف است لهذا نسبت مثلث اول بطرف مثلث ثاني نسبت نصف نصف است بشکل یج من و *

مسئلهٔ سي و دویم جمیع سطوح کثیر الاضلاع که متشابه باشند اعني متشابهة الاضلاع بوند منقسم بمثلثات متساوي العدة میشوند و نسبت یک سطح بطرف سطح دیگر مثل نسبت ضلع هر دو که نظیرین باشند خواهد بود مثناة بشکل ط من و *

مسئلهٔ سی وسیوم جمیع سطوح متوازی الاضلاع که برقطر یک سطح متوازی الاضلاع[۳] واقع شوند بایک دیگر متشابه خواهند بود ونیز متشابه به سطح اعظم خواهد شد بشکل لح من و *

مسئلهٔ سی وچهارم اگرخواهم که برنقطهٔ مفروضه ازخط مفروضه زاویه مثل زاویهٔ مفروضه درست کنم برد وخط محیط زاویهٔ مفروضه دو نقطه فرض کرده آن هردونقطه راباهم وصل کنم تامثلث پیدا شود وبر نقطهٔ مفروضه ازخط مفروضه مثلثی مثل آن مثلث بسازم پس زاویه که برنقطهٔ مفروضه حادث خواهد شد مثل زاویهٔ مفروضه خواهد بود بشکل لح من ا *

مسئلهٔ سی وپنجم اگربخواهند که برضلعی ازاضلاع مثلث عمود ازنقطهٔ زاویه که آن ضلع وتر اوست بکشند پس اگروترمذکورقاعدهٔ مثلث متساوی الساقین است یامتساوی الاضلاع نقطهٔ منصف القاعده موقع عمود خواهد بود واگرمثلث مختلف الاضلاع پس اگرضلع اطول را قاعده فرض کرده وبرنقطهٔ زاویه قوسی ببُعد احدالضلعین بلکه ببعد ضلع اقصربکشند تاوتررا که قاعده است بردونقطه قطع کند خواه آن هردونقطه داخل مثلث باشندخواه یکی داخل ویکی خارج وخط مابین النقطتین راتنصیف سازند که نقطهٔ منصف موقع العمود خواهد بود ونیز اگر ببعد نصف احدالضلعین قوس بکشند نقطهٔ تقاطع قاعده موقع العمود خواهد بود وهرگاه اززاویه برموقع العمود عمود بکشند مثلث قائم الزاویه حادث خواهدشد که وترآن ضلعی ازمثلث باشد پس اگرخواهند که مقدارعمود بدانند مربع مابین موقع العمود وضلع را ازمربع ضلع ساقط نمایند جذرباقی مقدارعمود است وهذا بالعمل وبالحساب طریق هاست طریق اول مجموع الساقین رادرتفاضل بینهماضرب کرده حاصل الضرب رابرقاعده قسمت سازند پس خارج اگرمساوی قاعده باشد اقصرالاضلاع عمود برقاعده خواهد بود واگرخارج اقل ازقاعده یااعظم باشد پس نصف تفاضل بین القاعده والخارج مقدارماوقع بین اقصرالساقین وموقع العمود است خواه داخل مثلث باشد درصورتیکه خارج اقل ازقاعده بود خواه خارج مثلث درصورتیکه خارج اکثرازقاعده باشد وبدانکه این قاعده سوای مثلث متساوی الاضلاع ومساوی الساقین درهر مثلث مختلف الاضلاع جاری میشود واگرچه صاحب خلاصة الحساب تخصیص نکرده است طریق

---

۳ در بعضی نسخ این کتاب بشکل لح من و ودربعضی بشکل له من و واقع است وحال آنکه این مسئله مطلب شکل کب من و است

دویم در جمیع مثلثات احد الاضلاع را قاعده فرض کرده وفضل بین مجموع مربعین قاعده واحد الساقین وبین مربع ساق آخر را بر ضعف قاعده قسمت سازند خواه نصف فضل را بر قاعده قسمت سازند که خارج مقدار مابین ساق اول وموقع العمود است خارج باشد یا داخل طریق سیوم در جمیع مثلثات فضل نصف مجموع اضلاع علی احد الساقین را در فضل الساقین علی القاعده ضرب کرده حاصل را بر قاعده قسمت کنند وفضل بین الخارج وساق اول بگیرند که آن مقدار مابین الساق وموقع العمود است پس اگر قاعده ضلع اطول باشد وساق اطول از خارج بود موقع العمود داخل مثلث خواهد بود واگر ساق اقصر از خارج باشد موقع العمود خارج از مثلث خواهد افتاد واگر قاعده احد الاقصرین وساق مساوی خارج بود یا فضل ساق علی القاعده مساوی خارج بود پس اقصر الساقین عمود خواهد بود طریق چهارم که مختص بمثلث قائم الزاویه است ضلعین اقصرین را در یکدیگر ضرب ساخته حاصل را بر ضلع اطول که قاعده است قسمت کنند خارج عمود باشد واگر مربع یکی از دو ضلع اقصر را بر قاعده قسمت سازند خارج مقدار ما وقع بین ذلک الضلع وموقع العمود خواهد بود طریق پنجم که مخصوص مثلث حاد الزوایا متساوی الاضلاع است جذر سه ربع مربع احد الاضلاع مقدار عمود است طریق ششم مخصوص مثلث متساوی الساقین ومتساوی الاضلاع است مربع نصف قاعده را از مربع احد الساقین ساقط کنند وجذر باقی بگیرند که عمود است طریق هفتم هرگاه مقدار زوایای مثلث معلوم باشد پس جیب زاویه را در احد الضلعین المحیطین او ضرب کرده حاصل را بر شصت قسمت کنند خارج مقدار عمودی است که بر ضلع آخر واقع شود ونیز باید دانست که مقدار عمودیکه از زاویهٔ قائمه بر وتر واقع شود بقدر جیب زاویتین آخرین خواهد بود وطریق استخراج جیب زاویه ومقدار زاویه در مسئلهٔ چهلم مذکور خواهد شد باید دانست که در مثلث قائم الزاویه عمودیکه از زاویهٔ قائمه بر وتر کشیده شود داخل مثلث خواهد افتاد وهمچنین در منفرجة الزاویه وعمود از دیگر زوایا خارج مثلث خواهد بود ودر حاد الزوایا هر سه عمود داخل مثلث خواهد بود ونیز باید دانست که هر مثلث بسبب اخراج عمود منقسم بدو مثلث قائم الزاویه می شود تحقیقا هرگاه عمود داخل مثلث باشد وحکما هرگاه عمود خارج باشد چراکه اگر عمود خارج مثلث افتد یک مثلث قائم الزاویه اعظم حادث خواهد شد که منقسم بدو مثلث شده یکی ازان قائم الزاویهٔ اصغر

که باخراج عمود حادث شــد و دویم مثلث مطلوبهٔ اول ودرینصورت مثلث اول در حکم قائم الزاویه شد که یک ساق آن عمود وساق دویم آن قسمی از قاعده که داخل مثلث است باشد چراکه مساحت هردو مساوي مي شود وبرهان آن باندک تامل ظاهراست *

فائده باید دانست که در مثلث متساوي الاضلاع ومتساوي الساقین نصف القاعده موقع العمود میباشد

فائدهٔ دیگر هرگاه موقع العمود معلوم شد پس باید دانست که چون ازعمود زاویهٔ قائمه بالای موقع العمود حادث مي شود درینصورت هرگاه از مربع وتر آن زاویهٔ قائمه مربع ضلع که موقع العمود است ساقط سازند باقي مربع عمود خواهد بود *

مسئلهٔ سي وششم در استخراج عمود ذوزنقه وذوزنقتین بدانکه درذوزنقه هرگاه یک ضلع بردوضلع متوازي عمود مي باشد پس عمودیکه از زاویهٔ منفرجه بالای اطول متوازي بکشند متوازي ومتساوي عمود اول خواهد بود بدینصورت * (شکل ۸۱)

وذوزنقتین ازدوحال بیرون نیست خواه هردوزنقه متساوي باشند یا مختلف واگرمختلف باشند نیزیاهرسرزنقه که عبارت ازجانب زاویهٔ منفرجه است بیکطرف باشد یا مختلف پس اگرذوزنقتین متساویتین است ضرورة راس هردوزنقه بیک جانب خواهد بود وموقع العمودین که اززاویتین منفرجتین خارج شوند برخط متوازي اطول خواهد افتاد ومثلثین قائم الزاویتین که ازاخراج عمودین حادث خواهد شد متساویین خواهد بود واحد الاضلاع آن هردومثلث مساوي بقدرنصف تفاضل مابین خطین متوازیین خواهد شد بدینصورت * (شکل ۸۲)

درینصورت هرگاه مربع نصف تفاضل متوازیین را ازمربع احدالزنقتین ساقط کنند جذرباقي عمود خواهد بود ودرمختلف الزنقتین باید که نصف تفاضل مربعین زنقتین رابرتفاضل متوازیین قسمت کنند وخارج قسمت رایک مرتبه برنصف تفاضل متوازیین بیفزایند که مقدارمابین موقع العمود وزنقهٔ اعظم حاصل شود ویک مرتبه نقصان کنند که مقدارمابین موقع العمود وزنقهٔ اصغر حاصل شود وهرگاه مربع مقدارحاصل مابین اعظم را ازمربع زنقهٔ اعظم خواه مربع مقدارحاصل مابین اصغررا ازمربع زنقهٔ اصغر ساقط کنند جذرباقي مقدارعمود خواهد بود *

مسئلهٔ سي وهفتم دراستخراج سهم قوس ازوتر وقطرمعلومین هرگاه مقداروترقوس وقطر دائره معلوم باشد پس مربع نصف وتررا ازمربع نصف قطرساقط کنند وجذرباقي راهرگاه ازنصف

قطر ساقط گردانند باقي مقدار سهم قوس است اگر قوس اصغر از نصف دائره باشد و باقي مذکور را بر نصف قطر بیفزایند که مجموع مقدار سهم قوس اعظم من النصف خواهد بود و برهانه ماخوذ من شکل ز من ب و بمسئلهٔ بست و هفتم کتاب هذا و یظهر بالتأمل *

مسئلهٔ سي و هشتم در دانستن وتر از قوس و محیط باید که مقدار قوس را از محیط ساقط نموده باقي را در مقدار همان قوس ضرب سازند و مضروب اول نام نهند و آنرا از حاصل الضرب ربع مربع محیط در پنج نقصان کنند و باقي را بمضروب ثاني موسوم نمایند و باز مضروب اول را در چهار ضرب نموده و حاصل را در قطر ضرب ساخته بر مضروب ثاني قسمت کنند خارج مقدار وتر قوس خواهد بود و باید دانست که چون نسبت قطر بطرف دائره و نسبت وتر بطرف قوس نسبت صمي است لهذا در ضرب و قسمت اگر کسر زائد از نصف افتد آنرا بمنزلهٔ صحیح بگیرند و اگر کمتر از نصف باشد آنرا بگذارند و ساقط کنند چرا که استخراج وتر از قوس و محیط تقریبي میشود نه تحقیقي چنانکه استخراج قطر از محیط و محیط از قطر تقریبي است نه تحقیقي و این قاعده را صاحب لیلاوتي و صاحب دستور الحساب بیان نموده است و این نحیف طریقیکه صاحب مجسطي مذکور ساخته انشاء الله تعالی درین مقدمه بیان خواهد نمود و باید دانست که چون اهل تنجیم قطر را یکصد و بست درجه و محیط راسه صد و شصت درجه فرض مي کنند لاکن در درجات قطریه و محیطیه تفاوت مي باشد لهذا اوتار باجزاء قطریه و اقواس باجزاء محیطیه خواهد بود پس اگر اوتار را هم باجزاء محیطیه بگیرند اربعهٔ متناسبه نمایند چنانچه در مطلب سادس حساب اهل تنجیم گفته شد *

مسئلهٔ سي و نهم در استخراج قطر از محیط و محیط از قطر بدانکه نسبت محیط بطرف قطر و بالعکس هیچ کس نمی داند الا او سبحانه تعالی و هو علی کل شيء محیط علما و احصی کل شيء عددا ارشمیدس بیان نموده که محیط دائره زیاده از سه امثال قطر است باقل از سبع و اکثر از ده جزء من احد و سبعین جزء و جمهور آنرا سبع قرار داده اند و صاحب مفتاح گوید که اگر قطر واحد یعني یک درجه باشد محیط سه درجه و هشت دقیقه و بست و نه ثانیه و چهل و چهار ثالثه خواهد بود و رابعه وغیره را طرح نموده یعني ساقط کرده بسبب دشواري عمل و نحیف مؤلف این رساله دو سه دائره از پرگار نقطي که مخصوص براي تقسیم خطوط باقسام متساوي است براي امتحان

کشیده محیط دائره گاهی زیاده از سه مثل و یک سبع میشود و گاهی سه مثل وکم از سبع میشود احتمال است که بسبب تغییر و عدم مساعدت آلات در کشیدن دائره انحراف وانحنا تفاوت شده باشد یا بسبب تباین نوعي در میان قطر و محیط تفاوت در تعیین نسبت واقع میشود والله اعلم بالصواب و ازین مستفاد میشود که مساحت دوائر و دیگر اشکال مستدیر الخطوط که منحصر بر نسبت قطر و محیط است تقریبي خواهد بود نه تحقیقي و صاحب لیلاوتي و دستور الحساب نسبت قطر و محیط را مثل نسبت یک هزار و دویست و پنجاه با سه هزار و نهصد و بست و هفت استنباط نموده و آنرا تحقیقي گفته است و آن قریب بلکه مطابق صاحب مفتاح میشود پس هرگاه محیط را برسه صحیح و یکسبع قسمت کنند خارج قطر خواهد بود و اگر قطر را در سه صحیح و یک سبع ضرب سازند حاصل محیط خواهد شد خواه محیط را در یک هزار و دویست و پنجاه ضرب نموده بر سه هزار و نهصد و بست و هفت قسمت کنند خارج قطر خواهد بود و اگر قطر را در سه هزار و نهصد و بست و هفت ضرب ساخته بر یک هزار و دویست و پنجاه قسمت نمایند خارج محیط خواهد شد*

مسئلهٔ چهلم در استخراج وتر و جیب قوسها از قطر بطریق صاحب مجسطي چنانکه در مسئلهٔ سي و هشتم مقدمهٔ هذا وعدهٔ بیان آن نموده شد و در آن دو گفتار است*

گفتار اول در استخراج وتر از قطر

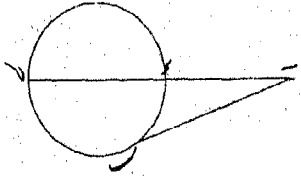
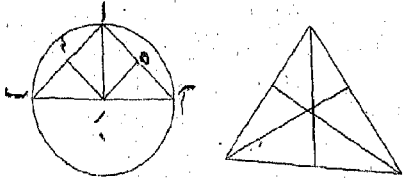
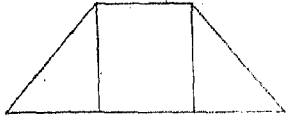
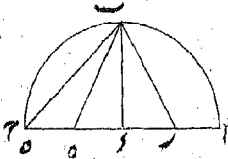
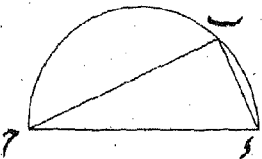
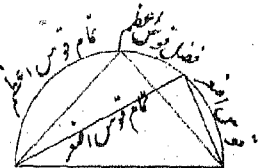
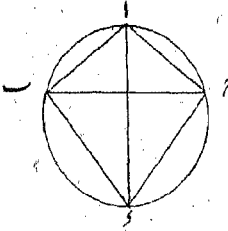
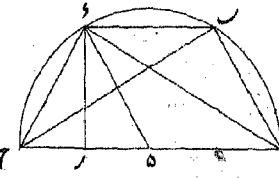
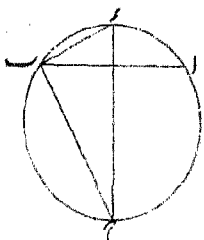
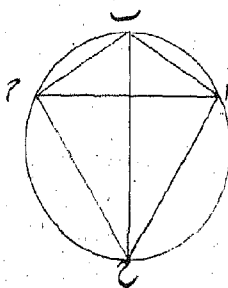
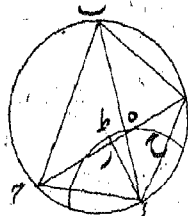
باید دانست که قطر هر دائره قوي اوتار جمیع قوسهای دائره است اعني جمیع اوتار در قطر بالقوه موجود اند ولهذا هیچ وتر از قطر زیاده نمیشود درینصورت از ضلع معشر و مخمس ابتدا کرده اعني طریق استخراج وتر قوس معشر و مخمس اول بیان میکنم که هرگاه نصف دائرهٔ ا ب ح بکشند و بر مرکز که ء است عمود قایم کنند لا محاله تنصیف قوس نصف دائره بنقطهٔ ب خواهد شد و هرگاه نصف قطر را بر نقطهٔ ه تنصیف نموده از منصف قوس نصف دائره که نقطهٔ ب است وصل کنند و ه ر را از قطر مثل ب ه نشان کنند و ب ر را هم وصل نمایند پس ء ر مقدار ضلع معشر و ب ر

باید دانست که تحقیق نزد اهل فرنگ آن است که اگر قطر دائره یک صد باشد محیط سه صد و بست و چهار صحیح و کسری خواهد بود و این ضعیف که امتحان نموده نیز قطر دائره چهل و هشت بود و محیط یکصد و پنجاه و پنج صحیح و کسری برآمده و آن مساوي سه امثال و یک ربع قطر است تقریبا

مقدار ضلع مخمس است چراکه بموجب مسئلهٔ هفتد هم مقدمهٔ هذا مسطح ح ر در رء معه مربع ء ه مساوي مربع ر ه بلکه مربع ب ه بلکه مساوي مربع ء ه و ب ء است بشکل عروس وهرگاه قدر مشترک اعني مربع ء ه از هردو ساقط شد پس ح ر در ر ء مساوي مربع ب ء اعني ء ح ماند پس خط ح ر منقسم على نسبت ذات الوسط والطرفين شد بموجب شکل هفتدهم مقالهٔ ششم و چون بشکل یازدهم مقالهٔ سیزدهم ثابت است که وتر قوس مسدس مساوي نصف قطر مي باشد پس ء ر بموجب شکل دوازدهم مقالهٔ مذکور وتر معشر شد و ب ء که قوي آن هردو است ضلع مخمس شد بشکل سیزدهم مقالهٔ مذکور درینصورت مجموع مربع نصف قطر اعني ب ء و مربع ربع قطر اعني ء ه مساوي مربع ب ه بلکه مربع ه ر است وهرگاه از جذر مجموع اعني ه ر بقدر ربع قطر اعني ء ه ساقط کنند باقي مقدار ء ر که ضلع معشر است خواهد ماند وهرگاه جذر مجموع مربع ء ر اعني مربع ضلع معشر و مربع ب ء اعني مربع نصف قطر بگیرند مقدار ب ر که ضلع مخمس است حاصل خواهد شد وچون ب ح را وصل کنند وتر قوس ربع دائره میشود و آن مساوي جذر ضعف مربع نصف قطر است بشکل عروس و چون سه ربع مربع نصف قطر مساوي مربع ضلع مثلث مي باشد بشکل یازدهم مقالهٔ مذکوره درینصورت جذر آن ضلع مثلث باشد* وهذه صورته (شکل ۸۳)

ونیز چون در نصف هر دائره زاویهٔ محیطیه قائمه واقع میشود درینصورت هرگاه مربع وتر قوسي که کمتر از نصف باشد از مربع قطر ساقط کنند جذر باقي مقدار وتر قوس باقي خواهد بود مثلا اگر مربع ضلع معشر را از مربع قطر ساقط کنند باقي مربع وتر قوس چهار عشر دائره خواهد بود* وهذه صورته (شکل ۸۴)

واگر وتر دو قوس مختلف الوتر معلوم باشد و بخواهند که وتر فضل قوسین بدانند چون در هر ذوار بعة اضلاع که در دائره واقع میشود مجموع مسطح ضلعین متجاورین او در ضلعین متقابلین مساوي مسطح قطرین ذوار بعة اضلاع میشود وهرگاه وتر قوسي که کمتر از نصف دائره بود معلوم باشد وتر قوس باقي از نصف هم معلوم خواهد بود چنانکه بالا گفته شد و چون در نصف دائره از وترین قوسین معلومین وتر قوسین متممین آنها تا نصف را استخراج کنند یک ذوار بعة اضلاع حادث میشود که یک ضلع او قطر دائره و ضلع دیگر وتر قوس اصغر و ضلع سیوم وتر

فضل قوس اعظم علی الاصغر و ضلع چهارم وتر تمام نصف دائره از قوس اعظم واحد القطرین آن وتر قوس اعظم و دیگری وتر تمام نصف دائره از قوس اصغر می افتد و هذه صورته (شکل ۸۵) درینصورت اگر مسطح وتر تمام نصف دائره از قوس اصغر را در وتر قوس اعظم ضرب نموده از حاصل که فی الحقیقة مسطح قطرین ذو اربعة اضلاع است مسطح وتر قوس تمام نصف دائره از قوس اعظم في وتر قوس اصغر را که مسطح ضلعین متقابلین است ساقط کنند و باقي را بر قطر دائره قسمت کنند خارج وتر فضل قوسین خواهد بود و همچنین اگر قوس اعظم من النصف باشد پس از قطر دائره وتر باقي تا نصف دائره از هریک قوس حاصل نموده متقابلین را باهم ضرب سازند و مجموع حاصل الضرب را بر قطر قسمت نمایند که خارج مقدار وتر فضـــل قوسین خواهد بود هذه صورته (شکل ۸۶)

مثلا اگر گوییم که اح وتر قوس اعظم است اعني اب ح و اب وتر قوس اصغر است پس ب ء و ح ء نیز معلوم خواهد شد و هرگاه مجموع مسطح ح ء في اب و مسطح ب ء في اح را براء که قطر دائره است قسمت نمایند خارج ح ب که مطلوب است خواهد بود ونیز اگر بخواهند وتر نصف قوس معلوم الوتر که کمتر از نصف دائره باشد بدانند باید که اول فضل قطر بر وتر تمام آن قوس تا نصف دائره حاصل سازند و قطر را در نصف فضل ضرب نموده جذر حاصل الضرب بگیرند که آن مقدار وتر نصف قوس مذکور است چرا که هرگاه اب ح نصف دائره بر قطر اح فرض کرده شود و قوس ب ح معلوم الوتر باشد و آنرا بر نقطهٔ ء تنصیف نمایند و وصل کنند اب و اح و اء و ب ح و ء ح و از اح که قطر است بقدر اب که وتر تمام قوس است جدا سازند بنقطهٔ ه و ء ه و ب ء را وصل نمایند پس هردو مثلث اب ء و اء ه متساوي خواهند بود چرا که ضلع اب و اه متساوي است و اء مشترک و زاویهٔ ء اب و ه اء مساوي پس ضرورة مثلثین مساوي اند و ء ه مساوي ء ب بلکه مساوي ء ح است و مثلث ء ه ح متساوي الساقین است و هرگاه از زاویهٔ ء بر ه ح که قاعدهٔ مثلث است عمود خارج کنند بنقطهٔ ر پس ر ح نصف ه ح خواهد بود بلکه نصف فضل اح بر اه اعني اب است و چون در مثلث اء ح زاویهٔ ء قائمه است و در مثلث ء ر ح زاویهٔ ر قائمه است و زاویهٔ ح در هردو مثلث مشترک پس هردو مثلث متشابه شدند و نسبت اح که وتر زاویهٔ قائمه است بطرف ح ء که ضلع اصغر است مثل نسبت ح ء که وتر زاویهٔ قائمه است بطرف ر ح که ضلع اصغر است خواهد بود و مسطح الطرفین

مساوي مسطح الوسطين میشود فافهم بدینصورت　　(شکل ۸۷)

ونیز چون هر وتر که در دائره فرض کنند فصل مشترک درمیان دو قوس میشود که یکي اعظم من النصف است ودیگر اصغر من النصف وهرگاه وتر نصف قوس اصغر من النصف استخراج شد وتر نصف قوس اعظم من النصف هم بسهولیت خارج می شود چراکه اگر از نقطهٔ منصف قوس اصغر قطر دائره خارج کنند هرآئنه منتهي بر نقطهٔ منصف قوس اعظم خواهد بود پس وتر نصف قوس اعظم متمم نصف قوس اصغر شد وباین طریق وتر قوسهای نصف النصف وغیرذلک استخراج میتوان کرد چنانچه ازین شکل ظاهر است　　(شکل ۸۸)

واگر بخواهند که وتر مجموع دو قوس معلوم الوتر بدانند پس باید که بطوریکه در استخراج وتر فضل قوسین که یکي اعظم من النصف باشد بعمل آرند واگرچه صاحب مجسطي طریق دیگر بیان فرموده لاکن برای تسهیل همان کافي است اعني متمم هر دو قوس از نصف دائره استخراج نمایند پس گویا یک ذوار بعة اضلاع حادث میشود که جمیع اضلاع او معلوم اند واحد القطرین او که قطر دائره است نیز معلوم است درینصورت مجموع مسطح وتر متمم یک قوس در وتر قوس آخر و مسطح وتر متمم قوس آخر در وتر قوس اول را بر قطر دائره قسمت نمایند که خارج وتر مجموع قوسین خواهد بود بدینصورت　　(شکل ۸۹)

وازین طریق استخراج جمیع اوتار قوسهای که باخودها نسبت اضعاف وانصاف دارند میتوان برآورد الا وتر ثلث قوس معلوم نمیتواند شد لهذا بطلیموس برای دریافت آن حیله برانگیخته وتر تقریبي برآورده وچون بیان آن از واجبات است لهذا میگویم که نسبت وتر قوس اطول بسوی وتر قوس اصغر اصغر است از نسبت قوسین این وترین چنانکه ازین شکل ظاهر میشود　　(شکل ۹۰)

مثلاً دائرهٔ ا ب ح ء فرض کردم وقوس ح ب اطول است از قوس ب ا وهرگاه وصل کردم ا ب و ب ح و ا ح را وتنصیف نمودم زاویهٔ ا ب ح را بخط ب ء ووصل کردم ا ء و ح ء را وخط ب ء که تقاطع کرده است وتر ا ح را بر نقطهٔ ه وبر مرکز ء دایرهٔ دیگر رسم کردم ببعد ء ه پس لا محاله این دایره خط ا ء را تقاطع خواهد کرد بر نقطهٔ ح وهرگاه از نقطهٔ ء عمود ء ر بر خط ا ح برآرم ضرورة دایرهٔ ح ه ازء ر متجاوز اعني بیرون خواهد بود چراکه ء ه که وتر زاویهٔ قائمه است اعظم است از

ء ر و همچنین ا ء ا عظم است از ه ء پس خط ء ر را وصل کنم بنقطهٔ ط و گویم که نسبت وتر ح ب
بطرف وتر ب ا مثل نسبت ه ح که بطرف ه ا است چه خط منصف زاویه وتر آن زاویه را منقسم
می سازد علی نسبت ضلعین بشکل نهم مقالهٔ سادس اوقلیدس درینصورت ه ح اطول از ه ا خواهد
بود ولامحاله عمود ء ر مابین ه ح خواهد بود چرا که مثلث ا ء ح متساوی الساقین است از جهت
تساوی زاویهٔ ا ب ء و ء ب ح که از روی تنصیف حادث شده پس از عمود ء ر تنصیف وتر ا ح
و تنصیف زاویهٔ ا ء ح لازم آمد و قطاع ء ه ط اعظم است از مثلث ء ه ر و قطاع ء ه ح اصغر است
از مثلث ء ه ا و میگویم که نسبت مثلث ر ء ه بطرف مثلث ه ء ا اصغر است از نسبت قطاع ط ء ه
بطرف قطاع ه ء ح و این ظاهر است چرا که بالفرض اگر ر ء ه چهار باشد و ط ء ه پنج و ه ء ح شش و ه ء ا
هشت پس نسبت چهار بطرف هشت اصغر است از نسبت پنج بطرف شش و چون نسبت ر ء ه
بطرف ه ء ا مثل نسبت ر ه بطرف ه ا است و نسبت قطاع ط ء ه بطرف قطاع ه ء ح مثل نسبت زاویهٔ ط ء ه
بطرف زاویهٔ ه ء ح است پس هرگاه ترکیب نسبت کنم گویم نسبت ر ا بسوی ه ا اصغر است از نسبت
زاویهٔ ط ء ح بسوی زاویهٔ ه ء ا و هرگاه تضعیف مقدمین سازم نسبت ح ا که ضعف ر ا است بسوی ه ا
اصغر خواهد بود از نسبت زاویهٔ ح ء ا که ضعف زاویهٔ ط ء ح است بسوی زاویهٔ ه ء ا و هرگاه فصل
نسبت بگیرم پس نسبت ح ه که فصل ا ح بر ا ه است بسوی ه ا اعنی ب ء اعنی نسبت وتر قوس ح ب
بسوی وتر ب ا اصغر است از نسبت زاویهٔ ح ء ب بسوی زاویهٔ ب ء ا اعنی نسبت قوس ح ب
بسوی قوس ب ا چرا که مقدار زاویهٔ قوس است که وتر او وتر زاویه باشد و هو المطلوب و هرگاه این
مقدمه ثابت شد پس گویم که چون وتر قوس سه ربع درجه از روی استخراج اوتار انصاف
اقواس معلوم کردم و خواهم که وتر یک درجه معلوم کنم گویم که نسبت وتر یک درجهٔ قوس
بطرف وتر سه ربع درجهٔ قوس از نسبت قوسین اصغر است و چون نسبت قوسین نسبت یک مثل
و یک ثلث است پس وتر یک درجهٔ قوس از وتر سه درجهٔ قوس کمتر از یک مثل و یک ثلث خواهد بود
و هرگاه وتر سه ربع را یک مثل و یک ثلث گرفتم یک درجه و دو دقیقه و پنجاه ثانیه شد تقریبا
و همچنین چون از وتر قوس یک و نیم درجهٔ و تر قوس یک درجه را نسبت دهم گویم که وتر قوس
یک و نیم درجه از وتر قوس یک درجه اصغر است از نسبت قوسین و نسبت قوسین یک مثل و یک
نصف است پس وتر قوس یک درجه از دو ثلث وتر یک و نیم درجه زائد خواهد بود و دو ثلث وتر قوس

یک ونیم درجه هم یک درجه ودو دقیقه وپنجاه ثانیه است تقریباً پس وترقوس یک درجه از یک درجه ودو دقیقه و پنجاه ثانیه بوجه اول کم وبوجه ثاني زائد برآمد دانستم که مقدار تفاوت قلیل است چراکه هردو تقریبا گرفته بودیم پس وتریک درجه را اب ح قرار دادم وازان اوتار دیگر اقواس برآوردم واین مطابق قول صاحب مجسطي است وچون مقدار وتر از جیب میتوان برآورد چنانکه درگفتار دویم مذکور میشود انشاءالله تعالی لهذا جدول اوتار علیحده نوشتن ضرور نیست *

گفتار دویم در استخراج جیوب وسهام قوسهاي وجیب زاویه ودر آن سه بیان است *

بیان اول در جیوب بدانکه جیب مستوي قوس عبارت است از نصف وتر ضعف قوس چنانکه بالا مذکور شد ونیز تعریف جیب بعبارت دیگر هم کرده اند که آن عمودی است که از یک طرف قوس خارج شود بر قطر دائره که از طرف دیگر آن قوس خارج شده باشد دربنصورت ضرورة جیب بر قوس زیاده از نصف قطر نخواهد شد چنانکه وتر زیاده از قطر نمیشود ونیز مقداریکه ما بین موقع العمود ومرکز دائره باشد مساوي جیب تمام القوس است از ربع دائره اعني جیب قوسی است که متمم آن قوس از ربع دائره است مثلاً قوسی که سدس دائره است هرگاه از یک طرف آن قوس عمود بر قطریکه از طرف دیگر آن قوس خارج شده باشد استخراج نمایند آن عمود جیب قوس سدس دائره است ومقداریکه ما بین موقع العمود ومرکز دائره است مقدار جیب قوس نصف سدس است که متمم آن قوس تا ربع دائره باشد چنانکه ازین شکل ظاهر میشود　　(شکل ۹۱)

اعني قوس اب که اقل از ربع دائره است جیب آن عمود ب ه است که بر قطر خارج از او واقع شده پس ه ء که مقدار ما بین موقع العمود ومرکز دائره است مساوي ب ر که جیب ب ح قوس متمم تا ربع دائره است خواهد شد چراکه شکل مستطیل حادث گردیده وهمه زوایا قائمه اند پس باید دانست که براي نصف دائره جیب نمي باشد وجیب قوس ثلث دائره وسدس دائره مساوي میباشد زیراکه مجموع ثلث وسدس نصف میشود چنانکه ازین شکل ظاهر میشود　　(شکل ۹۲)

مثلاً اب ثلث دائره است پس ب ح سدس خواهد بود وب ه جیب اب ونیز جیب ب ح است ونیز چون معلوم است که وتر ب ح قوس سدس دائره است مساوي نصف قطر می باشد وب ر نیز نصف قطر است وزاویهٔ ه قائمه دربنصورت ر ه و ه ح مساوي خواهد بود وهریکي ربع قطر

است پس بشکل عروس هرگاه مربع ربع قطر از مربع نصف قطر که وتر زاویهٔ قائمه است ساقط کنند باقي سه ربع مربع نصف قطر میماند چرا که مربع هر شي برابر چهار مربع نصف آن شي میشود و ربع نصف النصف است پس قدرسه ربع مربع قطر مقدار جیب ثلث دائره و سدس دائره خواهد بود و ازین بیان واضح شد که جیب قوسی که زائد علی الربع است مساوي جیب قوس که متمم او الی نصف دور باشد خواهد بود و برای همین جیب قوسها که کمتر از ربع دائره است استخراج می کنند که جیب قوسهای زائد علی الربع بلکه زائد علی النصف هم از آن معلوم توان کرد و بلکه تعریف جیب که نصف الوتر ضعف القوس است میگویند هم بدین لحاظ است و جیب ربع دائره نصف قطر می باشد و جیب قوس ثمن دائره جذر نصف مربع نصف قطر است چنانکه ازین شکل ظاهر میشود (شکل ۹۳)

چه اه ثمن دور است و همچنین اب ثمن دور است و اح جیب اه است و ار جیب با پس اح و حء هردو مساوي اند زیرا که زاویهٔ ح و زاویهٔ ر قائمه و همچنین زاویهٔ ءب و زاویهٔ حار قائمه است درینصورت بشکل عروس مربع اء که نصف قطر دائره است مساوي دو مربع اح که جیب ثمن دور است خواهد بود پس اح که جیب ثمن دور است جذر نصف مربع نصف قطر گردید و جیب عشر دائره نصف وتر خمس است و جیب نصف سدس دائره ربع قطر است و جیب نصف عشر نصف وتر عشر است و اوتار عشر و خمس اگرچه معلوم شده اند لاکن بطریق دیگر هم معرفت جیب عشر و نصف عشر معلوم توان کرد چنانکه ازین شکل ظاهر میگردد (شکل ۹۴)

اعني اب ح نصف دائره است و ب ء عمود بر مرکز و ء ح منصف بر و و ء ه منصف بر ر و ب ء منصف بر ح پس هرگاه ح ر را وصل کردم و رط مثل رح نمودم و ط ح را هم وصل کردم پس خط ه ط بر نقطهٔ ء مقسوم علی نسبت ذات وسط و طرفین است و قسم اطول اعني ه ء نصف وتر سدس اعني ربع قطر است و ء ط قسم اصغر نصف وتر عشر اعني جیب نصف عشر و ح ط نصف وتر خمس اعني جیب عشر است زیرا که فی الحقیقة شکل اول گفتار اول که در بیان اوتار خمس دائره و عشر دائره مذکور گردیده درینجا از روي تنصیف است پس میگویم که چون رط مساوي ح ر است و مربع ح ر مساوي مجموع مربع ح ء که ربع قطر و مربع ر ء که ثمن قطر است میشود بشکل عروس پس هرگاه جذر مجموع مربع ربع قطر و ثمن قطر بگیرند مقدار رط حاصل خواهد شد و چون از آن ثمن

قطرکه رءَ است ساقط کنند باقی مقدار ءطَ که جیب نصف عشر بلکه نصف وتر عشراست خواهد بود وهرگاه جذر مجموع مربع ءط که جیب نصف عشراست ومربع ءح که ربع قطراست بگیرند حاصل مقدار حَطَ که جیب عشر بلکه نصف وترخمس است خواهد بود واگر بخواهند جیب مجموع قوسین معلوم الجیبین با جیب فضل قوسین معلوم الجیبین بدانند باید که از مربع نصف قطر مربع احد الجیبین را ساقط کنند وجذر باقی را در جیب آخر ضرب نموده باز همچنین از مربع نصف قطر مربع جیب آخر را ساقط نموده جذر باقی را در جیب اول ضرب نمایند ومجموع حاصل هردو ضرب را بر نصف قطر قسمت نمایند که خارج مقدار جیب مطلوب بود وبرهان ازین دو شکل ظاهر میشود　　(شکل ۹۵)

مثلاً خواهم که جیب مجموع قوس حاوابَ بدانم پس ازکه جیب حاَ ومعلوم است واه جیب ابَ معلوم وهرگاه خطوط هردو جیب را خارج کردم بطرف طَ وحَ وطح راوصل کردم پس قوس اطَ ضعف اح است واح ضعف اب درینصورت قوس ط ح اب ح ضعف قوس ح اب است وچون مثلث اره ومثلث اطح متشابه اند وخط رہ منصف هردو وضلع اطَ واحَ است پس خط رہ نصف خط طح که قاعدۂ مثلث اعظم است خواهد بود وخط طحَ وترقوس طح اب ح است پس رہ که نصف آن است جیب قوس ح اب خواهد بود　　(شکل ۹۶

مثلاً خواستم که جیب قوس فضل احَ علی ابَ بدانم پس گویم که قوس اطَ ضعف اح است و قوس احَ ضعف ابَ و هرگاه از قوس اح ط قوس احَ را ساقط کردم باقی قوس ح طَ ضعف ب ح ماند که آن فضل اح علی اب است و خط رہ نصف خط طحَ است چنانکه در شکل اول مذکور شد پس خط رہ مقدار جیب ب ح است وچون در هردو شکل ارءہ ذوار بعة اضلاع واقع شده وزاویۂ رَو زاویۂ ہ که متقابلتین اند قائمه اند و وتر آن که قطر ذوار بعة اضلاع است نصف قطر دائره واقع شده واگر نقطۂ نصف وتر مذکور را مرکز فرض نموده دائره کشیده شود پس ذوار بعة اضلاع مذکور در میان دائرۂ خورد خواهد افتاد درینصورت مسطح ضلعین متقابلین مساوی مسطح قطرین ذوار بعة اضلاع مذکور خواهد بود وچون احد الاضلاع او جیب معلوم است و ضلع مقابل او ضلع مثلث قائم الزاویه است که وتر آن نصف قطر دائرۂ اعظم واقع شده پس هرگاه از مربع نصف قطر دائره مربع احد الجیبین را ساقط نموده جذر باقی بگیرند مقدار ضلع مقابل

جیب آخر خواهد برآمد و هرگاه آنرا در جیب آخر ضرب نموده بر نصف قطر مذکور که احد القطرین ذوار بعة اضلاع است قسمت سازند خارج مقدار قطر آخر ذوار بعة اضلاع مذکور که مقدار جیب مطلوب است خواهد بود و ازین طریق جیب قوس فضل عشر علی نصف سدس را که قوس شش درجه بلکه سدس عشر است معلوم توان کرد و اگر بخواهند که جیب نصف قوس معلومة الجیب بدانند پس مربع جیب معلومه را از مربع نصف قطر ساقط کرده جذر باقی را که مقدار ما بین موقع الجیب و مرکز که فی الحقیقة جیب تمام آن تا نصف ربع است از نصف قطر ساقط سازند باقی مقدار جیب معکوس که ضلع دویم مثلث قائم الزاویه که از جیب و وتر قوس حادث میشود خواهد بود و وتر قوس وتر آن مثلث است پس هرگاه جذر مجموع مربع جیب و مربع باقی قطر که جیب معکوس است بگیرند مقدار وتر قوس معلومة الجیب خواهد بود و نصف آن جیب نصف قوس معلومة الجیب است و برهان آن از شکلی که اولا درین مقدمه مذکور است با دنی تأمل ظاهر میشود و نیز اگر جیب معکوس را در قطر ضرب نموده جذر حاصل را تنصیف سازند و خواه نصف جیب معکوس را در نصف قطر ضرب ساخته جذر آن بگیرند مقدار جیب نصف قوس معلومة الجیب خواهد بود و برهان این ازین شکل ظاهر میشود　　(شکل ۹۷)

چه هرگاه قوس ا ب قوس معلومة الجیب و جیب آن ا ه و وتر آن ا ب است و ح ء منصف قوس و ح ر عمود بر ا ب واقع شده پس هرگاه از نقطهٔ ر عمود ر ح بر نصف قطر ب ء کشیدیم مثلث ب ر ء و ب ر ح متشابه و جزء و کل حادث شدند و چون از شکل اولی این مسئله مقدار ء ه که جیب تمام قوس تا ربع دائره است معلوم است پس ه ب نیز معلوم شد و چون ب ح نصف ب ه است نیز معلوم باشد چراکه مثلث ب ا ه و ب ر ح نیز متشابه اند و ب ر نصف ب ا است پس گوییم نسبت ب ح ضلع اصغر بطرف ب ر وتر از مثلث اصغر مثل نسبت ب ر ضلع اصغر بطرف ب ء وتر از مثلث اعظم است چون ب ء که نصف قطر است و ب ح که نصف ب ه است معلوم باشد پس جذر مسطح الطرفین بگیرند که مقدار ب ر حاصل شود و ازین طریق جیب سه درجه قوس از جیب شش درجه قوس معلوم شود و ازان جیب یک و نیم درجهٔ قوس و ازان جیب سه ربع درجهٔ قوس معلوم گردد و بعد ازان بطوریکه وتر یک درجهٔ قوس برآورده شد جیب یک درجهٔ قوس استخراج کرده شود و علی هذا جیوب باقی اقواس استخراج گردد و نیز اگر بخواهند از اوتار اضعاف اقواس جیوب آنها حاصل

سازند چه جیب قوس نصف وتر ضعف آن قوس است و نیز از جیوب انصاف اقواس مقدار
اوتار حاصل نمایند وما مقدار جیوب اقواس را در جدولی برای تسهیل ثبت نمودم و هرگاه
در اقواس کسر زائد از نصف خواه کمتر از نصف واقع شود اولا جیب قوس را مقابل درجات
ونصف در صورت اول وصرف مقابل درجات درصورت ثانی بگیرند و بعد از ان دقائق باقی
را در سطر تفاضل که در جدول مرقوم است ضرب نموده تحت آن منحطا بیک مرتبه نویسند
و همچنین اگر ثوانی هم باشد آنرا در سطر تفاضل ضرب ساخته تحت حاصل الضرب دقائق
نگارند منحطا بیک مرتبه وجمع سازند که جیب قوس مطلوب معلوم شود و اگر بخواهند که از جیب
مقدار قوس معلوم کنند پس جیب اگر در جدول الجیب مرقوم است قوس آن به اجزاء مرقوم
خواهد بود و اگر جیب در جدول یافته نشود پس در جدول طلب کنند اکثر الجیوب که نقصان
او از جیب معلوم ممکن باشد پس قوس آنرا که در جدول مرقوم است بگیرند که آن درجات
قوس مطلوبه است و ~~هرچه~~ بعد اسقاط اکثر الجیوب از جیب معلوم باقی ماند آنرا بر تفاضل مابین
سطرین که مقابل اکثر الجیب مذکور در جدول مرقوم است قسمت کنند که خارج قسمت
دقائق قوس وثوانی وغیره قوس مطلوبه خواهد بود و اگر وتر مطلوب باشد نیز همچنین عمل
نمایند و باید دانست که چون جیوب جدولی از قطر یکصد و بست استخراج کرده شده است
لهذا اگر مقدار قطر متفاوت باشد اربعهٔ متناسبه نموده عمل میتوان کرد *

* بیان دویم در سهام *

بدانکه سهم عبارت است از عمودیکه از منصف قوس بر وتر کشند و آنرا جیب معکوس نیز خوانند
و بعضی گویند که آن جیب معکوس وسهم برای آن وتر است و اکثری بر آنند که آن سهم وجیب
معکوس نصف آن قوس است و برین تقدیر تعریف جیب معکوس وسهم بدینطریق نیز میتواند شد
که آن قطعهٔ از قطر است که از طرفی از ان قوس بر جیب مستوی عمود باشد ولهذا گفته اند که
جیب مستوی وجیب معکوس ربع دائره مساوی می باشد پس هرگاه جیب تمام هر قوسی تا ربع
دائره اگر آن قوس کمتر از ربع باشد از نصف قطر نقصان کنند باقی جیب معکوس وسهم آن قوس
خواهد بود و اگر آن قوس از ربع دائره زیاده باشد پس جیب فضل او را که بر ربع دائره است
بر نصف قطر بیفزایند که مجموع مقدار سهم وجیب معکوس آنقوس خواهد بود *

* بیان سیوم در استخراج جیب زاویه و مقدار زاویه *

بدانکه هر شکل ذوزوایا منقسم بمثلثات میتواند شد و نیز ممکن است که بالای هر مثلث دائره کشیده شود که مماس هرسه زوایا باشد پس مقدار زاویه قوسی است که وترآن قوس وترآن زاویه بود و جیب زاویه جیب همان قوس است که مقدار زاویه باشد و این زوایا را زوایای محیطیه گویند و چون سابق بیان کرده شد که در نصف دائره زاویۀ محیطیه قائمه می افتد امني قطرهر دائره همیشه وتر زاویۀ قائمه می باشد پس مقدار قائمۀ محیطیه قوس نصف دائره که یکصد و هشتاد درجه است خواهد بود و براي آن جیب نیست و مجموع زوایای مثلث برابر قائمتین می باشد پس دائرۀ که بر مثلث کشیده شود مقسوم بسه صد و شصت درجه که مقدار هرسه زوایای مثلث است خواهد بود ابداً پس هرگاه مقدار اقواس موتر زوایا معلوم گردد مقدار زوایا نیز معلوم شود که بعینه همان است و نیز نسبت آن زوایا بعضها بسوی بعض معلوم گردد که همان نسبت اقواس است بعضها بسوی بعض و نیز نسبت اضلاع مثلث که اوتار آن قوسها اند معلوم شود و چون از اصول بیان کرده شده است که زاویۀ مرکزیه ضعف زاویۀ محیطیه است عند التساوي قوس پس قوس زاویۀ محیطیه ضعف قوس زاویۀ مرکزیه خواهد بود عند تساوي زوایا چراکه بحکم شکل سي وسیوم مقالۀ سادسۀ اصول ثابت است که قوس اعظم موتر زاویۀ اعظم میشود و قوس اصغر موتر زاویۀ اصغر پس مقدار زاویۀ قائمۀ مرکزیه نود درجه خواهد بود و جیب آن نصف قطر باشد درینصورت مقدار مجموع زوایای مثلث عند کونها مرکزیة بقدر یکصد و هشتاد درجه خواهد بود و هرگاه این مقدمه گفته شد میگویم که نسبت اوتار زوایا بعضها بسوی بعض مثـــل نسبت جیوب آنهــا است عند کون الزاویة مرکزیة چنانکه ازین شکل ظاهر میشود

(شکل ۹۸)

مثلاً گویم که نسبت $\overline{اب}$ ضلع مثلث بسوی $\overline{اج}$ ضلع دیگر مثل نسبت جیب زاویۀ $\overline{ج}$ است بسوی جیب زاویۀ $\overline{ب}$ زیراکه هرگاه اضلاع محیط بزاویتین مذکورتین را اخراج کنم و $\overline{جد}$ و $\overline{جه}$ و $\overline{بح}$ و $\overline{بط}$ هرچهار را متساوي فرض نمایم و برمرکز $\overline{ب}$ و بر مرکز $\overline{ج}$ دو قوس $\overline{ده}$ و $\overline{حط}$ بهمان ابعاد فرض رسم کنم و نیز دو عمود $\overline{در}$ و $\overline{طک}$ بر خط مستقیم $\overline{دح}$ برآرم پس این هردو عمود دو جیب هردو زاویۀ $\overline{ج}$ و $\overline{ب}$ خواهد بود چراکه زاویتین متقابلتین که بتقاطع خطین مستقیمین حادث میشود

متساوي مي باشد كما ثبت في مقالة اولى من الاصول و هرگاه عمود ال بر خط ب ح بر آوردم گويم كه مثلث ال ح و هرح متشابه است چرا كه زاويهٔ ل و زاويهٔ ر قائمتين اند و هر دو زاويهٔ ح متقابلتين نيز متساوي اند پس زاويهٔ ا و زاويهٔ ه نيز متساوي خواهد بود پس هر دو مثلث متشابه اند و همچنين مثلث ال ب و طك ب نيز متشابهين اند پس نسبت ال ضلع اطول مثلث ال ب بسوى طك ضلع اطول مثلث طك ب مثل نسبت اب و تر بسوي طب و تر است بحكم شكل چهارم مقالهٔ سادسهٔ اصول و همچنين نسبت ال بسوى هر مثل نسبت اح بسوى هح است و چون خطوط ب ط و ب ح و ح ه و ح ء مساوي اند پس دو صنف چهار ركني حاصل شوند بدينصـــــــــورت

نسبة هر	الى ال	نسبة ال	الى طك
كنسبة هح	الى اح	كنسبة اب	الى هح

اعني نسبت اول و ثاني صنف اول مانند اول و ثاني صنف ثاني و نسبت ثالث و رابع صنف دويم است و هرگاه متكررين را كه ال و هح است از هر دو صنف ساقط نمودم هر دو صنف سه ركني باقيماند بدينصورت

هر	ال	طك
اب	حه	اح

اعني نسبت هر بسوي ال مثل نسبت هح بطرف اح است و نسبت اب بطرف هح مثل نسبت ال بطرف طك است و بمساوات نسبت مضطربه نسبت هر جيب زاويهٔ ح بسوى طك جيب زاويهٔ ب مثل نسبت اب وتر زاويهٔ ح بسوي اح وتر زاويهٔ ب است و هو المطلوب پس هرگاه مقدار عمود ال را در هح كه نصف قطر است اعني شصت درجه ضرب كرده بر اح كه ضلع مثلث است قسمت كنم خارج مقدار طك كه جيب زاويه است خواهد بر آمد و از جيب زاويه مقدار قسميكه همان مقدار زاويه است معلوم توان كرد *

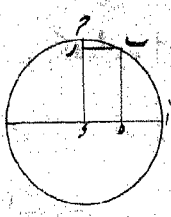
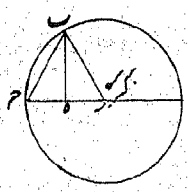
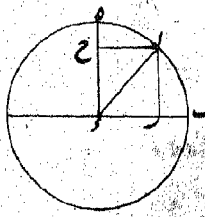
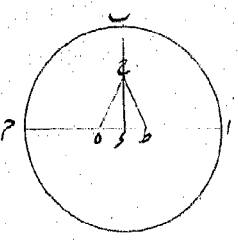
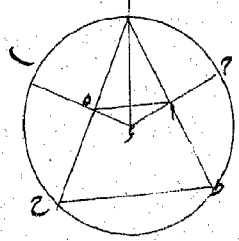
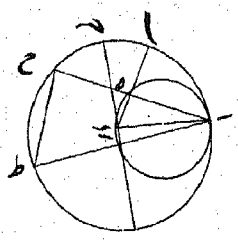
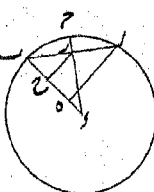
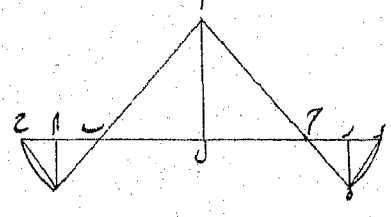
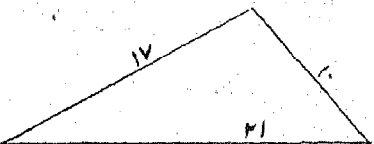
* فائده بدانكه از بيان مرقوم الصدر ظاهر است كه ازين شكل مقدار زاويه عند كونها مركزية معلوم ميشود درينصورت هر ضلع مثلث نصف قطر دائره ميتواند شد چراكه نقطهٔ هر سه زاويه مركز سه دائرهٔ مفروضه است و هرگاه بخواهند كه هر سه زاويه را محيطيه فرض كنند مقدار هر زاويه را تضعيف سازند و بايد دانست كه در مثلث قائم الزاويه اگر دو ضلع معلوم باشد ضلع سيوم هم معلوم تواند شد بشكل عروس و اگر يک ضلع و يک زاويه سيواي قائمه معلوم باشد ضلعين باقيين و زاويهٔ باقي نيز معلوم ميشود چرا كه مقدار زاويهٔ قائمه معلوم است پس هرگاه مقدار دو زاويه معلوم شد يكي قائمه و ديگري غير قائمه پس مقدار زاويهٔ سيوم هم بالضرور معلوم شود كه آن تمام اين هر دو زاويه الى قائمتين است و چون وتر يک زاويه معلوم گرديده وتر ديگر

زوایا هم معلوم شود بطریق اربعهٔ متناسبه کما لا یخفی علی الفطن و اگر صرف زاویهٔ قائمه و یک زاویهٔ دیگر معلوم باشد و هیچ ضلع مثلث معلوم نبود صرف مقدار زاویهٔ باقیه و نسبت اضلاع معلوم خواهد شد و مقدار اضلاع معلوم نتواند گردید و در مثلثات منفرجة الزاویه و حادالزاویه باستخراج عمود چنانکه مذکور شد مقدار جمیع زوایا معلوم توانند کرد فافهم و هرگاه این مقدمات دانسته شد گویم اگر مقدار زاویه معلوم باشد جیب زاویهٔ وتریه را در احد الضلعین محیطین زاویه ضرب نموده حاصل را بر شصت که مقدار نصف قطر است قسمت نمایند که خارج مقدار عمود یکه بر ضلع آخر که قاعده است واقع شود خواهد برآمد مثلاً مثلثی که یک ضلع او ده و ضلع دویم هفتده و ضلع سیوم بست و یک است بدینصورت (شکل ۹۹)

پس اگر مقدار زاویه اب ح مثلا معلوم باشد که نح رمط ثانیه است و جیب آن مح درجه است مح را در ضلع اب که ده است ضرب کردم و حاصل که ۴۸۰ بود بر شصت قسمت کردم خارج هشت مقدار عمود گردید و اگر مقدار عمود معلوم باشد و مقدار زاویه معلوم نبود پس عمود را در شصت ضرب کرده بر احد الضلعین محیطین برأس العمود قسمت سازند که خارج مقدار جیب زاویه که از احاطهٔ آنضلع و قاعده حادث میشود خواهد بود و هرگاه قوس آنرا از جدول جیب حاصل سازند مقدار زاویهٔ مذکور خواهد بود مثلاً در مثال مذکور اگر مقدار عمود که هشت است معلوم باشد و بخواهم که مقدار زاویهٔ ب بدانم پس هشت را در شصت ضرب کرده ۴۸۰ را بر ده که ضلع محیط زاویه است قسمت نمودم خارج مح درجه گردید و قوس آنرا از جدول جیب گرفتم نح رمط ثانیه برآمد و همچنین اگر یک ضلع و دو زاویه معلوم باشد و دو ضلع و یکزاویه معلوم نبود پس مقدار هر دو زاویه را از یکصد و هشتاد ساقط کنند که باقی مقدار زاویهٔ ثالث است و هرگاه ضلع معلوم را در جیب زاویه که بطرفی ازان ضلع معلوم واقع شده است ضرب نموده بر جیب زاویه که آن ضلع وتر اوست قسمت نمایند خارج ضلع موتر زاویهٔ اولی خواهد بود و همچنین اگر دو ضلع و یک زاویه که درمیان آن هر دو ضلع است معلوم باشد و باقی مجهول بود احد الضلعین را در جیب آن زاویه یک مرتبه منحطاً ضرب نمایند و یک مرتبه در جیب تمام آن تاربع دائره منحطاً ضرب نمایند و حاصل اول را از ضلع آخر ساقط کنند اگر زاویهٔ حاده بود و بر ضلع آخر بیفزایند اگر زاویهٔ منفرجه باشد و مجموع را مربع ساخته مربع حاصل اول

را بیفزایند وجذر آن بگیرند که ضلع مجهول خارج شود مثلاً در مثلث مذکور اگر زاویهٔ ب
وضلع اب وب ج معلوم باشد وده راکه مقدار ضلع اب است در جیب زاویه که مح درجه است
منحطا ضرب نمودم حاصل ۴۸۰ دقیقه شد وآن هشت درجه است ویازده را در جیب تمام
آن که لو درجه است منحطا ضرب کردم ۳۶۰ دقیقه وآن شش درجه است وچون معلوم بود
که زاویهٔ ب حاده است حاصل ثاني از ضلع ب ج که بست ویک است ساقط کردم باقي پانزده
ماند ومربع ان ۲۲۵) است پس مربع حاصل اول راکه ۶۴) است برآن افزودم ۲۸۹ گردید جذر آن
گرفتم ۱۷ برآمد وآن مقدار ضلع مجهول است وهمچنین اگر دو ضلع ویک زاویه که غیر زاویه
ما بین ضلعین مذکورین است معلوم باشد وباقي مجهول پس جیب زاویهٔ معلومه را در ضلعیکه
محیط زاویهٔ مذکور مع ضلع مجهول است ضرب سازند وحاصل را بر ضلع آخر که موتر آن
زاویه است قسمت نمایند پس خارج مقدار جیب زاویه که موتر آن ضلع مجهول است خواهد برآمد
پس قوس آنرا که مقدار زاویهٔ مذکور است برمقدار زاویهٔ معلومه افزوده مجموع را از سه صد وشصت
ساقط نمایند که باقي مقدار زاویهٔ ثالث خواهد بود پس هرگاه مقدار هر سه زاویه ودو ضلع معلوم شد
ضلع ثالث هم به سهولیت میتوان برآورد اعني جیب زاویهٔ ثالث را در احد الضلعین المعلومین
ضرب نموده حاصل را بر جیب زاویه که موتر آن ضلع مذکور است قسمت نمایند که خارج
مقدار ضلع مجهول باشد مثلاً در مثلث مذکور زاویهٔ ب وضلع اب وضلع اج معلوم باشد پس
مح درجه را در ده که مقدار ضلع اب است ضرب نموده ۴۸۰ را بر هفده که مقدار ضلع اج) است
قسمت نمودم خارج الح ید ر ثانیه شد وقوس آن الح ء الب ثانیه مقدار زاویهٔ ج) است آنرا
بر زاویهٔ ب که نح رمط بود افزودم ناسب نه گردید آنرا از یک صد وهشتاد درجه ساقط کردم
باقي مح مرمط ثانیه ماند وآن زاویهٔ ا باشد وجیب آن لط ر نط ثانیه آنرا در ضلع اب که ده است
ضرب کردم حاصل ضرب ط نب نول ثانیه شد آنرا بر جیب زاویهٔ ج که الح ید ر ثانیه است
قسمت نمودم خارج بست ویک شد وآن ضلع ب ج مطلوب است وباید دانست که چون
در استخراج جیوب وضرب وقسمت آن اکثر کسور راکه اقل از نصف باشد فروگذاشت مي کنند
واگر زاید از نصف باشد آنرا کامل میگیرند لهذا في الجمله تفاوت خواهد افتاد باید که محاسب آنرا
ملحوظ داشته عمل نماید تا تفاوت کثیر در عمل واقع نشود *

جدول

قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
٠ل	٠	لا	کد	نه	ند
ا٠	ا	ب	مط	و	نا
ال	ا	لد	ند	کح	ه
ب٠	ب	ه	لح	ر	کط
ب ل	ب	لز	ا	مز	لو
ج٠	ج	ح	کد	لد	٠
ج ل	ج	لط	مو	کط	ر
د٠	د	یا	ر	کح	ند
د ل	د	مب	کز	ط	نح
ه٠	ه	کح	مه	لح	کو
ه ل	ه	مه	ب	م	نز
و٠	و	لو	کح	ح	کح
و ل	و	مز	لا	نح	لط
ز٠	ز	یح	کح	مو	ما
ز ل	ز	مط	کح	لط	کر
ح٠	ح	کا	ا	کح	کح
ح ل	ح	نب	و	مط	نح
ط٠	ط	کح	ط	ه	م
ط ل	ط	ند	ی	لو	نح
ی٠	ی	که	ح	د	کح

تفاضل جيبين دقيقه	ثانيه	ثالثه	رابعه	مقدار جيب بعبارت
لا	لد	ے	ر	سى و يک دقيقه بست و چهار ثانيه پنجاه و پنج ثالثه پنجاه و چهار رابعه
لا	له	ر	ا	يک درجه دو دقيقه چهل و نه ثانيه شش ثالثه يازده رابعه
لا	لد	ا	مد	يک درجه سى و چهار دقيقه چهارده ثانيه سيزده ثالثه پانزده رابعه
لا	لج	لط	م	دو درجه پنج دقيقه سى و هشت ثانيه هفده ثالثه بست و نه رابعه
لا	لب	مو	من	دو درجه سى و هفت دقيقه يک ثانيه چهل و هفت ثالثه شانزده رابعه
لا	لا	نه	ا	سه درجه هشت دقيقه بست و چهار ثانيه سى و چهار ثالثه
لا	ل	ند	ه	سه درجه سى و نه دقيقه چهل و شش ثانيه بست و نه ثالثه چهار رابعه
لا	كط	مه	نط	چهار درجه يازده دقيقه هفت ثانيه بست و سه ثالثه پنجاه و چهار رابعه
لا	كح	لح	كح	چهار درجه چهل و دو دقيقه بست و هفت ثانيه نه ثالثه پنجاه و سه رابعه
لا	ر	ب	لا	پنج درجه سيزده دقيقه چهل و پنج ثانيه سى و هشت ثالثه بست و شش رابعه
لا	كه	لر	لو	پنج درجه چهل و پنج دقيقه دو ثانيه چهل ثالثه پنجاه و هفت رابعه
لا	كح	ما	كو	شش درجه شانزده دقيقه هيجده ثانيه هشت ثالثه پنجاه و سه رابعه
لا	يا	كح	ب	شش درجه چهل و هفت دقيقه سى و يک ثانيه پنجاه و سه ثالثه سى و نه رابعه
لا	ط	نب	مو	هفت درجه هيجده دقيقه چهل و سه ثانيه چهل و شش ثالثه چهل و يک رابعه
لا	ر	مح	لو	هفت درجه چهل و نه دقيقه پنجاه و سه ثانيه سى و نه ثالثه بست و هفت رابعه
لا	ه	لو	له	هشت درجه بست و يک دقيقه يک ثانيه بست و سه ثالثه بست و سه رابعه
لا	ح	ا	مب	هشت درجه پنجاه و دو دقيقه شش ثانيه چهل و نه ثالثه پنجاه و هشت رابعه
لا	ا	لو	كح	نه درجه بست و سه دقيقه نه ثانيه پنجاه ثالثه چهل رابعه
ل	نز	مح	له	نه درجه پنجاه و چهار دقيقه ده ثانيه شانزده ثالثه پنجاه و هشت رابعه
ل	ند	نب	ب	ده درجه بست و پنج دقيقه هشت ثانيه بست و سه رابعه

فائده اگر مقدار هر سه زوایای مثلث معلوم باشد و مقدار هیچ یک ضلع معلوم نبود پس هرگز مقدار ضلع معلوم نتواند شد الا اینکه احد الاضلاع را بمقدار معین فرض کنند و باقی اضلاع را ازان استخراج نمایند *

فائده چون جمیع اشکال ذوات اضلاع منقسم بمثلثات میتواند شد درینصورت هرگاه مقدار زاویه و مقدار ضلعین محیطین زاویه معلوم باشد پس مقدار خط واصل بین ضلعین که وتر آن زاویه و ضلع ثالث مثلث است نیز معلوم می تواند گردید *　　(جدول ۱۰۰)

مسئلهٔ چهل ویکم در معرفت قوس از محیط دائره و مقدار وتر و طریقش اینست که قطر را در چهار ضرب ساخته با مقدار وتر جمع نمایند و محفوظ دارند و باز مجذور محیط را در پنج ضرب نموده و حاصل را در ربع وتر ضرب ساخته بر محفوظ قسمت سازند و خارج قسمت را از ربع مجذور محیط نقصان کنند و جذر باقی را از نصف محیط بکاهند باقی مقدار قوس بود و باید دانست که این قاعده را صاحب دستور الحساب بیان نموده لاکن این نحیف را درین شک است چراکه نسبت قوس و وتر ضمنی است اگر از جدول اوتار یا جیوب مقدار قسی حاصل سازند مستحسن است و طریقش اینست که مقدار وتر معلوم را در یک صد و بست ضرب کرده بر مقدار قطر معلوم قسمت سازند که خارج مقدار وتر با جزاء قطریه که عند المنجمین یک صد و بست درجه است خواهد بود و هرگاه قوس آن از جدول اوتار بگیرند مقدار قوس حاصله باجزاء محیطیه که عندهم سه صد و شصت است خواهد گردید پس طریق مؤلف اینست که محیط دائره معلوم القدر را در مقدار قوس حاصله ضرب ساخته بر سه صد و شصت قسمت نمایند که خارج مقدار قوس مطلوبه باجزاء محیطیهٔ معلومه خواهد بود و طریق دانستن محیط از قطر معلومه در مسئلهٔ سی ونهم مذکور شده و طریقیکه در استخراج قوس از وتر و قطر مشهور است اینست که ثلث سبع قوس اعنی حصه بست و یکم قوس حاصله بر مقدار قوس حاصله بیفزایند خواه ثلث قوس مذکور را در نسبت محیط الی القطر که بموجب حساب صاحب مفتاح ح ح الطمد ثالثه است ضرب سازند که حاصل مقدار قوس مذکور باجزاء قطریه که یکصد و بست است خواهد بود و هرگاه آنرا در مقدار نصف قطر معلومه ضرب سازند و حاصل را بر شصت قسمت کنند خارج مقدار قوس مطلوبه باجزاء قطریهٔ معلومه خواهد بود و نیز اگر نصف قطر معلوم را در نسبت محیط الی القطر که بحساب صاحب مفتاح ح ح الطمد ثالثه است

وبحساب مشهور سه ویک سبع است ضرب سازند وحاصل را درمقدار قوس که باجزاء محیطیه
سه صد وشصت حاصل شده است ضرب نموده بریکصد وبست که مقدار قطریه است قسمت
سازند خارج مقدار قوس مطلوبه باجزاء قطریهٔ معلومه خواهد بود ونیز اگر نصف وترکه جیب
نصف قوس مطلوبه است گرفته بهمبرین طریق عمل نمایند مطلوب حاصل میشود مثلاً اگر
گویم که نصف قطر معلوم دوازده ذرعه ونصف وتر معلوم ولح است اعني شش ذرعه وسي
وهشت شصتم ذرعه است پس مقدار محیط قطر بست وچهار ذرعه ومقدار وتر سیزده ذرعه وشانزده
شصتم شد وهرگاه یه لو را که مقدار وتر است دریکصد وبست درجه که ب مرفوع مرة است ضرب
کرده وحاصل را که الولب درجه است بر الد که مقدار قطر معلوم است قسمت نمودم خارج
او ک ثانیه شد که مقدار وتر باجزاء یکصد وبست است وقوس آن از جدول اوتار (اومد دقیقه باشد
باجزاء محیطیه پس بطریق خود محیط دائرهٔ معلومه را که بحساب مشهور $\frac{۲۲}{۷}$ وبحساب صاحب
مفتاح اله الح نح لو ثالثه اعني هفتاد وپنج ذرعه وبست وچهار شصتم تقریباً است در مقدار
قوس حاصله که اومد دقیقه است ضرب کردم حاصل الم نا لد الا مه نو خامسه شد آنرا بر سه
صد وشصت درجه که و مرفوع مرة است قسمت نمودم خارج ج یه نح له مح لح ها وسادسه گردید وآن
مقدار قوس مطلوبه باجزاء قطر معلومه است اعني سیزده ذرعه وپنجاه ونه شصتم تقریباً ونیز
اگر ولح را که نصف وتر معلوم المقدار است در شصت ضرب کرده بر دوازده که نصف قطر
معلوم المقدار است قسمت کردم خارج لحے شد وآن مقدار جیب نصف قوس مطلوبه است وقوس
آن از جدول جیوب لح الب وآن نصف قوس مطلوبه است باجزاء محیطیه که سه صد وشصت
باشد وهرگاه بطریق مشهور حصهٔ بست ویکم را که اله ک باشد بر آن بیفزایم لد نر ک میشود وآن
مقدار نصف قوس مذکور باجزاء قطریه است که یکصد وبست باشد وبحساب صاحب مفتاح اگر ثلث
لح الب را که یا ر کے ثانیه است در نسبت قطر الی المحیط که ج ح الط مد ثالثه است ضرب کردم
حاصل لد نو الط الب ثالثه شد وآن مقدار نصف قوس مذکور باجزاء قطریه مذکور است وهرگاه
آنرا در مقدار نصف قطر معلوم که ب است ضرب کردم وبر شصت قسمت نمودم بطریق
مشهور و نط الح ثانیه مقدار نصف قوس باجزاء قطریهٔ معلومه گردید وبحساب صاحب مفتاح
و نط او نب ثالثه برآمد ونیز اگر نصف قطر معلوم را که ب است در سه ویکسبع ضرب کردم حاصل

جدول ۱۰۱ صفحه ۲۲۵

نام ضلع مطلوب	اعداد مضروب فیه که قطر دائره را در آن ضرب سازند
مثلث	۳ ۲ ۹ ۳ ۱۰
مربع	۳ ۵ ۸ ۴ ۸
مخمس	۴ ۳ ۵ ۰ ۷
مسدس	۰ ۰ ۰ ۰ ۶
مسبع	۵ ۵ ۰ ۲ ۵
مثمن	۲ ۲ ۹ ۵ ۴
متسع	۱ ۳ ۰ ۱ ۴
معشر	۲ ۸ ۰ ۷ ۳

لومب نا ثانیه شد و آنرا در نصف قوس که با جزاء محیطیه که لہ الف است ضرب نمودم وحاصل را
که کخ الد ثانیه باشد بر یکصد و هشتاد قسمت ساختم خارج ونط الح گردید که مقدار نصف قوس
مطلوبه با جزاء قطریهٔ معلومه است مطابقا للاولی بحساب المشهور واگر نب را در ح الط مد
ثالثه ضرب نموده حاصل را که لر ما نر صح ثالثه است در لہ الف ضرب نموده حاصل را که کرم نر
است بر یکصد وهشتاد قسمت نمودم خارج ونط بر نب ثالثه مقدار نصف قوس برآمد وآن مطابق
طریق این نحیف است واگر بموجب قاعدهٔ صاحب لیلاوتي اول قطر را که ۲۴ بود در چهار
ضرب کرده با وتر جمع نمودم امط بو ثالثه شد آنرا محفوظ داشتم و باز محیط دائره بطریق صاحب
لیلاوتي حاصل نمودم اعني ۲۴ را در سه هزار ونهصد وبست وهفت ضرب کرده بریک هزار
ودوصد وپنجاه قسمت نمودم خارج اه الح ند ثانیه شد ومربع آن که الد مد ند لا ب نو را بعه است
در پنج ضرب کردم وحاصل را که رنح مد لب لوح ثالثه بود باز در ربع وتر که ح لط) است ضرب
ساختم وحاصل الضرب را که الو یا ند مد رلح نر رابعه است بر امط بو که محفوظ بود قسمت کردم
وخارج قسمت را که ند الف مر اله ب ثالثه شد از ربع مربع محیط که الح ما ح لو صح ط رابعه است
ساقط نمودم باقي ط ح نو ب موط رابعه ماند جذر آنرا که الح لر لط ثانیه است از نصف محیط که لرما نر
ثانیه است ساقط نمودم باقي ىد ه صح ثانیه مقدار قوس ماند وآن زیاده از مقداریکه بطریق
این نحیف وبطریق صاحب مفتاح وغیره برآمده میشود اگرچه تفاوت قلیل است فافهم *

مسئلهٔ چهل ودویم در دانستن مقدار ضلع مثلث متساوي الاضلاع ومربع ومخمس ومسدس
تا معشر که اندرون دائره باشد وطریقش اینست که قطر دائره را در ارقام های که اندرون
جدول بخانهٔ مضروب فیه نوشته شده است ضرب ساخته بریک لکهه وبست هزار قسمت کنند
که خارج مقدار ضلع خواهد بود ونیز اگر ضلع شکل را در یک لکهه وبست هزار ضرب نموده
برارقام جدول قسمت کنند خارج قطر دائرهٔ محیطیه شکل خواهد بود (جدول ۱۰۱)

مسئلهٔ چهل وسیوم در بیان استخراج قطر کره ومحیط دائرهٔ عظیمه بالای کره که از آن جمله
چهار طریق در مجسطي مذکور است وبنای همه طرق بر شکل بستم مقالهٔ اولی از کتاب اکر
ثاوذوسیوس است وچند طریق دیگر که صاحب عیون الحساب بیان نموده ما همه را بهٔ بیان
واضح واسهل مینویسم وچون استخراج قطر کره منحصر بر عمل است واشکال مجسمه بر صفحهٔ

که سطح مستوی است راست نمی آید لهذا تخییل صادق و توهم واثق در ادراک آن ضرور است
و این نحیف از کرهٔ مجسمه امتحان نموده اول فوائد چند که درینمقام دانستن آن پر ضرور است
و در تخییل و تصویر مطالب متعلقهٔ عمل مذکور معین میشود بیان میگردد *

فائدهٔ اولی هرگاه بر سطح کره دائره از پرگار بکشند بهر بعدیکه خواهند آن دائره کره را بدو
قطعه منقسم خواهد کرد و قطر دائرهٔ مرسومه و تر هر دو قوس محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره که از هر دو قطعه
حادث میشوند خواهد بود *

فائدهٔ دویم مقدار فتح پرگار که به بعد آن دائره بر سطح کره کشیده شود مقدار وتر نصف قوس
مذکور خواهد شد چرا که سطح کره مستدیره است و خط واصل بین الرجلین پرگار خط مستقیم
پس خط مذکور وتر نصف قوس می افتد *

فائدهٔ سیوم نقطهٔ که در کشیدن دائره بر سطح کره بمنزلهٔ مرکز فرض کرده میشود فی الحقیقة
مرکز آن دائره نیست بلکه آن نقطه بمنزلهٔ قطب کره است و خط واصل در میان نقطهٔ مذکور
و محیط دائرهٔ مرسومه بالای سطح کره خط مستدیر است و فی الحقیقة مرکز دائرهٔ مذکور
در جوف کره مابین سطح دائرهٔ مذکور که از قطعهٔ دائره متخیل میشود خواهد بود *

فائدهٔ چهارم چون قطر دائرهٔ مرسومه و تر قوس محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره است و فتح پرگار
در کشیدن دائرهٔ مذکور بقدر وتر نصف قوس مذکور میشود پس مقدار فتح پرگار اعظم از نصف
قطر دائرهٔ مذکور خواهد بود *

فائدهٔ پنجم چون قطر دائرهٔ مرسومه و تر قوس محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره است و فتح پرگار
مقدار وتر نصف قوس مذکور پس از هر دو وتر هر دو نصف قوس مذکور که ملتقی بر نقطهٔ قطبیه
متخیل میشوند و از قطر دائرهٔ مذکور یک مثلث متساوی الساقین در جوف کره حادث خواهد شد *

فائدهٔ ششم قطر کره قطر دائرهٔ عظیمهٔ کره است و ایضا خط واصل بین قطبین کره که آنرا
محور نیز گویند *

فائدهٔ هفتم اگر بر هر دو نقطهٔ طرفین خطی دو دائره ببعدیکه از نصف خط زائد باشد بکشند
آن هر دو دائره دو جا تقاطع خواهند کرد *　　　　　　　　　　(شکل ۱۰۲)

فائدهٔ هشتم اگر خواهند که بالای خطی مفروض مثلثی متساوی الساقین بسازند بشرطیکه

مقدار ساق زائد از نصف خط مفروضه باشد پس بالای نقطه هر دو طرف خط از پرکار دو دائره
بکشند ببعد یکه مقدار ساق مطلوب باشد و باز نقطهٔ تقاطع دائرتین را با هر دو نقطهٔ طرف الخط وصل
کنند مثلث متساوي الساقین حادث خواهد شد بدینصورت (شکل ۱۰۳)

فائدهٔ نهم اگر بخواهند که بر نقطهٔ مفروضه خطی عمود بکشند باید که بر هر دو طرف نقطهٔ
مذکور ببعد مساوي خطی مستقیم وصل کنند بحیثیتیکه آن نقطه منصف خط مفروض شود و بالای
آنخط مثلث متساوي الساقین بکشند و خطی ما بین رأس المثلث و آن نقطه وصل نمایند که خط
مذکور عمود خواهد بود و ازین ظاهر میشود که هر خط که از رأس مثلث متساوي الساقین
بر نصف الوتر بکشند آنخط عمود می باشد بدینصورت * (شکل ۱۰۴)

فائدهٔ دهم اگر بخواهند که بالای مثلث دائره بکشند باید که هرد و ساق مثلث را تنصیف
سازند و بر نقطهٔ منصف هرد و ساق دو عمود خارج نمایند هرجا که آن هرد و عمود ملاقي شوند مرکز
دائره خواهد بود پس بر آن مرکز ببعد رأس المثلث دائره بکشند بدینصورت * (شکل ۱۰۵)

فائدهٔ یازدهم هرگاه بر منصف هرد و ساق مثلث متساوي الساقین خواه بهرد و طرف
ساقین مثلث مذکور بر نقطتین ملتقای وتر دو عمود بجانب مقابل رأس المثلث بکشند آن هرد و
عمود بریک نقطه ملاقي خواهند شد و هرد و عمود متساوي خواهند بود بشکل عروس
بدینصورت * (شکل ۱۰۶)

فائدهٔ دوازدهم هرگاه بر وتر قوسی از محیط دائره مثلث متساوي الساقین رسم نمایند
بحیثیتیکه رأس المثلث مماس قوس باشد و بهرد و طرف ساقهای مذکور بر نقطه ملتقای وتر دو
عمود بکشند و از نقطهٔ ملتقای عمودین خطی تا رأس المثلث وصل نمایند آن خط قطر دائرهٔ مذکور
خواهد بود و مقدار واقع بین رأس المثلث والوتر سهم قوس خواهد شد بدینصورت (شکل ۱۰۷)

فائدهٔ سیزدهم وتر قوس مسدس محیط مساوي نصف قطر دائره می باشد بدانکه هرگاه این
فوائد دانستي پس طریق استخراج قطر کره بیان میکنم طریق اول بالعمل که بموجب شکل بستم
از مقالهٔ اولی اکرثاوذوسیوس ودر مجسطي نیز مذکور است اینست که بالای کره دائره
از پرگار بهر بعدیکه خواهند بکشند و بقدر فتح پرگار خطی مستقیم بالای سطح مستوي رسم نمایند
وآنرا مقدار اول نام نهند بعد از ان دائرهٔ مرسومهٔ بالای کره را شش قسم مساوي ساخته نشان کنند

و پای پرگار بر یک نشان و پای دیگر را بر نشان چهارم نهند و بقدر فتح پرگار بازخطی مستقیم بر سطح مستوی بکشند و آنرا مقدار ثانی نام نهند و این مقدار قطر دائرهٔ مرسومه است زیرا که از نشان اول تا نشان چهارم نصف دائره است و بالای خط مقدار ثانی مثلث متساوی الساقین رسم سازند که هر یک ساق او بقدر مقدار اول باشد بعد ازان بر هر دو ساق از نقطتین ملتقای ساقین باوتر دو عمود بجانب مقابل رأس المثلث بکشند پس لامحالة آن هر دو عمود بر یک نقطه ملاقی خواهند شد پس از نقطهٔ مذکور تا رأس المثلث خطی وصل نمایند آن خط مقدار قطر کره است صورته هکذا (شکل ۱۰۸)

طریق دویم اینست که بدستور طریق اول بعد کشیدن دائره بالای کره و تعیین مقدار اول و ثانی بر خط مقدار اول نصف دائره بکشند و فتح پرگار بقدر نصف مقدار ثانی نموده یک پای آنرا بر نقطهٔ یکطرف مقدار اول که بر آن نصف دائره کشیده اند بنهند و از پای دیگر بر قوس نصف دائرهٔ مذکور نشان کنند و خط واصل بکشند و بعد ازان از طرف آخر بهمان نشان خط واصل کشیده خارج نمایند و از طرف اول خط مذکور عمود خارج سازند پس یقین است که هر دو خط بر یک نقطه متلاقی خواهند شد و دو مثلث قائم الزاویه حادث خواهند شد یکی اعظم خارج از نصف دائره که یک ضلع آن خط مقدار اول است و دویم خط عمود و سیوم وتر خارج از طرف آخر تا به نشان مذکور و دویم مثلث اصغر داخل نصف دائره که یک ضلع آن نصف مقدار ثانی است و دویم خط واصل بین طرف آخر مقدار اول و نشان مذکور و وتر آن خط مقدار اول است پس وتر مثلث اعظم مقدار قطر کره است و هذه صورته　　(شکل ۱۰۹)

و این طریق هم راجع بطریق اول است زیرا که خط مقدار اول یک ضلع مثلث متساوی الساقین است که در طریق اول مرسوم میشود و نصف مقدار ثانی نصف وتر مثلث مذکور است و خط واصل ما بین طرف آخر مقدار اول و نشان مذکور عمود مثلث مذکور پس گویا مثلث اصغر که در طریق دویم میان نصف دائره واقع میشود نصف مثلث طریق اول است و مثلث اعظم که در طریق دویم است مثل احد المثلثین است که در طریق اول از خط واصل بین ملتقای عمودین و رأس المثلث حادث میشوند و برهان این هر دو طریق اینست که از خط واصل بین نقطتین قطبین کره تنصیف دائرهٔ عظیمه که مار بقطبین کره باشد میشود و چون یک قطب کره نقطهٔ رأس المثلث است پس هر گاه بر خط مقدار اول که یک ضلع مثلث و وتر قوسی از محیط دائرهٔ مذکوره و واقع در نصف

دائره است عمود بکشند زاویهٔ قائمه حادث میشود پس لامحاله آن عمود منتهي بر نقطهٔ قطب آخر خواهد گردید چراکه هر زاویهٔ قائمه که در نصف دائره از خطین خارجین از دو طرف نصف دائره و متلاقیین علی محیط حادث میشود لامحاله وتر آن زاویهٔ قائمه قطر می باشد چنانچه در اصول ثابت است ومرت الاشارة الیه في المسئلة السادسة والعشرين من هذه المقدمة طریق سیوم اینست که بعد رسم دائره بالای کره ورسم مثلث متساوي الساقين چنانکه در طریق اول ذکر یافت دائره بالای مثلث مذکور بکشند و آن مساوي دائرهٔ عظیمهٔ کره خواهد بود و قطر آن قطر کره باشد زیراکه چون وتر مثلث مذکور وتر قوسي از محیط عظیمهٔ کره است که مار بقطبین کره باشد پس لامحاله قوس مذکور مساوي قوسی از دائره خواهد بود که بالای آن مثلث بکشند و هرگاه دائره بر مثلث کشیده شد آن دائره مساوي محیط عظیمهٔ کره گردید فافهم وهذه صورته (شکل ١١٠)
طریق چهارم بعد رسم دائره بالای کره وتعیین مقدار اول وثانی بر هر دو نقطهٔ طرفین خط مقدار ثاني دو دائره ببعد مقدار اول بکشند چنانچه در فائدهٔ هشتم در طریق رسم مثلث متساوي الساقين گفته شد و مثلث متساوي الساقين ببعد مقدار ثاني رسم نمایند بعد ازان بر نقطهٔ رأس المثلث دائرهٔ سیوم ببعد مقدار اول بکشند لامحاله این دائرهٔ سیومي آن هر دو دائرهٔ اولی را بر دو دو نقطه تقاطع خواهد کرد پس نقطتین متقاطعتین هریک دائره را باهم وصل کنند واخراج نمایند جانب مقابل رأس المثلث تاکه هر دو خط باهم متلاقي شوند پس نقطهٔ تلاقي آن هر دو خط مرکز دائره وخط واصل بین رأس المثلث وذلک النقطة نصف قطر کره است بدینصورت (شکل ١١١)
واین طریق هم راجع بطریق سیوم است که گویا بر منصف هر دو ساق مثلث عمود خارج کرده میشود و نقطه ملتقای عمودین مرکز دائرهٔ عظیمهٔ کره است پس خط واصل بین رأس المثلث یا احد الطرفین وتر نصف قطر دائرهٔ عظیمهٔ کره باشد طریق پنجم بر سطحی مستوي خطی مستقیم رسم نمایند و بر آن خط دو آله که مسمی بکونیا است بکاف تازي ودر هندي زبان زد معماران بکاف فارسي است بنهند بحیثیتیکه هر دو عمود کونیا بر آن خط باشند وکره را درمیان آن بدارند بنوعیکه آن هر دو عمود مماس کره شوند پس مقدار ما بین العمودین از خطي که بر سطحی مستوي باشد مقدار قطر کره است طریق ششم بالای سطح کره مسطره که دران یک خط مستقیم کشیده شود موازي افق بنهند و بدو طرف آن دو شاقول بدو رشته آویزان سازند بحیثیتیکه آن هر دو

رشته مماس کره شوند پس مقدار ما بین شاقولین از مسطره مقدار قطر کره است و مراد از موازي افق آن است که بر هر سطحی مستوي که آن کره را نهاده باشند سطح کره آن را بیک نقطه تماس خواهد کرد پس اگر دو خط متساوي از دو طرف بر آن نقطه وصل سازند که آن هر دو یک خط مستقیم شوند و نقطهٔ مذکور منصف خط مذکور باشد و آن هر دو شاقول بر آن خط فرود آیند و عمود شوند طریق هفتم بالحساب باستبانة طریق اول است که مربع نصف قطر مقدار ثاني را از مربع مقدار اول ساقط نموده جذر باقي بگیرند که آن سهم قوسی از محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره است که مقدار ثاني وتر آن واقع شده پس بموجب مسئلهٔ بست و چهارم من هذه المقدمة مربع نصف مقدار ثاني را که فی الحقیقة مربع نصف وتر قوس است بر مقدار سهم قسمت کنند و خارج را با سهم مذکور جمع سازند حاصل قطر کره است طریق هشتم بالحساب مربع مقدار اول را که فی الحقیقة مجموع مربع نصف مقدار ثاني و مربع سهم است بر سهم قسمت سازند که خارج مقدار قطر کره است *

فائده اما چون خواهند که بر کره دائرهٔ عظیمه بکشند اول ببعد نصف قطر کره بر سطح مستوي دائره بکشند این دایرهٔ عظیمه مساوي دایرهٔ عظیمهٔ کره خواهد بود پس آنرا بچهار قسم مساوي منقسم سازند بقطرین متقاطعین علی القوائم و بقدر وتر یک قوس که ربع محیط دائره است فتح پرکار نمایند و یک پاي پرکار را بر قطب کره قائم کرده بپاي دیگر دائره بکشند آن دایرهٔ عظیمهٔ کره خواهد بود و بالحساب ظاهر است که مقدار محیط دایرهٔ عظیمه بقدر سه مثل و یکسبع قطر خواهد بود کما مر مرارا *

مسئلهٔ چهل و چهارم در استخراج ارتفاع اسطوانه و مخروط باید دانست که اگر اسطوانه و مخروط بر سطح زمین قائم باشد پس مسطره بالای رأس آن موازي افق بنهند و شاقول آویزان کرده ارتفاع را حاصل کنند چنانکه در کره گفته شد و اگر اسطوانه و مخروط بر زمین قائم نباشد پس دو آلهٔ کونیا را مماس دو قطر قاعدتین خواه مماس قطر قاعده و رأس المخروط موازي یک دیگر نصب کنند که فصل ما بین دو آله مقدار ارتفاع است و نیز در مخروط مستدیره و مضلع قائمه بحساب هم استخراج ارتفاع میتواند شد چراکه ارتفاع عبارت از عمود است که از رأس المخروط بر مرکز قاعده خارج شود درینصورت بشکل عروس مربع نصف قطر قاعده را از مربع خط واصل بین محیط القاعده و رأس المخروط ساقط نمایند که جذر باقي مقدار عمود خواهد بود *

مسئلهٔ چهل و پنجم در استخراج مقدار عمود و خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط تام از مخروط ناقص بايد دانست که هر مخروط تام را که موازي قاعده قطع کنند پس قطع اسفل او مسمی بمخروط ناقص است و سطحی که بسبب قطع موازي قاعده حادث شود آنرا قاعدهٔ اعلی و قاعدهٔ صغری گویند و قطع اعلی لا محاله مخروط تام اصغر متشابه مخروط تام اول خواهد شد و آنرا مخروط اصغر حادثه گویند پس اگر مخروط مستدیره است نسبت نصف قطر قاعدهٔ مخروط اول الی خط واصل بین محیط قاعده و رأس المخروط خواه الی الارتفاع مثل نسبت نصف قطر قاعدهٔ مخروط اصغر حادثه الی خط واصل بین رأس المخروط و محیط قاعدهٔ او و خواه ارتفاع او خواهد بود و بابدال نسبت چنانکه در مسئلهٔ رابعه مطلب سیوم باب سیوم گفته شد نسبت نصف قطر قاعدهٔ مخروط اول الی نصف قطر قاعدهٔ مخروط اصغر حادثه مثل نسبت خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اول الی خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اصغر خواه مثل نسبت ارتفاع مخروط اول الی ارتفاع مخروط اصغر خواهد بود و هرگاه بموجب مسئلهٔ سادسهٔ مطلب مذکور فضل النسبة بگیرند نسبت نصف قطر قاعدهٔ مخروط اول بطرف فضل او علی نصف قطر قاعدهٔ مخروط اصغر مثل نسبت خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اول بطرف فضل او علی خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اصغر خواهد شد درینصورت بموجب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه که انشاء الله تعالی در باب علیحده مذکور خواهد شد نصف قطر قاعده مخروط اول را اگر در خط واصل بین محیطي الدائرتین مخروط ناقص مستدیره و خواه در ارتفاع آن که في الحقيقة همان مقدار فضل اوست ضرب نموده بر فضل نصف قطر هر دو دائره قسمت کنند خارج مقدار خط واصل بین محیط قاعده و رأس مخروط اول خواه ارتفاع او خواهد بود و همچنین در مخروط ناقص مضلع بجای هر دو نصف قطر دو ضلع متوازيین هر دو قاعدهٔ مخروط اول و اصغر را اعتبار کنند و بايد دانست که هرگاه مقدار خط واصل مخروط اول خواه ارتفاع او معلوم باشد پس بعد اسقاط خط واصل بین القاعدتین خواه ارتفاع مخروط ناقص باقي مقدار خط واصل خواه ارتفاع مخروط اصغر خواهد بود چراکه قاعدهٔ مخروط اصغر همان قاعدهٔ صغری است و همچنین در مخروط مستدیر مائله چون از خط اطول و اقصر و قطر قاعده یک مثلث حادث میشود که ساقین آن هر دو خط اطول و اقصر است

و قاعدهٔ آن قطر قاعدهٔ مخروط پس بموجب قواعد استخراج عمود مثلثات عمود آن استخراج میتوانند کرد و در مخروطات مضلعهٔ مائله متساوي الاضلاع والزوایا اگر عدد اضلاع فرد باشد قاعدهٔ مثلث حادثهٔ مذکور بقدر مجموع نصف قطر دائرهٔ داخله و نصف قطر دائرهٔ خارجه خواهد بود و در مخروطات مضلعهٔ مائله متساوي الاضلاع والزوایا که عدد اضلاع زوج باشد اگر خط اطول واقصر بر زاویتین متقابلتین مضلعه واقع شود پس قاعدهٔ مثلث حادثه قطر دائرهٔ خارجه خواهد بود واگر خط اطول واقصر بر منصف ضلعین متقابلین واقع شود قاعدهٔ مثلث حادثه قطر دائرهٔ داخله خواهد شد واگر آن هر دو خط قاطع الضلعین متقابلین علی غیر نقطتي المنصف باشند اعم ازینکه آن مضلع مزدوجه باشد یا منفرده پس مربع مقدار مابین تقاطع و منصف ضلع را بر مربع نصف قطر دائرهٔ داخله افزوده جذر مجموع را تضعیف سازند که حاصل قاعدهٔ مثلث حادثه شود و همچنین اگر مقدار سهم ومقدار زاویه میل سهم که از قائمه باشد سهم را در جیب تمام زاویهٔ مذکور ضرب نموده بر شصت قسمت سازند که خارج مقدار عمود باشد وهمچنین اگر مقدار زاویه میل سهم در اسطوانهٔ مائله معلوم باشد جیب آنرا در خط واصل بین قاعدتین که موازي ومساوي سهم بود ضرب ساخته برشصت قسمت نمایند که خارج عمود خواهد بود *

مسئلهٔ چهل و ششم در ترکیب ساختن اکثری از اشکال مجسمات که در مقدمهٔ اول وعدهٔ بیان آن نموده شد ودرین چند بیان است *

بیان اول

در ترکیب ساختن شکل مجسم ذو ثمانیه قواعد مثلثات متساوي الاضلاع والزوایا باید که اول یک مخروط مربع القاعده متساوي الاضلاع که ضلع قاعده وضلع مخروط مساوي باشد آراست کنند بعد ازان برهمان قاعده مخروط دیگر مثل مخروط اول قائم کنند که شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات خواهد بود گویا که این شکل مرکب از دو مخروط متحدة القاعده است وچون هریک زاویهٔ مجسمهٔ آن مرکب از چهار زاویهٔ مسطحه است پس شش زاویهٔ مجسمه درین شکل خواهد افتاد *

بیان دویم

در ترکیب ساختن ذو عشرین قاعده مثلثات متساوي الاضلاع والزوایا اول دو مخروط مخمس القاعده که ضلع مخروط وضلع قاعده متساوي باشند بسازند و بعد ازان برهریک ضلع

قاعدهٔ هرد و مخمس مثلث متساوي الاضلاع والزاويا قائم کنند که رأس المثلث مماس حدبهٔ زوایای قاعدهٔ مخمس باشد این ده مثلثات متساوي الاضلاع والزاويا مابين القاعدتين خواهند بود چراکه عدد اضلاع هرد و مخمس ده است و چون سطح هرد و مخروط مخمس القاعده مرکب از پنج مثلث است درینصورت بست مثلثات مساوی الاضلاع والزوایا حادث خواهند شد وچون هریک زاویهٔ مجسمهٔ آن مرکب از پنج زاویهٔ مسطحه است پس مجموع عدد زوایای مجسمه دوازده خواهد بود وآن شکل ذو عشرین قاعده است *

بیان سیوم

در ترکیب ساختن ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات مساوي الاضلاع والزوايا اول دو سطح مخمس متساوی الاضلاع والزوایا بسازند وآن هرد و را متوازي یک دیگر بحیثیتیکه زوایای هریکی محاذي منصف ضلع دیگر باشد بدارند بعد ازان بر هریک ضلع هرد و مخمس که ده ضلع اند ده مخمس مساوي الاضلاع والزوایا قائم کنند بنهجیکه هریک زوایای مخمسات ملصق یک دیگر باشند درینصورت سه زاویهٔ سه مخمس یکجا مجتمع خواهند شد یعني زاویهٔ مجسمه از احاطهٔ سه زاویهٔ مسطحه حادث خواهد شد وبالکل زوایای مجسمه بست خواهند گردید وبطریق دیگر اگر خواهند اول یک شکل مکعب بسازند چراکه شکل مکعب دوازده ضلع دارد پس بر هرضلع مکعب راوتریک زاویهٔ مخمس قرارداده دوازده مخمس متساوي الاضلاع والزوایا آراست کنند که شکل ذواثني عشر قاعدهٔ مخمسات حادث شود *

بیان چهارم

در ترکیب ساختن اشکال ذو صنفین باید دانست که چون اشکال ذو صنفین از اشکال ذو صنف واحد مستنبط میشود لهذا اول کلیات چند که دانستن آن درین مقام پرضرور است بیان میکنم کلیهٔ اول هر مثلث متساوي الاضلاع راکه بخطوط واصل بین انصاف اضلاع منقسم سازند چهار مثلثات متساویات که متشابه به مثلث اول باشد حادث میشوند بدینصورت (شکل ۱۱۲) کلیهٔ دویم هرگاه در هر مثلث متساوي الاضلاع هر ثلث ضلعین متجاورین را بخطی وصل کنند مثلث مذکور منقسم بیک مسدس وسه مثلث متساوي الاضلاع میشود ومساحت هریک مثلث بقدر سدس مسدس خواهد بود بدینصورت * (شکل ۱۱۳)

کلیهٔ سیوم هر مربع را که بخط واصل بین منصف ضلعین متجاورین منقسم کنند یک مربع که مساحت او بقدر نصف مساحت مربع اول باشد و چهار مثلثات مساوي الساقین که هر یک ساق او بقدر نصف ضلع مربع اول باشد حادث خواهد شد و ضلع مربع ثاني بقدر جذر نصف مربع ضلع اول خواهد بود بدینصورت * (شکل ۱۱۴)

کلیهٔ چهارم از هر ضلع مربع بقدر فضل ضلع علی نصف قطر از هر یک زاویه نشان کنند و هر دو نشان ضلعین متجاورین را وصل کنند یک مثمن و چهار مثلث مساوي الساقین قائم الزاویه حادث خواهد شد که ضلع مثمن بقدر ضعف فضل نصف القطر علی نصف الضلع خواه بقدر فضل وتر علی الضلع باشد و ساق مثلث بقدر فضل ضلع علی نصف الوتر خواهد بود بدینصورت (شکل ۱۱۵)

کلیهٔ پنجم هر مخمس را که بخطوط واصله بین منصف ضلعین متجاورین قسمت کنند منقسم بمخمس و پنج مثلثات متساوي الساقین خواهد بود و ضلع مخمس حادثه بقدر نصف وتر زاویهٔ مخمس اول و ساق مثلث بقدر نصف ضلع مخمس اول خواهد شد بدینصورت (شکل ۱۱۶)

کلیهٔ ششم هرگاه از نصف قطر دائرهٔ محیطیهٔ مخمس بقدر نصف قطر دائرهٔ محاطیهٔ مخمس فضل کنند و بر آن دو عمود بهر دو طرف بکشند لا محاله آن هر دو عمود هر دو ضلعین مخمس را برد و نقطه تقاطع خواهند کرد و هرگاه بهر زاویهٔ مخمس چنین عمل کنند مخمس منقسم بمعشر و پنج مثلثات مساوي الساقین خواهد بود بدینصورت * (شکل ۱۱۷)

هرگاه این کلیات معلوم شد پس الحال ضوابط ساختن اشکال ذو صنفین بیان میکنم ضابطهٔ اول در ترکیب ساختن بشکل ذو ثمانیه قواعد که چهار از ان مثلثات و چهار مسدسات باشند باید دانست که این شکل از ذوار بعة قواعد مثلثات اخذ کرده میشود چرا که هرگاه بموجب کلیهٔ دویم ثلث هر ضلع از هر یک زاویهٔ هر مثلث قطع کنند چون مثلثات چهار اند پس چهار مسدسات باقي خواهد ماند و چون زوایای مجسمهٔ شکل مذکور چهار اند و هر زاویهٔ مرکب از سه زاویهٔ مسطحه است پس گویا چهار مخروط مثلث القاعده ساقط شده که مقدار ضلع قاعده و ضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذوار بعة قواعد خواهد بود و بسبب قطع مخروطات چهار مثلث در شکل مذکور حادث خواهد شد و آن شکل ذو ثمانیة قواعد که اربعه مثلثات و اربعه مسدسات است ضابطهٔ دویم در ترکیب شکل ذوار بعة عشر قواعد که شش از ان مربعات و هشت مثلثات است و آن از شکل

قوس باجزاء محیطه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
ــ ل	ــ	لو	ب	نب	اله
ا ٤	ا	لو	ند	مس	اله
ا ل	ا	نز	کح	لح	لو
ب ٤	ب	لح	لح	نه	لا
ب ل	ب	نط	ــ	نز	لد
ج ٤	ج	لط	مط	له	م
ج ل	ـد	٤	لد	ا	نه
د ٤	د	ل	نه	ر	مو
د ل	ه	ا	لب	ی	نا
ه ٤	ه	لا	مد	ند	مط
ه ل	و	ــ	ح	مط	لا
و ٤	و	لب	ر	م	ح
و ل	ر	ــ	لو	لخ	ــ
ر ٤	ر	لب	لب	ر	ع
ر ل	ح	ــ	لب	لر	ــ
ح ٤	ح	لب	لر	م	نه
ح ل	ط	ــ	ر	مح	لا
ط ٤	ط	لب	ــ	مح	ر
ط ل	ی	ا	مب	لو	ند
ی ٤	ی	لا	لو	لا	ح
ی ل	یا	٤	مد	مر	م
یا ٤	یا	ل	ر	لح	لح
یا ل	یا	نط	لد	ه	ند
یب ٤	یب	لح	له	ا	لر
یب ل	یب	نز	لط	لر	ر

تفاضل جیبین				مقدار جیب بعبارت
دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه	
ل	نا	نب	ب	ده درجه پنجاه وشش دقیقه دو ثانیه پنجاه و دو ثالثه بست و پنج رابعه
ل	مح	مح	نا	یازده درجه بست وشش دقیقه پنجاه وچهار ثانیه چهل وچهار ثالثه سی وپنج رابعه
ل	مه	لز	ه	یازده درجه پنجاه وهفت دقیقه چهل وسه ثانیه بست وهشت ثالثه بست وشش رابعه
ل	م	ا	نح	دوازده درجه بست وهشت دقیقه بست وهشت ثانیه پنجاه وپنج ثالثه سی و یک رابعه
ل	لح	لح	لو	دوازده درجه پنجاه و نه دقیقه ده ثانیه پنجاه وهفت ثالثه بست وچهار رابعه
ل	لد	مو	ه	سیزده درجه بست ونه دقیقه چهل ونه ثانیه بست و پنج ثالثه چهل رابعه
ل	ل	نه	نا	چهارده درجه بست وچهار ثانیه یازده ثالثه پنجاه وپنج رابعه
ل	لو	نز	ه	چهارده درجه سی دقیقه پنجاه وپنج ثانیه هفت ثالثه چهل وشش رابعه
ل	لب	مط	نح	پانزده درجه یک دقیقه بست ودو ثانیه چهار ثالثه پنجاه ویک رابعه
ل	کح	ند	لب	پانزده درجه سی ویک دقیقه چهل وچهار ثانیه پنجاه وچهار ثالثه چهل ونه رابعه
ل	کز	ه	مز	شانزده درجه دو دقیقه سه ثانیه چهل ونه ثالثه بست ویک رابعه
ل	ط	یح	مد	شانزده درجه سی ودو دقیقه هفده ثانیه چهل ثالثه هشت رابعه
ل	ه	یح	لو	هفده درجه دو دقیقه بست وشش ثانیه پنجاه وهشت ثالثه پنجاه ودو رابعه
ل	د	ط	نب	هفده درجه سی ودو دقیقه سی ودو ثانیه هفده ثالثه هیجده رابعه
کط	نه	کح	مه	هیجده درجه دو دقیقه سی ودو ثانیه بست وهفت ثالثه ده رابعه
کط	ه	ز	لو	هیجده درجه سی ودو دقیقه بست وهفت ثانیه چهل ثالثه پنجاه وپنج رابعه
کط	مز	ند	نو	نوزده درجه دو دقیقه هفده ثانیه چهل وهشت ثالثه بست ویک رابعه
کط	لط	لح	لز	نوزده درجه سی ودو دقیقه دو ثانیه چهل وسه ثالثه هفده رابعه
کط	لد	د	ط	بست درجه یک دقیقه چهل و دو ثانیه شانزده ثالثه پنجاه وچهار رابعه
کط	لح	لو	لز	بست درجه سی ویک دقیقه شانزده ثانیه بست ویک ثالثه سه رابعه
کط	لب	م	نح	بست ویک درجه چهل وچهار ثانیه چهل وهفت ثالثه چهل رابعه
کط	لو	مز	لو	بست ویک درجه سی دقیقه هفت ثانیه بست وهشت ثالثه سی وهشت رابعه
کط	ی	مه	لح	بست ویک درجه پنجاه ونه دقیقه بست وچهار ثانیه پانزده ثالثه پنجاه وچهار رابعه
کط	د	له	ه	بست ودو درجه بست وهشت دقیقه سی وپنج ثانیه یک ثالثه بست وهفت رابعه
کح	نح	یح	و	بست ودو درجه پنجاه وهفت دقیقه سی ونه ثانیه سی وهفت ثالثه هفده رابعه

قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه						تفاضل جیبین			
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه		دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
الح٤	الح	الو	لر	نه	الح		الح	نا	نب	لح
الحل	الح	نه	الط	مر	نو		الح	مه	نح	نخ
الد٤	الد	الد	له	و	ند		الح	لح	لر	لا
الدل	الد	نب	نخ	من	اله		الح	لا	مح	ه
اله٤	اله	الا	اله	لب	مر		الح	الد	نا	ط
الهل	اله	مط	ه	الح	مط		الح	ر	مو	ه
الو٤	الو	نح	ح	ے	ی		الح	ے	لح	له
الول	الو	مو	نح	مح	لط		الح	ح	نح	ند
الر٤	الر	ند	الا	نو	نخ		الر	نه	مه	ط
الرل	الر	مب	یر	مب	ب		الر	مح	ط	الا
الح٤	الح	ے	ه	نا	الح		الر	مر	الو	ط
الحل	الح	لر	مو	ر	لب		الر	لب	له	ط
الط٤	الط	ه	نح	نب	ما		الر	الد	لو	لط
الطل	الط	لب	مح	الط	الر		الر	نو	ل	مر
ل٤	ل	٤	٤	٤	٤		الر	ح	ر	ما
لل	ل	الر	ح	ر	ما		الو	نط	نو	نو
لا٤	ل	ند	ح	نح	الر		الو	نا	الر	نر
لال	لا	الر	نط	ما	الد		الو	مب	نب	لو
لب٤	لا	مر	مب	لح	مر		الو	لد	ط	ه
لبل	لب	ند	لو	مب	نه		الو	اله	نح	نط
لح٤	لب	مر	مب	ا	ند		الو	لو	الا	الو
لحل	لح	و	نخ	الح	الر		الو	ر	لو	مب
لد٤	لح	لح	ه	مر	ب		اله	نخ	ر	مح
لدل	لح	نط	ح	مد	ه		اله	مح	مه	مر
له٤	لد	الد	نب	ل	لر		اله	لط	لط	ما

مقدار جیب بعبارت

مقدار جیب بعبارت
بست و سه درجه بست و شش دقیقه سی و هفت ثانیه پنجاه و پنج ثالثه بست و سه رابعه
بست و سه درجه پنجاه و پنج دقیقه بست و نه ثانیه چهل و هفت ثالثه پنجاه و شش رابعه
بست و چهار درجه بست و چهار دقیقه پانزده ثانیه شش ثالثه پنجاه و چهار رابعه
بست و چهار درجه پنجاه و دو دقیقه پنجاه و سه ثانیه چهل و چهار ثالثه بست و پنج رابعه
بست و پنج درجه بست و یک دقیقه بست و پنج ثانیه سی و دو ثالثه چهل رابعه
بست و پنج درجه چهل و نه دقیقه پنجاه ثانیه بست و سه ثالثه چهل و نه رابعه
بست و شش درجه هیجده دقیقه هشت ثانیه ده ثالثه چهار رابعه
بست و شش درجه چهل و شش دقیقه هیجده ثانیه چهل و سه ثالثه سی و نه رابعه
بست و هفت درجه چهارده دقیقه بست و یک ثانیه پنجاه و شش ثالثه پنجاه و سه رابعه
بست و هفت درجه چهل و دو دقیقه هفده ثانیه چهل و دو ثالثه دو رابعه
بست و هشت درجه ده دقیقه پنج ثانیه پنجاه و یک ثالثه بست و سه رابعه
بست و هشت درجه سی و هفت دقیقه چهل و شش ثانیه هفده ثالثه سی و دو رابعه
بست و نه درجه پنج دقیقه هیجده ثانیه پنجاه و دو ثالثه چهل و یک رابعه
بست و نه درجه سی و دو دقیقه چهل و سه ثانیه بست و نه ثالثه بست رابعه
سی درجه فقط
سی درجه بست و هفت دقیقه هشت ثانیه هفده ثالثه یازده رابعه
سی درجه پنجاه و چهار دقیقه هشت ثانیه سیزده ثالثه بست و هفت رابعه
سی و یک درجه بست دقیقه پنجاه و نه ثانیه چهل و یک ثالثه بست و چهار رابعه
سی و یک درجه چهل و هفت دقیقه چهل و دو ثانیه سی و سه ثالثه چهل رابعه
سی و دو درجه چهارده دقیقه شانزده ثانیه چهل و دو ثالثه پنجاه و پنج رابعه
سی و دو درجه چهل دقیقه چهل و دو ثانیه یک ثالثه پنجاه و چهار رابعه
سی و سه درجه شش دقیقه پنجاه و هشت ثانیه بست و سه ثالثه بست رابعه
سی و سه درجه سی و سه دقیقه پنج ثانیه چهل ثالثه دو رابعه
سی و سه درجه پنجاه و نه دقیقه سه ثانیه چهل و چهار ثالثه پنجاه رابعه
سی و چهار درجه بست و چهار دقیقه پنجاه و دو ثانیه سی ثالثه سی و هفت رابعه

قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه: درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه		تفاضل جیبین: دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
له ل	لد	ن	لا	ن	کح		اله	الط	مر	لد
لو ٤	له	نو	ا	لر	ن		اله	ال	ه	ال
لو ل	له	ما	لا	مح	لط		اله	ے	لط	الح
لز ٤	لو	و	لب	ب	مب		اله	٤	اله	اله
لز ل	لو	لا	لب	الح	ر		الد	ن	الد	لو
لح ٤	لو	نو	الب	نب	مح		الد	م	نو	نخ
لح ل	لر	الا	ح	ط	ما		الد	ل	ب	له
لط ٤	لر	مه	لح	ب	نو		الد	نط	ما	الح
لط ل	لح	ط	نب	نخ	مد		الد	ط	کح	ما
م ٤	لح	لد	ب	ر	اله		الح	نخ	الط	ر
م ل	لح	نخ	٤	مو	مب		الح	مو	نخ	نط
ما ٤	لط	الا	مح	مه	ا		الح	لر	ے	مح
ما ل	لط	مه	اله	نه	مط		الح	الو	لو	نا
مب ٤	م	ح	نب	ب	م		الح	ه	لو	اله
مب ل	م	لب	ر	الط	ه		الح	٤	ط	م
مج ٤	م	نه	ما	لح	مه		الب	نب	نو	لح
مج ل	ما	کح	٤	له	کح		الب	ما	لر	ما
مد ٤	ما	م	مو	ب	الط		الب	ل	لا	له
مد ل	مب	ح	لو	مد	٤		الب	کح	لط	مط
مه ٤	مب	اله	له	ح	نخ		الب	ر	ا	نو
مه ل	مب	مو	مب	ه	مط		اا	نه	کح	٤
مو ٤	مح	ط	لر	الح	مط		اا	مح	الر	لو
مو ل	مح	لا	الر	نا	ه		اا	لا	لب	کح
مز ٤	مح	نب	نب	الح	کح		اا	نط	ل	نط
مز ل	مد	ند	نا	ند	سر		اا	ر	الب	لط

مقدار جیب بعبارت

سی و چهار درجه پنجاه دقیقه سی و یک ثانیه پنجاه ثالثه هجده رابعه

سی و پنج درجه شانزده دقیقه یک ثانیه سی و هفت ثالثه پنجاه و دو رابعه

سی و پنج درجه چهل و یک دقیقه بست و یک ثانیه چهل و سه ثالثه نوزده رابعه

سی و شش درجه شش دقیقه سی و دو ثانیه دو ثالثه چهل و دو رابعه

سی و شش درجه سی و یک دقیقه سی و دو ثانیه بست و هشت ثالثه هفت رابعه

سی و شش درجه پنجاه و شش دقیقه بست و دو ثانیه پنجاه و دو ثالثه چهل و سه رابعه

سی و هفت درجه بست و یک دقیقه سه ثانیه نه ثالثه چهل و یک رابعه

سی و هفت درجه چهل و پنج دقیقه سی و سه ثانیه دوازده ثالثه شانزده رابعه

سی و هشت درجه نه دقیقه پنجاه و دو ثانیه پنجاه و سه ثالثه چهل و چهار رابعه

سی و هشت درجه سی و چهار دقیقه دو ثانیه هفت ثالثه بست و پنج رابعه

سی و هشت درجه پنجاه و هشت دقیقه چهل و شش ثالثه چهل و دو رابعه

سی و نه درجه بست و یک دقیقه چهل و هشت ثانیه چهل و پنج ثالثه یک رابعه

سی و نه درجه چهل و پنج دقیقه بست و پنج ثانیه پنجاه و پنج ثالثه چهل و نه رابعه

چهل درجه هشت دقیقه پنجاه و دو ثانیه دوازده ثالثه چهل رابعه

چهل درجه سی و دو دقیقه هفت ثانیه بست و نه ثالثه پنج رابعه

چهل درجه پنجاه و پنج دقیقه یازده ثانیه سی و هشت ثالثه چهل و پنج رابعه

چهل و یک درجه هجده دقیقه چهار ثانیه سی و پنج ثالثه هجده رابعه

چهل و یک درجه چهل دقیقه چهل و شش ثانیه دوازده ثالثه بست و نه رابعه

چهل و دو درجه سه دقیقه شانزده ثانیه چهل و چهار ثالثه چهار رابعه

چهل و دو درجه بست و پنج دقیقه سی و پنج ثانیه سه ثالثه پنجاه و سه رابعه

چهل و دو درجه چهل و هفت دقیقه چهل و دو ثانیه پنج ثالثه چهل و نه رابعه

چهل و سه درجه نه دقیقه سی و هفت ثانیه بست و سه ثالثه چهل و نه رابعه

چهل و سه درجه سی و یک دقیقه بست ثانیه پنجاه و یک ثالثه پنج رابعه

چهل و سه درجه پنجاه و دو دقیقه پنجاه و دو ثانیه بست و سه ثالثه هجده رابعه

چهل و چهار درجه چهارده دقیقه یازده ثانیه پنجاه و چهار ثالثه هفده رابعه

جیب باجزاء قطریہ				
درجہ	دقیقہ	ثانیہ	ثالثہ	رابعہ
مد	له	لط	لو	نو
مد	نو	مد	الو	ح
مه	لو	نز	لو	ی
مه	لز	از	ما	لط
مه	نز	مه	له	نط
مو	یز	ن	ند	لو
مو	لز	مح	لا	م
مو	نز	الح	اا	مح
مز	لو	ن	نط	الب
مز	لو	د	نط	یز
مز	نه	ه	لو	کح
مح	کح	نج	د	نه
مح	لب	از	م	له
مح	ن	مح	نز	ز
مط	ح	لو	ن	ل
مط	الو	نا	له	الد
مط	مد	لب	و	نو
ن	ا	نط	از	له
ن	لط	ب	ن	لد
ن	لو	لو	کح	له
ن	نب	نج	الح	ا
نا	ط	ل	لو	لب
نا	اله	مح	ح	کح
نا	ما	نا	نج	نه
نا	نز	ما	ط	ید

تفاضل جیبین			
دقیقہ	ثانیہ	ثالثہ	رابعہ
از	نه	ط	ب
از	مب	ن	ب
از	ل	اله	ط
از	یز	ند	م
از	ه	کح	لز
لط	نب	لز	د
لط	لط	ن	ح
لط	الو	نز	لط
لط	کح	نط	نه
لط	ها	نو	نو
کح	یز	مح	مب
کح	لد	له	ا
کح	اا	لو	نب
کح	ز	نج	الح
یز	ند	الد	ند
یز	م	نا	لب
یز	از	کح	لط
یز	کح	ل	لط
یز	ح	الز	ما
لو	مب	ه	ه
لو	لا	نج	ب
لو	یز	نا	ما
لو	ح	مه	مب
له	مط	له	لط
له	له	م	له

مقدار جیب بعبارت

چهل و چهار درجه سی و پنج دقیقه نوزده ثانیه شانزده ثالثه پنجاه و شش رابعه
چهل و چهار درجه پنجاه و شش دقیقه چهارده ثانیه بست و شش ثالثه هشت رابعه
چهل و پنج درجه شانزده دقیقه پنجاه و هفت ثانیه شانزده ثالثه ده رابعه
چهل و پنج درجه سی و هفت دقیقه بست و هفت ثانیه چهل و یک ثالثه نوزده رابعه
چهل و پنج درجه پنجاه و هفت دقیقه چهل و پنج ثانیه سی و پنج ثالثه پنجاه و نه رابعه
چهل و شش درجه هفده دقیقه پنجاه ثانیه پنجاه و چهار ثالثه سی و شش رابعه
چهل و شش درجه سی و هفت دقیقه چهل و سه ثانیه سی و یک ثالثه چهل رابعه
چهل و شش درجه پنجاه و هفت دقیقه بست و سه ثانیه بست و یک ثالثه چهل و سه رابعه
چهل و هفت درجه شانزده دقیقه پنجاه ثانیه نوزده ثالثه بست و دو رابعه
چهل و هفت درجه سی و شش دقیقه چهار ثانیه نوزده ثالثه هفده رابعه
چهل و هفت درجه پنجاه و پنج دقیقه پنج ثانیه شانزده ثالثه سیزده رابعه
چهل و هشت درجه سیزده دقیقه پنجاه و سه ثانیه چهار ثالثه پنجاه و پنج رابعه
چهل و هشت درجه سی و دو دقیقه بست و هفت ثانیه چهل ثالثه پانزده رابعه
چهل و هشت درجه پنجاه دقیقه چهل و هشت ثانیه پنجاه و هفت ثالثه هفت رابعه
چهل و نه درجه هشت دقیقه پنجاه و شش ثانیه پنجاه ثالثه سی رابعه
چهل و نه درجه بست و شش دقیقه پنجاه و یک ثانیه پانزده ثالثه بست و چهار رابعه
چهل و نه درجه چهل و چهار دقیقه سی و دو ثانیه شش ثالثه پنجاه و شش رابعه
پنجاه درجه یک دقیقه پنجاه و نه ثانیه بست ثالثه شانزده رابعه
پنجاه درجه نوزده دقیقه دوازده ثانیه پنجاه ثالثه سی و چهار رابعه
پنجاه درجه سی و شش دقیقه شانزده ثانیه هجده ثالثه پانزده رابعه
پنجاه درجه پنجاه و دو دقیقه پنجاه و هشت ثانیه بست و سه ثالثه بست رابعه
پنجاه و یک درجه نه دقیقه سی ثانیه شانزده ثالثه سی و دو رابعه
پنجاه و یک درجه بست و پنج دقیقه چهل و هشت ثانیه هشت ثالثه سیزده رابعه
پنجاه و یک درجه چهل و یک دقیقه پنجاه و یک ثانیه پنجاه و سه ثالثه پنجاه و پنج رابعه
پنجاه و یک درجه پنجاه و هفت دقیقه چهل و یک ثانیه نه ثالثه چهارده رابعه

قوس باجزاء محیطه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
سد ل	نب	يج	لو	مط	يط
سا ٤	نب	كح	لز	نا	كد
سا ل	نب	مح	مد	كط	مز
سب ٤	نب	نح	لو	م	يح
سب ل	نج	يج	يد	كا	كد
سج ٤	نج	كز	لز	كد	لح
سج ل	نج	ما	مه	نط	كز
سد ٤	نج	نه	لط	ل	هد
سد ل	ند	ط	ح	كه	يز
سه ٤	ند	كب	مب	كح	لط
سه ل	ند	له	نا	لح	و
سو ٤	ند	مح	مه	نط	ح
سو ل	نه	ا	كد	نح	لد
سز ٤	نه	يح	مط	ب	ند
سز ل	نه	كه	نز	نح	مد
سح ٤	نه	لز	نا	مب	مه
سح ل	نه	مط	ل	نا	ما
سط ٤	نو	ا	نح	كب	كز
سط ل	نو	يب	ا	ا	لد
ع ٤	نو	كب	نح	لو	كب
ع ل	نو	لح	ل	لط	مح
عا ٤	نو	مح	نب	ع	يد
عا ل	نو	نح	نز	ند	لد
عب ٤	نز	ح	مح	مب	كز
عب ل	نز	يح	كب	نا	ما

تفاضل جیب				مقدار جیب بعبارت
دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه	
يه	كا	ا	له	پنجاه و دو درجه سیزده دقیقه شانزده ثانیه چهل و نه ثالثه چهل و نه رابعه
يه	و	لح	كج	پنجاه و دو درجه بیست و هشت دقیقه سی و هفت ثانیه پنجاه و یک ثالثه بیست و چهار رابعه
يد	نب	ي	لا	پنجاه و دو درجه چهل و سه دقیقه چهل و چهار ثانیه بیست و نه ثالثه چهل و هفت رابعه
يد	لز	م	و	پنجاه و دو درجه پنجاه و هشت دقیقه سی و شش ثانیه چهل ثالثه هجده رابعه
يد	كج	د	ط	پنجاه و سه درجه سیزده دقیقه چهارده ثانیه بیست ثالثه بیست و چهار رابعه
يد	ح	كد	مز	پنجاه و سه درجه بیست و هفت دقیقه سی و هفت ثانیه بیست و چهار ثالثه سی و سه رابعه
يج	ند	ما	ل	پنجاه و سه درجه چهل و یک دقیقه چهل و پنج ثانیه چهل و نه ثالثه بیست رابعه
يج	لح	ند	كز	پنجاه و سه درجه پنجاه و پنج دقیقه سی و نه ثانیه سی ثالثه پنجاه رابعه
يج	كد	ج	مب	پنجاه و چهار درجه نه دقیقه هجده ثانیه بیست و پنج ثالثه هفده رابعه
يج	ط	ط	ه	پنجاه و چهار درجه بیست و دو دقیقه چهل و دو ثانیه بیست و هشت ثالثه پنجاه و نه رابعه
يب	ند	يا	د	پنجاه و چهار درجه سی و پنج دقیقه پنجاه و یک ثانیه سی و هشت ثالثه چهار رابعه
يب	لط	ط	كو	پنجاه و چهار درجه چهل و هشت دقیقه چهل و پنج ثانیه چهل و نه ثالثه هشت رابعه
يب	كد	د	ك	پنجاه و پنج درجه یک دقیقه بیست و چهار ثانیه پنجاه و هشت ثالثه سی و چهار رابعه
يب	ح	نه	ن	پنجاه و پنج درجه سیزده دقیقه چهل و نه ثانیه دو ثالثه پنجاه و چهار رابعه
يا	نج	مد	ا	پنجاه و پنج درجه بیست و پنج دقیقه پنجاه و هفت ثانیه پنجاه و هشت ثالثه چهل و چهار رابعه
يا	لح	كح	نو	پنجاه و پنج درجه سی و هفت دقیقه پنجاه و یک ثانیه چهل و دو ثالثه چهل و پنج رابعه
يا	كج	ي	لط	پنجاه و پنج درجه چهل و نه دقیقه سی ثانیه یازده ثالثه چهل و یک رابعه
يا	ز	مط	يد	پنجاه و شش درجه پنجاه و سه ثانیه بیست و دو ثالثه بیست رابعه
ي	نب	كد	مح	پنجاه و شش درجه دوازده دقیقه یک ثانیه یازده ثالثه سی و چهار رابعه
ي	لز	ج	كا	پنجاه و شش درجه بیست و دو دقیقه پنجاه و سه ثانیه سی و شش ثالثه بیست و دو رابعه
ي	كا	ك	لا	پنجاه و شش درجه سی و سه دقیقه سی ثانیه سی و نه ثالثه چهل و سه رابعه
ي	ه	ند	ك	پنجاه و شش درجه چهل و سه دقیقه پنجاه و دو ثانیه چهارده رابعه
ط	ن	يز	نج	پنجاه و شش درجه پنجاه و سه دقیقه پنجاه و هفت ثانیه پنجاه و چهار ثالثه سی و چهار رابعه
ط	لد	لط	يد	پنجاه و هفت درجه سه دقیقه چهل و هشت ثانیه دوازده ثالثه بیست و هفت رابعه
ط	لح	نز	نز	پنجاه و هفت درجه سیزده دقیقه بیست و دو ثانیه پنجاه و یک ثالثه چهل و یک رابعه

قوس باجزاء محیطیه	جیب باجزاء قطریه				
	درجه	دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه
عج ٤	نز	لب	ما	مط	لح
عج ل	نز	لا	مه	ح	مو
عد ٤	نز	م	لب	لا	له
عد ل	نز	مط	د	س	م
عه ٤	نز	نز	لط	لح	مح
عه ل	نح	ه	لط	لخ	اله
عو ٤	نح	مح	ح	ب	لز
عو ل	نح	ال	لا	ند	س
عز ٤	نح	الر	مح	نز	ب
عز ل	نح	لد	لط	لو	له
عح ٤	نح	ما	نط	ن	ند
عح ل	نح	مر	مح	مد	س
عط ٤	نح	نخ	نا	الح	ح
عط ل	نح	نط	مح	ح	لو
ف ٤	نط	ه	ح	الح	الط
ف ل	نط	س	لر	ما	الد
فا ٤	نط	له	م	م	ند
فا ل	نط	ال	الر	اله	له
فب ٤	نط	الد	نز	ند	س
فب ل	نط	الط	ب	ه	الد
فج ٤	نط	لح	ط	نخ	ح
فج ل	نط	لو	نا	لا	له
فد ٤	نط	م	نو	مح	مر
فد ل	نط	مح	اله	لد	مد
فه ٤	نط	مو	ح	مح	مر

تفاضل جیبین				
دقیقه	ثانیه	ثالثه	رابعه	مقدار جیب بعبارت
ط	ح	مد	ح	پنجاه و هفت درجه بیست و دو دقیقه چهل و یک ثانیه چهل و نه ثالثه سی و هشت رابعه
ح	مر	الر	مط	پنجاه و هفت درجه سی و یک دقیقه چهل و پنج ثانیه سه ثالثه چهل و شش رابعه
ح	لا	لط	ه	پنجاه و هفت درجه چهل دقیقه سی و دو ثانیه سی و یک ثالثه سی و پنج رابعه
ح	له	مح	ح	پنجاه و هفت درجه چهل و نه دقیقه چهار ثانیه ده ثالثه چهل رابعه
ر	لط	ند	مب	پنجاه و هفت درجه پنجاه و هفت دقیقه نوزده ثانیه پنجاه و هشت ثالثه چهل و سه رابعه
ر	مح	نط	مب	پنجاه و هشت درجه پنج دقیقه نوزده ثانیه پنجاه و سه ثالثه بیست و پنج رابعه
ر	الح	ما	لح	پنجاه و هشت درجه سیزده دقیقه سه ثانیه دوازده ثالثه سی و هفت رابعه
ر	ب	ب	نب	پنجاه و هشت درجه بیست دقیقه سی و یک ثانیه پنجاه و چهار ثالثه ده رابعه
و	نه	لط	لح	پنجاه و هشت درجه بیست و هفت دقیقه چهل و سه ثانیه پنجاه و هفت ثالثه دو رابعه
و	م	لو	لط	پنجاه و هشت درجه سی و چهار دقیقه سی و نه ثانیه شانزده ثالثه پانزده رابعه
و	الح	نا	لو	پنجاه و هشت درجه چهل و یک دقیقه نوزده ثانیه پنجاه و دو ثالثه پنجاه و چهار رابعه
و	ر	مل	ح	پنجاه و هشت درجه چهل و هفت دقیقه چهل و سه ثانیه چهل و چهار ثالثه ده رابعه
ه	نا	لد	خ	پنجاه و هشت درجه پنجاه و سه دقیقه پنجاه و یک ثانیه بیست و هشت ثالثه هجده رابعه
ه	له	اله	لح	پنجاه و هشت درجه پنجاه و نه دقیقه چهل و سه ثانیه سه ثالثه شانزده رابعه
ه	لط	ب	نه	پنجاه و نه درجه پنج دقیقه هجده ثانیه بیست و هشت ثالثه بیست و نه رابعه
ه	ب	نط	ل	پنجاه و نه درجه ده دقیقه سی و هفت ثانیه چهل و یک ثالثه بیست و چهار رابعه
د	مو	مل	ما	پنجاه و نه درجه پانزده دقیقه چهل ثانیه چهل ثالثه پنجاه و چهار رابعه
د	ل	الح	له	پنجاه و نه درجه بیست دقیقه بیست و هفت ثانیه بیست و پنج ثالثه سی و پنج رابعه
د	مد	ما	مد	پنجاه و نه درجه بیست و چهار دقیقه پنجاه و هفت ثانیه پنجاه و چهار ثالثه ده رابعه
ح	نز	نب	مل	پنجاه و نه درجه بیست و نه دقیقه دوازده ثانیه پنج ثالثه بیست و چهار رابعه
ح	ما	لح	الر	پنجاه و نه درجه سی و سه دقیقه نه ثانیه پنجاه و هشت ثالثه هشت رابعه
ح	الد	مب	مب	پنجاه و نه درجه سی و شش دقیقه پنجاه و یک ثانیه سی و یک ثالثه سی و پنج رابعه
ح	ط	الر	نز	پنجاه و نه درجه چهل دقیقه شانزده ثانیه سیزده ثالثه چهل و هفت رابعه
ب	نب	لح	لح	پنجاه و نه درجه چهل و سه دقیقه بیست و پنج ثانیه سی و چهار ثالثه چهل و چهار رابعه
ب	له	نه	الب	پنجاه و نه درجه چهل و شش دقیقه هجده ثانیه سیزده ثالثه هفده رابعه

تفاضل جیبین رابعه	ثالثه	ثانیه	دقیقه	جیب باجزاء قطریه رابعه	ثالثه	ثانیه	دقیقه	درجه	قوس باجزاء محیطیه
الو	ما	لط	ـــ	لط	ح	ند	صح	نط	نه ل
لد	لو	ح	ـــ	لا	ه	کح	نا	نط	نو ۂ
ر	ـــ	مو	ا	لط	و	ر	نح	نط	نو ل
ما	الو	ل	ا	مو	نح	ح	نه	نط	مر ۂ
ـــ	ۂ	لد	ا	نر	الد	لد	نو	نط	مر ل
صح	لح	نر	٤	ر	اله	صح	نر	نط	صح ۂ
ـــ	ر	ما	٤	ه	نح	مه	نح	نط	صح ل
الد	م	الد	٤	ر	و	الر	نط	نط	نط ۂ
الط	کح	ح	٤	لا	مو	نا	نط	نط	نط ل

شکل ۱۰۸ صفحہ ۲۲۸
دایرہ عظیمہ اکرہ
عمود علی الساق
قطر کرہ
نقطہ ملتقای عمودین
قطب کرہ
عمود علی الساق

شکل ۱۰۹ صفحہ ۲۲۸
مقدار قطر کرہ

مقدار جیب بعبارت

پنجاہ و نہ درجہ	چہل و ہشت دقیقہ	پنجاہ و چہار ثانیہ	ہشت ثالثہ	سی و نہ رابعہ
پنجاہ و نہ درجہ	پنجاہ و یک دقیقہ	سیزدہ ثانیہ	پنجاہ ثالثہ	پنج رابعہ
پنجاہ و نہ درجہ	پنجاہ و سہ دقیقہ	ہفدہ ثانیہ	شش ثالثہ	سی و نہ رابعہ
پنجاہ و نہ درجہ	پنجاہ و پنج دقیقہ	سہ ثانیہ	پنجاہ و ہشت ثالثہ	چہل و شش رابعہ
پنجاہ و نہ درجہ	پنجاہ و شش دقیقہ	سی و چہار ثانیہ	بست و چہار ثالثہ	پنجاہ و ہفت رابعہ
پنجاہ و نہ درجہ	پنجاہ و ہفت دقیقہ	چہل و ہشت ثانیہ	بست و پنج ثالثہ	ہفت رابعہ
پنجاہ و نہ درجہ	پنجاہ و ہشت دقیقہ	چہل و پنج ثانیہ	پنجاہ و ہشت ثالثہ	پنجاہ و پنج رابعہ
پنجاہ و نہ درجہ	پنجاہ و نہ دقیقہ	بست و ہفت ثانیہ	شش ثالثہ	ہفت رابعہ
پنجاہ و نہ درجہ	پنجاہ و نہ دقیقہ	پنجاہ و یک ثانیہ	چہل و شش ثالثہ	سی و یک رابعہ

شکل ۱۱۰ صفحہ ۳۲۹

شکل ۱۱۱ صفحہ ۳۲۹

شکل ۱۱۲ صفحہ ۳۳۲

شکل ۱۱۳ صفحہ ۳۳۳

شکل ۱۱۴ صفحہ ۳۳۴

شکل ۱۱۵ صفحہ ۳۳۶

شکل ۱۱۶ صفحہ ۳۳۷

شکل ۱۱۷ صفحہ ۳۳۸

مكعب و نيز از شكل ذو ثمانية قواعد مثلثات بعد اسقاط نصف هريك ضلع از زاويه حادث ميشود
اما از شكل مكعب پس باين طريق كه هرگاه بموجب كلية سيوم نصف ضلع مكعب از هريك
زاويه ساقط كنند چون شكل مكعب مركب از شش مربعات است پس شش مربع باقي خواهد بود
وچون زواياي مجسمه مكعب هشت است و هر زاوية مركب از سه زاوية مسطحه است پس
گويا هشت مخروط مثلث القاعده ساقط خواهد شد و هشت مثلث بسبب اسقاط مخروطات
حادث خواهد گرديد اما از شكل ذو ثمانيه قواعد مثلثات چون بموجب كلية اول هرگاه نصف
ضلع از هريك مثلث شكل مذكور ساقط كنند پس هشت مثلث باقي خواهد ماند كه هريك ضلع
آن بقدر نصف ضلع مثلثات اول باشد وچون زواياي مجسمة ذو ثمانية قواعد مذكور شش است
وهريك مركب از چهار زاوية مسطحه پس گويا شش مخروط مربع القاعده ساقط ميشوند وبسبب
اسقاط مخروطات شش مربع حادث ميشود ضابطة سيوم در تركيب ساختن شكل ذو اربعة عشر
قواعد كه شش ازان مثمنات وهشت مثلثات است وآن از شكل مكعب بعد اسقاط فضل ضلع
علي نصف قطر مربع ضلع از هريك زاويه حادث ميشود زيراكه شكل مكعب مركب از شش مربع
است پس هرگاه بموجب كلية چهارم ازهر اضلاع مربعات بقدر فضل ضلع علي نصف القطر از هر
زاويه ساقط كنند باقي شش مثمنات خواهد ماند وچون زواياي مجسمه مكعب هشت است
پس گويا هشت مخروط مثلث القاعده ساقط خواهد شد كه ضلع قاعدهٔ آن بقدر ضلع مثمن و ضلع
مخروط بقدر فضل ضلع علي نصف القطر بود وبسبب اسقاط مخروطات مذكوره هشت مثلثات حادث
خواهد شد ضابطة چهارم در تركيب ساختن ذو اثني و ثلثين قاعده كه دوازده ازان مخمسات
وبست ازان مثلثات باشند وآن از شكل ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات و ذو عشرين قاعدهٔ مثلثات
بعد اسقاط نصف ضلع از هريك زاويه حادث ميشود زيراكه بموجب كلية پنجم هرگاه از هريك
مخمس ذو اثني عشر قواعد بقدر نصف ضلع از هريك زاويه ساقط كنند باقي دوازده مخمسات
خواهد بود وچون زواياي مجسمه ذو اثني عشر قواعد مخمسات بست و هريك زاوية مركب
از سه زاوية مسطحه است درينصورت بست مخروطات مثلث القاعده كه هريك ضلع قاعده
بقدر ضلع مخمس حادثه و ضلع مخروط بقدر نصف ضلع مخمس اول باشد ساقط خواهد شد
وبسبب اسقاط مخروطات بست مثلثات حادث خواهد شد واز شكل ذو عشرين قاعده مثلثات

اگر دوازده مخروط صغار مخمس القاعده که رأس المخروط رأس زوایای مجسمهٔ شکل ذو عشرین قاعده بود و ضلع آن بقدر نصف ضلع مثلثات ذو عشرین قاعده باشد ساقط کنند پس بموجب کلیهٔ اول بست مثلث باقی خواهد ماند وازانجا که اضلاع مخروط پنج است دوازده مخمس حادث خواهد شد ضابطهٔ پنجم در ترکیب ساختن ذواثنی وثلثین قاعده که دوازده ازان معشر باشد وبست مثلث وآن ازشکل ذواثنی عشر قاعده مخمسات ماخوذ میشود باین طریق که هرگاه بموجب کلیهٔ ششم هر مخمسات را معشر سازند چونکه زوایای مجسمه بست است وهریک مرکب ازسه زاویهٔ مسطحه است پس بست مخروط صغار مثلث القاعده حادث خواهد شد واگر مخروطات را قطع کرده ساقط کنند بست مثلث عند القاعده مخروطات از قطع آن حادث خواهند گردید وبموجب کلیهٔ ششم هر مخمس منقسم بمعشر خواهد شد ضابطهٔ ششم در ترکیب ساختن ذواربعة عشر قاعده که هشت ازان مسدسات وشش مربعات باشند واین از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات ماخوذ است باین طریق که ثلث هر اضلاع قواعد را بموجب کلیهٔ دویم وصل کنند وچونکه زوایای مجسمه شش وهریک مرکب از چهار زاویهٔ مسطحه است پس شش مخروطات صغار مربع القاعده از زوایای مجسمه حادث خواهد شد آنرا ساقط کنند شش مربع حادث خواهد گردید ونیز بموجب کلیهٔ دویم هشت مسدس نمودار خواهد شد ضابطهٔ هفتم در ترکیب ساختن ذواثنی وثلثین قاعده که دوازده ازان مخمس باشد وبست مسدس وآن از شکل ذو عشرین قاعده بعد اسقاط ثلث ضلع از هریک زاویه حادث میشود بایددانست که از هر اشکال مذکوره که اجسام ساقط میشود این همه اجسام مخروطات اند که رأس آنها عند الزاویه است ونیز چنانکه این اشکال بعد اسقاط این مخروطات از اشکال مذکوره حادث میشود همچنین اگر مخروطات برآن اشکال حادثه زائد کنند اشکال مذکوره حادث میتواند شد اما ترکیب ساختن ذو ثلثة اصناف قواعد ازین اشکال ذو صنفین که مذکور شد بعد تأمل بیرون خواهد آمد چونکه انواع آن کثیر است وبیان هریک بسیار طول درینمقام فروگذاشته شد تا کتاب دراز نگردد*

مسئلهٔ چهل وهفتم در استخراج قطر اقصر وقطر اطول اشکال متساوي الاضلاع والزوايا که بخاطر این نحیف رسیده بایددانست که در هر اشکال متساوي الاضلاع والزوايا دو دائره میتوان کشید یکی بالای شکل بطوریکه جمیع زوایا را مماس کند وهر ضلع وتر قوسی از دائره شود

و دیگر درون شکل که هر ضلع مماس دائره باشد و قطر دائرهٔ اعظم قطر اطول است و آن عبارت است
از خط واصل بین زاویتین متقابلتین در اشکال مزدوجه متساوي الاضلاع و الزوایا و قطر دائرهٔ
اقصر قطر اصغر است که آن مساوي خط واصل بین خطین متوازیین باشد در اشکال مزدوجه
اعني شکلی که اضلاع آن زوج بود پس در اشکال منفرده که اضلاع آن فرد باشد قطر اطول
و اقصر نخواهد بود چه قطر درینمحل عبارت است از خطی که بین زاویتین متقابلتین واصل
شود و آن در اشکال منفرده یافته نمیشود زیرا که زاویتین متقابلتین بدون اشکال مزدوجه متحقق
نیست مگر نصف قطر اقصر که عبارت از عمود مرکزي دائرهٔ داخل الشکل است خواهد بود
پس طریق استخراج آن اینست که دائرهٔ معلومة المحیط و القطر فرض کرده محیط را بر عدهٔ
اضلاع شکل مفروضه قسمت کنند و وتر قوس آن استخراج نمایند که آن مقدار ضلع شکل مفروضه
است که درون آن دائره خواهد افتاد و قطر اطول آن همان قطر دائره خواهد بود و ضلع های
شکل مفروضه که بیک جانب از ضلعین متوازیین باشد قوس های آنها را جمع کرده و تر آن را استخراج
نمایند که قطر اقصر حاصل خواهد شد مثلاً در مسدس چون دو ضلع بیک جانب ضلعین متوازیین
میباشد و دو ضلع بیک جانب و در مثمن سه ضلع بیک جانب و سه ضلع بیک جانب و علی هذا القیاس
در جمیع اشکال مزدوجه متساوي الاضلاع و الزوایا پس در مسدس قطر اقصر وتر قوسي
خواهد بود که ضعف قوس ضلع است و در مثمن سه مثل قوس ضلع و علی هذا القیاس و نصف
قطر اقصر در اشکال مذکوره عمود مرکزي دائرهٔ داخل الشکل است و در اشکال منفرده که مساوي
الاضلاع و الزوایا باشند سهم قوس ضلع را از نصف قطر اعظم ساقط کنند که باقي مقدار عمود
مرکزي خواهد بود و طریق استخراج سهم از وتر و قطر سابق گفته شده است و قطر اقصر را که ضعف
عمود مرکزي است اگر هم بدینطریق حاصل کنند سهل خواهد بود و هر گاه این دانستی پس اگر
استخراج قطر اقصر شکلی مطلوب باشد ضلع شکل مطلوبه را در قطر اقصر مفروضه ضرب ساخته
بر ضلع مفروضه قسمت کنند و اگر استخراج قطر اعظم مطلوب باشد ضلع شکل مطلوبه را در قطر
اعظم مفروضه ضرب ساخته بر ضلع مفروضه قسمت کنند و اگر استخراج عمود مرکزي
مطلوب باشد ضلع شکل مطلوبه را در عمود مرکزي مفروضه ضرب ساخته بر ضلع مفروضه
قسمت کنند مثلاً خواهم که قطر اقصر مسدسی که هر ضلع آن شش ذراع است بدانم ضلع مسدس

در دائره که قطر آن سي است بر آوردم پانزده برآمد وقطر اقصر آن بست وشش پس شش را در بست وشش ضرب نموده بر پانزده قسمت نمودم ده صحيح ودو خمس برآمد واين قطر اقصر است وهم چنين هرگاه شش را در سي ضرب نموده بر پانزده قسمت كردم دوازده خارج شد واين مقدار قطر اطول است وقس على هذا *

فائده بدانكه صاحب مفتاح طريق استخراج قطر اطول واقصر اشكال متساوي الاضلاع والزوايا بدين طريق بيان فرموده بالعمل اگر دو زاويهٔ شكل مساوي الاضلاع والزوايا را بدو خط تنصيف سازند نقطهٔ تقاطع خطين مذكورين مركز دائره خواهد بود واين طريق در اشكال متساوي الاضلاع وغير متساوي الاضلاع نيز جاري است وهرگاه در متساوي الاضلاع والزوايا كه مزدوجه باشد هردو نقطه منصف ضلعين متقابلين را باهم وصل كنند پس خط واصل مقدار قطر دائرهٔ داخله است ونصف آن نصف قطر دائرهٔ مذكوره ودر اشكال منفرده دو نقطه منصف دو ضلع را يا دو نقطهٔ زاويتين متقابلتين وآن هردو ضلع وصل نمايند پس مقداريكه از نقطهٔ تقاطع خطين تا منصف ضلع باشد مقدار نصف قطر دائرهٔ داخله است وهم ازين متبادر ميشود كه مقداريكه از نقطهٔ تقاطع تا زاويه باشد در هردو اشكال مزدوجه ومنفرده مقدار نصف قطر دائرهٔ محيطيه خواهد بود وبالحساب اگر يكصد وهشتاد را كه مقدار نصف دائره است بر عدد اضلاع شكل قسمت نموده جيب قوس خارج القسمة بگيرند ونيز جيب تمام آن تا ربع دائره حاصل سازند ونصف مقدار ضلع را در جيب تمام ضرب نموده حاصل را بر جيب قسمت سازند خارج مقدار نصف قطر دائرهٔ داخله خواهد بود كه آن مقدار نصف قطر اقصر در اشكال مزدوجه است واگر نصف مقدار ضلع را در شصت ضرب كرده بر جيب قسمت نمايند خارج مقدار نصف قطر دائرهٔ محيطيه خواهد بود كه نصف قطر اطول است در اشكال مذكوره *

فائدهٔ ديگر اگر نصف قطر اطول خواه اقصر معلوم باشد وضلع شكل مجهول بود پس نصف قطر اطول را در جيب ضرب كرده بر شصت قسمت سازند وخواه نصف قطر اقصر را در جيب ضرب نموده بر جيب تمام آن قسمت نمايند كه خارج مقدار ضلع بود وهذا عكسه *

فائدهٔ ديگر در اشكال مثمن ومربع احد الاضلاع را تضعيف ساخته جذر حاصل تضعيف را بر احد الاضلاع بيفزايند كه حاصل مقدار قطر اقصر خواهد بود واگر قطر معلوم بود وضلع مثمن

مجهول باشد از جذر ضعف مربع قطر اقصر قطر اقصر را ساقط کنند که باقي مقدار ضلع خواهد بود*

مطلب اول در مساحت سطوح مستقيم الاضلاع و در آن چند بيان است

بيان اول در مساحت مثلثات

بدانکه چون مساحت خاص قائم الزاويه اصل مساحت جميع مثلثات است لهذا آنرا اول بيان کرده ميشود وطريقش چنان است که احد الساقين را در نصف ساق دويم ضرب سازند وطريق مساحت بروجه عام يکي اين است که عمودي که از زاويه بر قاعده خارج شود در نصف قاعده ضرب کنند وطريق استخراج عمود در مسئلهٔ سي و پنجم مقدمهٔ ثاني مذکور شده وطريق دويم بروجه عام اينست که عمود مرکزي را در نصف مجموع اضلاع ضرب سازند واستخراج عمود مرکزي هم در مسئلهٔ بست و نهم مقدمهٔ ثاني گذشت وطريق سيوم بروجه عام اينست که نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات او که بر هر واحد از اضلاع است مرة بعد اخرىٰ ضرب سازند وجذر حاصل بگيرند مثلاً خواهم که مساحت مثلث هذا که قائم الزاويه است (شکل ١١٨)

ويک ساق آن شش وساق دويم هشت وقاعده ده است بقاعدهٔ خاص بدانم پس شش راکه احد الساقين است در چهار که نصف ساق دويم است ضرب کردم بست وچهار شد وبقاعدهٔ اول بروجه عام مقدار عمود را بطريق اول مسئلهٔ سي و پنجم مقدمهٔ ثاني خارج کردم اعني مجموع الساقين را که چهارده است در تفاضل آنها که دو است ضرب کرده وحاصل را که بست وهشت است برده که قاعده است قسمت کردم خارج قسمت دو صحيح وچهار خمس شد ونصف تفاضل مابين خارج وقاعده سه صحيح وسه خمس است وهرگاه مربع آنرا که دوازده صحيح وبست وچهار بست و پنجم است از سي وشش که مربع شش است ساقط کردم باقي بست وسه صحيح ويک بست و پنجم ماند وجذر آن چهار صحيح وچهار خمس مقدار عمود بر آمد آنرا در نصف قاعده که پنج است ضرب نمودم نيز بست وچهار گرديد واگر بطريق چهارم مسئله مذکور ساقين را باهم ضرب کرده حاصل ضرب را که چهل وهشت است برده قسمت نمودم نيز خارج چهار صحيح وچهار خمس مقدار عمود شد ونيز بقاعدهٔ دويم وسويم مسئلهٔ مذکور همين مقدار عمود بر مي آيد وبطريق دويم عام عمود مرکزي بموجب مسئلهٔ بست ونهم خارج کردم اعني تفاضلات نصف

مجموع اضلاع راکه برهرضلع است باهم ضرب کردم چون نصف مجموع اضلاع دوازده بود
لهذا تفاضل بریک ضلع شش وبردویم چهار وبرسیوم دوشد آنرا باهم ضرب کردم چهل وهشت
حاصل گردید بردوازده که نصف مجموع اضلاع است قسمت نمودم چهارخارج شد جذرآن گرفتم
دومقدار عمود مرکزی برآمد آنرا درنصف مجموع اضلاع ضرب نمودم بست وچهار شد وبطریق سیوم
عام نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن که برهر اضلاع است ضرب کردم حاصل ضرب
پانصد وهفتاد وشش شد جذرآن گرفتم بست وچهار برآمد که مساحت مثلث مذکور است هکذا

مضروب اول نصف مجموع ــــــــــــ ۱۲

مضروب فیه اول تفاضل اول ــــــــــــ ۶

حاصل ضرب اول ومضروب ثانی ــــــــــــ ۷۲

مضروب فیه دویم تفاضل ثانی ــــــــــــ ۴

حاصل ضرب ثانی ومضروب ثالث ــــــــــــ ۲۸۸

مضروب فیه ثالث تفاضل ثالث ــــــــــــ ۲

حاصل ضرب ثالث که مساحت جذرآن مطلوب است ــــــــــــ ۵۷۶

مثال دیگر مثلث منفرجة الزاویه .... (شکل ۱۱۹)

که یک ضلع او یازده ودویم سیزده وسیوم بست است بطریق اول قاعدهٔ عام عمود اززاویه
بموجب قاعدهٔ طریق اول وخواه طریق دویم خواه سیوم مسئلهٔ سی وپنجم استخراج نمائم
پس اگر ضلع اطول را قاعده فرض کرده عمود خارج نمایم بهرسه طریق شش صحیح وسه
خمس مقدار عمود برآمد ومساحت مثلث بضرب عمود درنصف القاعده شصت وشش شد
واگر ضلع اصغررا قاعده فرض کرده بهرسه طریق عمود برآوردم دوازده مقدار عمود شد
ومساحت شصت وشش گردید وبطریق دویم عام عمود مرکزی برآوردم چون نصف
مجموع اضلاع بست ودوبود وتفاضلات آن براضلاع ۱۱ و۹ و۲ ومضروبات تفاضل ۱۹۸
شد آنرا برنصف مجموع اضلاع قسمت نمودم نه خارج گردید وجذرآن سه مقدار عمود
مرکزی است هرگاه آنرا درنصف مجموع اضلاع ضرب ساختم شصت وشش مساحت شد
وبطریق سیوم عام نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن ضرب کرده جذر حاصل گرفتم

بدینصورت

مضروب یعني نصف مجموع ———— ۲۱ حاصل اول ۱۶۸
مضروب فیه اول یعني تفاضل اول ———— ۸
مضروب فیه دویم یعني تفاضل ثانی ———— ۷ حاصل ثاني ۱۱۷۶
مضروب فیه سیوم یعني تفاضل ثالث ———— ۶ حاصل ثالث ۷۰۵۶

٦		٦		جذر
٠		٠		
٦	٥	٣	۴	
		٦	٣	
٦	٥	٧		
٦	٥	٧		
٠	٠	٠		

مثال دیگر مثلث حاد الزاویه مختلف الاضلاع .... (شکل ۱۲۰)
که یک ساق او سیزده و یک ساق چهارده و قاعده پانزده است پس بطریق اول ودویم وسیوم از مسئلهٔ سي و پنجم عمود بر قاعده خارج کردم یازده صحیح یک خمس برآمد در نصف قاعده ضرب نمودم هشتاد و چهار مساحت مثلث شد و چون عمود مرکزي برآوردم چهار برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع که بست و یک است ضرب ساختم نیز هشتاد و چهار مساحت مثلث شد و هرگاه نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن بر هر ضلع ضرب کردم هفت هزار و پنجاه و شش شد و جذر آن گرفتم نیز هشتاد و چهار مساحت برآمد مثال دیگر مثلث متساوي الساقین منفرجة الزاویه .... (شکل ۱۲۱)
که دو ساق آن ده ده اند و قاعده شانزده چون عمود زاویه بطریق دویم و سیوم و ششم از مسئلهٔ سي و پنجم برآوردم شش برآمد آنرا در نصف قاعده ضرب نمودم چهل و هشت مساحت مثلث شد و چون عمود مرکزي برآوردم دو صحیح و دو ثلث برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع که هیجده است ضرب نمودم دو هزار و سه صد و چهار گردید و جذر آن چهل و هشت مساحت مثلث است مثال دیگر مثلث متساوي الساقین حاد الزاویه (شکل ۱۲۲)
که هر دو ساق آن ده ده است و قاعده دوازده چون بموجب طریق دویم و سیوم و ششم مسئلهٔ

سي وپنجم عمود زاويه برآوردم هشت خارج شد آنرا در نصف قاعده ضرب کردم چهل و هشت مساحت مثلث شد و هرگاه عمود مرکزي برآوردم سه برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع که شانزده است ضرب کردم چهل و هشت مساحت شد و اگر نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن که برهر ضلع است ضرب نمودم دو هزار و سه صد و چهار شد و جذر آن چهل و هشت مساحت مثلث است مثال دیگر مثلث متساوي الاضلاع که همیشه حاد الزوايا میباشد (شکل ۱۲۳) مثلاً هر ضلع او ده ده است اگر بطریق دویم و سیوم و پنجم و ششم عمود زاویه برآوردم هشت صحیح و یازده هفدهم تقریبا مقدار عمود برآمد آنرا در نصف قاعده ضرب کردم چهل و سه صحیح و یکربع مساحت مثلث تقریبا شد و اگر عمود مرکزي برآوردم دو صحیح و چهل پنجاه و یکم تقریبا برآمد آنرا در نصف مجموع اضلاع ضرب نمودم چهل و سه صحیح و دوازده پنجاه و یکم مساحت تقریبا شد و هرگاه نصف مجموع اضلاع را در تفاضلات آن که برهر ضلع است ضرب نمودم یک هزار و هشت صد و هفتاد و پنج شد جذر آن چهل و سه صحیح و بست و شش هشتاد و هفتم تقریبا مساحت شد و نیز از قاعده عمود زاویه متفرع میشود که در مثلث مساوي الاضلاع جذر سه امثال ما لال نصف احد الاضلاع مساحت میشود چراکه هرگاه موقع العمود نصف ضلع است پس مربع ضلع مساوي مربع نصف ضلع و مربع عمود شد بمسئلهٔ سیزدهم مقدمهٔ ثاني پس مقدار عمود جذر سه ربع مربع ضلع گردید چراکه یک ربع مربع عدد مساوي مربع نصف آن عدد است درینصورت هرگاه سه ربع مربع ضلع را در ربع مربع ضلع ضرب کنند مساوي سه ما لال نصف آنضلع خواهد بود و آن مسطح مربع نصف ضلع در مربع عمود است پس جذر آن مساوي مسطح نصف ضلع في العمود که عبارت از مساحت مثلث است خواهد بود *

فائدهٔ اولی باید دانست که قاعدهٔ سیوم عام در مساحت مثلث که بوجه عام است از جمیع قواعد سواي در مثلث قائم الزاويه اقرب الی الصواب و اسهل است که احتیاج باستخراج عمود نمیشود و مساحت هم تحقیقي خواه اقرب التقریبي میشود و آنچه صاحب دستور الحساب آنرا تحقیقي باطلاق عام دانسته غلط است زیراکه مساحت باستخراج جذر حاصل میشود پس اگر جذر تحقیقي باشد اعني جذرا گر منطق بود مساحت تحقیقي است و اگر جذر اصم و تقریبي است مساحت هم تقریبي خواهد بود و هکذا در دیگر طرق الا در طریق ثالث اقرب التقریبي

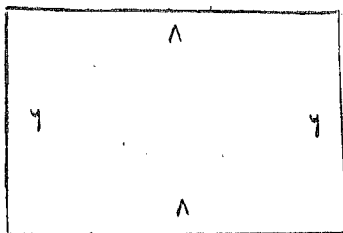
حاصل میشود بسبب اینکه در آنجا مسطح الجذرین خارج میگردد وبیان آن در باب جبرومقابله
درطریق استخراج مسطح اصم الجذر مفصل مذکورشود انشاء الله تعالی *

فائدهٔ دویم بنای قاعدهٔ عمودي زاویه برین است که از استخراج عمود در هرمثلث دو
مثلث قائم الزاویه پیدا میشود پس مساحت مثلث اول مساوي مجموع مساحت مثلثین
محدثین خواهد بود و چون مساحت هرمثلث محدث حاصل ضرب عمود درنصف ما وقع
بین العمود والزاویه که قسمي از دو قسم قاعده است میشود بموجب قاعدهٔ مساحت مثلث قائم
الزاویه پس حاصل ضرب عمود درنصف قاعده که مجموع نصفین قسمین اوست مساوي
مساحت هر دو مثلث محدث است وآن مساوي مساحت مثلث مطلوب است *

فائدهٔ سیوم در مثلثات متساوي الساقین و متساوی الاضلاع اگر مربع نصف قاعده را
از مربع احد الساقین ساقط کرده باقي را در مربع نصف قاعده ضرب کنند و جذر حاصل
الضرب بگیرند مساحت مثلث حاصل میشود *

بیان دویم در مساحت ذو اربعة اضلاع

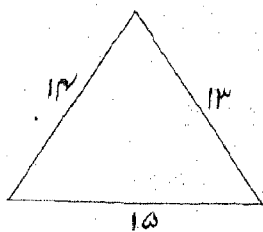
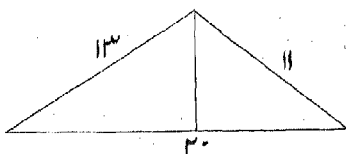
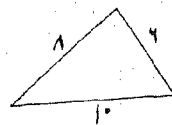
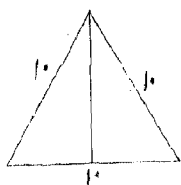
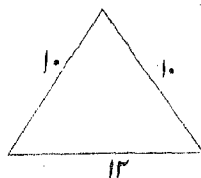
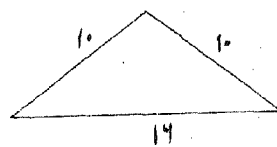
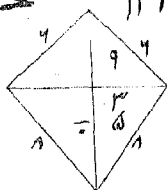
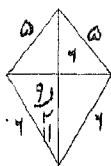
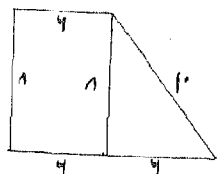
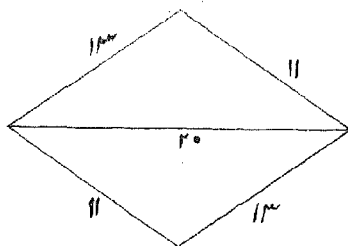
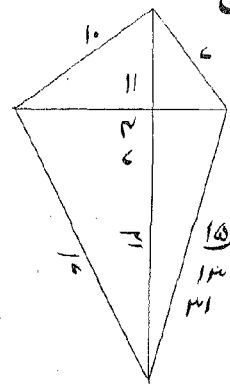
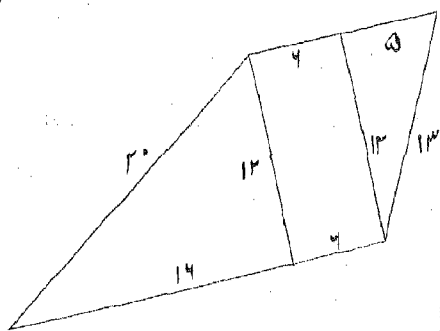
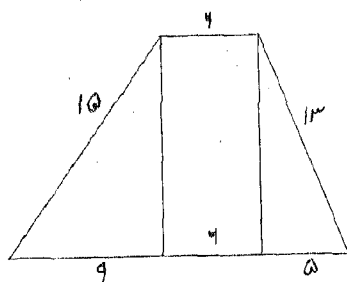
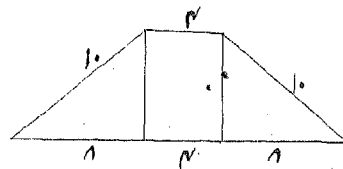
چون اقسام ذو اربعة اضلاع در مقدمهٔ اولی مذکور شده است باید دانست که در جمیع
ذو اربعة اضلاع باتصال زاویتین دو قطر پیدا میشود واز هریک قطر آن ذو اربعة اضلاع منقسم
بدو مثلث میشود پس مساحت آن مساوي مجموع مساحت مثلثات اوست درینصورت
اگر تقاطع قطرین علی القوائم باشد مسطح یک قطر درنصف قطر آخر مساحت ذو اربعة اضلاع
خواهد بود بناءً علی قاعدهٔ مساحة المثلث بالعمود الزاویه واگر تقاطع قطرین علی القوائم
نباشد پس برای هردومثلث که از یک قطرحادث شوند استخراج عمود نموده مجموع عمودین را
درنصف قطر خواه قطر را درنصف مجموع عمودین ضرب سازند و چون در بعض ذو اربعة
اضلاع که زوایا قائمه است واز قطر دومثلث قائم الزاویه حادث میشوند پس بموجب قاعدهٔ
خاص مثلث قائم الزاویه احد الاضلاع را در ضلعیکه مجاور اوست ضرب سازند اگر ذو اربعة
اضلاع مساوی الخطوط باشد والاضلع اعظم را در اصغر ضرب نمایند پس در مربع که تقاطع
قطرین و عمودین علی القوائم میشود احد القطرین را درنصف قطر آخر ضرب سازند خواه
احد الاضلاع را در ضلع مجاور ضرب کنند که آن فی الحقیقة مربع احد الاضلاع است ودرینجا

نکتۂ ایست که قطر شکل مربع اصم میباشد پس مساحت بضرب آن که حاصل خواهد شد تقریبی خواهد بود و بضرب ضلعین تحقیقی مثلاً [مربع ۴ ۴ ۴ ۴] مربعی است که هر ضلع او چهار چهار است پس مساحت آن شانزده است تحقیقاً و چون قطر آن پنج صحیح و هفت یازدهم است تقریباً پس حاصل ضرب یک قطر در نصف دیگر پانزده صحیح و یکصد و هفت جزء از یکصد و بست و یکجزء میشود تقریباً و در مستطیل چون زوایا قائمه است و تقاطع قطرین علی القوائم نمیشود لهذا ضلعین متجاورین را در یک دیگر ضرب کنند خواه عمود احد المثلثین را در قطر ضرب سازند چرا که مثلثین متساویین حادث میشود مثلاً

[مستطیل: ۸ ، ۶ ، ۶ ، ۸]

مستطیل که دو ضلع متوازی او شش شش و دو ضلع دیگر متوازیین هشت هشت است پس اگر ضلعین متجاورین را باهم ضرب سازند چهل و هشت مساحت میشود و اگر عمود زاویه را که چهار صحیح و چهار خمس است در قطر که ده است ضرب نمایند هم چهل و هشت مساحت میشود و نیز در مستطیل اگر از نصف مربع قطر نصف مربع تفاضل ضلعین ساقط کنند نیز مساحت میشود مثلاً در مثال مذکور نصف مربع قطر پنجاه است و نصف مربع تفاضل ضلعین دو هرگاه دو را از پنجاه ساقط کنند نیز مساحت که چهل و هشت است باقی میماند و برهان این با ندک تامل ظاهر میشود و در معین چون زوایا قائمه نیست و تقاطع قطرین علی القوائم است لهذا احد القطرین را در نصف قطر آخر ضرب سازند مثلاً شکل معین..................... (شکل ۱۲۴)

که هر ضلع او پنج پنج است و یک قطر او هشت و قطر دیگر شش است پس احد القطرین را در نصف آخر ضرب کردم بست و چهار مساحت معین شد و اگر مثلثین را که از احد القطرین حادث میشوند مساحت نموده تضعیف کنم نیز مساحت معین است چرا که مثلثین متساویین حادث میشوند و نیز اگر مربع نصف تفاضل بین القطرین از مربع احد الضلعین ساقط کنند نیز مساحت معین میشود و برهان این هم باندک تامل ظاهر است و در شقائقی احد القطرین را در نصف آخر ضرب سازند و خواه از مجموع مربعین ضلعین مختلفین او مجموع مربعین هر دو تفاضل که ما بین نصف احد القطرین و دو قسم قطر آخر است ساقط کنند و نصف باقی بگیرند مساحت حاصل شود مثلاً درین شکل شقائقی　　(شکل ۱۲۵)

که دو ضلع او پنج پنج و دو ضلع شش شش و احد القطرین شش و قطر آخرنه صحیح و دو یازدهم
تقریبي است پس اگر احد القطرین را در نصف آخر ضرب سازند بست و هفت صحیح و شش
یازدهم تقریبي مساحت است و چون ضلعین مختلفین او یکی پنج و دیگر شش است و نصف
احد القطرین سه است و قسمین قطر آخر یکی چهار و دویم پنج صحیح و دو یازدهم است پس اگر
از مجموع مربعین ضلعین که شصت و یک میشود مجموع مربع هرد و تفاضل ما بین نصف
احد القطرین و قسمین قطر آخر را که تفاضل ما بین یک قسم یک صحیح و ما بین قسم آخر
دو صحیح و دو یازدهم است و مربع تفاضل اول واحد و مربع تفاضل دویم چهار صحیح و هشت
یازدهم و چهار جزء از یکصد و بست و یکجزء و مجموع هرد و مربع پنج صحیح و هشت یازدهم
و چهار جزء از یکصد و بست و یکجزء میشود ساقط کردم باقي پنجاه و پنج صحیح و سي و نه جزء از یکصد
و بست و یکجزء ماند و نصف آن بست و هفت صحیح و هفتاد و پنج جزء از یکصد و بست و یکجزء تقریبا
مساحت شد و در لوزي چون دو زاویه قائمه است پس اقصر الخطوط را در اطول ضرب سازند
خواه احد القطرین را در نصف آخر ضرب نمایند مثلا درین شکل (شکل ۱۲۶)
که دو ضلع او شش شش و دو ضلع هشت هشت اند و زاویتین متقابلتین قائمه است پس شش را
که ضلع اقصر است در هشت که اطول است ضرب نمودم چهل و هشت مساحت شد خواه
احد القطرین را که نه صحیح و سه خمس است در نصف آخر که پنج است ضرب ساختم نیز
چهل و هشت مساحت گردید و در شبیه بالشقائقي چون قطرین متقاطعین علی القوائم اند
پس احد القطرین را در نصف آخر ضرب سازند مثلا درین شکل (شکل ۱۲۷)
که یک ضلع هفت و دویم ده و سیوم هفده و چهارم پانزده صحیح و سیزده سي و یکم تقریبا است
واحد القطرین بست و یک و قطر دویم یازده صحیح و چهار سبع تقریبي است پس احد القطرین را
در نصف آخر ضرب نمودم یکصد و بست و یک صحیح و یک نصف مساحت شد و در ذي رجلین
دو زاویهٔ رجلین را بخط مستقیم وصل کنند و مساحت مثلث اصغر نموده از مساحت اطول
ساقط کنند باقي مطلوب است یا خط واصل بین الرجلین را در نصف واصل بین رأس المثلثین
که في الحقیقة آنخط ذو رجلین را منقسم بدو مثلث میسازد ضرب سازند خواه بالعکس که حاصل
مساحت است و در شبیه بالمعین چون از احد القطرین دو مثلث متساویین حادث میشود پس

عمودیکه دراحد المثلثین برقاعده خارج شود درقاعده ضرب سازند مثلاً درین شکل (شکل ۱۲۸)
که دوضلع اوسیزده سیزده ودوضلع یازده یازده اند وقطر بست است پس اگر برقطر از زاویهٔ منفرجه
عمود برآورده درقطر که قاعدهٔ مثلث است ضرب سازند یکصد وسي ودومساحت میشود واگر
براقصر الاضلاع که یازده است عمود برآورده دریازده ضرب سازند نیز یکصد وسي ودومساحت
میگردد ودرذوزنقه چون دوزاویه قائمه است وسیوم منفرجه وچهارم حاده است پس اگر
اززاویهٔ منفرجه عمود خارج نمایند موازي ومساوي عمود اول خواهد بود که برضلعین
متوازیین عمود است وازان یک شکل مستطیل خواه مربع ویک مثلث قائم الزاویه حادث
خواهد شد درینصورت هرگاه عمود را در نصف مجموع ضلعین متوازیین ضرب سازند مساحت
ذوزنقه است مثلاً درین شکل .... (شکل ۱۲۹)
که یک ضلع متوازي شش ویک ضلع دویم متوازي دوازده وضلع سیوم که عمود برمتوازیین
است هشت وضلع چهارم که زنقه است ده پس هشت رادرنه که نصف مجموع متوازیین است
ضرب نمودم هفتاد ودومساحت شد وهمچنین در ذوزنقین که خواه هردوزنقه متساویین باشند
یا مختلف دوزاویه منفرجه ودوزاویه حاده خواهد بود پس هرگاه اززاویتین منفرجتین عمود
خارج کرده شود یک مستطیل خواه مربع ودومثلث قائم الزاویه حادث خواهد شد پس همچنان
عمود رادرنصف مجموع ضلعین متوازیین ضرب سازند وطریق استخراج عمود ذوزنقه در مسئلهٔ
سي وششم مقدمهٔ ثاني گفته شد مثلاً درین شکل ذوزنقین متساویین (شکل ۱۳۰)
که احد المتوازیین چهار وموازي دویم بست وهرذوزنقه ده ده اند استخراج عمود بموجب
طریق مذکور نمودم اعني مربع نصف تفاضل متوازیین را ازمربع احد الزنقین ساقط نمودم
باقي سي وشش ماند وجذر آن شش مقدار عمود برآمد آنرا در نصف مجموع متوازیین
که دوازده است ضرب نمودم هفتاد ودومساحت شد ودرین شکل ذوزنقین مختلفین
متحد السمة .... (شکل ۱۳۱)
که احد المتوازیین شش ودویم بست واحد الزنقین سیزده ودویم پانزده است چون استخراج
عمود بموجب مسئلهٔ مذکور نمودم اعني نصف تفاضل مربعین زنقین راکه مربع سیزده یکصد و
شصت ونه ومربع پانزده دوصد وبست وپنج وتفاضل مابین همان پنجاه وشش ونصف آن بست

شکل ۱۱۸ صفحہ ۲۳۹
شکل ۱۱۹ صفحہ ۲۴۰
شکل ۱۲۰ صفحہ ۲۴۱
شکل ۱۲۱ صفحہ ۲۴۱
شکل ۱۲۲ صفحہ ۲۴۱
شکل ۱۲۳ صفحہ ۲۴۲
شکل ۱۲۴ صفحہ ۲۴۴
شکل ۱۲۵ صفحہ ۲۴۴
شکل ۱۲۶ صفحہ ۲۴۵
شکل ۱۲۷ صفحہ ۲۴۵
شکل ۱۲۸ صفحہ ۲۴۶
شکل ۱۲۹ صفحہ ۲۴۶
شکل ۱۳۰ صفحہ ۲۴۶
شکل ۱۳۱ صفحہ ۲۴۶
شکل ۱۳۲ صفحہ ۲۴۷

وهشت است برتفاضل متوازيين كه چهارده است قسمت نمودم خارج دوگرديد آنرا هرگاه برهفت
كه نصف تفاضل متوازيين است افزودم نه مقدار مابين عمود و زنقهٔ اعظم حاصل شد وهرگاه
خارج را ازهفت نقصان نمودم پنج مقدار مابين عمود ثاني و زنقهٔ اصغر حاصل شد پس مربع
حاصل اول ازمربع زنقهٔ اعظم ساقط نمودم باقي يكصد وچهل و چهار ماند وجذر آن دوازده
مقدار عمود شد آنرا در نصف مجموع متوازيين كه سيزده است ضرب نمودم يكصد وپنجاه وشش
مساحت گرديد ودرين شكل ذوزنقين مختلفين مختلف السمة ۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ (شكل ۱۳۲)
كه احد المتوازيين يازده ودويم بست ود و واحد الزنقين سيزده ودويم بست است هرگاه عمود
برآوردم اعني چون تفاضل ما بين مربعين زنقين دوصد وسي و يک است ونصف آن يكصد و
پانزده ونيم ميشود آنرا بر تفاضل متوازيين كه يازده است قسمت نمودم ده صحيح ويک نصف
خارج شد وهرگاه نصف تفاضل متوازيين رابرآن افزودم شانزده مقدار مابين عمود وزنقهٔ اعظم
گرديد وهرگاه از خارج نصف تفاضل متوازيين را ساقط نمودم پنج مقدار مابين عمود و زنقهٔ اصغر
بسمت مختلف برآمد پس مقدار عمود دوازده حاصل شد آنرا درنصف مجموع متوازيين كه
شانزده ونصف است ضرب نمودم يكصد ونود وهشت مساحت شد *

فائده بايد دانست كه اگر خطي واصل بين منصفين زنقين بكشند مساوي نصف مجموع
متوازيين خواهد بود پس اگر عمود را در خط واصل بين منصفين زنقين ضرب سازند نيز مساحت است *

فائده ديگر منحرفات هردو مثلث راكه از قطر حادث ميشود جدا جدا مساحت نموده جمع سازند *

فائده بدانكه بعضي محاسبين درمساحت منحرفات دوجاياسه جا عرض را مساحت نموده
وجمع ساخته طول را در نصف مجموع عرض اگر دوجا پيموده باشند ودر مثلث مجموع اگر
سه جا پيموده باشند ودر ربع مجموع اگر چهار جا پيموده باشند وعلى هذا القياس ضرب نموده
مساحت حاصل مي نمايند واين دور از صواب است چرا كه در شكل قليل الانحراف البته
مساحت تقريبي حاصل مي تواند شد الا در كثير الانحراف بسيار تفاوت خواهد گرديد واين
عمل درمساحت كشتهاي مزارع جميع پتواريان ومتصديان بعمل مي آرند وچون حقيقت را
نميدانند معذورانند ونيز بسبب اينكه اكثر جبر ونقصان برابر ميشود و تفاوتيكه در پيمايش كشتها
مي افتد چندان موجب نقصان نميشود لهذا اين عمل بسبب سهوليت جاري شده است *

بیان سیوم در مساحت کثیر الاضلاع

بدانکه طریق عام در مساحت کثیر الاضلاع آنست که آنرا منقسم بمثلثات سازند که مجموع مساحت مثلثات مساحت کثیر الاضلاع است الا در بعض کثیر الاضلاع که قواعد مخصوص برای مساحت آن معین است بیان کرده میشود *

قاعدهٔ اول در مساحت متساوی الاضلاع والزوایا مثل مخمس و مسدس و مسبع و مثمن وغیر آن بدانکه در هر شکل متساوی الاضلاع والزوایا چون ممکن است که دائره درون شکل بکشند بحیثیتکه جمیع اضلاع او مماس دائره باشند پس نصف قطر دائره را که عبارت از عمود مرکزی است در نصف مجموع اضلاع ضرب سازند که حاصل مساحت است و باید دانست که در اشکال مزدوجه متساوی الاضلاع والزوایا اعنی در اشکالیکه اضلاع آن زوج باشند دو قطر حادث میشود یکی اقصر که خط واصل بین ضلعین متوازیین است و همان مقدار قطر دائرهٔ مفروضه در آن شکل است پس نصف قطر اقصر مقدار عمود مرکزی است دویم قطر اطول که خط واصل بین الزاویتین متقابلتین است که فی الحقیقة آن قطر دائرهٔ اعظم است که بالای شکل کشیده شود اعنی هر زاویه مماس دائره باشد پس اگر قطر اطول را در خط واصل بین ضلعین متجاورین که عبارت از وتر زاویهٔ شکل است که از آن یک مثلث حادث میشود ضرب نمایند حاصل ضرب در شکل مثمن مساحت است و در دیگر اشکال مزدوجه متساوی الاضلاع والزوایا حاصل ضرب مذکور را در ثمن عدهٔ اضلاع ضرب سازند که مساحت شکل حاصل شود و نیز در ین اشکال مزدوجه از دو ضلع متوازیین و خطین واصلین من اطرافها یک شکل مستطیل حادث میشود پس اگر مساحت مستطیل را در ربع عدهٔ اضلاع ضرب نمایند نیز مساحت شکل میشود و نیز از ین متفرع میشود که مساحت مسدس مساوی مساحت مستطیل مذکور و نصف او خواهد بود و مساحت مثمن ضعف مساحة مستطیل و در معشر مساوی ضعف مستطیل و نصف او که عبارت از دو و نیم مثل است و در ذو اثنی عشر اضلاع مساوی سه مثل مستطیل وعلی هذا القیاس در دیگر اشکال مزدوجات متساوی الاضلاع والزوایا بزیادتی نصف مثل او خواهد بود و نیز از ین ظاهر میشود که در ذو زنقین متساویین که در مثمن بهر دو طرف مستطیل باقی میماند مساحت هر ذو زنقین مساوی نصف مستطیل است و چون مساحت

مستطیل مسطح قطر اقصر در یک ضلع مثمن است پس مساحت یک ذو زنقین مسطح قطر اقصر که یک ضلع اطول ذو زنقین واقع شده در نصف یک ضلع مثمن خواهد بود درینصورت مساحت مثمن از مسطح قطر اقصر و مجموع دو ضلع مثمن حاصل میشود و نیز اگر در اشکال مزدوجه متساوی الاضلاع والزوایا اگر مربع فضل بین احد الضلع و قطر اقصر را از مربع قطر اطول ساقط کنند باقی در شکل مثمن مساحت است و در دیگر اشکال باقی مذکور را در ثمن عدة اضلاع ضرب سازند که حاصل مساحت شکل خواهد بود و نیز در مسدس اگر مال مال یک ضلع را در بست و هفت ضرب سازند نصف جذر حاصل ضرب مساحت خواهد بود و هم اگر مال مال نصف قطر اقصر را در دوازده ضرب نمایند جذر حاصل مساحت مسدس است و هم جذر سه ربع مال مال قطر اقصر مساحت مسدس میشود و هم اگر مکعب یک ضلع مسدس را در مجموع اضلاع ضرب ساخته ثمن حاصل ضرب بر او بیفزایند پس جذر مجتمع مساحت مسدس است و در مثمن مربع ضلع را از مربع قطر اقصر ساقط کنند باقی مساحت میباشد و اگر مربع ضلع مثمن را ضعف نموده جذر آنرا بر ضلع بیفزایند قطر اقصر مثمن حاصل شود و اگر مربع ضلع مثمن و مربع قطر اقصر را جمع نمایند جذر مجموع قطر اطول مثمن میشود بلکه در جمیع اشکال غیر مثمن نیز همچنین است بالقوه باشد یا بالفعل و اگر مربع ضلع مثمن را بر قطر اطول قسمت کنند و مربع خارج را از مربع ضلع ساقط نمایند جذر باقی مساوی نصف وتر زاویهٔ مثمن است اعنی نصف خط واصل بین ضلعین متجاورین و در مساوی الاضلاع والزوایا که عدد ضلع آن فرد است مثل مخمس و مسبع وغیره اگر از دو زاویهٔ دو خط بر منصف ضلعین که مقابل او باشد بکشند نقطهٔ تقاطع آن هر دو خط مرکز دائره خواهد بود و مقدار مابین المرکز و منصف ضلع عمود مرکزی است و اگر فضل وتر زاویه علی نصف الضلع را در خط واصل بین الزاویه و منصف ضلع المقابل ضرب سازند مساحت مخمس حاصل میشود و طریق دریافت فضل وتر علی نصف ضلع مخمس این است که بر مربع ضلع ربع مربع آن بیفزایند و جذر آن بگیرند که فضل حاصل شود و هرگاه بر فضل نصف ضلع زیاده کنند مقدار وتر حاصل شود و هرگاه از مربع وتر مربع نصف ضلع ساقط کنند و جذر باقی بگیرند مقدار خط واصل بین الزاویه و منصف ضلع مقابل حاصل آید چرا که هرگاه از یک زاویه خط بر منصف ضلع

مقابل بکشند هرائنه عمود خواهد شدوزاویهٔ قائمه حادث خواهد گردید وخط واصل بین الزاویتین که وترزاویهٔ مخمس است وترزاویهٔ قائمه خواهد بود پس اگرازمربع آن مربع نصف ضلع ساقط کنند باقي مربع خط واصل بین الزاویه و منصف خواهد ماند بشکل عروس واگرمجموع یک ضلع و نصف وتررا درمقداریکه ازخط واصل بین الزاویه و منصف ضلع مقابل مابین وترو ضلع مذکور واقع شود ضرب سازندنیز مساحت مخمس میشود *

تنبیه بدانکه صاحب عیون الحساب نوشته است که صاحب مفتاح استخراج مساحت اشکال متساوی الاضلاع والزوایا ازمثلث ومخمس تاذوستة عشربا ینطور نموده که اگرضلع انها واحد باشد پس مساحت انهارا ازارقام ستینیه تاخامسه برآورده ومراد ازارقام ستینیه درجه ودقیقه وثانیه وثالثه ورابعه وخامسه است وآنرادرجدولی مع اضعاف انها وضع نموده وبازآنرا بطریق ارقام هندیه که مراد ازکسور است ازمخرج مشترک نقل کرده درهمان جدول نوشته که هرگاه ارادهٔ مساحت شکلی کرده شود مربع ضلع شکل مطلوبه رادرمساحت مرقوم الجدول که برای آن شکل است ضرب سازندمساحت مطلوب حاصل شود چراکه نسبت مربع ضلع شکل مطلوب المساحة بطرف مساحت مطلوب مثل نسبت مربع واحد که هم واحد است بطرف مساحت مرقوم الجدول است درینصورت اگرمربع ضلع مخمس رادر (اهم مم رح خامسه ضرب نمایند مساحت حاصل شود و همچنین درمسدس و مسبع و مثمن و متسع و معشروذواثنی عشرضلع وذو خمسة عشرضلع وذوستة عشرضلع مربع ضلع رادرمقدار مساحت که مرقوم الجدول است ضرب سازند که حاصل مساحت شکل شود وباید دانست که ارقام مساحت رادرجدول اول برقوم ستینیه وهم بعبارت وهم اضعاف مساحت رابرقوم ستینیه نوشته وهمچنین درجدول ثاني ارقام مساحت رابرقوم هندیه وهم بعبارت وهم اضعاف مساحت رابرقوم هندیه نوشته تاکاتبان راسهوی وخطائی واقع نشودودرارقام هندیه کسوررا ازیک مخرج که آن الف الف است گرفته تاکه بموجب حساب منجمین نسبت کسورتاسادس الاعشاردرست شود درینصورت باید که اگردرضلع کسرباشد آنرا ازمخرج عشربگیرند تادرضرب سهولیت واقع شود مثلاً خواستم که مساحت مسدس که ضلع اوبست ونصف ذرع باشد بدانم آنراباارقام ستینیه بدینصورت نوشتم ک ل دقیقه وآنرامربع نمودم (ر‌ا‌ه) دقیقه شد آنرادر (ب له نح ء الرمب) خامسه ضرب نمودم

نام شکل	مقدار مساحت شکلی از قوم ستینیه هرگاه مقدار ضلع وی یکی باشد						مقدار مساحت بعبارت						اضعاف ارقام ستینیه					
	اجزاء	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس	اجزاء	دقائقها	ثوانیها	ثوالثها	روابعها	خوامسها	اجزاء	دقائق	ثوانی	ثوالث	روابع	خوامس
المثلث	ه	له	نح	ه	مد	لر	صفر	بست و پنج	پنجاه و هشت	پنجاه	چهل و چهار	سی و هفت	یا	نا	نز	ما	الط	مد
المخمس	ا	مح	نح	مح	ر	ح	یک	چهل و سه	سیزده	چهل و سه	هفت	هشت	ج	الو	الز	الو	مد	لو
المسدس	ب	له	نح	د	ار	مب	دو	سی و پنج	پنجاه و سه	چهار	بست و هفت	چهل و دو	ه	یا	مو	ح	نه	الد
المسبع	ج	لح	ب	ه	کح	م	سه	سی و هشت	دو	پنج	هجده	چهل	ر	لو	ب	ز	لز	الز
المثمن	د	مط	مب	ا	ه	لب	چهار	چهل و نه	چهل و دو	بست	پانزده	سی و دو	ط	لط	الد	م	لا	ز
المتسع	و	ب	نذ	لد	کح	لو	شش	ده	پنجاه و چهار	سی و چهار	هجده	شانزده	ب	الی	نط	ح	لو	لب
المعشر	ر	ما	لط	ط	و	له	هفت	چهل و یک	سی و نه	نه	شش	سی و پنج	ه	الح	کح	کح	کح	ب
ذو اثنی عشر ضلعا	یا	یا	مو	ح	نه	الد	یازده	یازده	چهل و شش	هشت	پنجاه و پنج	بست و چهار	الب	الح	لب	مر	ه	مح
ذو خمسة عشر ضلعا	ر	لح	لب	ل	کح	لط	هفده	سی و هشت	سی و دو	سی	بست و سه	نوزده	له	ر	ه	یا	مو	لح
ذو عشرین ضلعا	ا	و	لح	ما	لط	لو	بست	شش	سی و سه	چهل و یک	نوزده	شانزده	م	کح	ر	الب	لح	لب

نام شکل	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانیها	الاعشار	الاحاد	العشرات	مساحة ذوات الاضلاع الكثيرة بالكتابة	ضعفها سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانیها	الاعشار	صحاح الاحاد	العشرات
									هرگاه باشد از ذوات الاضلاع الكثيرة يكهزار پس مربع ضلع هزار هزار خواهد شد								
مثلث	۲	۱	۰	۳	۳	۴	۰	۰	چهارصد و سی و سه هزار و دوازده بذلك اجزای مساحت	۴	۲	۰	۶	۶	۸	۰	۰
مخمس	۷	۷	۴	۰	۲	۷	۱	۰	مثل مربع ضلع واحد و هفتصد و بست هزار چهارصد و هفتاد و هفت	۴	۵	۹	۰	۴	۴	۳	۰
مسدس	۶	۷	۰	۸	۹	۵	۲	۰	دو مثل مربع ضلع واحد و پنج صد و نود و هشت هزار و هفتاد و شش	۲	۵	۱	۶	۹	۱	۵	۰
مسبع	۴	۱	۹	۳	۳	۶	۳	۰	سه امثال مربع ضلع واحد و ششصد و سی و سه هزار و نهصد و چهارده	۸	۲	۸	۷	۶	۴	۷	۰
مثمن	۷	۲	۴	۸	۲	۸	۴	۰	چهار امثال مربع ضلع واحد و هشتصد و بست و هشت هزار و چهارصد و بست و هفت	۴	۵	۸	۶	۵	۶	۹	۰
متسع	۵	۲	۸	۱	۸	۱	۶	۰	شش امثال مربع ضلع واحد و یکصد و هشتاد و یکهزار و هشتصد و بست و پنج	۰	۵	۶	۳	۶	۳	۲	۱
معشر	۹	۰	۹	۴	۹	۶	۷	۰	هفت امثال مربع ضلع واحد و ششصد و نود و چهار هزار و نه صد و نه	۸	۱	۸	۹	۸	۳	۵	۱
ذو اثنی عشر ضلعا	۲	۵	۱	۶	۹	۱	۱	۱	یازده امثال مربع ضلع واحد و یکصد و نود و شش هزار و یکصد و پنجاه و دو	۴	۰	۳	۲	۹	۳	۲	۳
ذو خمسة عشر ضلعا	۳	۶	۳	۲	۴	۶	۷	۱	هفده امثال مربع ضلع واحد و ششصد و چهل و دو هزار و سه صد و شصت و سه	۶	۲	۷	۴	۸	۲	۵	۳
ذو عشرين ضلعا	۸	۵	۳	۹	۰	۱	۰	۲	بست امثال مربع ضلع واحد و یکصد و نه هزار و سه صد و پنجاه و هشت بالاجزاء	۶	۱	۷	۸	۱	۲	۰	۴

حاصل ح یاه الطل ۵ه ل سادسه مساحت گردید واگر بارقام هندیه حاصل سازم ضلع را بدینصورت نوشتم ۲۰ وآنرا مربع کردم ۴۲۰ گردید آنرا در ۲ ضرب نمودم حاصل ۱۰۹۱

۸۴۱۴۳۹	۶۹۸۰۷۶	۲۶	۶
۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰	۱۰

مساحت گردید وکسور را اگر بخواهند تحویل بکسر اقل نمایند وهذه جدوله (شکل ۱۳۳)

وبخاطر این نحیف طریق دیگر اسهل برای استخراج قطر اقصر و مرکز عمودي وقطر اعظم گذشته که هرگاه استخراج انها بعمل آید مساحت اشکال مطلوبهٔ مذکور بهر طریق سهل وآسان خواهد شد چنانچه در مقدمهٔ ثانی در مسئلهٔ چهل وهفتم مذکور گردیده *

قاعدهٔ دویم در مساحت اشکال مزدوجه متساوی الزوایا باید دانست که اشکال مزدوجه متساوی الزوایا بردو قسم است یکی آنکه صرف دوضلع متوازیین متساویین اطول خواه اقصر از دیگر اضلاع باشند وباقي جميع اضلاع متساوي بوند دویم اینکه نصف عدة اضلاع اطول ومتساوي باشند ونصف عدة اضلاع دیگر اقصر ومساوي باشند چون در قسم اول گویا ضلعین متوازیین ازشکل متساوی الاضلاع والزوایا زائد خواه ناقص شده است واز قدر زائد خواه ناقص وقطر اقصر یک مستطیل حاصل میشود که بقدر مساحت آن در شکل مذکور از مساحت شکل مساوی الاضلاع زیادت خواه نقصان خواهد بود لهذا اگر دوضلع متوازیین اطول باشند تفاضل ضلع اطول را که بر ضلع اقصر است ضعف نموده بر مجموع اضلاع بیفزایند واگر هر دوضلع متوازیین اقصر اند ضعف تفاضل مذکور از مجموع اضلاع بکاهند وربع مجتمع در صورت اول وربع باقي را در صورت ثاني در خط واصل بین الضلعین الاطولین خواه الاقصرین که في الحقيقة آن قطر اقصر شکل متساوی الاضلاع والزوایا است ضرب سازند وخواه نصف مجتمع را در صورت اول ونصف باقي را در صورت ثاني در نصف خط واصل بین الضلعین الاطولین که في الحقيقة عمود مرکزي دائرهٔ داخلة الشکل متساوي الاضلاع والزوایا است ضرب نمایند واستخراج خط مذکور که قطر اقصر است بطوریکه در مسئلهٔ چهل وهفتم مذکور شده از روي ضلع اقصر بعمل آرند فافهم وقسم دویم در مساحت منقسم بمثلثات میشود که مجموع مساحت مثلثات مساحة الشکل خواهد بود*

قاعدهٔ سیوم در مساحت ذوشرفه بدانکه ذوشرفه هم بر سه قسم است یکی آنکه جمیع اضلاع وزوایای او متساوي باشند ودرینصورت از وصل بین منتهی ساقهای شرفها شکل متساوي الاضلاع والزوایا حادث خواهد شد که هر ضلع آن قاعدهٔ مثلث متساوي الساقین است وجمیع مثلثات مساوي خواهد بود وآنرا مشرف گویند ودویم آنکه زوایای شرفه متساوي باشند واضلاع مختلف بحیثیکه خط واصل بین ساقها متساوي بود آن رامفرس گویند درینصورت هم جمیع مثلثات متساوي لکن مختلف الساقین خواهند شد وقسم سیوم آنکه مختلف الزوایا باشد اعم ازینکه ساقها وقاعده متساوي باشند یا مختلف پس در مشرف خط واصل بین مرکز واحد من زاویة الشرفة راکه حقیقت مجموع عمود مرکزي شکل متساوي الاضلاع والزوایا وعمود مثلث حادثه است درنصف خط واصل بین منتهی ساقین که درحقیقت نصف ضلع شکل متساوي الاضلاع والزوایا ونصف قاعدهٔ مثلث حادثه است ضرب ساخته درعدهٔ شرفه ضرب نمایند که مساحت مشرف است چراکه في الحقیقة مساحت مجموع شکل متساوي الاضلاع والزوایا وجمیع مثلثات متساویات حادثه میشود وبطریق آخر خط واصل بین المرکز وزاویهٔ مقعریه را اعني زاویهٔ که از التقای ضلعین شرفین متجاورین حاصل میشود درنصف خط واصل بین زاویتین مشرفتین متجاورتین ضرب نموده درعدهٔ شرفه ضرب نمایند که نیز حاصل مساحت است وبرهان این بتامل ظاهر میشود ودرمفرس که قسم دویم است عمود مرکزي وعمود مثلثي راکه بالاي خط واصل بین منتهی ساقین خارج شود جمع نموده درنصف خط مذکور ضرب نمایند وحاصل را درعدهٔ شرفه ضرب کنند که مساحت حاصل شود *

فائده باید دانست که باقي جمیع اشکال کثیر الاضلاع را ملاحظه باید کرد که منقسم بمثلثات یا مستطیلات یا دیگر اشکال که برای مساحت آن قواعد خاص مذکور شده میشود یانه پس بهرچه منقسم شود ومساحت سهل باشد باید نمود *

مطلب دویم درمساحت سطوح مستدیره ودرآن چند بیان است

بیان اول درمساحت دائره

وآن بچند طریق میشود طریق اول نصف قطر را درنصف محیط ضرب سازند خواه قطر را درربع محیط وخواه محیط را درربع قطر ضرب نمایند چراکه ارشمیدس درمقالهٔ اولی گفته است که مساحت

دائره مساوي مساحت مثلث قائم الزاويه است که یکضلع او مساوي نصف قطر وضلع دویم مساوي محیط دائره باشد طریق دویم از مربع قطر سبع ونصف سبع مربع مذکور نقصان سازند زیراکه ارشمیدس درشکل ثالث ازمقالهٔ اولی درتکسیردائره نوشته است که نسبت سطح دائره بطرف مربع قطر مثل نسبت یازده بطرف چهارده است وآن نقصان سبع ونصف سبع است طریق سیوم مربع قطر را دریازده ضرب نموده حاصل را برچهارده قسمت کنند خواه مربع نصف قطر را دربست ودوضرب ساخته برهفت قسمت سازند بناءً علی قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه بلحاظ نسبت مذکور طریق چهارم بحساب صاحب مفتاح مربع قطر را در (مر ر الو) ثالثه اعني چهل وهفت دقیقه وهفت ثانیه وبست وشش ثالثه که آن مقدار نسبت مساحت دائره بطرف مربع قطر است بلکه این عدد ربع عدد نسبت محیط الی قطر که (ج ح الط مد) ثالثه است میشود ضرب نمایند که مساحت حاصل شود وبیان درجه ودقیقه وثانیه وثالثه ورابعه درباب حساب اهل تنجیم مذکور کرده شد طریق پنجم اگر مربع نصف قطر را در سه صحیح ویک سبع ضرب نمایند نیزمساحت دائره باشد واگر مساحت دائره را درچهارده ضرب نموده بریازده قسمت سازند خارج مربع قطر باشد وبحساب صاحب مفتاح اگر مساحت دائره را درچهارده ضرب کرده بر (مر ر الو) ثالثه اعني چهل وهفت دقیقه وهفت ثانیه وبست وشش ثالثه قسمت نمایند خارج مربع قطر باشد*

تنبیه باید دانست که بعضی محاسبان از اهل تنجیم درمساحت دائره خطامي کنند چراکه انها قطر دائره رایک صد وبست ومحیط را سه صد وشصت شمارمی کنند چنانکه جمیع اهل هیئة همین نسبت معتبر دارند لاکن تفاوت درا جزاء قطریه ومحیطیه مي باشد پس غافل نباید شد که هرگاه قطر یکصد وبست باشد محیط سه صد وهفتاد وهفت ویک سبع خواهد بود واگر محیط سه صد وشصت باشد قطر یکصد وچهارده وشش جزء ازیازده جزء خواهد بود فافهم مثال مساحت دائره هرگاه قطر دائره هفت است پس محیط بست ودوخواهد بود ومساحت آن بطریق اول نصف محیط را که یازده است درنصف قطر که سه صحیح ونصف است ضرب کردم سي وهشت ویک نصف شد وآن مساحت است وبطریق دویم ازمربع قطر که چهل ونه است سبع ونصف سبع که ده ونیم شد ساقط نمودم باقي سي وهشت ویک نصف ماند وآن مساحت است وبطریق سیوم مربع قطر را دریازده ضرب نمودم پانصد وسي ونه شد آنرا برچهارده قسمت نمودم

خارج همان سي وهشت ويک نصف شد که مساحت است وبطريق چهارم سي وهشت درجه
وبست ونه دقيقه وپنج ثانيه گرديد وصاحب دستور الحساب گويد که اگر مربع قطر را در سه هزار ونهصد
وبست وهفت ضرب کرده حاصل را بر پنجهزار قسمت سازند خارج مساحت دائره تحقيقي
خواهد بود واين مطابق طريق صاحب مفتاح است لاکن تحقيقي نميتواند شد چراکه نسبت
قطر با محيط صمي است وصاحب مفتاح مساحت دائره رايکي از تضعيفات نسبت محيط الى القطر
وديگر از تضعيفات نسبت مساحت الى القطر بيان کرده وبراي تضعيفات آن هردو نسبت دوجدول
مرقوم نموده ونيز آنرا برقوم ستينيه وهنديه مرقوم ساخته وطريقش اينست که هرگاه نصف قطر دائره
معلوم باشد آنرا برقوم ستينيه خواه برقوم هنديه نويسند ودر رقوم ستينيه از يمين ودر رقوم هنديه
ازيسار ابتدا کرده مقابل رقم اول تضعيفات نسبت محيط الى القطر ز جدول هرارقام که از تضعيفات
واقع شده اند آنرا بنويسند وبعد از ان بمقابل رقم ثاني هر اعداد که واقع شده اند آنرا تحت ارقام
سابق يکمرتبه منحطا نقل کرده بنويسند وهمچنين تاآخر برسند وآنرا جمع سازند که مجموع مقدار
نصف دائره خواهد بود واگر آنرا در نصف قطر مذکور ضرب سازند که حاصل مساحت دائره
خواهد شد واگر همچنين مربع قطر گرفته ارقام هريکي را از جدول تضعيفات نسبت مساحت
الى مربع قطر گرفته وبهمان طريق يکي تحت ديگري نوشته جمع سازند حاصل مقدار مساحت
باشد مثلا اگر خواهند که مساحت دائره که نصف قطر آن هفتاد وهفت است بدانند پس اگر بطور
رقم ستينيه نوشتم (اىز) گرديد پس در جدول نسبت محيط الى القطر چون مقابل ا (ج ح الط مد) بود
آنرا نوشتم وباز مقابل نز (نح الد اله الج) ثالثه بود آنرا تحت اول منحطا نوشتم وجمع نمودم
بدينصـــــــــورت

مقابل ا .... ج ح الط مد

مقابل نز .... ه نح الد اله الج

حاصل (ء اند ط الج) ثالثه گرديد آنرا در (اىز) درجه که نصف قطر است ضرب ساختم حاصل
(ءے الول ح نو) ثالثه مساحت دائره باشد واگر بطور رقم هنديه نويسم ۷۷ ومقابل هفت هرارقام
که از جدول مذکور بود نوشتم وباز تحت آن منحطا نگاشتم چراکه هردو رقم احاد وعشرات هفت است

جدول تضاعيف نسبة المحيط الى القطر

قطر	مرفوع	اجزاء	دقائق	ثوانیه	ثوالثه	قطر	مرفوع	اجزاء	دقائق	ثوانية	ثوالثة
ا		ج	ح	کط	مد	لا	ا	لز	کج	کا	مد
ب		و	یو	نط	کح	لب	ا	م	لا	نا	کح
ج		ط	که	کط	یب	لج	ا	مج	م	کا	یب
د		یب	لج	نح	نو	لد	ا	مو	مح	ن	نو
ه		یه	مب	کح	م	له	ا	مط	نز	ک	م
و		یح	ن	نح	کد	لو	ا	نج	ه	ن	کد
ز		کا	نط	کح	ح	لز	ا	نو	ید	ک	ح
ح		که	ز	نز	نب	لح	ا	نط	کب	مط	نب
ط		کح	یو	کز	لو	لط	ب	ب	لا	یط	لو
ی		لا	کد	نز	ک	م	ب	ه	لط	مط	ک
یا		لد	لج	کز	د	ما	ب	ح	مح	یط	د
یب		لز	ما	نو	مح	مب	ب	یا	نو	مح	مح
یج		م	ن	کو	لب	مج	ب	یه	ه	یح	لب
ید		مج	نح	نو	یو	مد	ب	یح	یج	مح	یو
یه		مز	ز	کو	ها	مه	ب	کا	کب	یح	ها
یو		ن	یه	نه	مد	مو	ب	کد	ل	مز	مد
یز		نج	کد	که	کح	مز	ب	کز	لط	یز	کح
یح		نو	لب	نه	یب	مح	ب	ل	مز	مز	یب
یط	ها	نط	ما	کد	نو	مط	ب	لج	نو	یو	نو
ک	ا	ب	مط	ند	م	ن	ب	لز	د	مو	م
کا	ا	ه	نح	کد	کد	نا	ب	م	یج	یو	کد
کب	ا	ط	و	ند	ح	نب	ب	مج	کا	مو	ح
کج	ا	یب	یه	کج	نب	نج	ب	مو	ل	یه	نب
کد	ا	یه	کج	نج	لو	ند	ب	مط	لح	مه	لو
که	ا	یح	لب	کج	ک	نه	ب	نب	مز	یه	ک
کو	ا	کا	م	نج	د	نو	ب	نه	نه	مه	د
کز	ا	کد	مط	کب	مح	نز	ب	نط	د	ید	مح
کح	ا	کز	نز	نب	لب	نح	ج	ب	یب	مد	لب
کط	ا	لا	و	کب	یو	نط	ج	ه	کا	ید	یو
ل	ا	لد	ید	نب	ها	س	ج	ح	کط	مد	ها

Printed at the Asiatic Lith. Co's Press Calcutta 18[illegible]

جزء ثالث من جدول ۱۳۴ صفحه ۲۵۵

جدول تضاعیف نسبة مساحة الدائرة الى مربع قطرها

القطر	الکسور								
	سابعها	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانیها	الاعشار	آحاد	عشرات
۱	۵	۲	۸	۹	۳	۵	۸	۷	۰
۲	۰	۵	۶	۹	۷	۰	۷	۵	۱
۳	۵	۷	۴	۹	۱	۶	۵	۳	۲
۴	۰	۰	۳	۹	۵	۱	۴	۱	۳
۵	۵	۲	۱	۹	۹	۶	۲	۹	۳
۶	۰	۵	۹	۸	۳	۳	۱	۷	۴
۷	۵	۷	۷	۸	۷	۷	۹	۴	۵
۸	۰	۰	۶	۸	۱	۳	۸	۲	۶
۹	۵	۲	۴	۸	۵	۱	۶	۰	۷
۱۰	۰	۵	۲	۸	۹	۳	۵	۸	۷

جزء رابع من جدول ۱۳۴ صفحه ۲۵۵

تضاعیف نسبة المحیط الى القطر

القطر	الکسور						
	سادسها	خامسها	رابعها	ثالثها	ثانیها	الاعشار	آحاد	عشرات
ا	۳	۹	۵	۱	۴	۱	۳	۰
ب	۶	۸	۱	۳	۸	۲	۶	۰
ج	۹	۷	۷	۴	۲	۴	۹	۰
د	۲	۷	۳	۶	۶	۵	۲	۱
ه	۵	۶	۹	۷	۰	۷	۵	۱
و	۸	۵	۵	۹	۴	۸	۸	۱
ز	۱	۵	۱	۱	۹	۹	۱	۲
ح	۴	۴	۷	۲	۳	۱	۵	۲
ط	۷	۳	۳	۴	۷	۲	۸	۲
ی	۰	۳	۹	۵	۱	۴	۱	۳

Printed at the Asiatic Lith. Co's Press, Calcutta 1831

ومجموع را در هفتاد وهفت ضرب ساختم حاصل ضرب مساحت شد بدینصـــــورت

مقابل ۷ .... ۲۱۹ ، ۹۱۱۵۱

مقابل ۷ ... . ۲۱ ، ۹۹۱۱۵۱

۲۴۱ ، ۹۰۲۶۶۱

صحاح مع واحد کسور جمع شد

۷۷

حاصل ضرب مجموع در هفتاد و هفت ۱۸۶۲۶ ، ۵۰۴۸۹۷

کسور صحاح

وهمچنین اگر مربع قطر را اعني مربع (۱۵۴) راکه (۲۳۷۱۶) است نوشتم ومقابل هر رقم آن ازجدول تضعیفات نسبت مساحت الی مربع قطر گرفته همچنان منحطا نوشتم وجمع ساختم حاصل مساحت دائره گردید بدینصورت

کسور صحاح

۱۵۷۰۷ ، ۹۶۵۰

۲۳۵۶ ، ۱۹۴۷۵

۵۴۹ ، ۷۷۸۷۷۵

۷ ، ۸۵۳۹۸۲۵

۴ ، ۷۱۲۳۸۹۵۰

۱۸۶۲۶ ، ۵۰۴۸۹۷۰۰

جمع کسور جمع صحاح مطلوب

جدول تضعیفات درجدول .... (۱۳۴)

بیان دویم درمساحت قطاع

وطریقش آنست که نصف قطر را در نصف قوس ضرب سازند وهذا ایضا ما بیّنه ارشمیدس فی الشکل الاول من مقالة تکسیر الدائرة وباید دانست که چون قطاع دوقسم است یکی اعظم ودویم اصغر پس اگر نسبت نصف قطر بطرف قوس زائد ازسه مثل ویک سبع باشد قطاع اعظم است واگر کمتر ازان است قطاع اصغر مثلا قوس قطاع ع ده ونصف قطر سه است چون نسبت سه بطرف ده زائد ازسه مثل ویک سبع است پس اعظم باشد وبرای مساحت آن پنج را درسه ضرب کردم پانزده شد بدینصورت .... (شکل ۱۳۵)

واگر قوس هشت صحیح وشش سبع است ونصف قطر سه چون نسبت کمتر است قطاع اصغر

باشد و براي مساحت آن چهار صحيح و سه سبع را در سه ضرب کردم سيزده صحيح و دو سبع مساحت شد بدينصورت .... (شکل ۱۳۶)

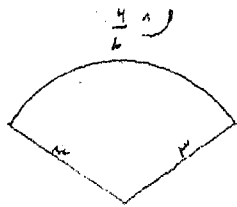
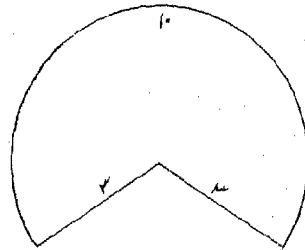
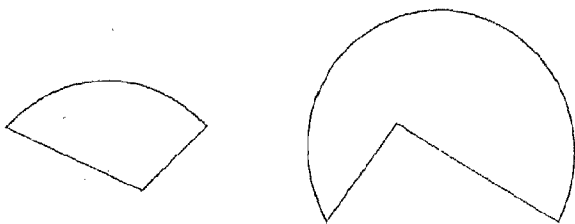
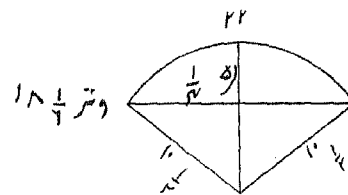
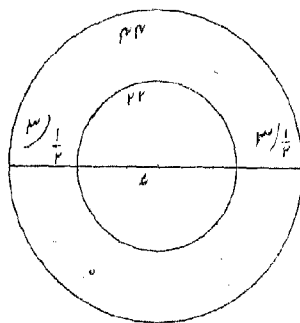
بيان سيوم در مساحت قطعه

بدانکه قطعه بر سه قسم است يکي نصف دائره دويم قطعهٔ اعظم من النصف سيوم اصغر من النصف پس مساحت نصف دائره حاصل ضرب نصف قطر در نصف قوس است و مساحت قطعهٔ اعظم و اصغر بقطاع ميشود چراکه بر مساحت قطاع اعظم اگر مساحت مثلث بيفزايند مساحت قطعهٔ اعظم حاصل شود و از مساحت قطاع اصغر اگر مساحت مثلث ساقط کنند مساحت قطعهٔ اصغر حاصل شود زيراکه قطاع اعظم در حقيقت قطعهٔ اعظم است که از ان يک مثلث متساوي الساقين ساقط شده که هر دو ساق آن نصف قطر و قاعده وتر قوس است و همچنين قطاع اصغر قطعهٔ اصغر است که بر آن مثلث مذکور زائد شده پس در مساحت قطعه ضرور است از استخراج مرکز و دريافت نصف قطر تا مساحت مثلث حاصل شود و طريق استخراج آن در مسئلهٔ بست و چهارم مقدمهٔ ثاني مذکور شده مثلاً قوس قطعه بست و دو و وتر هيجده و يک سدس است و سهم پنج و يک ربع چون بموجب مسئلهٔ مذکور مقدار قطر بست و يک بر آمد که نصف قطر ده و نيم است پس مساحت قطاع يکصد و پانزده و نصف شد و چون از نصف قطر مقدار سهم ساقط کردم باقي پنج و يک ربع عمود مثلث ماند بر وتر قطعه آنرا در نصف وتر که نه و نصف سدس است ضرب ساختم حاصل چهل و هفت صحيح و يازده جزء از شانزده جزء مساحت مثلث گرديد و هرگاه آنرا از مساحت قطاع ساقط نمودم باقي شصت و هفت صحيح و سيزده جزء از شانزده جزء مساحت قطعه شد زيراکه اين قطعهٔ اصغر است و در قطعهٔ اعظم اگر مساحت مثلث را بيفزايند مساحت قطعه حاصل خواهد شد بدينصورت .... (شکل ۱۳۷)

بيان چهارم

در مساحت شکلي که شبيه بقطاع باشد اعني مرکب از قطعهٔ دائره و مثلث غير مرکزي باشد زائداً يا ناقصاً بدينصورت .... (شکل ۱۳۸)

پس در مساحت آن مساحت مثلث را بر مساحت قطعه بيفزايند اگر قطعه زائده باشد و ناقص کنند اگر قطعه ناقص باشد *

شکل ۱۳۵ صفحہ ۲۵۵
۱۰
شکل ۱۳۶ صفحہ ۲۵۶
شکل ۱۳۷ صفحہ ۲۵۶
۲۲
شکل ۱۳۸ صفحہ ۲۵۶
شکل ۱۳۹ صفحہ ۲۵۶
۴۴
۲۲

بیان پنجم در مساحت اهلیلجی وشلجمی وهلالی ونعلی

بایددانست که چون اینهمه اشکال مرکب از دو قطعه اند پس بخط فاصل آنهارا دو قطعه نمایند ومساحت هر دو قطعه جدا جدا نمایند در اهلیلجی ودر شلجمی مجموع مساحت قطعتین مساحت شکل است ودر هلالی ونعلی فضل نطعۀ اعظم علی اصغر مساحت است *

بیان ششم

در مساحت حلقۀ مسطحه که عبارت از سطح ما بین دائرتین متوازیتین است باید که مساحت دائرۀ صغری از مساحت دائرۀ کبری ساقط کنند باقی مساحت حلقۀ مسطحه است وخواه بعد بین المحیطین را در نصف مجموع محیطین ضرب سازند وخواه بعد بین المحیطین را در محیط دائره که در نصف عرض حلقۀ مسطحه مفروض شود ضرب نمایند باید دانست که محیط دائرۀ مذکوره لا محاله بقدر نصف مجموع محیطین خواهد بود مثلاً محیط دائرۀ کبری چهل وچهار وقطر چهارده ومحیط دائرۀ صغری بست ودو وقطر هفت است پس از مساحت کبری که یکصد وپنجاه وچهار میشود مساحت دائرۀ صغری که سی وهشت ویک نصف است ساقط نمودم باقی یکصد وپانزده ویک نصف مساحت حلقۀ مسطحه ماند وهمچنین اگر فضل بین المحیطین را که سه ونصف است در نصف مجموع محیطین که سی وسه است ضرب نمودم نیز یک صد وپانزده ونصف مساحت حلقه حاصل میشود بدینصورت .... (شکل ۱۳۹)

ودر مساحت قطعۀ الحلقه باید که بعد ما بین المحیطین را در نصف مجموع قوس هر دو دائرۀ صغری وکبری ضرب سازند ودر قطاع حلقۀ مساحت اصغر را از اعظم ساقط کنند وعلی هذا القیاس در مساحت جمیع سطوح که مماثل حلقۀ مسطحه اند اعنی اگر وسط آنها خالی باشد طریق سهل این است که مساحت سطح اصغر را از مساحت سطح اعظم نقصان نمایند چنانکه در مساحت دهن حوضها وچاها وغیر آن *

بیان هفتم

در مساحت دیگر اشکال باید دانست که دیگر اشکال را منقسم باقسام متناسبه از مثلثات وقطعات دائره ومربعات وکثیر الاضلاع بهر طریقیکه مساحت سهل شود قسمت نمایند وانواع آن بسیار است *

مطلب سیوم در مساحت سطح اسطوانه و مخروط و در آن دو بیان است

بیان اول در مساحت سطح اسطوانه

بدانکه اسطوانه درلغت بمعني ستون است وآن دو قسم است مستدیره و مضلعه وآن هردو نیز دو قسم اند قائمه و مائله پس طریق مساحت سطح اسطوانهٔ قائمهٔ مستدیره خواه مضلعه اینست که محیط قاعده را در خط واصل بین القاعدتین که متوازي سهم باشد ضرب کنند چراکه مساحت سطح اسطوانه مثل مساحت ذواربعة اضلاع قائم الزوایا است که یک ضلع آن محیط قاعده وضلع دویم خط واصل بین القاعدتین متوازي سهم است چنانکه اگر کاغذي مستطیل الشکل را مستدیر کنند خواه مضلع نمایند شکل اسطوانه میشود مثلاً محیط قاعدهٔ اسطوانه بست و دو وارتفاع اعني خط واصل بین القاعدتین موازي سهم سي است پس محیط قاعده را در ارتفاع ضرب نمودم ششصد و شصت مساحت سطح اسطوانه گردید *

فائده ارشمیدس درشکل سادس من اولی کتاب الکرة والاسطوانة میگوید که سطح اسطوانهٔ مستدیره مساوي سطح دائره است که نصف قطرا و وسط في النسبة باشد بین ضلع اسطوانه وقطر قاعده و وسط في النسبة عبارت است از عددیکه نسبت احد الطرفین بطرف او مثل نسبت او بطرف آخر باشد چنانکه دو و چهار و هشت پس چهار وسط في النسبة است وضرور است که مربع عدد وسطي مساوي مسطح الطرفین باشد پس مربع نصف قطر دائرهٔ مذکور مساوي مسطح ضلع اسطوانه في قطر القاعده خواهد بود وهرگاه محیط دائره بقدر سه امثال وسبع قطر است پس مسطح ضلع اسطوانه در محیط قاعده مساوي سه امثال ویکسبع مربع نصف قطر دائرهٔ مذکور شد و آن مساوي مساحت دائرهٔ مذکوره بطریق پنجم مساحت دائره که مذکور شده است و باید دانست چنانکه از خطین واصلین بین هردو طرف قطرین قاعدتین اسطوانهٔ قائمه شکل مستطیل حاصل میشود همچنین از خطین واصلین بین هردو طرف قطرین قاعدتین اسطوانهٔ مائله شکل شبیه بالمعین حادث میگردد پس مساحت سطح آن مثل مساحت شبیه بالمعین است که یک ضلع آن محیط قاعده و ضلع دویم خط واصل بین القاعدتین باشد وچون در مساحت شبیه بالمعین عمودي راکه از زاویهٔ منفرجه بر احد الضلعین المتقابلین بکشند در آنضلع ضرب مي نمایند لهذا در مساحت سطح اسطوانه سطح مائلهٔ مستدیره باشد یا مضلعهٔ محیط قطعتیکه خط واصل

بین القاعدتین برآن عمود باشد در آن خط واصل ضرب نمایند و چون شکل اسطوانه بر صفحه
درست نمی آید لهذا اکثر شارحین خلاصة الحساب در تصور اسطوانهٔ مائله حیرانند چنانچه
خلخالی رحمه الله میگوید که از گردش واصل بین محیطین دائرتین حدوث اسطوانهٔ مائله
متخیل نمیشود و شارح عصمة الله رحمه الله گفته که بتخییل من نمی آید که سهم اسطوانه
بر قاعده عمود نشود غایة الامر اینست که سهم مذکور بر سطحیکه اسطوانه را بر آن سطح استاده
کنند رواست که عمود نشود بدینوجه که قاعدهٔ اسطوانه فرض کنند که موازی آن سطح در شرح
نیست یعنی اسطوانه را کج کرده بر آن سطح استاده کرده باشند و مولوی روشن علی جونپوری رح
در شرح فارسی خلاصة الحساب دلیل اثبات آنرا ببرهان هندسی بیان فرموده اند و بدان تفاخر
نموده حقیقت اینست که جناب شارح عصمة الله رح را در موازاة شبه افتاده که از دائرتین
متوازیتین توازی علی الاستقامة تصور نموده حالانکه در موازاة توازی علی الاستقامة
شرط نیست بلکه در اشکال معین وشبه بالمعین که موازاة ضلعین است علی الاستقامة نیست علی
الانحراف است اعنی هر خطی که از احد من الاجزاء یکی از متوازیین بر جزء مقابل دیگری می کشند
بر هیچیک از ان متوازیین عمود نخواهد بود بخلاف توازی علی الاستقامة چنانکه در مربع
و مستطیل است که هر خط از جزء یکی بطرف جزء مقابل دیگری بکشند بر هردو عمود خواهد بود
و نیز هر قدر که در موازاة انحراف خواهد شد قطر شکل اقصر خواهد افتاد و دائره ضیق خواهد شد
و دو زاویهٔ متقابلتین منفرجه و دو زاویهٔ حاده حاصل خواهد شد و این باندک تخییل ظاهر است
و اگر کسی را تخییل مشکل شود باید که شکل شبه بالمعین از کاغذی تراشیده آنرا بالاستداره وصل کنند
و نیز اگر دو دائره از پرکالهای نیزهٔ بانس بسازند چنانکه آتشبازان میسازند و آن هر دو را
علی سبیل توازی بالانحراف باهم از پرکالهای دیگر وصل کنند شکل اسطوانهٔ مائله بخوبی
حاصل شود و چندانکه انحراف دائرتین زیاده خواهد بود انفراج زاویتین متقابلتین و احداد
زاویتین متقابلتین زیاده خواهد شد و قطر واصل بین المنفرجتین اقصر و قطر واصل بین الحادتین
اعظم خواهد گردید و همچنین اسطوانهٔ ناقصه است که آنرا نه صاحب خلاصة الحساب و نه صاحب
عیون الحساب و دستور الحساب و صاحب مفتاح بیان نموده صرف این نحیف آنرا بتخییل
صادق استنباط نموده اعنی هر دو دائرهٔ اسطوانه متساویتین باشند و متوازیتین نباشند و سهم واصل بین

مرکزین دائرتین عمود بریکی باشد وبر دیگری نباشد درینصورت هردوخط واصل بین قطرین دائرتین یکی اعظم ویکی اصغر ومتوازیتین خواهند بود ومساحت سطح آن مثل مساحت شکل ذوزنقه است که دو ضلع متوازیین هردوخط واصل بین الدائرتین باشند وعمود برآن هردو محیطا حد الدائرتین وزنقهٔ محیط دائرهٔ آخر بود لهذا طریق مساحت سطح آن آنست که محیط دائره را درنصف مجموع خطین واصلین بین الدائرتین ضرب سازند مثال اسطوانهٔ مائله محیط قاعده اگرچهل وچهار وقطر سطح اسطوانه بسبب میلان هفت وخط واصل بین الدائرتین سی باشند چون قطر سطح هفت است پس محیط آن که خط واصل بین الدائرتین برو عمود شود بست ودو خواهد بود لهذا بست ودو را در سی ضرب نمودم ششصد وشصت مساحت شد مثال اسطوانهٔ ناقصه محیط قاعده بست ودو واحد من الخطین الواصلین بین الدائرتین سی وپنج والاخری بست وپنج چون نصف مجموع هردوخط سی میشود پس بست ودو را در سی ضرب نمودم نیز ششصد وشصت مساحت گردید *

بیان دویم درمساحت سطح مخروط

بدانکه مخروط نیز بر دو قسم است مستدیر ومضلع وهریکی ازان خواه تام است یا ناقص وقائم است یا مائل ومساحت سطح مخروط مستدیر تام قائم مثل مساحت قطاع است که قوس آن مساوی محیط قاعدهٔ مخروط ونصف قطر آن مساوی خط واصل بین رأس المخروط ومحیط قاعده باشد پس خط واصل را درنصف محیط قاعده ضرب سازند ونیز ارشمیدس در شکل سادس من اولی کتاب الکرة والاسطوانة میگوید که سطح مستدیر مخروط قائم مساوی دائرهٔ ایست که نصف قطرا و وسط فی النسبة بین ضلع مخروط ونصف قطر قاعدهٔ او باشد درینصورت مربع نصف قطر دائرهٔ مذکوره مساوی مسطح ضلع مخروط درنصف قطر قاعدهٔ او خواهد بود وچون نصف محیط دائره مساوی سه امثال ویک سبع نصف قطر می باشد چراکه نسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است بشکل اول من سادسهٔ اصول پس مسطح ضلع مخروط درنصف محیط قاعده مساوی سه امثال ویک سبع ومربع نصف قطر دائرهٔ مذکوره گردید وآن مساحت دائرهٔ مذکوره است پس درمساحت مخروط مستدیر تام قائم ضلع مخروط راکه عبارت ازخط واصل بین رأس المخروط ومحیط قاعده است درنصف محیط قاعده ضرب سازند وبالعکس ودرمخروط ناقص مستدیر قائم خط واصل بین الدائرتین را درنصف محیط دائرتین ضرب نمایند ودرمخروط

مستدیر تام مائل نصف مجموع خط اطول و اقصر را که واصلین بین رأس المخروط و محیط قاعده است در نصف محیط قاعده ضرب سازند و در مخروط مستدیر ناقص مائل نصف مجموع خطین اطول و اقصر مذکور را در نصف محیط دائرتین ضرب کنند و در مخروط مضلع تام و ناقص خواه قائم بود و خواه مائل مجموع مساحت مثلثات مساحت مخروط تام است و مجموع مساحت جمیع سطوح ذوار بعة اضلاع مساحت مخروط ناقص است *

مطلب چهارم در مساحت سطح کره و ابعاض آن و در آن نیز چند بیان است

بیان اول در مساحت سطح کره

طریق اول قطر کره را در محیط عظیمهٔ کره ضرب سازند طریق دویم مربع قطر کره را در بست و دو ضرب ساخته حاصل را بر هفت قسمت سازند زیرا که مساحت سطح کره مساوي مساحت دائرهٔ ایست که نصف قطر آن مثل قطر کره باشد و نیز مساحت سطح کره مساوي مساحت چهار امثال سطح دائرهٔ عظیمهٔ کره است کما برهن علیه ارشمیدس في الشکل الخامس والثلثین من المقالة الاولی کتاب الکرة والاسطوانة طریق سیوم مربع قطر را در چهار ضرب کرده از حاصل الضرب سبع و نصف سبع ساقط کنند طریق چهارم مربع قطر را در سه صحیح و یک سبع ضرب کنند و آن نسبت محیط دائره الی القطر است علی المشهور و خواه مربع قطر را در (ح ح الط مد) ثالثه ضرب نمایند که نسبت محیط الی القطر است بطریق صاحب مفتاح مثلا اگر قطر کره هفت بود و محیط دائرهٔ عظیمه بست و دو پس بطریق اول هفت را در بست و دو ضرب کردم یک صد و پنجاه و چهار شد و این مساحت سطح کره است و بطریق دویم چهل و نه را که مربع قطر است در بست و دو ضرب کردم و حاصل را که یک هزار و هفتاد و هشت بود بر هفت قسمت نمودم خارج یکصد و پنجاه و چهار مساحت سطح کره است و بطریق سیوم چهل و نه را که مربع قطر است در چهار ضرب کردم یکصد و نود و شش شد و از ان یک سبع و نصف سبع آن که چهل و دو میشود ساقط نمودم باقي یکصد و پنجاه و چهار مساحت سطح کره شد و بطریق چهارم چهل و نه را که مربع قطر است در سه و یکسبع ضرب کردم یکصد و چهار و پنجاه و چهار مساحت سطح کره گردید *

بیان دویم در مساحت سطح قطعهٔ کره

بدانکه مساحت سطح مستدیرهٔ قطعه مساوي مساحت دائرهٔ ایست که نصف قطر آن برابر خط

مستقیم واصل بین قطب کره و محیط قاعدهٔ قطعه بود و نیز مساوی مجموع مساحت قاعده ومساحت دائره که نصف قطر آن برابر ارتفاع قطعه اعني سهم قطعه باشد واگر مساحت سطح کره را در مساحت دائره که نصف قطر آن ارتفاع قطعه باشد ضرب نموده جذر حاصل بگیرند نیز مساحت قطعه باشد و نیز اگر محیط دائرهٔ عظیمهٔ کره را در ارتفاع قطعه که سهم است ضرب نمایند مساحت قطعه حاصل شود و نیز اگر سهم قطعهٔ کره را در سه و یکسبع ضرب نموده حاصل را در قطر کره ضرب سازند نیز مساحت قطعه حاصل شود مثال قطر قاعدهٔ قطعهٔ کره بست وچهار سهم اعني ارتفاع نه است درینصورت براي استخراج قطر کره مربع نصف قطر قاعده را که وتر قوس محیط عظیمهٔ کره است بر سهم قسمت نمودم اعني یکصد وچهل وچهار را بر نه قسمت ساختم خارج شانزده شد آنرا با سهم جمع نمودم بست و پنج مقدار قطر کره گردید وچون از نصف قطر قاعدهٔ قطعهٔ که نصف الوتر قوس قطر قطعه است وسهم او زاویهٔ قائمه حاصل میشود وسهم قطعهٔ کره خط واصل بین احد القطبین کره که داخل قطعه است وبین منصف وتر است پس البته وتر آن زاویه خط مستقیم واصل بین قطب الکره ومحیط قاعده خواهد بود وهرگاه بشکل عروس جذر مجموع مربع نصف الوتر ومربع سهم که دوصد وبست وپنج است استخراج نمودم جذر آن پانزده مقدار خط واصل بر آمد درینصورت مساحت قطعه در مثال مذکور بطریق اول نمودم اعني دائره فرض کردم که نصف قطر آن پانزده باشد پس محیط آن نود وچهار صحیح ودو سبع شد نصف قطر را در نصف محیط ضرب نمودم مساحت دائرهٔ مذکور هفت صد وهفت صحیح ویک سبع گردید واین مساوي مساحت قطعه است و نیز اگر پانزده را در نسبت محیط الی القطر که سه صحیح ویک سبع است ضرب نموده حاصل را باز در پانزده ضرب نمایم هم مطلوب حاصل شود و بطریق ثاني چون قطر قاعده بست و چهار است پس محیط آن هفتاد وپنج صحیح وسه سبع شد نصف قطر را در نصف محیط ضرب نمودم چهار صد وپنجاه ودو صحیح وچهار سبع شد وباز چون مقدار سهم نه است پس محیط دائره که نصف قطر آن نه باشد پنجاه وشش صحیح وچهار سبع خواهد بود نصف قطر را در نصف محیط ضرب نمودم دوصد وپنجاه وچهار صحیح وچهار سبع شد پس مجموع مساحت هر دو دائره هفتصد وهفت صحیح ویک سبع گردید وآن مساوي مساحت قطعه است و بطریق ثالث چون قطر کره بست وپنج ومحیط عظیمهٔ کره هفتاد وهشت صحیح وچهار سبع ومساحت کره یک هزار

و نهصد و شصت و چهار صحیح و دو سبع است آنرا در مساحت دائره که نصف قطر آن نه باشد اعنی دوصد و پنجاه و چهار صحیح و چهار سبع ضرب نمودم پنج لک و پنجاه و یک شد و جذر آن هفتصد و هفت صحیح و یک سبع تقریبی بر آمد و آن مساحت قطعه است و بطریق رابع محیط عظیمهٔ کره را که هفتاد و هشت صحیح و چهار سبع است در نه ضرب ساختم هفتصد و هفت صحیح و یک سبع مساحت قطعه شد و بطریق خامس نه را که سهم قطعهٔ کره است در سه و یک سبع ضرب نمودم بست و هشت صحیح و دو سبع شد و آنرا در قطر کره که بست و پنج است ضرب کردم نیز هفت صد و هفت صحیح و یک سبع مساحت شد *

فائده باید دانست که صاحب خلاصة الحساب برای مساحت قطعه صرف یک قاعدهٔ اولی بیان نموده و در آن خط واصل بین القطب و محیط قاعده بلا قید مستقیم و منحنی مذکور ساخته بجهت آنکه قطر هر دائره خط مستقیم است نه منحنی و شارح خلخالی رح بر آن مناقشه کرده که خط مستقیم بر سطح کره متوهم نمیشود الا در جرم کره و استعلام آن در غایت تعذر است فقط و حالانکه استعلام آن در نهایت سهولیت است چراکه هرگاه یک رجل پرکار را بر نقطهٔ قطب کره نهاده رجل دیگر بر محیط دائره که قاعدهٔ قطعه است نهاده شود مقدار فتح پرگار مقدار خط مستقیم است که واصل بین قطب کره و محیط قاعدهٔ قطعهٔ کره باشد پس این مناقشه از شارح مذکور نهایت بعید است کما لا یخفی *

بیان سیوم

در مساحت سطح کره که بعد جدا شدن دو قطعه باقی بماند پس اگر آن هردو قطعه متوازی باشند شکل شبیه بدفی میشود و اگر متوازی نباشند شبیه پرکالی میگردد و طریق مساحت آن اینست که فضل قطر کره علی مجموع سهمین قطعتین بگیرند و آنرا در محیط عظیمهٔ کره ضرب سازند مثلاً اگر قطر کره بست و پنج است و دو قطعه ازان جدا شده اند که سهم هریکی نه است و مجموع آن هجده و فضل قطر علی المجموع هفت پس محیط عظیمه را که هفتاد و هشت صحیح و چهار سبع است در هفت ضرب نمودم پانصد و پنجاه شد و این مساحت شکل است و علی هذا اگر قطعه مختلف باشد

بیان چهارم

در مساحت سطح تنینی که آنرا ضلع الکره نیز گویند وطریق آن اینست که قطر کره را در غایة المیل بین نصفین عظیمین ضرب سازند مثلاً قطر کره یکصد و بست و غایة المیل عظیمین بست و چهار است چنانکه از تقاطع منطقة البروج و معدل النهار است پس یکصد و بست را در بست و چهار ضرب کنند دو هزار و هشتصد و هشتاد شود این بود بیان مساحت سطوح والله اعلم *

مطلب پنجم در مساحت اجسام اسطوانه ومخروط وکره ودر آن هم چند بیان است

بیان اول در مساحت جسم اسطوانه

باید دانست که اسطوانه بر دو قسم است مستدیره ومضلعه وانواع مضلعه بسیار است مثل چوب تره که مسدس ومخمس ومثلث وغیر آن میشود وخشت وشکل مکعب وحوضها ودیوارها وامثال آن هرچه که حجم او مختلف شود بلکه جمیع سطوح قاطعهٔ او موازی قاعدهٔ او باشند وهمه متشابه ومتماثل یک دیگر از روی قدر ووضع شوند واعم است ازینکه قاعدهٔ اسطوانه موازی افق باشد اعني بر سطح زمین قائم بود یا موازی افق نبود اعني بر سطح زمین قائم نبود بلکه ضلع آن بر سطح قائم بود مثل دیواری که بصورت تبر باشد اعني حجم آن بر سطح زمین زیاده بود ور أس کم بود آنهم داخل اسطوانهٔ مضلعه است چرا که درینصورت قاعدهٔ اسطوانه که شکل مثلث یا ذو زنقتین یا ذو زنقه وغیر آن هرچه باشد بر سطح زمین عمود خواهد بود ودر مساحت آن چند طریق است *

طریق اول در مساحت جسم اسطوانهٔ مستدیره ومضلعه عموماً باید که مساحت یک سطح قاعده را در خط واصل بین القاعدتین ضرب سازند

فائده اگر درمیان شکلی خالي باشد چون حوض وچاه وخواه طاق وغیر آن باید که هر شکلی در آن حادث شده باشد مساحت نموده از مساحت اسطوانه ساقط کنند وهمچنین اگر زائد باشد

تنین اژدها و آن شکلی است که بر سطح کره هرگاه دو دائرهٔ عظیمه متقاطع ومتقارب واقع شوند از تقاطع آن شکلی شبیه به تنین حاصل میشود چنانچه از تقاطع دائره جوزهر وحامل فلک قمر حادث شده اند واز این تشبیه یک محل تقاطع را رأس ودیگر مقابل را ذنب میگویند *

زائد نمایند و باید دانست که قاعدهٔ اسطوانه در مساحت مراد ازان است که خط واصل بین القاعدتین بر آن عمود باشد پس در اسطوانهٔ مائله قاعدهٔ موجود معتبر نخواهد بود بلکه قاعدهٔ معتبره محیط قطعی ازان اسطوانه است که خط واصل بر آن عمود باشد چنانکه در مساحت سطح اسطوانهٔ مائله گفته شد و نیز در اسطوانهٔ ناقصه چون جمیع خطوط واصل بین القاعدتین مساوی نمی باشد لهذا نصف مجموع خط اطول و اقصر را گرفته مساحت قاعده را که آنخطوط برو عمود باشند در نصف آن مجموع ضرب سازند *

طریق دویم که مخصوص مساحت جسم اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمه است مساحت سطح مستدیرهٔ اسطوانه را در ربع قطر قاعده ضرب سازند *

طریق سیوم مخصوص جسم اسطوانهٔ مضلعه که قاعدهٔ او شکل متساوی الاضلاع والزوایا باشد باید که مساحت سطح مضلع مذکور در ربع قطر اقصر که عبارت از ربع قطر دائرهٔ داخلة الشکل است ضرب سازند و برهان اینهمه باندک تامل ظاهر است *

فائده باید دانست که عامهٔ مساحان از قسم معماران وغیره که مساحت دیوارها وغیره از ابنیه می نمایند در مساحت دیوار که قاعدهٔ شکل مستطیل است طول را که فی الحقیقه یک ضلع قاعده اسطوانه است در ارتفاع ضرب نموده حاصل را در عرض که عبارت از ضلع ثانی قاعده است ضرب می نمایند و اگر شکل دیوار بصورت تبر باشد اعنی عرض رأس او کمتر بود در نصف مجموع عرض رأس و عرض بناء ضرب میکنند و ارتفاع همان خط را که واصل بین رأس دیوار و بناء آنست معتبر میدارند و این خطاست چراکه ارتفاع عبارت از عمود است و هرگاه عرض رأس دیوار و عرض بنای آن مختلف شد آن خط واصل عمود نخواهد بود لیکن چون بسبب اینکه مقدار عرض دیوار قلیل می باشد و در استخراج عمود اندکی دقت است لهذا تفاوت قلیل را جائز داشته برای سهولیت بدین طریق عمل میکنند مثال اسطوانهٔ مستدیرهٔ قائمه اگر محیط قاعده بست و دو و قطر هفت و ارتفاع سی است پس مساحت قاعده را که سی و هشت و نصف است در سی ضرب کردم یکهزار و یکصد و پنجاه و پنج مساحت جسم اسطوانه شد و بطریق دویم چون مساحت سطح مستدیره ششصد و شصت است آنرا در ربع قطر که یک صحیح و سه ربع است ضرب نمودم نیز حاصل یکهزار و یکصد و پنجاه و پنج گردید مثال اسطوانهٔ مائلهٔ مستدیره اگر محیط قاعده چهل

وچهار و قطر اسطوانه هفت است پس محیط قطعه که خط و اصل بین القاعدتین بر آن قطعه عمود باشد بست و دو خواهد بود و مساحت قاعدهٔ آن سی و هشت و نصف میشود وچون ارتفاع سی باشد سی وهشت ونصف را در سی ضرب کنند که مساحت جسم اسطوانهٔ مائله حاصل شود مثال اسطوانهٔ مستدیرهٔ ناقصه اگر محیط قاعده بست و دو و اطول الخطین الواصلین بین القاعدتین سی و پنج و اقصر الخطین بست و پنج است چون مساحت قاعده سی و هشت و یک نصف و نصف مجموع الخطین مذکور سی پس حاصل ضرب آن یکهزار و یکصد و پنجاه و پنج مساحت جسم اسطوانهٔ مستدیرهٔ ناقصه شد مثال اسطوانهٔ مضلعهٔ قائمه چبوترهٔ ایست مسدس اعني متساوی الاضلاع والزوایا که ارتفاع آن دو درعه است و هریک ضلع آن شش درعه پس قطر اقصر آن ده صحیح و دو خمس خواهد بود درینصورت مساحت قاعده را که نود و سه صحیح و سه خمس است در دو که ارتفاع است ضرب نمودم یکصد و هشتاد و هفت صحیح و یک خمس شد و بطریق سیوم چون مساحت سطح هفتاد و دو است آنرا در ربع قطر اقصر که دو صحیح و سه خمس است ضرب نمودم حاصل یکصد و هشتاد و هفت صحیح و یک خمس مساحت جسم شد وچون اشکال اسطوانهٔ مضلعه بسیار است لهذا همبرین امثال قیاس باید کرد *

بیان دویم در مساحت جسم مخروط و در آن چند طریق است *

طریق اول در مساحت جسم مخروط تام مستدیره باشد یا مضلعه قاعدهٔ اول باید که ارتفاع مخروط را در ثلث مساحت قاعده ضرب نمایند خواه بالعکس چرا که مساحت مخروط مساوی ثلث مساحت اسطوانهٔ متحدة القاعده والارتفاع میباشد کما ثبت فی الشکل السادس والتاسع من مقالة اثنی عشر اصول و طریق استخراج ارتفاع اسطوانه و مخروط در مقدمهٔ ثانی گفته شد قاعدهٔ دویم بر ارتفاع مخروط سبع ثلث آن افزوده مجموع را در مربع نصف قطر قاعده ضرب سازند *

طریق دویم در مساحت جسم مخروط ناقص قاعدهٔ اول باید که مساحت جسم مخروط اصغر را از مساحت جسم مخروط تام نقصان کنند که باقی مساحت جسم مخروط ناقص است قاعدهٔ دویم که صاحب دستور الحساب در مساحت جسم مخروط ناقص مستدیره و مضلع گفته که مربع قطر قاعده اعلی و اسفل را جمع نموده حاصل ضرب هردو قطر بر وبیفزایند و یک سبع و نصف آن از مجموع ساقط سازند و باقی را در ثلث ارتفاع ضرب کنند حاصل مساحت جسم مخروط ناقص است مؤلف گوید که

صاحب دستور الحساب درین قاعده تعمیم نموده غلط کرده است چه در مخروط مضلعهٔ ناقصه هرگز درست نمیشود چراکه در مخروط مضلع نسبت قطر با مجموع اضلاع مثل نسبت قطر با محیط دائره نمیتواند شد قاعدهٔ سیوم که این فقیر استخراج کرده و شامل است مخروط ناقص مضلعه و مستدیره را مساحت قاعدهٔ عظمی و صغری را جمع نمایند و باز مساحت صغری را در نسبت قطر قاعدتین ضرب سازند اگر مخروط مستدیر باشد و در نسبت ضلعین متوازیین قاعدتین ضرب سازند اگر مخروط مضلعه باشد و حاصل را بر مجموع مساحت قاعدتین افزوده مجموع را در ثلث ارتفاع ضرب نمایند که حاصل ضرب مساحت جسم مخروط ناقص است قاعدهٔ چهارم صاحب ترجمهٔ لیلاوتي نوشته که مضروب و مضروب فیه مساحت قاعدتین را جدا جدا نوشته و مجموع مضروب هردو قاعده را در مجموع مضروب فیه هردو ضرب سازند و حاصل الضرب مساحت هردو قاعده را افزوده مجموع را در ارتفاع ضرب نمایند که حاصل مساحت مخروط ناقص است مستدیر باشد خواه مضلع مثال مخروط مستدیر تام محیط قاعده بست و دو و قطر هفت و ارتفاع سي است پس مساحت قاعده را که سي و هشت و نصف است در ده که ثلث ارتفاع است ضرب کردم سه صد و هشتاد و پنج شد و آن مساحت جسم مخروط است و نیز بر ارتفاع مخروط سبع ثلث افزودم سي و یک و سه سبع شد آنرا در مربع نصف قطر که دوازده و یک ربع است ضرب نمودم همان مساحت شد مثال مخروط مضلع تام که قاعدهٔ او مسدس است هر ضلع او شش درعه و قطر اصغر ده صحیح و دو خمس و ارتفاع دوازده پس مساحت قاعده را که نود و سه صحیح و سه خمس است در چهار که ثلث ارتفاع است ضرب نمودم سه صد و هفتاد و چهار صحیح و دو خمس مساحت جسم مخروط مضلع شد مثال مخروط مستدیر ناقص محیط قاعده بست و دو و قطر هفت و ارتفاع پانزده و محیط قاعدهٔ صغری یازده و قطر سه و نیم است پس بقاعدهٔ اول استخراج ارتفاع مخروط تام نمودم اعني قطر قاعدهٔ عظمی را در ارتفاع ضرب ساختم یکصد و پنج شد آنرا بر فضل قطر قاعدهٔ عظمی علی قطر قاعدهٔ صغری که سه و نصف است قسمت نمودم خارج سي شد و آن مقدار ارتفاع مخروط تام است پس ارتفاع مخروط اصغر هم پانزده باقي ماند و مساحت جسم مخروط تام سه صد و هشتاد و پنج و مساحت جسم مخروط اصغر چهل و هشت و یک ثمن گردید و هرگاه مساحت جسم مخروط اصغر را از مساحت جسم

مخروط تام ساقط نمودم باقي سه صد و سي و شش و هفت ثمن مساحت جسم مخروط ناقص ماند
و بطريق صاحب دستور الحساب مربع قطر قاعدۀ عظيمه چهل و نه است و مربع قطر قاعدۀ صغرىٰ
دوازده و يک ربع مسطح قطرين بست و چهار و يک نصف و مجموع آن هشتاد و پنج و سه ربع شد
از ان يک سبع و نصف سبع آن که هجده و سه ثمن است ساقط نمودم و باقي را که شصت و هفت و
سه ثمن ماند در ثلث ارتفاع که پنج است ضرب نمودم سه صد و سي و شش و هفت ثمن مساحت
جسم مخروط ناقص گرديد و بقاعدۀ سيوم که مؤلف استخراج کرده است چون مساحت قاعدۀ
عظمىٰ سي و هشت و نصف و مساحت قاعدۀ صغرىٰ نه صحيح و پنج ثمن است و نسبت بين القطرين
ضعف است پس مساحت قاعدۀ صغرىٰ را در نسبت قطرين ضرب نموده اعني ضعف ساخته
بر مجموع مساحت قاعدتين افزودم شصت و هفت صحيح و سه ثمن شد آنرا در ثلث ارتفاع که پنج است
ضرب نمودم حاصل همان مساحت شد و نيز بقاعدۀ چهارم چون در مساحت قاعدۀ عظمىٰ مضروب
سه و نصف و مضروب فيه يازده و در مساحت قاعدۀ صغرىٰ مضروب يک صحيح و سه ربع و
مضروب فيه پنج صحيح و يک نصف است پس مجموع مضروب هردو را که پنج و يک ربع ميشود
در مجموع مضروب فيه هردو که سيزده و يک نصف است ضرب کردم حاصل هشتاد و شش و
پنج ثمن شده آنرا بر مجموع مساحت قاعدتين افزودم و مجموع را که يکصد و سي و چهار
و سه ربع شد بر شش قسمت کردم بست و دو صحيح و يازده بست و چهارم گرديد آنرا در پانزده که
ارتفاع است ضرب ساختم حاصل سه صد و سي و شش و هفت ثمن مساحت گرديد مثال مخروط
مضلع ناقص مسدس القاعده که ضلع قاعدۀ عظمىٰ شش درعه و قطر اقصر او ده صحيح و دو
خمس است و ضلع قاعدۀ صغرىٰ سه درعه و قطر اصغر او پنج صحيح و يک خمس و ارتفاع شش پس
بقاعدۀ اولىٰ استخراج ارتفاع مخروط تام نمودم اعني ضلع عظمىٰ را که شش بود در ارتفاع ضرب
ساخته سي و شش را که حاصل ضرب است بر سه که فضل ضلعين است قسمت نمودم خارج
دوازده مقدار ارتفاع مخروط تام شد و مقدار ارتفاع مخروط اصغر شش گرديد و چون مساحت
قاعدۀ عظمىٰ نود و سه و سه ثمن است و مساحت قاعدۀ صغرىٰ بست و سه و دو خمس است
پس مساحت مخروط تام سه صد و هفتاد و چهار و دو خمس شد و مساحت مخروط اصغر چهل
و شش و چهار خمس و بعد اسقاط مساحت مخروط اصغر از مساحت مخروط تام سه صد و بست

وهفت وسه خمس باقي ماند وآن مساحت مخروط ناقص است وبقاعدۂ سیوم که مؤلف استخراج نموده چون نسبت ضلعین قاعدتین نسبت ضعف است لهذا مساحت قاعدۂ صغری را تضعیف نموده بر مجموع مساحت قاعدتین افزودم یکصد وشصت و سه وچهار خمس شد آنرا در ثلث ارتفاع که دو است ضرب نمودم سه صد وبست وهفت وسه خمس مساحت مخروط ناقص گردید وبقاعدۂ چهارم چون در مساحت قاعدۂ عظمی مضروب هجده ومضروب فیه پنج ویک خمس ودر مساحت قاعدۂ صغری مضروب نه ومضرب فیه دو وسه خمس است پس مجموع مضروب هردو راکه بست وهفت میشود در مجموع مضروب فیه هردوکه هفت وچهار خمس است ضرب نمودم وحاصل راکه دوصد ودو وسه خمس است برمساحت قاعدتین افزودم ومجموع راکه سه صد و بست وهفت وسه خمس گردید برشش قسمت نمودم وخارج را درشش که ارتفاع است ضرب ساختم همان سه صد وهفت وسه خمس مساحت مخروط ناقص گردید *

بیان سیوم در مساحت جسم کره

ودرآن چند طریق است طریق اول نصف قطرکره را در ثلث محیط اعني سطح کره ضرب کنند خواه بالعکس طریق دویم قطرکره را در سدس محیط ضرب سازند خواه بالعکس طریق سیوم قطرکره را در محیط ضرب کرده برشش قسمت کنند طریق چهارم قطرکره را در دو ثلث مساحت دائرۂ عظیمه ضرب کنند خواه بالعکس طریق پنجم سدس محیط دائرۂ عظیمه را در مربع قطر ضرب نمایند خواه بالعکس طریق ششم مکعب قطر را در یازده ضرب کرده حاصل را بر بست ویک قسمت سازند طریق هفتم از مکعب قطر سه سبع وثلث سبع ساقط کنند طریق هشتم برنصف مکعب قطر ثلث سبع او بیفزایند طریق نهم نصف مکعب قطر را در بست ودو ضرب کرده حاصل را بربست ویک قسمت نمایند طریق دهم بحساب صاحب مفتاح مکعب قطر را در سدس نسبت محیط الی قطر ضرب سازند وسدس نسبت محیط الی القطرنزد صاحب مفتاح سي ویک دقیقه وبست وچهار ثانیه وپنجاه وهفت ثالثه وبست رابعه است کما مرّ طریق یازدهم برنصف مکعب قطر بست ویکم حصۂ او بیفزایند که مجموع مساحت جسم کره است طریق دوازدهم از مکعب قطر یک سبع ونصف سبع ساقط نموده ثلث باقي را از باقي ساقط کنند که باقي مساحت است طریق سیزدهم سدس مکعب قطر را در نسبت محیط الی القطرکه (۳ ح الط مد) ثالثه است ضرب سازند طریق چهاردهم دو ثلث مکعب قطر را

درنسبت مساحت دائرة الی مربع قطر که (صرر الو) ثالثه است ضرب سازند مثلاً قطر کره هفت است پس عظیمهٔ او بست و دو و محیط کره یکصد و پنجاه وچهار شد پس مساحت عظیمه سی وهشت صحیح و یک نصف است بطریق اول نصف قطر را که سه و نیم است در ثلث محیط کره که پنجاه و یک صحیح و یک ثلث است ضرب نمودم یک صد و هفتاد و نه صحیح و دو ثلث مساحت شد و بطریق دویم قطر کره را که هفت است در سدس محیط کره که بست و پنج صحیح و دو ثلث است ضرب نمودم نیز یک صد وهفتاد و نه صحیح و دو ثلث مساحت شد وبطریق سیوم قطر کره را که هفت است در محیط کره که یکصد و پنجاه وچهار است ضرب نموده حاصل را که یک هزار و هفتاد وهشت است برشش قسمت نمودم خارج همان مساحت کره گردید وبطریق چهارم قطر کره را که هفت است در دو ثلث دائرهٔ عظیمهٔ او که بست و پنج و دو ثلث است ضرب نمودم همان مساحت کره شد و بطریق پنجم سدس عظیمه را که سه صحیح و دو ثلث است در مربع قطر که چهل و نه است ضرب نمودم حاصل همان مساحت شد وبطریق ششم مکعب قطر را که سه صد و چهل وسه است در یازده ضرب کرده حاصل را که سه هزار وهفت صد وهفتاد و سه باشد بر بست و یک قسمت نمودم خارج همان مساحت کره شد وبطریق هفتم از مکعب قطر که سه صد و چهل و سه است وسبع آن چهل و نه پس سه سبع و ثلث سبع مکعب قطر را که یک صد و شصت و سه و یک ثلث باشد ساقط نمودم باقي همان مساحت شد وبطریق هشتم بر نصف مکعب قطر که یک صد و هفتاد و یک و نصف است ثلث سبع آن را که هشت صحیح و یک سدس است افزودم همان مساحت شد وبطریق نهم نصف مکعب قطر را در بست و دو ضرب کردم سه هزار و هفت صد و هفتاد و سه شد آنرا بر بست و یک قسمت نمودم خارج همان مساحت شد و بطریق دهم که از مساحت افلاک تعلق دارد هرگاه مکعب قطر را که سه صد و چهل و سه است در سي و یک دقیقه و بست و چهار ثانیه و پنجاه و هفت ثالثه و بست رابعه ضرب کردم حاصل یک صد و هفتاد و نه صحیح و سي و پنج دقیقه وسي و نه ثانیه و چهل و پنج ثالثه و بست رابعه شد و بطریق یازدهم بر نصف مکعب قطر که یک صد و هفتاد و یک و یک نصف است و بست و یکم حصهٔ او هشت صحیح و یک سدس است افزودم همان مساحت شد و بطریق دوازدهم از مکعب قطر که سه صد و چهل و سه است سبع و نصف سبع آن که هفتاد و سه و نصف است ساقط نمودم

وازباقي که دو صد و شصت و نه و یک نصف ماند ثلث آنراکه هشتاد و نه و پنج سدس است ساقط نمودم باقي همان مساحت ماند *

فائده باید دانست که مساحت جسم کره مساوي چهار امثال مساحت مخروط است که قاعدۀ او مساوي عظیمۀ کره و ارتفاع او مساوي نصف قطر کره باشد کما برهن علیه ارشمیدس في الشکل السادس والثلثین من اولی کتاب الکره و نیز مساحت سطح کره مساوي مساحت چهار امثال سطح دائرۀ عظیمۀ کره است کما في الشکل الخامس والثلثین منه وچون مساحت مخروط حاصل الضرب مساحت قاعده در دو ثلث ارتفاع است درینصورت هرگاه ثلث ارتفاع مخروط اعني ثلث نصف قطر کره را در چهار امثال قاعده اعني سطح کره ضرب کرده شود مساحت کره خواهد بود ضرورة و نیزازین مستنبط میشود که مساحت جسم کره مساوي ضعف مساحت مخروط است که قاعدۀ او مساوي عظیمۀ کره و ارتفاع او مساوي قطرکره باشد و نیز چون مخروط و اسطوانه متساوی القاعده والارتفاع باشد مخروط ثلث اسطوانه میشود کما برهن علیه اوقلیدس في الشکل السادس والتاسع من مقالة اثني عشر پس مساحت جسم کره مساوي دو ثلث اسطوانه خواهد بود که قاعدۀ او مساوي عظیمۀ کره و ارتفاع او مساوي قطر کره باشد و نیز مساحت کره مساوي مساحت اسطوانه است که قاعدۀ او مساوي عظیمۀ کره و ارتفاع او دو ثلث قطر کره باشد وازین فائده برهان جمیع قواعد مساحت کره استنباط میتواند شد فافهم *

بیان چهارم در مساحت جسم قطاع کره و تبین کره

باید که نصف قطر کره را در ثلث مساحت سطح مستدیرۀ آنها ضرب سازند باید دانست که قطاع کره مرکب ازقطعۀ کره و مخروطی است که قاعدۀ او قاعدۀ قطعۀ کره و ضلع او نصف قطر کره باشد پس درینجا سطح مستدیر عبارت ازسطح قطعۀ کره است که جزء قطاع واقع شده چراکه ارشمیدس درشکل چهل وهفتم من اولی کتاب الکره بیان نموده که قطاع کره مساوي مخروطی است که قاعدۀ او مساوي سطح قطعۀ کره و ارتفاع مساوي نصف قطر کره باشد و نیز اگر مربع قطر کره را درسهم ضرب نموده باز دریازده ضرب کنند وحاصل را بربست و یک قسمت نمایند مساحت قطاع شود چراکه بطریق ششم مساحت جسم کره مکعب قطر را بر بست و یک قسمت مینمایند ونسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است کما ثبت في اوقلیدس مثال قطاع اعظم قطعۀ کره که

درآن قطاع است قطر قاعدۀ او هشت وسهم او نیز هشت وقطر کره ده است پس مساحت سطح مستدیر آن که فی الحقیقة مساحت سطح قطعۀ کره است دوصد وپنجاه ویک وسه سبع میشود وثلث آن هشتاد وسه وهفده بست ویکم است وهرگاه نصف قطر کره راکه پنج است در ثلث سطح مستدیر ضرب کردم چهارصد ونوزده ویک بست ویکم حاصل شد وآن مساحت جسم قطاع است ونیز مربع قطر کره راکه یک صد است درهشت که سهم است ضرب نمودم هشتصد شد وآنرا دریازده ضرب نموده حاصل راکه هشت هزار وهشتصد میشود بر بست ویک قسمت نمودم خارج چهارصد ونوزده ویک بست ویکم مساحت جسم وقطاع گردید مثال تنین کره قطر کره ده وغایة المیل دائرتین عظیمتین هشت است پس قطر کره رادر غایة المیل ضرب نمودم هشتاد مساحت سطح تنین شد وثلث آنراکه بست وشش صحیح ودوثلث است در نصف قطر کره که پنج است ضرب نمودم یکصد وسی وسه ویک ثلث مساحت جسم تنین کره شد *

بیان پنجم در مساحت جسم قطعۀ کره

ودرآن چند طریق است طریق اول باید دانست که هرگاه مساحت مخروط راکه در قطاع کره است اگر ازمساحت قطاع اصغر ساقط کنند باقی مساحت قطعۀ اصغر کره است وهرگاه مساحت مخروط رابر مساحت قطاع اعظم بیفزایند مساحت قطعۀ اعظم میشود چراکه قطاع مرکب از مخروطاست زائده او ناقصه *

طریق دویم ارشمیدس در شکل هشتم از مقالۀ ثانیه کتاب الکرة والاسطوانه بیان کرده که قطعۀ کره مساوی مخروطی است که قاعدۀ او مساوی قاعدۀ قطعه بود وارتفاع او خطی باشد که نسبت او بطرف ارتفاع قطعۀ کره مثل نسبت مجموع نصف قطر کره وارتفاع قطعۀ باقیه بطرف ارتفاع قطعۀ باقیه باشد وچون مساحت جسم مخروط حاصل الضرب ارتفاع در ثلث مساحت قاعده است پس ارتفاع قطعه رادر مجموع نصف قطر کره وفضل القطر علی الارتفاع ضرب ساخته وحاصل رابر فضل القطر علی الارتفاع قسمت نموده خارج رادر ثلث مساحت قاعده ضرب سازند که حاصل مساحت قطعه است مثلاً قطعۀ کبری از کرۀ که ارتفاع او هشت وقطر قاعدۀ او نیز هشت است وقطر کره ده دراینصورت ارتفاع مخروط قطاع اعظم که فضل ارتفاع علی نصف قطر است سه خواهد بود وهرگاه بطریق اول چون مساحت قطاع چهارصد ونوزده ویک بست ویکم است وبرای مساحت مخروط سبع ثلث ارتفاع برارتفاع افزودم مجموع سه صحیح ویک سبع شد

آنرا در مربع نصف قطر قاعده که شانزده است ضرب نمودم پنجاه صحیح وشش بست ویکم مساحت مخروط شد آنرا بر مساحت قطاع افزودم مجموع چهارصد وشصت ونه ویک ثلث مساحت قطعهٔ کبری شد وبطریق دویم چون قطر کره ده است ونصف آن پنج وفضل القطر علی الارتفاع دو است پس مجموع نصف قطر وفضل مذکور راکه هفت است در ارتفاع ضرب ساختم وحاصل الضرب راکه پنجاه وشش است برد وکه فضل القطر علی الارتفاع است قسمت نمودم خارج بست وهشت شد وچون مساحت قاعدهٔ قطعه پنجاه صحیح ودو سبع است پس بست وهشت را در ثلث مساحت قاعده که شانزده صحیح وشانزده بست ویکم است ضرب نمودم حاصل چهارصد وشصت ونه ویک ثلث مساحت قطعه شد وهمچنین اگر قطعهٔ صغری است که ارتفاع آن دو وقطر قاعده هشت است پس بطریق اول چون مساحت قطاع یکصد وچهار صحیح وشانزده بست ویکم شد ازان مساحت مخروط راکه پنجاه صحیح وشش بست ویکم است ساقط نمودم باقی پنجاه وچهار صحیح وده بست ویکم مساحت قطعهٔ صغری شد وبطریق دویم چون قطر کره ده است ونصف آن پنج وفضل القطر علی الارتفاع هشت است پس مجموع نصف القطر وفضل مذکور راکه سیزده میشود در ارتفاع که دو است ضرب ساختم وحاصل راکه بست وشش شد بر هشت که فضل القطر علی الارتفاع است قسمت نمودم وخارج راکه سه صحیح ودو ثمن باشد در ثلث مساحت قاعده که شانزده صحیح وشانزده بست ویکم است ضرب ساختم حاصل پنجاه وچهار صحیح وده بست ویکم مساحت قطعه گردید *

بیان ششم در مساحت فضل المعین وفضل المخروط

باید که در مساحت فضل المعین عمودی از رأس مخروط تام بر ضلعی من الاضلاع مخروط ناقص خارج کنند خواه آن عمود داخل شکل واقع شود یا خارج وثلث عمود را در مساحت سطح مستدیر که در میان قاعدهٔ مشترکه وسطح اعلی مخروط ناقص واقع شده است ضرب سازند که حاصل مساحت است ودر مساحت فضل المخروط عمود از مرکز قاعده بر ضلعی از اضلاع آن خارج کرده ثلث عمود را در سطح مستدیر مخروط ناقص ضرب سازند که حاصل مساحت فضل مخروط است *

مطلب ششم در مساحت اجسام ذو سطوح متساوی الاضلاع والزوایا و در آن چند بیان است

بیان اول در مساحت ذواربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع والزوایا

باید دانست که ذواربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع فی الحقیقة مخروطی است مثلث القاعده وگویا مؤلف است از چهار مخروط مثلث القاعده که هر چهار مثلث قواعد آن مخروطات اربعه است و رأس آنها مجتمع بر مرکز کرهٔ مفروضه که محیط ذواربعة قواعد مذکوره باشد و چون بشکل شانزدهم مقالهٔ اثنی عشر من اوقلیدس ثابت است که مقدار ارتفاع ذواربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع دو ثلث قطر کرهٔ مفروضه که محیط او باشد میشود و مربع قطر کرهٔ مذکوره مساوی یک و نیم مثل مربع ضلع اوست درینصورت مربع ضلع او مساوی دو ثلث مربع قطر کره باشد و عمود خارج من احد زوایای او بر احد الاضلاع که وتر زاویهٔ مذکوره باشد جذر نصف مربع قطر خواهد بود کما لایخفی پس هرگاه قطر کره معلوم باشد و بخواهند که مساحت ذواربعة قواعد مذکوره که داخل کرهٔ مذکوره فرض کرده شود بدانند پس مقدار عمود برآورده آنرا در نصف احد الاضلاع ضرب سازند که آن مساحت احد القواعد است و آنرا در ثلث ارتفاع ضرب سازند که مساحت ذواربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع که فی الحقیقة مخروط است خواهد بود و نیز بوجه ثانی اگر جذر دو تسع مربع قطر را در جذر سدس مربع قطر ضرب نموده حاصل را در ثلث قطر ضرب سازند مساحت حاصل شود مثلاً کرهٔ ایست که قطر آن هجده است درینصورت ذواربعة قواعد مثلثات متساویات الاضلاع که در آن کره واقع خواهد شد ارتفاع آن دوازده خواهد شد که دو ثلث قطر است و چون مربع قطر سه صد و بست و چهار است و دو ثلث آن دو صد و شانزده پس جذر آن که چهارده صحیح و دو ثلث و کسری است مقدار ضلع اوست و چون نصف مربع قطر یکصد و شصت و دو است پس جذر آن دوازده صحیح و سه ربع مقدار عمود گردید و هرگاه آنرا در نصف ضلع ضرب کنند حاصل نود و سه صحیح و یک نصف و کسری مساحت قاعده شد و هرگاه آنرا در ثلث ارتفاع که چهار است ضرب نمایند سه صد و هفتاد و چهار صحیح و یک ثمن مساحت ذواربعة قواعد مذکوره که فی الحقیقة مخروط است میشود و بوجه ثانی چون دو تسع مربع قطر هفتاد و دو است و سدس مربع قطر پنجاه و چهار و هرگاه مسطح آن نمودم سه هزار و هشتصد و هشتاد و هشت شد و جذر آن گرفتم شصت و دو صحیح و بست و دو جزء از شصت و یک جزء گردید

و این مقدار مسطح جذر دو تسع مربع قطر در جذر سدس مربع قطر است چراکه مسطح مربعین مساوي مربع مسطح جذرین میشود پس آنرا در ثلث قطر که شش است ضرب نمودم سه صد و هفتاد و چهار صحیح و ده جزء از شصت و یک جزء گردید و این مقدار تفاوت بسبب اخراج جذر تقریبي است و اگر صرف مربعات در هرد و طریق نموده در آخر جذر برآورند هیچ تفاوت نمیشود چنانچه $\frac{٤}{٩}$ $\frac{٤}{٢}$ $\frac{٣}{٧}$ مقدار مساحت می برآید بلکه اگر قطر معلوم باشد کعب کعب آنرا بر ٢٤٣ قسمت نمایند که جذر خارج مساحت جسم است و اگر ضلع معلوم باشد کعب کعب آنرا در هجده ضرب کرده بر ١٢٩٦ قسمت سازند که جذر خارج مساحت باشد *

فائده بدانکه صاحب مفتاح برای استخراج ضلع ذوار بعة قواعد مثلثات متساویات که در کره واقع شود میگوید که قطر کره را در چهل و هشت دقیقه و پنجاه و نه ثانیه و بست و هشت ثالثه و پانزده رابعه و چهل و یک خامسه ضرب کنند و برای استخراج ارتفاع ضلع را در همان دقائق وثواني مذکوره ضرب کردم خارج چهارده صحیح و یکدقیقه و پنجاه ثانیه و بست و هشت ثالثه و چهل و دو رابعه و هجده خامسه مقدار ضلع شد و هرگاه آنرا باز در همان دقائق وثواني وثوالث ضرب سازند مثلاً در مثال مذکور قطر کره را که هجده است در دقائق و ثواني مذکوره ضرب کردم حاصل چهارده صحیح و چهل و یکدقیقه و پنجاه ثانیه و بست و هشت ثالثه و چهل و دو رابعه و هجده خامسه مقدار ضلع شد و هرگاه آنرا باز در همان دقائق و ثواني ضرب کردم حاصل دوازده شد که مقدار ارتفاع است و نیز اگر ضلع معلوم باشد پس جذر دو ثلث مربع ضلع مقدار ارتفاع خواهد بود و نیز اگر قطر کره را در (مب الله له ح نح) خامسه ضرب نمایند حاصل عمود مثلث باشد *

بیان دویم در مساحت جسم مکعب

باید دانست که قطر مکعب مساوي قطر کرۀ مفروضۀ محیط مکعب است و مربع قطر مذکور مساوي مجموع مربع احد الاضلاع و مربع قطر احد القاعدتین مکعب خواهد بود و چون مربع قطر احد القاعدتین مکعب مساوي مجموع مربعین ضلعین مکعب است پس مربع قطر مکعب اعني مربع قطر کره مساوي سه مربع ضلع شد کما برهن علیه اوقلیدس في شکل سابعة عشر من مقالة اثنی عشر درینصورت اگر قطر کره خواه قطر مکعب معلوم باشد جذر ثلث مربع او مقدار ضلع خواهد بود و مکعب ضلع مساحت جسم است و اگر قطر کره را در (لد لح الر لط الط)

خامسه ضرب نمایند حاصل مقدار ضلع باشد واگر ضلع را برآن قسمت کنند خارج مقدار قطر بود مثلاً اگر گوییم قطر کره خواه قطر مکعب دوازده صحیح ویک ثمن است پس مربع آن یکصد وچهل وهفت شد وثلث آن چهل ونه وجذر آن هفت پس هفت مقدار ضلع مکعب برآمد ومکعب آن سه صد وچهل وسه مساحت جسم مکعب شد *

بیان سیوم

در مساحت جسم ذو ثمانیه قواعد مثلثات متساویات الاضلاع وآن مؤلف از دو مخروط مربع القاعده است که قاعده هردو متحد وارتفاع هر واحد بقدر نصف قطر کرهٔ محیطهٔ مفروضه است درینصورت هر ضلع او وتر ربع قوس محیط عظیمهٔ کرهٔ مفروضه خواهد بود وبلکه مؤلف از هشت مخروطات مثلث القاعده است که هر مثلث قاعدهٔ هر مخروط است ورأس آنها مجتمعة عند المرکز کرهٔ مفروضه باشد درینصورت مربع قطر کره مساوی دو مثل مربع ضلع خواهد بود کما بینه اوقلیدس فی شکل ثامن عشر من مقالة اثنی عشر پس هرگاه نصف مربع قطر کره را در ثلث قطر ضرب سازند خواه مربع قطر را در سدس قطر ضرب نمایند خواه بالعکس وخواه مربع ضلع را در ثلث قطر ضرب سازند وخواه قطر را در (مب اله له جخ) خامسه ضرب نمایند که حاصل ضرب مساحت شکل است واگر ضلع شکل معلوم باشد جذر ضعف مربع ضلع بگیرند که قطر کره خواهد بود مثلاً اگر قطر کرهٔ محیطه ده است پس مقدار ضلع شکل جذر پنجاه که هفت صحیح ویک پانزدهم است وعلی العکس اگر مقدار ضلع هفت صحیح ویک پانزدهم معلوم باشد وهم مقدار قطر کرهٔ محیطیه ده خواهد بود درینصورت نصف مربع قطر کره را که فی الحقیقة مربع ضلع ومساحت قاعدهٔ مخروط است در ثلث قطر ضرب کردم اعنی پنجاه را در سه صحیح ویک ثلث ضرب ساختم حاصل یکصد وشصت وشش صحیح ودو ثلث مساحت جسم شد وخواه یکصد را که مربع قطر است در سدس قطر که یک صحیح ودو ثلث باشد ضرب نمودم حاصل همان مساحت گردید واین فقیر گوید که اگر قطر کره معلوم باشد پس جذر یک سی وششم کعب کعب آن مساحت شکل است واگر مقدار ضلع معلوم باشد پس جذر دو تسع کعب کعب آن مساحت شکل است فافهم *

بیان چهارم

در مساحت جسم ذو عشرین قاعدهٔ مثلثات متساویات الاضلاع و الزوایا

و آن گویا مؤلف است از بست مخروطات مثلث القاعده که رأس آنها مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطه باشد و چون بشکل نوزدهم مقالهٔ اثنی عشر اوقلیدس ثابت است که هرگاه قوسی از دائرهٔ عظیمهٔ کره که سهم آن بقدر خمس قطر کره باشد حاصل سازند پس وتر نصف قوس مذکور جذر مجموع مربع سهم و مربع نصف الوتر قوس مذکور خواهد بود بشکل عروس و هرگاه دائرهٔ ثانیه بکشند که نصف قطر آن بقدر وتر نصف قوس مذکور باشد و در آن مخمس بسازند مقدار ضلع مخمس مذکور مساوی ضلع ذو عشرین قاعدهٔ مثلثات متساویات الاضلاع و الزوایا خواهد بود و چون مربع ضلع مخمس هر دائره مساوی مجموع مربع ضلع معشر و مربع نصف قطر آن دائره که ضلع مسدس است میشود و ضلع معشر دائرهٔ ثانیهٔ مذکوره مساوی باقی از نصف قطر کره بعد اسقاط جذر خمس مربع نصف قطر کره است و نصف قطر دائرهٔ ثانیه مساوی جذر خمس مربع نصف قطر کره است درینصورت هرگاه جذر نصف عشر مربع قطر که فی الحقیقة جذر خمس مربع نصف قطر است از نصف قطر ساقط کنند باقی مقدار ضلع معشر دائرهٔ ثانیه است و هرگاه مربع آنرا بر خمس مربع قطر کره که فی الحقیقة مربع نصف مربع قطر دائرهٔ ثانیه بلکه مربع ضلع مسدس دائرهٔ مذکوره است بیفزایند مجموع مربع ضلع مخمس دائرهٔ ثانیه که مساوی ضلع ذو عشرین قاعده است خواهد بود پس جذر آن بگیرند که ضلع ذو عشرین قاعده حاصل شود و نیز اگر جذر خمس مربع قطر کره را در یک درجه و ده دقیقه و سی و دو ثانیه و سه ثالثه و پنجاه و سه رابعه و چهل و پنج خامسه و بست و دو سادسه که فی الحقیقة وتر خمس دائره است اگر نصف قطر واحد فرض کرده شود ضرب نمایند نیز مقدار ضلع ذو عشرین قاعده حاصل شود و باید دانست که صاحب عیون الحساب صرف تا خامسه برای ضرب نوشته است لاکن در استخراج قطر از ضلع که بطریق قسمت است سادسه را نیز مذکور ساخته و چون قسمت عکس ضرب است لهذا معلوم میشود که شاید درینجا کاتب سادسه را سهوا گذاشته باشد و ایضا اگر قطر کره را در سی و یک دقیقه و سی و دو ثانیه و سی و هفت ثالثه و پنجاه و چهار رابعه و سیزده خامسه که فی الحقیقة وتر نصف قوسی از دائره است که سهم آن چهار خمس قطر باشد و مقدار واحد فرض کرده شود بلکه قطر دائرهٔ ثانیه است ضرب سازند

حاصل مقدار ضلع ذو عشرين قاعده باشد ونيز اين فقير ميگويد که اگر چهار خمس قطر کره را
در يک خمس قطر ضرب سازند و مربع خمس قطر بر آن بيفزايند پس جذر آن مقدار نصف قطر
دائرۀ ثانيه خواهد بود و هرگاه ضعف آنرا در هفتاد هزار و پانصد و سي و چهار ضرب ساخته حاصل
الضرب را بر يکصد و بست هزار قسمت کنند خارج ضلع ذو عشرين قاعده خواهد بود ونيز اگر
مربع قطر کره محيطه را در هشت هزار و نهصد و هشتاد ضرب نموده حاصل را بر سي و دو هزار
و چهارصد قسمت کنند خارج مربع ضلع ذو عشرين قاعده خواهد بود پس جذر آن بگيرند که مقدار
ضلع حاصل شود تقريبا و اين قاعده را هم نحيف استنباط نموده است ونيز اگر ضلع را در ۷۷۷۶۰۰۰۰۰
ضرب نموده بر ۴۰۹۱۹۰۲۳۳ قسمت کنند خارج قطر کره باشد و اگر مقدار ضلع معلوم باشد پس ضلع
را بر يک درجه و ده دقيقه و سي و دو ثانيه و سه ثالثه و پنجاه و سه رابعه و چهل و پنج خامسه و بست
و دو سادسه قسمت کنند و مربع خارج را در پنج ضرب سازند حاصل مربع قطر کرۀ محيطه باشد
ونيز اگر ضلع را بر سي و يک دقيقه و سي و دو ثانيه و سي و هفت ثالثه و پنجاه و چهار رابعه و سيزده
خامسه قسمت کنند خارج قطر کرۀ محيطه شود و هرگاه مقدار ضلع و مقدار قطر کرۀ محيطه معلوم شد
پس ثلث مربع ضلع را از ربع مربع قطر کرۀ محيطه ساقط نموده جذر باقي بگيرند که مقدار نصف
قطر کرۀ محاطه بالجسم خواهد بود و آن مقدار ارتفاع مخروطات عشرين است ونيز اگر قطر کرۀ
محيطه را در بست و سه دقيقه و پنجاه ثانيه و بست و دو ثالثه و چهل و يک رابعه و بست و هفت خامسه
ضرب نمايند حاصل مقدار نصف قطر کرۀ محاطه بالجسم که ارتفاع مخروطات است خواهد بود
و هرگاه مقدار ضلع و مقدار ارتفاع معلوم شد پس مجموع مساحت قواعد را در ثلث ارتفاع ضرب نمايند
خواه مساحت يک قاعده را در ثلث ارتفاع ضرب نموده حاصل را در بست ضرب سازند خواه
بالعکس که حاصل مساحت جسم شود مثلا اگر قطر کرۀ محيطه بست و پنج است پس بطريق اول
استخراج ضلع نمودم اعني چون مربع قطر ششصد و بست و پنج است و نصف عشر آن سي و يک
صحيح و يک ربع ميشود پس جذر آنرا که پنج صحيح و هفت دوازدهم است از نصف قطر که دوازده
صحيح و يک نصف است ساقط کردم باقيماند شش صحيح و يازده دوازدهم و مربع آنرا که چهل
و هفت صحيح و يکصد و بست و يک جزء از يکصد و چهل و چهار جزء است بر يکصد و بست و پنج
که خمس مربع قطر است افزودم مجموع يکصد و هفتاد و دو صحيح و يکصد و بست و يک جزء

ازیک صد وچهل وچهار جزء گردید وجذر آن سیزده صحیح ویک سبع شد تقریبا وآن مقدار ضلع است وبطریق دویم چون خمس مربع قطر یکصد وبست وپنج است وجذر آن یازده صحیح ویک سدس است تقریبا وهرگاه آنرا دریک درجه وده دقیقه وسي ودو ثانیه وسه ثالثه وپنجاه وسه رابعه وچهل وپنج خامسه وبست ودوسادسه ضرب نمودم حاصل سیزده درجه وهفت دقیقه وسي وهشت ثانیه وسه ثالثه وسه رابعه وشانزده خامسه وسي وپنج سادسه وچهل سابعه شد تقریبا واین کسر قریب یک سبع است وبطریق سیوم قطر کره راکه بست وپنج است درسي ویک دقیقه وسي ودو ثانیه وسي وهفت ثالثه وپنجاه وچهار رابعه وسیزده خامسه ضرب نمودم حاصل سیزده درجه وهشت دقیقه وسي وپنج ثانیه وچهل وهفت ثالثه وسي وپنج رابعه وبست وپنج خامسه گردید تقریبا واین کسرهم قریب یک سبع است وتفاوت درمیان کسرهردوطریق بسبب جذر تقریبی است که درطریق دویم جذر خمس مربع قطر گرفته شده است وبطریق چهارم چون چهار خمس قطر بست است ویک خمس قطر پنج پس بست رادرپنج ضرب نمودم یکصد شد وبرآن مربع پنج که بست وپنج است افزودم یکصد وبست وپنج شد وجذر آن یازده صحیح ویک سدس است تقریبا ضعف آنرادرهفتاد هزار وپانصد وسي وچهار ضرب نمودم حاصل ۱۵۷۵۲۵۹ شد آنرا بریک صد وبست هزار قسمت نمودم خارج سیزده صحیح ویک سبع شد تقریبا وهرگاه مقدار ضلع برآمد پس استخراج ارتفاع نمودم اعني چون ضلع سیزده صحیح ویک سبع است ومربع آن یکصد وهفتاد ودو صحیح وسي وشش جزء ازچهل ونه جزءاست وثلث آن پنجاه وهفت صحیح وهشتاد وپنج جزءازیکصد وچهل وهفت گردید آنرا ازربع مربع قطر که یکصد وپنجاه وشش صحیح ویک ربع است ساقط نمودم باقیماند نود وهشت صحیح ونود ونه جزءازیکصد وچهل وهفت جزء وجذر آن نه صحیح وچهارده جزءازپانزده جزء تقریبا گردید که مقدار ارتفاع مخروطات است ونیزاگر قطر کره راکه بست وپنج است دربست وسه دقیقه وپنجاه ثانیه وبست ودوثالثه وچهل ویک رابعه وبست وهفت خامسه ضرب نمودم حاصل نه درجه وپنجاه وپنج دقیقه وپنجاه ونه ثانیه وبست وهفت ثالثه وشانزده رابعه وپانزده خامسه مقدار ارتفاع گردید واین کسرهم چهارده جزءازپانزده جزءاست تقریبا پس هرگاه مقدار ارتفاع هم معلوم شد مساحت قاعده نمودم چون ضلع مثلث سیزده صحیح ویک سبع است پس مساحت

مثلث متساوی الاضلاع هفتاد و چهار صحیح و چهار خمس گردید تقریبا آنرا در بست ضرب کردم یک هزار و چهار صد و نود و شش مساحت سطح بسیط شد و ثلث آنرا که چهار صد و نود و هشت صحیح و دو ثلث است در ارتفاع که نه صحیح و چهارده پانزدهم است ضرب ساختم چهار هزار و نهصد و پنجاه و سه صحیح و دو خمس مساحت جسم شد و این نحیف میگوید که اگر مقدار قطر معلوم باشد پس مربع قطر را در بست و پنج ضرب نموده بر نود قسمت سازند که خارج مقدار مربع ضلع خواهد بود و اگر مربع قطر را در هفده ضرب نموده بر یکصد و بست قسمت نمایند خارج مقدار مربع ارتفاع مخروطات خواهد بود و اگر مال مال قطر را در هفتاد و پنج ضرب نموده بر پنج هزار و یکصد و هشتاد و چهار قسمت نمایند خارج مقدار مربع مساحت قاعدۂ مخروط خواهد برآمد و اگر مال مال قطر را در پنج صحیح و دوصد و پنجاه و پنج جزء از سه صد و بست و چهار جزء ضرب سازند حاصل مربع مساحت بست قاعدۂ مخروطات خواهد بود و اگر مال مال قطر را در شش صد و بست و پنج ضرب نموده بر نهصد و هفتاد و دو قسمت سازند خارج مربع ثلث مساحت بست قاعدۂ مخروطات خواهد برآمد و اگر کعب کعب قطر را در ده هزار و ششصد و بست و پنج ضرب ساخته بر یک لک و چهار هزار و نهصد و هفتاد و شش قسمت سازند خارج مربع مساحت جسم ذو عشرین قاعدۂ مذکوره خواهد بود و اگر مقدار ضلع معلوم باشد پس مربع ضلع را در سه صحیح و سه خمس ضرب نمایند که حاصل مربع قطر است و اگر مربع ضلع را در هفده ضرب نموده بر سی قسمت کنند خارج مقدار مربع ارتفاع است و اگر مال مال ضلع را در سه ضرب کرده بر شانزده قسمت نمایند خارج مقدار مربع مساحت قاعدۂ مخروط است و اگر مال مال ضلع را در هفتاد و پنج ضرب سازند حاصل مربع مساحت بست قاعدۂ مخروطات است و اگر مال مال ضلع را در هشت صحیح و یک ثلث ضرب سازند حاصل مقدار مربع ثلث مساحت بست مخروطات مذکور است و اگر کعب کعب ضلع را در چهار صحیح و سیزده هجدهم ضرب سازند حاصل مقدار مربع مساحت جسم ذو عشرین قاعده است و این مساحت اقرب التقریبی باشد مثلا در مثال مذکور چهار هزار و نهصد و هفتاد صحیح و نه هزار و چهار صد و پنجاه و چهار جزء از نه هزار و نهصد و چهل و یک جزء میشود فافهم *

بیان پنجم در مساحت ذو اثنی عشر قاعدهٔ مخمسات متساویات الاضلاع والزوایا
و آن مرکب از دوازده مخروطات مخمس القاعده که رأس آنها عند مرکز کره مجتمع باشد
بدانکه بموجب شکل بستم مقالهٔ اثنی عشر اوقلیدس ثابت است که مقدار ضلع ذو اثنی عشر قواعد مخمسات که در کره باشد مساوی قسم اعظم ضلع مکعب آن کره است اگر ضلع مکعب را مقسوم برنسبت ذات وسط وطرفین نمایند و وتر زاویای مخمس مساوی ضلع مکعب خواهد بود وچون ضلع مکعب جذر ثلث مربع قطر کره است و بموجب مسئلهٔ سادس وعشرون من مطلب سیوم باب سیوم هرگاه از جذر مجموع مربع خط و مربع نصف الخط مقدار نصف الخط ساقط کنند باقی مقدار قسم اعظم خط مقسوم علی نسبت ذات وسط وطرفین میباشد و مربع نصف الخط مساوی ربع مربع خط است بموجب مسئلهٔ رابع وعشرون مطلب مذکور درینصورت هرگاه از جذر مجموع ثلث مربع قطر و ربع ثلث مربع قطر که جذر پنج دوازدهم مربع قطر میشود جذر یک دوازدهم مربع قطر را ساقط کنند باقی مقدار ضلع مخمس خواهد بود ونیز اگر قطر کره را در بست ویک دقیقه و بست وچهار ثانیه وسی وسه ثالثه وسی وچهار رابعه وهفده خامسه ضرب سازند حاصل مقدار ضلع مخمس است وهرگاه مربع نصف قطر دائرهٔ محیطه سطح مخمس را از مربع نصف قطر کرهٔ محیطه ساقط کنند باقی مقدار مربع نصف قطر کرهٔ محاطه که ارتفاع مخروط است خواهد بود کما یظهر بشکل العروس ونیز اگر قطر کره را در بست وسه دقیقه وپنجاه ثانیه و بست ودو ثالثه وچهل ویک رابعه و بست وهفت خامسه ضرب سازند حاصل مقدار ارتفاع مخروط باشد پس مساحت مخمس را در دوازده ضرب ساخته حاصل را در ثلث ارتفاع ضرب نمایند وخواه بالعکس که مساحت جسم حاصل شود واگر مقدار ضلع مخمس معلوم باشد وآنرا بر بست ویک دقیقه و بست وچهار ثانیه وسی وسه ثالثه وسی وچهار رابعه وهفده خامسه قسمت کنند خارج مقدار قطر کرهٔ محیطه شود مثلا قطر کرهٔ محیطه بست وچهار است و مربع آن پانصد وهفتاد وشش پس دوازدهم مربع قطر چهل وهشت گردید و پنج امثال دوازدهم مربع قطر دوصد وچهل است وهرگاه جذر چهل وهشت راکه شش صحیح ودوازده سیزدهم است از جذر دوصد وچهل که پانزده صحیح ویک نصف است ساقط نمودم باقی هشت صحیح وهجده سی ویکم مقدار ضلع مخمس گردید ونیز هرگاه قطر کرهٔ محیطه راکه بست وچهار است در بست ویک دقیقه وبست وچهار ثانیه وسی وسه ثالثه وسی و

و در نسخ باینطور یافته شد و اینمقدمه در اوقلیدس در مقالهٔ سیزدهم در شکل یو مذکور است

چهار رابعه وهفده خامسه ضرب نمودم خارج هشت درجه وسي وسه دقیقه وچهل ونه ثانیه وبست وپنج ثالثه وچهل ودو رابعه وچهل وهشت خامسه مقدار ضلع مخمس شد وهرگاه بموجب مسئلۀ چهل ودويم مقدار ضلع مخمس را در يکصد وبست هزار ضرب نمودم وحاصل را که (۱۰۲۹۶۷۷) و ۱۳/۳۱ است بر هفتاد هزار وپانصد وسي وچهار قسمت نمودم خارج چهارده صحیح وپنج تسع وربع تسع مقدار قطر دائرۀ محیطه مخمس گرديد وهرگاه از مربع نصف قطر دائرۀ مذکوره که پنجاه وسه است مربع نصف ضلع مخمس را که هجده صحیح ويازده بست وهفتم است ساقط کردم وباقي که سي وچهار صحیح وشانزده بست وهفتم ماند جذر آن گرفتم پنج صحیح وهفت تسع وچهارده پانزدهم تسع مقدار عمود مرکزي که نصف قطر دائرۀ محاطۀ سطح مخمس است برآمد کما اشرنا اليه في المقدمة الثانية في المسئلة الاربعين پس مقدار عمود مرکزي را در نصف مجموع اضلاع مخمس که بست ويک صحیح وچهارده سي ويکم است ضرب نمودم حاصل يکصد وبست وشش صحیح ودو وبست وهفتم وسه خمس بست وهفتم تقريبا مساحت مخمس گرديد وهرگاه مربع نصف قطر دائرۀ محیطۀ مخمس را که پنجاه وسه است از مربع نصف قطر کرۀ محیطه که يکصد وچهل وچهار است ساقط نمودم نود ويک باقي ماند وجذر آن نه صحیح وده نوزدهم مقدار ارتفاع مخروط که نصف قطر کرۀ محاطه است گرديد وهرگاه قطر کره را که بست وچهار است در بست وسه دقیقه وپنجاه ثانیه وبست ودو ثالثه وچهل ويک رابعه وبست وهفت خامسه ضرب نمودم حاصل نه درجه وسي ودو دقیقه ونه ثانیه وچهار ثالثه وسي وچهار رابعه وچهل وهشت خامسه مقدار ارتفاع مخروط شد پس مساحت را که يکصد وبست وشش صحیح ودو وبست وهفتم وسه خمس بست وهفتم است در دوازده ضرب نمودم وحاصل را که يک هزار وپانصد وسيزده صحیح وچهار بست وهفتم وخمس بست وهفتم است در ثلث ارتفاع مذکور که سه صحیح وده جزء از پنجاه وهفت جزء است ضرب کردم حاصل چهار هزار وهشتصد وچهار صحیح وبست وشش بست وهفتم تقريبا مساحت جسم شد ونيز اين ضعيف ميگويد که اگر مقدار قطر معلوم باشد پس کعب قطر را در ۳۷۲۷ ضرب نموده بر ۳۰۸۱۶ قسمت سازند وجذر خارج قسمت بگيرند که آن مساحت جسم است واگر مقدار ضلع معلوم باشد پس کعب کعب ضلع را در ۴۸ صحیح

۳۳۰۹ / ۳۸۴۲ کسر

ضرب ساخته جذر حاصل بگیرند که مقدار مساحت جسم است چنانچه در مثال مذکور ۴۸۰۷ صحیح وکسری مقدار مساحت میشود وآن اقرب التقریبي است فافهم *

مطلب هفتم در مساحت اجسام ذو صنفین ودر آن هفت بیان است

بیان اول در مساحت جسم ذو ثمانیه قواعد که چهار از ان مثلثات وچهار مسدسات باشند چون در مقدمهٔ ثاني در مسئلهٔ چهل وششم در بیان چهارم بعد بیان کلیات چند مرقوم شده که این شکل از شکل ذو اربعة قواعد مثلثات مأخوذ میشود وضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور ثلث ضلع ذو اربعة قواعد مثلثات خواهد بود پس ضلع ذو اربعة قواعد سه مثل ضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور باشد درینصورت اگر از مساحت ذو اربعة قواعد که هر ضلع او سه مثل ضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور شد مساحت چهار مخروطات مثلث القاعده که هر یک از ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذو اربعة قواعد بلکه مساوي ضلع ذو ثمانیه قواعد باشد ساقط کنند باقي مساحت شکل ذو ثمانیه قواعد مذکور خواهد بود ونیز چون نسبت مساحت شکل ذو ثمانیه قواعد مذکور بطرف مساحت مخروطات مسقطه مثل نسبت بست وسه بطرف چهار است ومجموع آن بست وهفت میشود درینصورت اگر از مساحت ذو اربعة قواعد مثلثات چهار بست وهفتم آن ساقط کنند مساحت ذو ثمانیه قواعد مذکور خواهد بود مثلاً اگر ضلع ذو ثمانیه قواعد چهار صحیح وهشت تسع باشد پس ضلع ذو اربعة قواعد مثلثات بقدر سه مثل آن که چهارده صحیح ودو ثلث است خواهد بود پس مساحت ذو اربعة قواعد چنانکه مذکور شد سه صد وهفتاد وچهار صحیح ویک ثمن گردید تقریبا پس مساحت چهار مخروطات مثلث القاعده راکه هر یک از ضلع قاعده وضلع مخروطات او چهار صحیح وهشت تسع باشد حاصل نمودم پنجاه وپنج صحیح وسه تسع ودو ثلث تسع گردید آنرا از مساحت ذو اربعة قواعد ساقط کردم باقي سه صد وهجده صحیح وشش تسع تقریبا مساحت ذو ثمانیه قواعد مذکور شد ونیز اگر از مساحت ذو اربعة قواعد چهار بست وهفتم آنرا که مساوي مساحت مخروطات مسقطه است ساقط کردم نیز باقي مساحت ذو ثمانیه قواعد مذکور ماند *

بیان دویم در مساحت ذو اربعة عشر قواعد که شش از ان مربعات وهشت از ان مثلثات باشند بایددانست که چون این شکل مأخوذ از شکل مکعب وخواه از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات است کما اشرنا الیه في المقدمة الثانیة پس اگر از شکل مکعب مأخوذ فرض کنند چون بموجب کلیهٔ سیوم

بیان چهارم مسئلهٔ چهل و ششم مقدمهٔ ثانی ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکور بقدر جذر نصف
مربع ضلع مکعب است درینصورت اگر مربع ضلع ذو اربعة عشر قواعد را ضعف نموده جذر آن بگیرند
آن ضلع مکعب خواهد بود و هرگاه از مساحت آن مساحت هشت مخروطات متساویات مثلث القاعده
که ضلع قاعدهٔ او مساوی ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکور باشد ساقط کنند باقی مساحت شکل
مذکور خواهد بود و نیز اگر از مساحت مکعب سدس آن ساقط کنند باقی مساحت ذو اربعة
عشر قواعد است چراکه مساحت مخروطات مسقطه بقدر سدس مساحت مکعب می باشد و اگر
ذو اربعة عشر قواعد را از شکل ذو ثمانیه قواعد مثلثات مأخوذ نمایند پس بموجب کلیهٔ اولی مسئلهٔ مذکوره
ضلع ذو اربعة عشر قواعد نصف ضلع ذو ثمانیه قواعد مذکور خواهد بود درینصورت ضلع ذو اربعة
عشر قواعد را ضعف نموده مساحت ذو ثمانیة قواعد حاصل سازند و ازان مساحت شش مخروطات
مربع القاعده که هر یک ضلع قاعده و ضلع مخروط مساوی ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکور بلکه
مساوی نصف ضلع ذو ثمانیه قواعد باشد ساقط کنند باقی مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذکور
خواهد بود و چون مساحت ذو اربعة عشر قواعد مساوی یک مثل و دو ثلث مساحت مخروطات
مسقطه است پس اگر از مساحت ذو ثمانیه قواعد سه ثمن آن ساقط کنند باقی مساحت ذو اربعة عشر
قواعد مذکور خواهد بود مثلاً ضلع شکل ذو اربعة عشر قواعد دوازده است پس اول آنرا اگر
از شکل مکعب مأخوذ کنم چون مربع ضلع شکل یکصد و چهل و چهار و ضعف آن دو صد و هشتاد
و هشت است پس جذرش شانزده صحیح و سی و دو و سیوم مقدار ضلع مکعب شد و مساحت مکعب
چهار هزار و هشت صد و هشتاد و هفت صحیح و نه سی و سیوم گردید و هرگاه مساحت هشت
مخروطات متساویات مثلث القاعده که ضلع قاعدهٔ آنها دوازده که مساوی ضلع ذو اربعة
عشر قواعد است و ضلع مخروط هشت صحیح و شانزده سی و سیوم که مساوی نصف ضلع مکعب
است باشد نمودم هشت صد و چهارده صحیح و کسری شد آنرا از مساحت مکعب ساقط نمودم
باقی چهار هزار و هفتاد و سه صحیح و کسری کم مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذکور ماند و نیز
اگر از مساحت مکعب سدس آنرا که مساوی مساحت مخروطات مسقطه است نمودم باقی مساحت
ذو اربعة عشر قواعد ماند و اگر ذو اربعة عشر قواعد را از ذو ثمانیه قواعد مثلثات مأخوذ کردند
پس چون ضلع ذو اربعة عشر قواعد دوازده است پس ضلع ذو ثمانیه قواعد بست و چهار شد

و مساحت آن نمودم کما صرح في موضعه شش هزار و پانصد و شانزده صحیح و سي و شش جزء از شصت و هفت جزء گردید بعد ازان مساحت شش مخروطات مربع القاعده که هریک از ضلع قاعده و ضلع مخروط دوازده باشند نمودم دو هزار و چهارصد و چهل و سه صحیح و بست و یک جزء از سي و سه جزء شد تقریبا آنرا ازمساحت ذو ثمانیة قواعد مذکوره ساقط کردم باقي چهار هزار و هفتاد و دو صحیح و بست و هشت سي و سیوم مساحت ذو اربعة عشر قواعد ماند تقریبا و تفاوت بین المساحتین قلیل است و نیز اگر ازمساحت ذو ثمانیة قواعد سه ثمن آنرا که مساوي مساحت مخروطات مسقطه است ساقط نمودم نیز باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد ماند *

فائده چون مساحت مخروطات مربع قاعدهٔ مذکوره مساوي نصف مکعب قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ مربع است پس اگر ازمساحت ذو ثمانیة قواعد نصف مکعب قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ مربع راکه في الحقیقة نصف مساحت شکل مکعب است ساقط کنند نیز باقي مساحت شکل ذو اربعة عشر قواعد خواهد بود و نیز چون مساحت مخروطات مربع القاعده مساوي مسطح قطر قاعده في مساحة القاعده است پس اگر آنرا ازمساحت ذو ثمانیة قواعد ساقط کنند نیز باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد خواهد بود و نیز چون شکل ذو اربعة عشر قواعد گویا مرکب از چهارده مخروطات است که قاعدهٔ آنها قاعدهٔ شکل و رأس آن مخروطات مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطه است و ضلع ذو اربعة عشر قواعد مساوي نصف قطر کرهٔ اوست درینصورت اگر مربع نصف قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعده را از مربع ضلع ساقط کنند باقي مربع نصف قطر کرهٔ محاطه باصناف قاعدهٔ مذکوره خواهد بود و آن ارتفاع مخروطات آن قواعد است پس اگر ثلث مساحت قواعد هر صنف را جدا جدا در ارتفاع صنف خودش ضرب سازند نیز مجموع مساحت ذو اربعة عشر قاعده شود فافهم و نیز چون ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکور مساوي نصف قطر کرهٔ محیطیه و مساحت قاعدهٔ مربع آن مساوي مربع ضلع است درینصورت اگر جذر ضعف مربع ضلع راکه في الحقیقة نصف مربع قطر کره است در مربع ضلع که ربع مربع قطر است ضرب کرده محفوظ دارند و بعد ازان جذر ثلث مربع قطر را در ضلع ضرب کرده حاصل را در جذر سدس مربع قطر ضرب ساخته بر محفوظ بیفزایند مجموع مساحت شکل میشود مثلا در مثال مذکور ضعف مربع ضلع راکه دو صد و بست و هشت است جذر گرفتم شانزده صحیح و سي و دو و سي و سیوم شد تقریبا آنرا در مربع ضلع

که یکصد و چهل و چهار است ضرب نمودم حاصـــــــــــــــــــل ۲۴۴۳ صحیح ۲۱/۳۳ کسر گردید آنرا محفوظ داشتم و باز مربع ضلع را در ثلث مربع قطر که (۱۹۲) است ضرب نموده حاصل را که (۲۷۶۴۸) است در سدس مربع قطر که (۹۶) است ضرب نمودم (۲۶۵۴۲۰۸) شد جذر آن گرفتم چراکه جذر مسطح مربعین مساوي مسطح الجذرین میشود پس ۱۶۲۹ صحیح ۵۶۷/۳۲۵۹ کسر حاصل شد آنرا بر محفوظ افزودم حاصل جمع چهار هزار و هفتاد و دو صحیح و بست و هشت سي و سیوم تقریبا مساحت گردید و این ضعیف میگوید که جذر پنج کعب کعب و پنج تسع کعب کعب ضلع همیشه مساوي مساحت شکل ذو اربعة عشر قواعد مذکوره است و برهان این از اعمال اصم الجذر ظاهر است و این مساحت تحقیقي یا اقرب التقریبی خواهد بود مثلا در مثال مذکور چون مقدار ضلع دوازده است و کعب کعب آن (۲۹۸۵۹۸۴) است پس پنج کعب کعب و پنج تسع کعب کعب (۱۶۵۸۸۸۰۰۰) گردید و جذر آن (۴۰۷۲۹) صحیح ۷۶۱۶/۸۱۴۵ کسر و این کسر اقرب التقریبی است چراکه از بست و هشت سي و سیوم زیاده است*

بیان سیوم در مساحت ذو اربعة عشر قواعد که شش از ان مثمنات و هشت مثلثات باشد

باید دانست که چون این شکل مأخوذ از شکل مکعب است و بموجب کلیهٔ چهارم بیان چهارم مسئلهٔ چهل و ششم ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکوره مساوي ضعف فضل نصف قطر المربع علی نصف ضلع المربع است و ضلع مربع همان ضلع شکل مکعب است درین صورت مربع ضلع ذو اربعة عشر قواعد مساوي ضعف مربع فضل ضلع شکل مربع علی نصف قطرش خواهد بود پس اگر مربع ضلع ذو اربعة عشر قواعد را تنصیف نموده جذرش را ضعف سازند و بر ضلع ذو اربعة عشر مذکور بیفرایند حاصل مقدار ضلع مکعب خواهد بود و اگر از مساحت مکعب هشت مخروطات متساویات مثلث القاعده که ضلع قاعده مساوي ضلع ذو اربعة عشر قواعد و ضلع مخروط بقدر جذر نصف مربع ضلع مذکور باشد ساقط کنند باقي مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذکوره خواهد بود مثلا ضلع شکل ذو اربعة عشر قواعد هفده است پس مربع آنرا که دوصد و هشتاد و نه بود تنصیف نمودم یکصد و چهل و چهار و یک نصف شد و هرگاه جذر آنرا که دوازده و کسری است تضعیف نموده بر ضلع ذو اربعة عشر قواعد مذکوره افزودم چهل و یک مقدار ضلع مکعب شد پس مساحت مکعب شصت و هشت هزار و نهصد و بست و یک گردید و چون مساحت هشت مخروطات

مثلث القاعده که ضلع قاعدهٔ آنها هفده وضلع مخروط دوازده باشد نمودم دوهزار وسه صد وسیزده صحیح ونوزده چهل وپنجم شد آنرا از مساحت مکعب ساقط نمودم باقي شصت وشش هزار وشش صد وهفت صحیح وبست وشش چهل وپنجم تقریبا مساحت ذو اربعة عشر قواعد مذکوره برآمد فتأمل*

بیان چهارم درمساحت ذو اثني وثلثين قاعده که دوازده از ان مخمسات وبست مثلثات باشند

باید دانست که چون این شکل مأخوذ از شکل ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات ونیز از شکل ذو عشرين قاعدهٔ مثلثات است پس اگر از شکل ذو اثني عشر مخمسات مأخوذ کنند چون بموجب کلیهٔ پنجم بیان چهارم مسئلهٔ چهل وششم مقدمهٔ ثاني ضلع ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره بقدر نصف وتر زاویهٔ مخمس شکل ذو اثني عشر قاعده می باشد و وتر زاویهٔ مخمس ذو اثني عشر قاعده که في الكره باشد مساوي ضلع مکعب الکره است کما اشرنا الیه في موضعه ونیز چون ربع مربع وتر برمربع وتر افزوده جذر آن بگیرند وجذر ربع مربع وتر را از ان ساقط کنند باقي مقدار ضلع مخمس است کما اشرنا الیه ایضا پس هرگاه ضلع ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره را تضعیف نمایند وبرمربع آن ربع مربع آنرا افزوده وازجذر مجموع مقدار ضلع ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره راکه جذر ربع مربع تضعیف خود است ساقط نمایند باقي مقدار ضلع ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات خواهد بود ونیز اگر ربع مربع ضلع ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره را برمربع آن افزوده وازجذر مجموع جذر ربع مربع را ساقط سازند باقي مقدار نصف ضلع ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات خواهد بود درینصورت اگر از مساحت ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات مساحت بست مخروطات مثلث القاعده که ضلع قاعدهٔ آنها بقدر ضلع ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره وضلع مخروط بقدر نصف ضلع ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات باشد ساقط کنند باقي مساحت ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره خواهد بود واگر شکل ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره را مأخوذ از شکل ذو عشرين قاعدهٔ مثلثات فرض کنند چون بموجب کلیهٔ اول بیان مذکور ضلع ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره بقدر نصف ضلع ذو عشرين قاعدهٔ مثلثات میشود پس ضلع ذو عشرين قاعدهٔ مثلثات ضعف ضلع ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره باشد درين صورت اگر از مساحت ذو عشرين قاعدهٔ مثلثات مساحت دوازده مخروطات مخمس القاعده راکه ضلع قاعده وضلع مخروطا وبقدر نصف ضلع ذو عشرين قاعدهٔ مثلثات بلکه مساوي ضلع ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذکوره باشد ساقط کنند باقي مساحت ذو اثني

وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود مثلاً اگر ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره شش صحیح ودوازده سیزدهم است آن را مأخوذ از ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات فرض کردم پس ضعف آن را که سیزده صحیح ویازده سیزدهم مقدار وترزاویهٔ مخمس ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات است مربع نمودم یک صد ونود ودو وشد وربع مربع مربع آن را که مساوی مربع ضلع ذواثنی وثلثین قاعده وچهل وهشت است برمربع افزودم مجموع دوصد وچهل شد جذر آن گرفتم پانزده صحیح وپانزده سی ویکم برآمد ازان مقدار ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره راکه شش صحیح ودوازده سیزدهم است ساقط نمودم باقی هشت صحیح وهجده سی ویکم مقدار ضلع ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات ماند وچون مساحت آن بموجب قاعدهٔ بیان پنجم مطلب ششم چهارهزار وهفتصد ونود وپنج صحیح وپنجاه وپنج هشتاد ویکم تقریبا میشود پس مساحت بست مخروطات مثلث القاعده راکه دوصد وچهارده صحیح وهجده هشتاد ویکم است ازان ساقط نمودم باقی چهارهزار وپانصد وهشتاد ویک صحیح وکسری تقریبا مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره ماند ونیز اگر مأخوذ از ذوعشرین قاعدهٔ مثلثات فرض نمودم ضلع ذوعشرین قاعده سیزده صحیح ویازده سیزدهم که ضعف ضلع ذواثنی وثلثین قاعده است گردید ومساحت آن بموجب قاعدهٔ بیان چهارم مطلب ششم پنجهزار وهفتصد وهشتاد ویک تقریبا گردید پس مساحت دوازده مخروطات مخمس القاعده راکه یکهزار ودوصد صحیح وکسری است تقریبا ازان ساقط نمودم باقی چهارهزار وپانصد وهشتاد ویک صحیح وکسری تقریبا مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره ماند ونیز این نحیف میگوید که جذر (۱۳ صحیح ۲۱/۴۰۰ کسر) کعب کعب ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره مقدار مساحت دوازده مخروطات مثلث القاعده است پس هرگاه مساحت دوازده مخروطات از مساحت ذوعشرین قاعده که جذر (۳۰۲ صحیح ۳/۱۰ کسر) کعب کعب ضلع ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره است ساقط نمایند باقی مساحت ذواثنی وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود *

بیان پنجم در مساحت ذواثنی وثلثین قاعده که دوازده ازان معشرات وبست مثلثات باشند باید دانست که چون این شکل از شکل ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات مأخوذ است بموجب کلیهٔ ششم بیان چهارم مسئلهٔ چهل وششم مقدمهٔ ثانی ومکرر مذکور شدکه وترزاویهٔ مخمس ذواثنی عشر قاعدهٔ مخمسات که فی الکره باشد مساوی ضلع مکعب الکره است وهرگاه اززاویهٔ مخمس

بموجب کلیهٔ مذکوره مثلث متساوي الساقین فصل کنند قاعدهٔ مثلث مذکور موازي وتر زاویهٔ مخمس خواهد بود پس نسبت وتر زاویهٔ مخمس بطرف ضلع مخمس مثل نسبت قاعدهٔ مثلث مذکور بطرف احد الساقین مثلث خواهد بود وچون نسبت انصاف مثل نسبت اضعاف است پس بالترکیب نسبت مجموع نصف وتر مخمس وضلع مخمس بطرف ضلع مخمس مثل نسبت مجموع نصف قاعدهٔ مثلث واحد الساقین آن بطرف احد الساقین مثلث مذکور خواهد گردید و هرگاه بموجب کلیهٔ مذکوره ظاهر است که هریک مخمسات ذو اثني عشر قاعده منقسم بمعشر و پنج مثلثات متساوي الساقین میشود پس ضلع معشر مساوي قاعدهٔ مثلث است وهریک ضلع مخمس منقسم بسه قسم میشود که قسم وسطی آن ضلع معشر مساوي قاعدهٔ مثلث است وهردو قسم طرفین مساوي ساقین مثلث بلکه مساوي اضلاع مخروطات مثلث القاعده باشد بلکه نصف ضلع مخمس مساوي مجموع نصف قاعدهٔ مثلث وساق مثلث مذکور شد وچون وتر زاویهٔ مخمس مساوي وترچهار عشر دائرهٔ محیطهٔ مخمس است چراکه هریک ضلع مخمس وتر دو عشر دائره است ونصف دائره پنج عشر است پس هرگاه از مربع قطر دائرهٔ محیطهٔ مربع وتریک عشر ساقط کنند باقي مربع چهار عشر دائره که وتر زاویهٔ مخمس است خواهد ماند چراکه درنصف دائره زاویهٔ قائمه واقع میشود کما صرح في موضعه وبعد این تمهیدات میگویم که اگر ضلع شکل ذو اثني وثلثین قاعدهٔ مذکوره معلوم باشد آنرا در (۷۰۵۳۴) ضرب نموده بر (۱۱۴۱۲۶ صحیح ۹۴/۱۱۷ کسر قسمت سازند که خارج قسمت مقدار ضلع مخروطات مسقطه است وهرگاه ضعف خارج را بر ضلع ذو اثني وثلثین قاعدهٔ مذکوره بیفزایند مجموع مقدار ضلع ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات خواهد بود پس از مساحت ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات مساحت بست مخروطات مثلث القاعده را ساقط کنند باقي مساحت شکل ذو اثني وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد بود ونیز چون نصف قطر محاط قواعد معشره که ارتفاع اثني عشر مخروطات معشر القاعده است مساوي نصف قطر محاط کرهٔ ذو اثني عشر قاعدهٔ مخمسات است پس هرگاه مربع آنرا مع مربع نصف قطر دائرهٔ محیطهٔ قاعدهٔ معشر جمع کنند جذر مجموع مساوي نصف قطر کرهٔ محیطهٔ شکل ذو اثني وثلثین قاعدهٔ مذکوره خواهد شد و هرگاه مربع نصف قطر دائرهٔ محیطه قاعدهٔ مثلث را از مربع نصف قطر کرهٔ محیطهٔ مذکوره ساقط نمایند باقي مربع نصف قطر کرهٔ محاط قواعد مثلثات خواهد ماند که ارتفاع مخروطات عشرین مثلث القاعده است چراکه شکل ذو اثني وثلثین قاعدهٔ مذکوره هم

في الحقيقة مركب از سي ودو مخروطات است كه رأس آنها مجتمع عند مركز كرهٔ محيطه باشد
پس هرگاه ارتفاع هريک صنف مخروطات معشر القاعده ومثلث القاعده معلوم شد مساحت سطوح
هريک صنف قاعده را در ثلث ارتفاع خودش ضرب ساخته جمع نمايند كه حاصل الجمع مساحت
ذواثنی و ثلثين قاعدهٔ مذكوره است مثلا مقدار ضلع ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذكوره (۳ صحيح ۲۲/۲۷)
وبست ودو بست وهفتم است پس بطريق اول آنرا در (۷۰۵۳۴) ضرب نمودم وحاصل راكه (۲۶۱۰۷۳ صحيح ۱۷۰ كسر) است
بر (۱۱۴۱۲۶) صحيح ۹۳ كسر قسمت نمودم خارج دو صحيح وده بست وهفتم مقدار ضلع مخروطات ۱۱۷/۱۱۷
مسقطه شد آنرا ضعف نمودم چهار صحيح وبست بست وهفتم گرديد بر ضلع ذواثنی
وثلثين قاعدهٔ مذكوره افزودم هشت صحيح وپانزده بست وهفتم مقدار ضلع مخمس برآمد ومساحت
آن بموجب بيان پنجم مطلب ششم چهار هزار هفتصد ونود صحيح وبست ودو بست وهفتم است
وهرگاه مساحت بست مخروطات مثلث القاعده راكه ضلع قاعده مساوي ضلع ذواثنی وثلثين
قاعدهٔ مذكوره وضلع مخروط ده صحيح وده بست وهفتم باشد نمودم سي وهفت صحيح ويک
ثلث گرديد آنرا ساقط نمودم باقي چهار هزار وهفتصد وپنجاه وسه صحيح وسيزده بست وهفتم مساحت
ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذكوره ماند وبطريق دويم چون نصف قطر كرهٔ محاطه ذواثنی عشر قاعدهٔ
مخمسات نه صحيح وده نوزدهم است وآن مساوي ارتفاع اثنی عشر مخروطات معشر القاعده است پس
مساحت دوازده مخروطات معشر القاعده نمودم چهار هزار ودو صد وشصت وچهار ويک سي وهشتم
تقريبا شد وهرگاه نصف قطر كرهٔ محاطه اثنی عشر قواعد معشره نه صحيح وده نوزدهم ومربع آن
نود ويک است پس مربع نصف قطر دائرهٔ محيطهٔ قاعدهٔ معشر راكه سي وهشت صحيح وهشت ونصف
هشتاد ويكم است برآن افزودم مجموع يكصد وبست ونه صحيح وهشت ويک نصف هشتاد
ويكم مربع نصف قطر محيطهٔ شكل ذواثنی وثلثين قاعدهٔ مذكوره شد وهرگاه مربع نصف قطر
دائرهٔ محيطهٔ مثلث راكه چهار صحيح وهفتاد هشتاد يكم است ازان ساقط نمودم باقي يكصد وبست
وچهار صحيح ونوزده ونصف هشتاد ويكم مربع نصف قطر كرهٔ محاطهٔ قواعد مثلثات ماند جذر آن
گرفتم يازده صحيح وچهار بست وهفتم مقدار نصف قطر كرهٔ محاطه كه ارتفاع مخروطات مثلث
القاعده است برآمد پس مساحت بست مخروطات مثلث القاعده چهار صد وشصت وهشت
صحيح وشش بست وهفتم شد ه آنرا با مساحت مخروطات معشر القاعده جمع نمودم چهار هزار

وهفتصد وسي ودو صحيح وشش بست وهفتم ويک سي وهشتم مساحت ذو اثني وثلثين قاعدهٔ مذكوره شد وتفاوت بين المساحتين بسبب جذرهاي تقريبي است واگر غلطي در حساب است هركس راتوفيق ياري دهد اصلاح نمايد وخرده نگيرد *

بيان ششم درمساحت ذواربعة عشرقاعده که هشت ازان مسدسات وشش مربعات باشند

بايددانست که چون اين شكل از ذوثمانيه قواعد مثلثات مأخوذ است پس بموجب كليهٔ دويم بيان چهارم مسئلهٔ چهل وششم مقدمهٔ ثاني ضلع شكل ذوثمانيه قواعد مساوي سه مثل ضلع ذواربعة عشرقاعدهٔ مذكوره خواهد بود درينصورت هرگاه ضلع ذواربعة عشرقواعد مذكوره راسه مثل نموده مساحت ذوثمانيه قواعد مثلثات حاصل كنند وازان مساحت شش مخروطات مربع القاعده که ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذوثمانيه قواعد مثلثات بالكه مساوي ضلع ذواربعة عشرقاعدهٔ مذكوره باشد ساقط كنند باقي مساحت ذواربعة عشرقاعدهٔ مذكوره خواهد بود مثلاً ضلع ذواربعة عشرقاعدهٔ مذكوره چهاراست پس ضلع ذوثمانيه قواعد مثلثات دوازده شد ومساحت آن بموجب بيان سيوم مطلب ششم هشتصد وشانزده است وهرگاه مساحت شش مخروطات مربع القاعده راكه هشتاد ونه صحيح وسه خمس است ساقط كردم باقي هفتصد وبست وشش صحيح ودوخمس مساحت ذواربعة عشرقواعد مذكوره ماند *

بيان هفتم درمساحت ذواثني وثلثين قاعده که دوازده ازان مخمسات و بست مسدسات باشند

بايد دانست که چون اين شكل از ذوعشرين قاعدهٔ مثلثات مأخوذ است وبموجب كليهٔ دويم بيان مذكور ضلع ذوعشرين قاعده سه مثل ضلع ذواثني وثلثين قاعدهٔ مذكوره ميشود درينصورت هرگاه ضلع ذواثني وثلثين قاعدهٔ مذكوره راسه مثل نموده مساحت ذوعشرين قاعدهٔ مثلثات حاصل كنند وازان مساحت دوازده مخروطات مخمس القاعده راكه ضلع قاعده وضلع مخروط بقدر ثلث ضلع ذوعشرين قاعده بالكه مساوي ضلع ذواثني وثلثين قاعدهٔ مذكوره باشد ساقط كنند باقي مساحت ذواثني وثلثين قاعدهٔ مذكوره خواهد بود مثلاً ضلع ذواثني وثلثين قاعدهٔ مذكوره چهاراست پس ضلع ذوعشرين دوازده شد ومساحت آن بموجب بيان چهارم مطلب ششم سه هزار وهشتصد ونود ودو صحيح ويک تسع تقريباً گرديد ومساحت مخروطات مخمس القاعده دوصد وسي ويک صحيح وشش سبع است آنرا ساقط كردم سه هزار وشش صد وشصت صحيح وشانزده شصت وسيوم تقريباً باقيماند واين مساحت ذواثني وثلثين قاعدهٔ مذكوره گرديد فافهم *

بیان هشتم در فائدهٔ کلیه که براي مساحت اجسام ذوصنفین مفید است

باید دانست که چون هریک از اجسام ذوصنفین هم مرکب از مخروطات است که قواعد آنها قواعد جسم است و رأس المخروط مجتمع عند مرکز کرهٔ محیطهٔ جسم باشد پس اگر قطر کرهٔ محیطهٔ جسم معلوم شود ارتفاع مخروطات برآورده اگر مساحت کنند اولی وانسب خواهد بود فافهم *

مطلب هشتم در مساحت باقي اجسام که اشکال آنها منضبط نیست

باید دانست که چنانکه اجسام ذوصنفین از اجسام ذوصنف واحد مأخوذ میشود همچنین ممکن است که اجسام ذوثلثة اصناف از ذوصنفین مأخوذ شوند وذوا ربعة اصناف از ذوثلثة اصناف وغیرآن پس در مساحت چنین اجسام اگر شکل مأخوذ منه معلوم باشد از مساحت شکل مأخوذ منه مساحت مخروطات مسقطه را اسقاط کنند واگر مأخوذ منه معلوم نباشد پس قطر کرهٔ محیطهٔ آنرا بالعمل معلوم کردهٔ چنانکه در دریافت قطر کره گفته شد وهر صنف را قواعد مخروطات فرض کرده مساحت کنند که مجموع مساحت مخروطات مساحت جسم خواهد بود ودیگر اجسام که مرکب از مجسمین یا از مجسمات که مذکور شده اند یا بعضي ناقص و زائد بود یا مؤلف از دونوع بود چنانکه در اشکال کنبذهای مساجد ومقابر و دیورهای اهل هند وسقفهای حمام وغیره پس مساحت هرنوع اجسام را جمع نموده مساحت ناقصه را نقصان کنند و زائده را بیفزایند واگر تجاویف باشد مساحت تجاویف را بکاهند چنانکه در مساحت طاقها ودرها وتجاویف کنبذ وغیرآن وتفصیل آن تطویل لاطائل است واما مساحت بعضي اجسام که آنرا سطوح ناهموار احاطه کرده باشند اگر آنرا در حوضي پر آب باندازند و هرقدر که زیادتي آب شود آنرا نشان کرده آن جسم را برآرند بازلامحاله آب کمي خواهد کرد پس مساحت فضل زائد علی الناقص بگیرند که آن مساحت جسم است فافهم *

مطلب نهم در مساحت بعضي اجسام بالوزن و بالعکس اعني دریافت وزن از مساحت اجسام

باید دانست که هرگاه دو جسم مختلف الوزن باشند اعني یکي از خشت خواه سنگ است و دیگري از چوب خواه حدید و غیرآن پس نسبت یکي بطرف دیگري عند تساوي حجم آنها مثل نسبت ثاني بطرف اول عند تساوي وزن آنها خواهد بود مثلا اگر حجم ده من حدید مساوي حجم یک من چوب باشد اعني شکل مکعب که ضلع او یک ذرعه باشد مثلا از حدید بسازند که وزن آن ده من بود وشکلي دیگر مکعب که ضلع او هم یک ذرعه بود از چوب بسازند که وزن

او یک من بود پس اگر شکلی از چوب بهر شکلی بسازند که وزن اوده من بود درینصورت حجم اوده مثل حجم شکل حدید خواهد بود و قدماء نسبت بین الاوزان بعضی اجسام مثل طلا ونقره وسیماب وسرب وجسته وغیره فلزات را برآورده اند چنانکه ازین قطعهٔ نصاب معلوم میشود *

* قطعهٔ نصاب *

زروي جسته هفتاد و یکدرم سیماب * چهل شش است وزارزیزسي و هشت شمار *
ذهب صد است وسرب پنجه ونه وآهن چل * برنج ومس چل و پنج است ونقره پنجه و چار *

* قطعهٔ دیگر *

نه فلز مستوي الحجم را چون برکشي * اختلاف وزن دارد هریکی بي اشتباه *
زرلکن زیبق الم اسرب د هن ارزیز چل * فضه ند آهن یکی مس و شبه مه صفره ماه *

جــــــــــدوله مع تحقیق اللغة (جدول ۱۴۰)

فائده طریق دانستن وزن طلا ونقره درمرصع آلات ومینا کار باید که اول وزن آن چیز بطریق متعارف دریافت نمایند بعده پلهٔ میزان را که درآن پله آن چیز باشد درآب غرق کنند وپلهٔ سنگ را بیرون دارند وبه سنجند وباید که آب آنقدر باشد که درسنجیدن پله از آب بیرون نیاید درینصورت صرف وزن طلا ونقره حاصل خواهد شد ووزن جواهر ولاکهه ومینا وغیره نخواهد آمد وغالبکه حال جمیع فلزات همچنین باشد لیکن بتجربه نرسیده است * الاستعجاب * اگر ظرفی پرآب کنند ودرآن بتدریج ریزهٔ زرونقره مثل روپیه واشرفي وزنجیر طلا وغیره که بتدریج درآب داخل تواند شد ومتحرک نه افتد هرچند که ظرف مذکور از طلا ونقره مملو شود آب بیرون نخوهد افتاد *

فائده باید دانست که فلزات تسعهٔ مذکوره بنسبت یکدیگر اجسام اثقل اند وبسبب ثقل ذاتي خود میل بمرکز دارند الا بموانع وجسم کثیف نسبت بجسم لطیف زیاده مانع میشود لهذا عقلا ترازوی هوائي وآبي ترتیب داده وزن هریک اجسام می کنند وترازوي هوائي آنست که هردو پلهٔ او درهوا باشد زیراکه هوا لطیف است جسم ثقیل را مانع ازمیلان نمیشود پس درهر پله که جسم ثقیل خواهد بود زود فروتر خواهد شد وهمچنین ترازوي آبي که هردو پلهٔ آن برروی آب باشند وچون آب هم جسم لطیف است لهذا زود جسم ثقیل فروتر خواهد شد وهرگاه یک پلهٔ ترازو درهوا و پلهٔ دیگر درآب باشد چون آب بنسبت هوا کثیف است هرآینه پلهٔ آبي فی الجمله ازپلهٔ

هوائی کمتر فرو خواهد گردید و بدین سبب وزن پلهٔ آبی کم خواهد بود و چون در جمیع فلزات طلا اثقل است در ینصورت وزن احجار وفیروغیره بشمول آن هیچ قدر نمیدارد چنانکه ابوریحان بیرونی امتحان نموده اعنی اگر ظرفی باریک گردن پرآب کنند ودر آن صد مثقال طلا بیند ازند بقدر پنج مثقال آب ازان ظرف بیرون خواهد آمد و اگر صد مثقال سیماب خواه سرب خواه دیگر فلزات بیندازند در هر یک آب زیاده از پنج مثقال علی الاختلاف بیرون خواهد شد و در احجار اگرچه یاقوت نیلی سنگین است لاکن بوزن طلا نمیرسد ودیگر اجسام نسبت بطلا نهایت خفیف اند وجدولی که صاحب مفتاح مع زیادتی وزن بعضی اجسام غیر فلزات نوشته است این ست (جدول ۱۴۱)

باید دانست که هرگاه مساحت مجسمی معلوم الوزن مطلوب شود وزن معلوم او را بر وزن مکعب یک ذراع ازان تقسیم کنم که خارج مساحت اوست و وقتی که مساحت معلوم باشد واراده کنم که وزن معلوم کنم پس مساحت او را در وزن مکعب یک ذراع ازان ضرب کنم که حاصل وزن اوست (جدول ۱۴۲)

فصل در بیان بعضی فوائد که فی الجمله از مساحت علاقه دارند

پوشیده نماند که مساحت بیشتر از ذراع ونیزه ورسن درین دیار رواج دارد چونکه مساحت بعضی اجسام از اوزان میشود چنانکه مذکور شد ما درین فصل اکثر آلات مساحت ومقادیر اوزان وغیره بیان میکنیم

فائدهٔ اولی در بیان مقادیر اوزان باید دانست که نزد اطباء هر وزن که کمتر از رطل باشد معروف باوزان صغار است وما فوق آن معروف بکبار و کیل که عبارت از پیمانه باشد از جملهٔ اقسام ثانی است واختلاف هریک در اوزان صغار و کبار بحسب امکنه وازمنه ومصطلحات واقع شده آنچه از کتب معتبره متحقق شد بجدول مرقوم میشود که در اخراج تسهیل افتد و باید دانست که حبّه وطسوج وقیراط ودانگ بحسب درهم فضی ودرهم ومثقال ذهبی باهم مختلف می باشد چه اجزاء مذکورهٔ درم کمتر از اجزاء مثقال است ونزد اهل تجربه ثابت شده که قدری از فضه که در مقدار مساوی با ذهب باشد وزن ذهب سه سبع زیاده بر وزن فضه می باشد ونیز مقدار درهم باعتبار قدیم وجدید مختلف است ومقدار مثقال غیر مختلف است جدوله هذا .... (جدول ۱۴۳)

وبیان اوزان صغار وکبار دو بیان دارد اوزان هند که حکیم فتح الله گیلانی سنجیده سیر شاهی بوزن یک دام است که پیسه باشد ویک دام بوزن طبی پنج درم است و هر درمی بست نخود وسط است تانگ یک دام است دانگ چهار نخود است وشش دانگ یک مثقال که بست وچهار نخود باشد وپنج دانگ یک درم

۶۳	سفید روی	و روی مطلق قسمی است که از مس و سرب آمیخته بهم رسد آنرا در هندی بهنگار گویند
۱۷	سیماب	آنرا زیبق بکسر زاء معجمه و سکون یاء تحتانی وفتح باء موحده و قاف هم گویند و بهندی پاره است
۳۸	قلعی	آنرا ارزیز بالفتح و سکون راء مهمله و کسر زاء معجمه و سکون یاء تحتانی و زاء معجمه آخر و بهندی رانگه گویند
۱۰۰	زر	و آن ذهب و طلاست و بهندی سونا گویند
۵۹	سرب	آنرا سیسه بهر دو سین مهمله خوانند
۴۵	برنج	و آن شبه بفتح شین معجمه وفتح باء موحده و هاء مختفی در هندی پیتل معروف و نزد بعضی جسته است و آن بر چند قسم میسازند که بریکی از مس و توتیا
۴۵	مس	هندی تانبا
۵۴	نقره	و آن فضه بکسر فاء و تشدید ضاء معجمه و هاء مختفی است و هندی روپا
۴۰	آهن	هندی لوها و در عربی حدید معروفست

	اسرب	صفره	نحاس	شبه	حدید	رصاص	عسل	طلیعة البقر	خل الخمر	خمر	آب	شیرج	زیت	عود و الخزف	الاجسام
	٨	٣	٧	١	٣	٩	٣	٣	٠	٦	٥	٢	٩	١	آحاد
	٣	٠	٤	٩	٠	٠	١	١	٦	٤	٠	٠	٣	٢	عشرات
	٨	٤	٨	١	٤	٣	٣	٩	٣	٢	٣	٢	٣	٥	مئات
	٣	٢	٦	٥	١	٩	٩	١	٩	٩	٧	٦	٣	١	الوف
	٢	٥	٤	٤	٢	٠	٣	٣	٢	٢	٢	٢	٢	١	عشرات الوف
	٣	٢	٢	٣	٢	٢	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	مئات الوف
	ه	الج	م	الو	و	الط	لد	ل	[illegible]	نه	م	لط	س	صل	وقائعها
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	حروف
	ه	الج	م	الو	و	الط	لد	ل	[illegible]	نه	م	لط	س	صل	رقوم انتها قبل

وزن ملعب ذراع الید بالتقیل و رقاعها و مربع آن بسوی ارقام جمل

جزو اول من جلد ۱۴۲ — صفحه ۲۹۴ — ۱۹۳ — ۱۲۰

Printed at the Asiatic Lith. Co's Press Calcutta 1831

وزن مكعب ذراع بالرطل البغدادى

اجسام	الوزن بالرقوم الهندسية						الوزن برقوم الجمل		
	آحاد	عشرات	مئات	الوف	مثاقيل زائده	دقائق مثاقيل	مرفوع مرة	مثاقيل زائده	دقائقه
عود خلاف	٨	٢	١	٠	١	مد	ب ح	١	مد
زيت	٢	٩	٢	٠	٥٩	[illegible]	ءنب	نط	[illegible]
شمع	٢	٠	٣	٠	٢٢	لط	ه ب	الب	لط
آب	٧	١	٣	٠	٧٥	م	ه سر	عله	م
خمر	٤	٢	٣	٠	٤٨	نه	ه الد	مح	نه
خل خمر	٦	٢	٣	٠	٣٠	ها	ه الو	ل	ها
حليب البقر	٤	٥	٣	٠	٥٦	ل	ه ند	نو	ل
عسل	٠	٤ ٠	٤	٠	١٦	له	را	لو	له
رصاص	٥	٠٢	٣	٢	٥٨	الط	لح مه	نح	الط
حديد	٠	٦	٤	٢	٣	و	ما ها	م	و
شبه	٤	٢	٧	٢	٣١	الو	مه الد	لا	الو
نحاس	٣	٥	٧	٢	٧٧	م	مه نم	عز	م
صفره	٤	٠	٨	٢	٤٣	الح	مومد	مح	الح
اسرب	٨	٩	٥	٣	١٨	٥	تط خ	نح	٥

الاجسام	مثاقیل آن	دوانق آن	طسوجات آن	مجنس بر یک طسوج	مرفوع آن بسوی حساب جمل	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	مجنس بکلها الی الطساسیج	مرفوع آن بسوی حساب
اوزان آنها که مساوی می شود حجم صد مثقال زر یا غیر آن از هر جسم و مجنس طسوان						اوزان اجسام متساوی الحجم بر تقدیر که طلا صد مثقال یا صد اوقیه یا غیره باشد و مجنس ط					
طلا	ه	ا	ب	۱۲۶	ب و	قله	ا	ا	ا	۲۴۰۰	م ا ا
زیبق	یه	ب	ا	۱۷۷	ب نز	عا	ا	ا	لح	۱۷۰۸	لح لح لح
اسرب	ح	ه	ء	۲۱۲	ح لب	نط	ب	ب	اله	۱۳۲۲	لح مو اله
فضه	ط	ی	ا	۲۳۳	ح نح	ند	ء	ا	ا	۱۲۹۷	الا لر ا
صفره	ا	ب	ء	۲۷۲	ی لب	مو	ا	ح	مو	۱۱۱۱	نح لا مو
نحاس	ا	ح	ء	۲۷۶	ی لو	مه	ب	ح	مب	۱۰۹۱	نح ا مب
شبه	ا	ی	ء	۲۸۰	ی م	مه	ء	ء	ا	۱۰۸۰	نح ء ء
حدید	ب	ه	ب	۳۱۰	ه ب	م	ح	ح	الط	۹۷۵	لو له الط
رصاص	نح	ی	ء	۳۲۸	ه لح	لح	ب	ا	نز	۹۲۱	له لا نز
یاقوت الاکحل	اله	ا	ب	۶۰۶	ب و	ار	ی	ح	ا	۴۹۹	ح لط ا
مینا	اله	ب	ب	۶۱۰	ب ب	ا	ح	ح	مه	۴۹۵	ح له مه
یاقوت الاحمر	الو	ء	ء	۶۲۴	ب الد	ار	ا	ء	لر	۴۸۴	ح ی لر
لعل	الر	ه	ب	۶۷۰	ا ب	نح	ی	ح	لا	۴۵۱	ر لا لا
زمرد	لو	ب	ء	۸۷۲	مد لب	مد	ب	ب	مر	۳۴۶	ه مو مر
لاجورد	لر	ا	ء	۸۹۲	مد نب	مد	ء	ح	ا	۳۳۹	ه لط ا
لؤلؤ	لح	ح	ء	۹۲۴	له الد	نح	ح	ح	لو	۳۲۷	ه الر لو
عقیق	لط	ء	ء	۹۳۶	له لو	نح	ب	ح	و	۳۲۳	ه لح و
بسد	لط	ء	ح	۹۳۹	له لط	نح	ب	ب	ا	۳۲۲	ه الب ا
بلور وجزع	م	ء	ء	۹۶۰	لو ء	نح	ء	ح	مه	۳۱۵	ه له مه
زجاج	م	ا	ء	۹۶۴	لو ی	نح	ء	ا	مب	۳۱۳	ه نح مب
آبنوس	مو	ه	ء	۱۱۲۴	نح مد	ا	ا	ا	ب	۲۶۹	ی الط ب
عاج	سا	ء	ء	۱۳۶۴	الد الد	ح	ح	ب	لح	۲۰۶	ح الو لح
عسل						ر	ا	ب	ل	۱۷۴	ب ند ل
حلتیت البقر						ه	ه	ء	له	۱۴۰	ب ال له
خل خمر						د	ب	ا	الب	۱۲۹	ب ط الب
خمر یعنی شراب انگور						ه	ب	ء	ه	۱۲۸	ب ح ه
ماء						ه	ا	ب	ء	۱۲۶	ب و ء
شمع	قله	ا	ء	۲۵۲۴	مب ی	ی	ه	ح	مط	۱۱۹	ا نط مط
زیت						ا	ه	ء	ا	۱۱۶	ا نو ا
عود الخلاف	رمح	ء	ح	۵۹۵۵	الط له	ب	ء	ب	مه	۵۰	ء ه مه

جدول مقادیر اوزانیکه صاحب لیلاوتی وغیره نوشته است وبیشتر در هند مشهور و رواج دارد

سرخ	دو جو است	درم یعنی دام	شش پن باشد
پل	سه سرخ است	اشرفي	یازده ماشه
دهرن	هشت پل	درم شرعي	سه ماشه ویك سرخ وده برنج
گدیانك	دو دهرن	فلوس قدیم	بست ویك ماشه
ٹهك	چهارده پل	فلوس عالمگیري	چهارده ماشه
ماشه	پنج سرخ	سرخ	بست بسوه
كهوكهه	شانزده ماشه	بسوه	دو برنج
پل	چهار كهوكهه	ٹانك هندوستاني	بست وچهار سرخ ومثقال مشهور از وبده و سرخ بیفزایند
گهونگچي	یعنی گرچی قریب به سه جو میانه	ٹانك ولایتي	سه سرخ و یك حبة $\overline{۲۴}$ دانه
كوڈی	را پرانك گویند	حبه	دو دانه و سه پاو دانه
دسنگ	ده كوڈی	ٹانك جواهري	سه و نیم برنج
كاكنی	دو دسنگ	سیر شاهجهاني	چهل دام است
پن	چهار كاكنی	سیر جهانگیري	سي و شش دام
سیر عالمگیري	چهل وچهار دام	توله	دوازده ماشه ودر دكهن پنج درم و سه قیراط
سیر اكبري	سي دام	ماشه مشهور	هشت رتي یعني سرخ
من شاهجهاني	چهل آثار	رتي	هشت برنج
من جهانگیري	سي وشش آثار	توله دكهن	$\overline{۵}$ درم و $\overline{۳}$ قیراط خواه $\overline{۳}$ مثقال و $\overline{۳}$ قیراط
من اكبري	سي آثار	دام یعني بهلولي	پیسه نیز گویند بست و پنج جیتل
خروارفي من شاهجهاني	ده من شاهجهاني	جیتل	بست و پنجم حصهٔ پیسه

كذا وجد في النسخة

است که بست نخود است توله دو نیم مثقال است که شصت نخود باشد من طبي یک سیر کبري است
که بوزن سي دام باشد چهار مثقال بوزن یک پیسه است که عرف سیر شاهي گویند پنج تانک بوزن
یک پیسه است تحقیق اوزان اصح که مؤلف گنج بادآور بوزن هند مناسبت داده مي نویسد سرخ
که بزبان هندي گهونگچي ورتي گویند هشت برنج است که نزد اطباء سه جو میانه است ماشه هشت
سرخ توله دوازده ماشه یعني دو نیم مثقال وهفت سرخ تانک سي ودو سرخ سیرشاهي که دام بهلولي
وپیسه باشد پنج تانک که یک توله وهشت ماشه میشود دانگ ودانق چهار رتي ویک سدس رتي
یعني ششم حصهٔ رتي درهم ودرم سه ماشه ویک رتي مثقال چهار ماشه وسه نیم رتي استار طبي یک توله
وهشت ماشه که یک سیرشاهي باشد رطل بغدادي نوزده سیرشاهي من مکي چهل سیرشاهي حبه
یک جو میانه در کوچکي وکلاني طسوج که بفارسي تسو گویند دو جو قیراط چهار جو اوقیه ووقیه هفت ونیم
مثقال که دو توله ونه ماشه وپنج سرخ پاو بالا میشود عدیله نصف پیسه است که ده ماشه باشد کثیرا
دوکرا چهارم حصهٔ پیسه است که پنج ماشه باشد دمري هشتم حصهٔ پیسه است که دو نیم ماشه است
والله اعلم بالصواب *

فائدهٔ ثاني دربیان جدول مقادیر مساحت وآلات آن وغیره (جدول ۱۴۴)

فائدهٔ سیوم در دانستن مساحت وغیره در پارچه یک ذراع را شانزده گره ویک گره را شانزده
بحر ویک بحر را شانزده بحرین ویک بحرین را شانزده شعیر ویک شعیر را شانزده شعیرین ودر سنگ
یک ذراع بست بسوه ویک بسوه بست بسوانسي ویک بسوانسي بست خام ویک خام بست
خامین ودر چوب یک ذراع بست وچهار تسو ویک تسو بست وچهار تسوانسي ویک تسوانسي
بست وچهار خام ویک خام بست وچهار خامین ودر زمین مزروع سه ذراع رایک بسوه وبست
وپنج ذراع رایک دوري وبست بسوه رایک بیگهه ودوصد دوري رایک کروه وچهار کروه را
یک جوجن پس یک جوجن هشت صد دوري باشد پس یک بیگهه سه هزار وششصد ذراع
شاه جهاني بود ووزن روپیهٔ عالمگیري یازده ونیم ماشه واشرفي یازده ماشه وسنگ مرمرفي ذراع
مکسر پنجاه من وسنگ سرخ سي من وسنگ غلوله رامقداري مقرر نیست پهري خرید وفروخت میشود
وپهري سي وهشت ذراع ویازده ونیم بسوه است وچونه في پهري بست ویک پیمانه ویک ونیم پاو پیمانه بود
ووزن پیمانه دوازده من وبست آثار وخاک في ذراع پنج من وبست وچهار آثار در حساب مي آید *

کیفیت مساحت درجات طولي بفاصلۀ یک یک درجۀ عرضي از خط استوا بطریقیکه نزد حکماء فرنگ متحقق شده * (جدول ۱۴۵)

مطلب دهم در دانستن ارتفاع مرتفعات

بدانکه مرتفع بردوگونه است یکی آنکه اگرازان مرتفع عمود برسطح ارض کشند تاموقع العمود ومسقط الحجرآن میتوان رسید مثل منارها و دیوارها واشجار وغیره دویم آنکه بموقع العمود ومسقط الحجرآن نمیتوان رسید مثل جبالها و پشتها ودیگر اشکالهاي مخروطي وغیره پس طریق دریافت ارتفاع هردورا درد و بیان وامی نمایم *

بیان اول در دریافت ارتفاع مرتفعیکه تاموقع العمودآن میتوان رسید

وطریقش چنان است که چوبي مستقیم که آنراشاخص گویند بروجه ارض که سطح او برابر باشد قائم نصب کنند وخود بفاصلۀ اندکی از چوب استاده نظر بررأس المرتفع کنند چنانکه شعاع نظرآن چوب را تقاطع نموده بررأس المرتفع افتد پس جای که تقاطع واقع شود آنرانشان نمایند وارتفاع محل تقاطع چوب راپیموده فضل ارتفاع برقامت خود حاصل سازند ومابین موقف قدم خود وموقع العمود آن مرتفع رامساحت نموده در مقدار فضل ارتفاع علی القامة ضرب سازند وحاصل رابرمقدار مابین موقف خود واصل چوب قسمت کنند وبرخارج مقدار قامت خود بیفزایند که حاصل مقدار ارتفاع مرتفع خواهد بود چراکه درینجا چهارمقادیرمتناسبه بهم رسید اول مابین موقف خود واصل چوب دویم مابین موقف خود وموقع العمود مرتفع سیوم فضل چوب علی القامة چهارم مقدار فضل ارتفاع مرتفع علی القامة ونسبت اول بطرف دویم مثل نسبت سیوم بطرف چهارم است وچهارم مجهول است درینصورت مسطح الوسطین رابرطرف معلوم قسمت کنند که خارج مطلوب شود ودلیل برین اربعۀ متناسبه آنست که هرگاه از نقطۀ بصرخطی موازي خط مابین موقف وموقع العمود مرتفع میکشند یک مثلث قائم الزاویه حادث میشود که یک ضلع آن مقدار فضل ارتفاع مرتفع علی قامت قائس خواهد بود ودیگر خطی که از نقطۀ بصرموازي خط مابین موقف وموقع العمود مرتفع فرض شده وآن مساوي خط مابین موقف وموقع العمود است سیوم خط شعاعي از نقطۀ بصر تارأس المرتفع مفروض وآن وترزاویۀ قائمه خواهد بود پس درین مثلث نسبت تقاطع ضلعین ازچوب که مقدار فضل

کیفیت مساحت درجات طولی بفاصلۂ یکیک درجہ عرضی از خط استوا بطریقی کہ نزد حکمای فرنگ متحقق شدہ

درجات	مقدار میل	مقدار پارٹ	درجات	مقدار میل	مقدار پارٹ	درجات	مقدار میل	مقدار پارٹ	درجات	مقدار میل	مقدار پارٹ	درجات	مقدار میل	مقدار پارٹ	درجات	مقدار میل	مقدار پارٹ
۱	۵۹	۹۶	۱۷	۵۷	۳۰	۳۳	۵۰	۳۲	۴۹	۳۹	۳۱	۶۵	۲۵	۳۹	۸۱	۹	۳۸
۲	۵۹	۹۴	۱۸	۵۷	۴	۳۴	۴۹	۷۴	۵۰	۳۸	۵۷	۶۶	۲۴	۴۱	۸۲	۸	۴۵
۳	۵۹	۹۲	۱۹	۵۶	۷۳	۳۵	۴۹	۱۵	۵۱	۳۷	۶۳	۶۷	۲۳	۴۵	۸۳	۷	۳۲
۴	۵۹	۸۶	۲۰	۵۶	۳۸	۳۶	۴۸	۵۴	۵۲	۳۷	—	۶۸	۲۲	۴۸	۸۴	۶	۲۸
۵	۵۹	۷۷	۲۱	۵۶	—	۳۷	۴۷	۹۳	۵۳	۳۶	۱۸	۶۹	۲۱	۵۱	۸۵	۵	۲۳
۶	۵۹	۶۷	۲۲	۵۵	۶۳	۳۸	۴۷	۲۸	۵۴	۳۵	۲۶	۷۰	۲۰	۵۲	۸۶	۴	۱۸
۷	۵۹	۵۶	۲۳	۵۵	۲۳	۳۹	۴۶	۶۲	۵۵	۳۴	۴۱	۷۱	۱۹	۵۴	۸۷	۳	۱۴
۸	۵۹	۴۰	۲۴	۵۴	۸۱	۴۰	۴۶	—	۵۶	۳۳	۵۵	۷۲	۱۸	۵۵	۸۸	۲	۹
۹	۵۹	۳۰	۲۵	۵۴	۳۸	۴۱	۴۵	۲۸	۵۷	۳۲	۶۷	۷۳	۱۷	۵۴	۸۹	۱	۵
۱۰	۵۹	۸	۲۶	۵۴	—	۴۲	۴۴	۹۵	۵۸	۳۱	۷۹	۷۴	۱۶	۵۳	۹۰	—	
۱۱	۵۸	۸۹	۲۷	۵۳	۴۴	۴۳	۴۴	۲۸	۵۹	۳۰	۹۰	۷۵	۱۵	۵۳			
۱۲	۵۸	۶۸	۲۸	۵۳	—	۴۴	۴۳	۱۶	۶۰	۳۰	—	۷۶	۱۴	۵۱			
۱۳	۵۸	۴۶	۲۹	۵۲	۴۸	۴۵	۴۲	۴۳	۶۱	۲۹	۴	۷۷	۱۳	۵۰			
۱۴	۵۸	۳۳	۳۰	۵۱	۹۶	۴۶	۴۱	۶۸	۶۲	۲۸	۱۲	۷۸	۱۲	۴۸			
۱۵	۵۸		۳۱	۵۱	۴۳	۴۷	۴۱	—	۶۳	۲۷	۳۴	۷۹	۱۱	۴۵			
۱۶	۵۷	۶۰	۳۲	۵۰	۸۸	۴۸	۴۰	۱۵	۶۴	۲۶	۳۰	۸۰	۱۰	۴۲			

$\overline{ا}$	موقف القائس
$\overline{اب}$	قامت قائس = ط
$\overline{و}$	اصل چوب
$\overline{ز}$	علامت اولی
$\overline{زو}$	مقدار از علامت اولی تا اصل چوب = ف
$\overline{ح}$	علامت ثانیہ
$\overline{حو}$	مقدار از علامت ثانیہ تا اصل چوب = م
$\overline{حہ}$	فصل ارتفاع علامت ثانیہ علی قامۃ القائس = م - ط
$\overline{ج}$	موقع العمود

$\overline{او}$	ما بین موقف واصل چوب = ل
$\overline{اج}$	ما بین موقف قائس وموقع العمود = ع
$\overline{جد}$	ارتفاع المرتفع = م
$\overline{جک}$	قامت قائس
دک	فصل ارتفاع مرتفع علی قامت القائس
	= م - ط

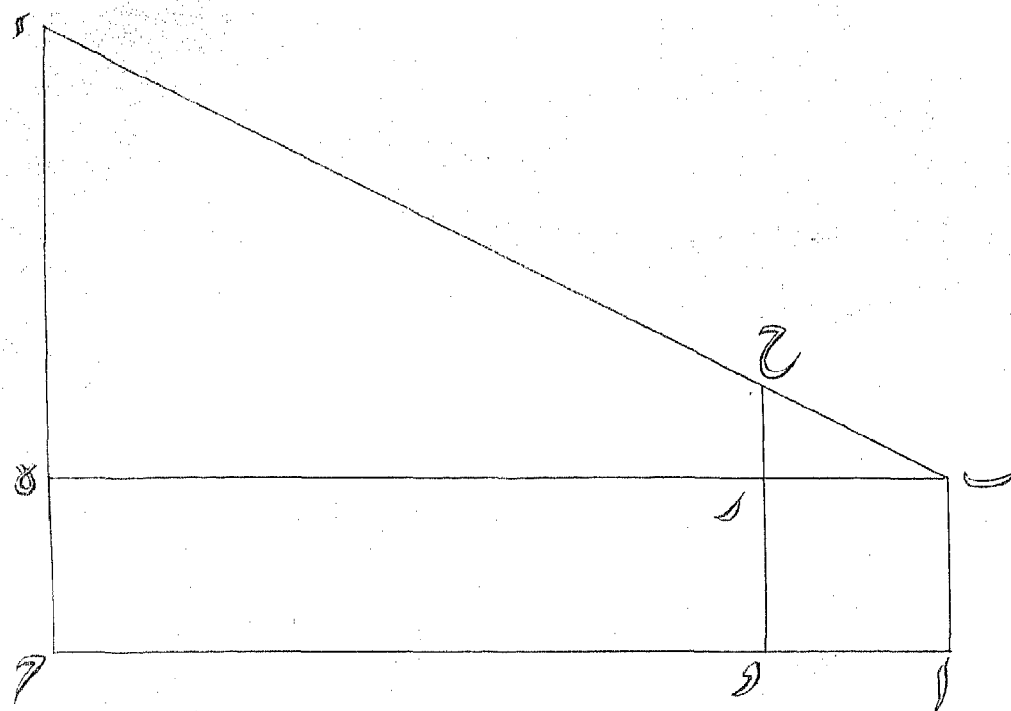
ارتفاع چوب علی القامة است یک مثلث متشابه مثلث اول حاصل خواهد شد که یک ضلع آن فضل چوب علی القامة و دویم مقدار مابین چوب و نقطهٔ بصر از خط موازی خط مابین موقف و موقع العمود که آن مساوی مابین موقف و اصل چوب است سیوم مابین چوب بصر از خط شعاع که تا رأس المرتفع میرود پس نسبت خط مابین موقف و اصل چوب بطرف فضل چوب علی القامة مثل نسبت خط مابین موقف و موقع العمود بطرف فضل ارتفاع مرتفع علی القامة است مثلا طول قامت قائس دو ذراع است و طول چوب من موقع تقاطع شعاع النظر سه ذراع و ما بین موقف قائس و موقع العمود مرتفع ده ذراع و ما بین موقف قائس و اصل چوب دو ذراع پس فضل ارتفاع چوب علی القامة را که واحد است در ده ضرب کردم و حاصل را که هم ده است بر دو که مقدار مابین موقف قائس و اصل چوب است قسمت کردم پنج خارج شد و بر آن افزودم که مقدار قامت قائس بود پس هفت مقدار ارتفاع مرتفع گردید و هذه صورته * (جدول ۱۴۶)

و طریق دیگر اینست که آینه بر زمین نهند بوجهی که در آن رأس المرتفع دیده شود پس مقدار ما بین آینه و موقع العمود مرتفع را در مقدار قامت خود ضرب کنند و حاصل را بر مقدار ما بین آینه و موقف خود قسمت سازند که خارج مقدار ارتفاع مرتفع است چراکه درینجا هم چهار مقادیر متناسبه بهم میرسند یکی مابین موقف و آینه و دیگر ما بین آینه و موقع العمود مرتفع سیوم قامت خود چهارم ارتفاع مرتفع و نسبت اول بطرف دویم مثل نسبت سیوم بطرف چهارم است و چهارم مجهول پس مسطح الوسطین را برطرف اول که معلوم است قسمت می کنند که حاصل مطلوب شود و دلیل برین اربعهٔ متناسبه اینست که هرگاه ناظر در آینه نظر می کند زاویهٔ شعاع و زاویهٔ انعکاس مساوی می باشد پس دو مثلث متشابه حاصل میشود یکی آنکه یک ضلع او ارتفاع مرتفع و ضلع دویم ما بین آینه و موقع العمود سیوم خط انعکاس که از زاویه تا رأس المرتفع میرود و مثلث دویم آنکه یک ضلع او قامت قائس و ضلع دویم ما بین موقف و آینه و سیوم خط شعاعی بصر هردو مثلث قائم الزاویه اند چراکه هرگاه یک زاویهٔ قائمه و دویم زاویهٔ شعاعی و انعکاس از هردو مثلث مساوی اند پس زاویهٔ سیوم هم متساوی و هردو مثلث متشابه خواهند بود و بطریق دیگر از ظل آفتاب دریافت ارتفاع نمایند و آنچنان است که چوبی مستقیم بر سطح زمین نصب کنند و سایهٔ آنرا مساحت نمایند پس مساحت سایهٔ مرتفع را در مقدار ارتفاع چوب ضرب ساخته بر مقدار ظل چوب قسمت کنند چراکه

درینجا هم چهار مقادیر متناسبه بهم رسیده یکی مقدار ظل چوب دویم مقدار ارتفاع چوب سیوم
مقدار ظل مرتفع چهارم مقدار ارتفاع مرتفع وچهارم مجهول است وطریق آخر وقتی که آفتاب
بچهل و پنج درجه از دائرهٔ ارتفاع بالای افق برسد ظل مرتفع را مساحت کنند که مساوی ارتفاع
مرتفع خواهد بود چراکه هرگاه ارتفاع شمس چهل و پنج درجه در سطح افق میشود ظل هر چیز برابر
ارتفاع آن میباشد وارتفاع شمس از اسطرلاب دریافت میتوان نمود طریق آخر شظیهٔ اسطرلاب را
که عبارت از رأس عضاده است بر چهل و پنج درجه ارتفاع بنهند و خود استاده شده از ثقبتین
رأس المرتفع را به بینند و بعد از ان مابین موقف خود وموقع العمود مرتفع را مساحت کرده مقدار
قامت خود را برآن بیفزایند که مجموع مقدار ارتفاع مطلوب است وسرّش اینست که هرگاه ارتفاع
شمس چهل و پنج درجه می باشد سایهٔ هر چیز برابر برآن چیز می باشد کما مر ذکره واینجا شعاع
بصر بمنزلهٔ شعاع شمس است پس مابین موقف قائس و موقع العمود مرتفع سایه برابر بر فضل
ارتفاع مرتفع علی القامة است و چون مقدار قامت را برآن بیفزایند ارتفاع مرتفع
حاصل شود فافهم و بیان اصطلاحات اسطرلاب و طریق عمل آن درینجا تطویل لا طایل است

این عبارت در حاشیهٔ کتاب بود

درست این است که هرگاه قامت قائس را در علامت اولی ضرب کرده بر فضل مجموع قامت
قائس وعلامت اولی علی علامت ثانیه قسمت سازند خارج مقدار ارتفاع مرتفع خواهد بود وشاید
صاحب دستور الحساب از سهو قسمت علی العلامتین نوشته است چراکه هرگاه بموجب شکل ذیل
ارتفاع مرتفع را = م وعلامت اولی را ف فرض نمایم چون بسبب علامت اولی دو مثلث متشابهین
حادث شدند که ضلعین مثلث اعظم یکی ارتفاع مرتفع = م دویم مابین موقف وموقع العمود
که آنهم مجهول است وآن را فرض کردم = ع ودر مثلث دویم یک ضلع مقدار علامت اولی که
معلوم است = ف و ضلع ثانی مابین موقف واصل چوب که آن را = ل فرض کردم درینصورت
م : ع :: ف : ل بلکه م ل = ع ف بحسب اربعهٔ متناسبهٔ اولی گردید وهرگاه ناظر استاده شده رأس المرتفع را
ببیند پس نسبت علامت ثانیه واتصال خط که موازی قاعده از نقطهٔ بصر بطرف ارتفاع مرتفع خارج
گردد دو مثلث متشابهین حادث خواهند شد چراکه خط موازی علامت ثانیه تقاطع خواهد نمود
ونسبت فضل علامت علی قامت ناظر وضلعین مثلث اعظم یکی م ــ ط دویم موازی قاعده = ع

اب هو قامة القائس مقداره ٢

جد هو الارتفاع مقداره ٤

ده فضل ارتفاع المرتفع على القامة مقداره ه

به خط واصل

اج ما بين الموقف وموقع العمود مقداره ١٠

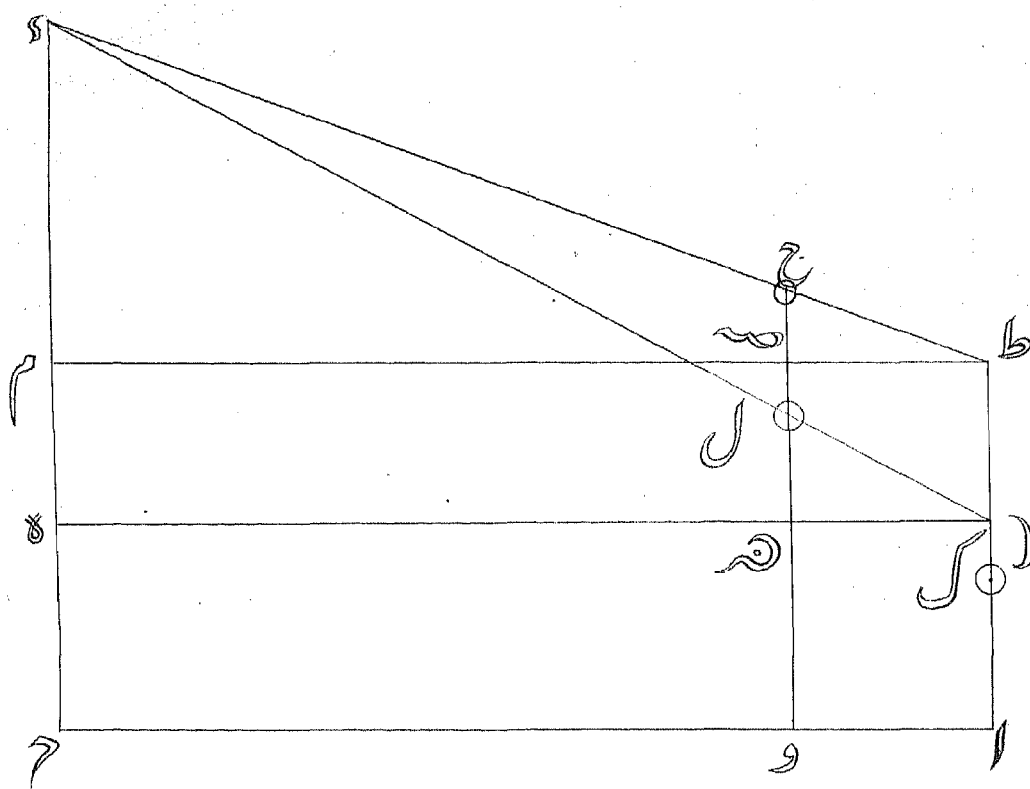
اد ما بين الموقف واصل چوب مقداره ٢

دح ارتفاع چوب مقداره ٣

زح فضل چوب على القامة مقداره ١

ا موقف اول

ک موقف ثانی

اک مقدار ما بین الموقفین = ب ط = لا م = ط

اب مقدار قامت ناظر از موقف اول = د ھ = ح لا = ن

ک ط مقدار قامت ناظر از موقف ثانی = ن

او ما بین موقف اول و اصل چوب = ل

ل علامت اولی

ح علامت ثانیہ

ل ھ فضل ارتفاع علامت اولی علیٰ قامت ناظر = فہ

ح ھ فضل ارتفاع علامت ثانیہ علیٰ قامت ناظر = ح

ح صہ فضل ح ھ علیٰ صہ ھ ای فضل ح ھ علیٰ اک ای م

او ما بین موقف اول و اصل چوب = ل

اح ما بین موقف اول و موقع العمود = ب لا = ط م = ع

لا د ارتفاع المرتفع الیٰ قامت ناظر = م

م د ارتفاع مرتفع الا مجموع قامت ناظر و ما بین الموقفین = م - ط

بیان دویم در دریافت ارتفاع مرتفعاتیکه تا مسقط الحجر آن نمیتوان رسید

وطریقش صاحب دستور الحساب چنین نوشته که شاخص چوبی مستقیم که از قامت ناظر طویل باشد بر سطح ارض قائم کنند و از وجه ارض نظر بر رأس المرتفع نمایند و چشم ناظر متصل سطح ارض باشد پس لامحاله خط شعاع بصری آن چوب را تقاطع خواهد کرد باید که بر محل تقاطع نشان کنند و باز راست استاده شده نظر بر رأس المرتفع اندازند و باز بمحل تقاطع شعاع بصری که بمرتبهٔ دویم واقع شود بر چوب نشان نمایند و مقدار قامت خود را در ارتفاع علامت اولی ضرب نموده حاصل را بر فضل ما بین العلامتین علی ارتفاع علامت اولی قسمت سازند که خارج مقدار ارتفاع مرتفع است و باید دانست که این طریق بموجب

و در مثلث اصغر یک ضلع = علامت ثانیه الاّ قامت ناظر = ح ـ ط و ضلع دویم = ما بین موقف و اصل چوب = ل و درینصورت م ـ ط : ع :: ح ـ ط : ل بلکه م ل ـ ط ل = ع ح ـ ع ط بحسب اربعهٔ متناسبهٔ ثانیه بلکه (ع ح + ط ل = م ل + ع ط) و هرگاه معادلهٔ اولی را که بحسب اربعهٔ متناسبهٔ اولی حاصل شده است ازین معادله ساقط کردم بدینصورت شد

ع ح + ط ل = م ل + ع ط
ع ف = م ل
ع ح + ط ل ـ ع ف = ع ط

بلکه ط ل = ع ط + ع ف ـ ع ح بلکه ط ل = (ط + ف ـ ح) × ع بلکه

$$ع = \frac{ط ل}{ط + ف ـ ح}$$

و هرگاه مقدار (ع) را در معادلهٔ اربعهٔ متناسبهٔ اولی تبدیل نمودم م ل = $\frac{ط ف ل}{ط + ف ـ ح}$

بلکه م = $\frac{ط ف}{ط + ف ـ ح}$ = ارتفاع مرتفع کما فی .... (شکل ۱۴۷)

و بطریق دیگر اگر ناظر مرتبهٔ اولی استاده شده رأس المرتفع را ببیند و بر محل تقاطع چوب نشان نموده علامت اولی فرض نماید و باز بر همان موقف چیزی مثل کرسی بلند نهاده بر آن استاده شود بحیثیتیکه نقطهٔ موقف دوم موازی نقطهٔ موقف اول باشد و باز رأس المرتفع را ببیند و بر محل تقاطع چوب علامت ثانیه نهند درینصورت هم مثلثین متشابهین مثل طریق اول حادث خواهند شد مگر درینجا ط که مساوی قامت ناظر فرض کرده شده بود درینجا مساوی مقدار ارتفاع کرسی خواهد افتاد و م مساوی مقدار ارتفاع مرتفع الاقامت ناظر خواهد گردید و هرگاه (م) خواهد برآمد مقدار قامت ناظر بیفزایند که ارتفاع مرتفع حاصل شود کما فی .... (شکل ۱۴۸)

برهان و امتحان هرگز راست نمی آید الا در بعضی مرتفعات اتفاقا مطابق باشد چنانکه در مثالیکه صاحب دستور الحساب نوشته لاکن بطلان این قاعده بچند طریق ظاهر است اول اینکه از عبارت او مفهوم میشود که از مقدار علامت اولی مراد ارتفاع علامت اولی از اصل چوب است و مراد از علامت مقدار ثانی مقدار ما بین العلامتین است و اینهم خلاف ما تقر رقوم است دویم اینکه نسبت فصل العلامتین الی القامة مثل نسبت مقدار علامت اولی الی ارتفاع مرتفع ضروری نیست چراکه ظاهر است که اگر چوب را بفاصلهٔ قلیل قائم کنند مقدار ما بین العلامتین که مقدار علامت ثانیه است نهایت قلیل خواهد بود درینصورت ممکن است که فصل العلامتین زائد از قامت ناظر بود پس هرگاه قامت ناظر را در علامت اولی ضرب کرده بر فصل العلامتین قسمت کنند خارج کمتر از علامت اولی خواهد بر آمد و هذا خلف و طریقش چنانکه صاحب خلاصة الحساب از اسطرلاب بیان نموده بدانکه مقیاس را گاهی بدوازده قسم متساوی قسمت میکنند و گاهی بهفت قسم متساوی پس ظلی راکه از مقیاس اول یعنی مقسوم بدوازده قسم حاصل شود ظل اصابع گویند و آنکه از مقیاس دویم حاصل شود آنرا ظل اقدام خوانند و نیز مقیاس را گاهی بر سطح افق استاده کنند بوجهی که بجمیع جوانب مقیاس بر سطح مذکور زوایای قائمه پیدا شوند و گاهی بوجهی دارند که موازی سطح افق باشد و سر آن بطرف آفتاب بود پس ظلی راکه از وضع اول مقیاس حاصل آید ظل مستوی خوانند و ظلی راکه از وضع دویم حاصل شود ظل معکوس گویند و در بعضی اسطرلاب هر چهار اقسام ظل مرسوم می باشد و در بعضی بعضی از چهار اقسام مذکوره چون اقسام ظل دریافتی بدانکه طریق دریافت ارتفاع مرتفعیکه بموقع العمود آن نمیتوان رسید آنست که سر مرتفع را از هر دو ثقبتین عضاده به بینند و ملاحظه کنند که شظیهٔ تحتانی اعنی رأس العضاده که تحتانی است بر کدام خط از خطوط ظل افتاده است و نشان کنند موضع قدم خود را و بگردانند شظیهٔ فوقانی را تا یک قدم یا اصبعی زیاده یا کم گردد پس اگر شظیهٔ تحتانی بر خطوط ظل معکوس افتاده بود و قدمی یا اصبعی زیاده کرده باشند خواه شظیهٔ مذکوره بر خطوط ظل مستوی افتاده بود و قدمی یا اصبعی کم گردد درینصورت پیشتر باید رفت بطرف مرتفع تا رأس المرتفع را دیگر بار از هر دو ثقبتین بیینند و اگر شظیهٔ مذکوره بر خطوط ظل معکوس افتاده بود و قدمی یا اصبعی کم کرده اند یا شظیهٔ مذکوره بر خط مستوی افتاده بود و قدمی یا اصبعی زیاده کرده اند درینصورت پس پشت خود باید رفت و از مرتفع دورتر باید شد تا رأس المرتفع را

بار دیگر با یدد ید و هر گاه رأس المرتفع بار دویم بیینند پس ما بین هرد و موقف خود را مساحت کنند و حاصل مساحت را در هفت ضرب سازند اگر ظل اقدام بود یا در دوازده ضرب کنند اگر ظل اصابع بود که مجموع حاصل ضرب و مقدار قامت قائس مقدار ارتفاع مرتفع است و پوشیده نماند که زیادتی قامت وقتی ضرور است که قائس استاده بیند و اگر چشم بر زمین ملاصق کرده بیند حاجت زیادتی قامت نیست بلکه اگر نشسته بیند همان مقدار که چشم از زمین بلند است اضافه کردن می باید *

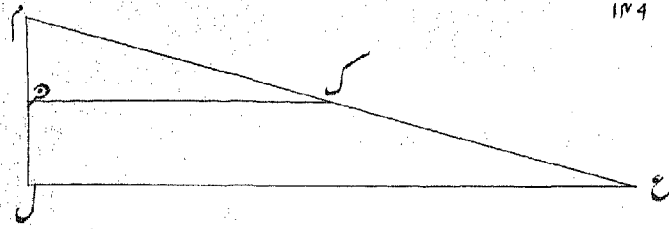
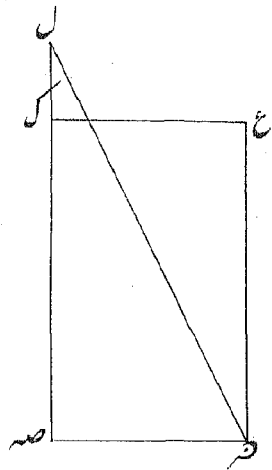
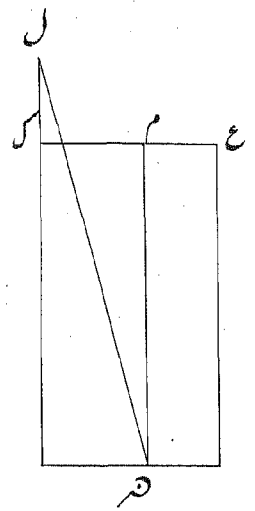
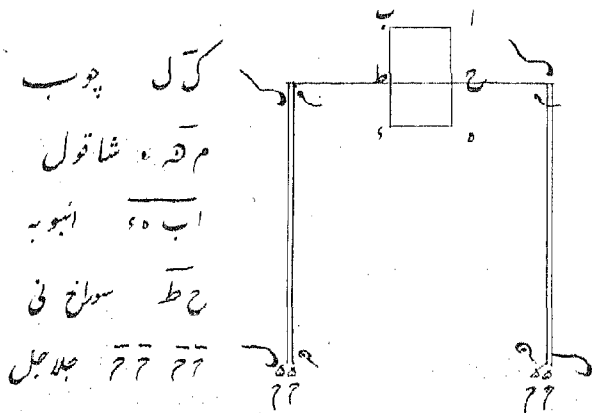
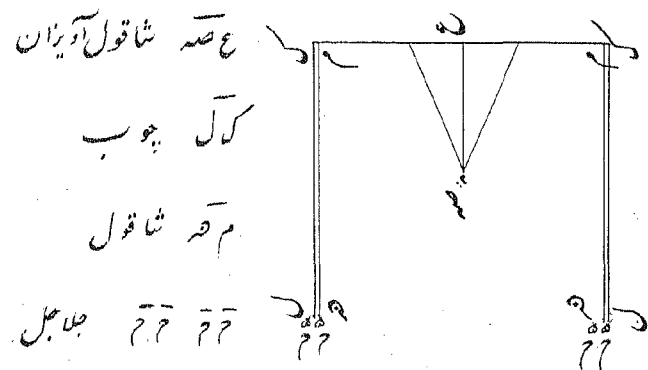
مطلب یازدهم در دانستن عروض انهار

وطریق آن آنست که چوبی مستقیم بر کنارهٔ نهر استاده کنند بحیثیتیکه زاویهٔ قائمه حادث شود و چوب دیگر از آن چوب بزاویهٔ قائمه خارج کنند بطوریکه اگر از رأس چوب اول نظر بر کنارهٔ دیگر نهر اندازند خط شعاعی بر رأس چوب ثانی بگذرد درینصورت دو مثلث متشابه قائم الزاویه حادث خواهد شد که احد الاضلاع مثلث اول مقدار چوب اول وضلع ثانی مقدار عرض نهر و ضلع ثالث خط شعاعی بصر که از رأس چوب اول خارج شده بر کنارهٔ دیگر برسد و در مثلث دیگر یک ضلع مقدار قطعی از چوب اول وضلع دویم مقدار چوب ثانی وضلع سیوم مقداری از خط شعاعی بصر که از رأس چوب اول خارج شده بر رأس چوب ثانی رسیده پس نسبت چوب ثانی بطرف قطعی از چوب اول که ضلع مثلث دویم است مثل نسبت عرض نهر بطرف مقدار چوب اول خواهد بود و هر گاه مقدار چوب ثانی را در مقدار چوب اول ضرب نمایند وحاصل را بر مقدار قطعی از چوب اول که ضلع مثلث دویم است قسمت نمایند خارج مقدار عرض نهر خواهد بود و اگر ما بین اصل چوب اول و کنارهٔ نهر چیزی تفاوت باشد مقدار تفاوت را از خارج القسمة ساقط کنند که باقی مقدار عرض نهر خواهد بود و نیز اگر چوب اول را بر بلندی نصب کرده باشند مقدار ارتفاع بلندی بر مقدار چوب اول افزوده عمل ضرب وقسمت نمایند مثلاً طول چوب اول پنج ذراع و مقدار چوب ثانی هفت ذراع و مقدار قطعهٔ چوب اول که عبارت از ما بین رأس چوب اول و موضع اخراج چوب ثانی است دو است پس پنج را در هفت ضرب نمودم وسی و پنج را بر دو قسمت کردم خارج هفده و نصف مقدار عرض نهر باشد و اگر تفاوت ما بین اصل چوب و کنارهٔ نهر یک ونیم باشد آنرا ساقط کردم شانزده مقدار عرض نهر گردید و همچنین اگر مقدار چوب اول سه و مقدار ارتفاع بلندی که بر آن چوب اول را نصب کرده اند دو بود پس گویا مقدار چوب اول پنج شده و هذه صورته (جدول ۱۴۹)

وبطریق دیگر برکنارهٔ نهر استاده ازهرد وثقبتین عضادهٔ اسطرلاب کنارهٔ دیگر را نظر کنند وبعد ازان بطرف دیگر راست یا چپ یا خلف روی خود را بهرطرفیکه زمین هموار بود بگردانند واز همان هرد وسوراخ عضاده که اسطرلاب بحال خود باشد نظر نمایند جائیکه نظر بر زمین بافتد آنرا نشان کنند وما بین موقف خود وآن نشان را مساحت کنند که مساوی عرض نهر خواهد بود ونیز باین هرد وطریق مساحت زمینی که بسببی از اسباب پیمایش آن نمیتوان نمود دریافت توان کرد *

مطلب دوازدهم در دانستن اعماق چاها وچقرها

وطریقش آنست که اگر چاه وچقر بصورت اسطوانهٔ مستدیره خواه مخروط ناقص اسفلا واعلاء باید که برسر چاه چوبی مستقیم بنهند وچیزی ثقیل درخشنده در رسن بسته آزان چوب آویزان کنند که بطبع خود در قعر چاه رود پس بر کنارهٔ چاه استاده نظر بر آن شي درخشنده نمایند درینصورت خط شعاعي بصر البتّه آن چوب را تقاطع نموده بر آن شي خواهد رسید پس محل تقاطع چوب را نشان کنند درینجا نیزد ومثلث متشابه قائم الزاویه حادث میشود که در مثلث اول یک ضلع مقدار ما بین موقف ومحل آویزان شدن رسن که از آن شي ثقیل درخشنده آویزان کرده اند وآن مساوی وموازي خطی است که در سطح قعر چاه در نقطهٔ موقع شي با نقطهٔ موازي موقف باشد وضلع دیگر خطی مستقیم از بصر ناظر تا نقطهٔ موازي موقف که بر سطح قعر چاه مفروض میشود وآن مساوی مجموع عمق چاه وقامت ناظر است وموازي رسن وضلع سیوم خط شعاعي بصر که بمنزلهٔ وتر آن مثلث است ودر مثلث دویم یک ضلع مقدار ما بین موقف ونقطهٔ تقاطع خط شعاعي بصر از چوب است ودویم ضلع قامت ناظر وضلع سیوم مقدار خط شعاعي بصر تا نقطهٔ تقاطع ونسبت مقدار ما بین موقف ومحل تقاطع بطرف قامت ناظر مثل نسبت مقدار ما بین موقف ومحل آویزان شدن رسن بطرف مجموع عمق چاه وقامت ناظر است پس مقدار ما بین موقف ومحل آویزان شدن رسن را در قامت ناظر ضرب کرده بر مقدار ما بین موقف ونقطهٔ تقاطع قسمت نمایند واز خارج القسمة مقدار قامت ناظر را بکاهند که باقي عمق چاه خواهد بود هکذا (شکل ۱۸۰)

ونیز اگر چاه بصورت اسطوانهٔ مستدیره باشد حاجت بآویزان کردن شي ثقیل درخشنده نیست چرا که هرگاه بر سر چاه چوبی مستقیم نهاده وبرسر چاه بطرفی از چوب استاده شده نظر به قعر چاه نمایند بحیثیتیکه شعاع بصر بر نقطهٔ موازي طرف آخر چوب افتد ومحل تقاطع شعاع بصر وچوب را نشان کنند

شکل ۱۴۹
صفحہ ۳۰۱
ع ل عرض النہر = ۱۴ ½ * ل م چوب اول = ۵ * ھ ک چوب ثانی = ۷
ھ م مابین راس چوب اول وموضع اخراج چوب ثانی = ۲ * ع م خط شعاع بصر *
شکل ۱۵۰ صفحہ ۳۰۲
ع ک چوب
ک ل قامت ناظر
م ھ رسن
ل ھ خط شعاع بصر
شکل ۱۵۱ صفحہ ۳۰۲
ع ک چوب
ک ل قامت ناظر
ل ھ خط شعاع بصر
ھ ص قعر چاہ
شکل ۱۵۲
صفحہ ۳۰۳
ع ص شاقول آویزان
ک ل چوب
م ھ شاقول
ح ح ح ح جلاجل
ک ل چوب
م ھ شاقول
اب ءہ انبوبہ
ح ط سوراخ نی
ح ح ح ح جلاجل

و مقدار چوب را در قامت خود ضرب کرده بر مقدار مابین موقف و نقطهٔ تقاطع قسمت کنند و از خارج قسمت مقدار قامت را ساقط نمایند باقی مقدار عمق چاه خواهد بود هکذا (شکل ۱۵۱) و نیز اگر چوب را بر سر چاه گذاشته و شیء ثقیل درخشنده آویزان کرده آن شیء را از هرد و سوراخ عضادهٔ اسطرلاب به بینند و محل تقاطع شعاع بصر و چوب را نشان کنند و ضرب و قسمت چنانکه مذکور شد نمایند و از خارج قسمت مقدار قامت ناظر ساقط کنند و نیز اگر مابین محل آویزان شدن رسن و نقطهٔ تقاطع شعاع بصر را در قامت خود ضرب کرده بر مابین موقف و نقطهٔ تقاطع قسمت نمایند خارج مقدار عمق چاه خواهد بود و باید دانست که طریق اسهل اینست که آن رسن را که از آن شیء ثقیل آویزان کرده اند پیمایش نمایند که همان مقدار عمق چاه است و نیز در اعمال مذکوره آویزان کردن شیء ثقیل درخشنده برای آن است که بخوبی بنظر آید والا درخشندگی ضرور نیست*

مطلب سیزدهم در وزن ارض

یعنی دریافتن نشیب و فراز زمین برای اجرای آب مثل قنوات و کاریز که آنرا پین گویند و بدر رو آب و غیره و آن بچند طریق است اول آنست که صفحهٔ مثلث الشکل متساوی الساقین از مس و نحو آن بسازند و بهرد و طرف و تر آن که قاعدهٔ مثلث و ضلع سیوم است دو حلقه باشد و از منصف قاعدهٔ که موقع العمود زاویه متساوی الساقین است شاقول آویزان کنند و در آن دو حلقهٔ رسنی به اندازند و هردو طرف رسنها را بادو چوب مستقیم به بندند بحیثیتیکه صفحهٔ مذکوره در وسط باشد و می باید که در هرد و چوب هم دو شاقول آویزان باشند و دو و خواه چهار چهار جلاجل در هر چوب نصب نمایند بطوریکه هرگاه آن چوب را بزاویهٔ قائمه استاده کنند آن جلاجل موازی یک دیگر شوند و جلاجل جمع جلجل و آن صفحهٔ مدوره از مس خواه برنج باشد مثل صفحهای اسطرلاب و آن چوب را بدست دو شخص بدهند که آن هرد و چوب را راست قائم نمایند یکی بجائی که از انجا اجرای آب منظور است و دویم بطرفی که اجرای آب بآنصوب منظور باشد و راستی چوبها از شاقول و جلاجل امتحان شود یعنی شاقول برابر چوب افتد چنانکه معماران راستی دیوارها را بدان امتحان می کنند و نیز صفحهای جلاجل موازی یکدیگر شوند (شکل ۱۵۲) باید دانست که چوب راست بزاویهٔ قائمه باشد والا بهر طرف که مائل باشد از ان سو راست کنند و نظر کنند در شاقول که از منصف قاعدهٔ مثلث آویزان است اگر رسن

شاقول بر زاویهٔ مثلث افتد باید دانست که هردو موضع چوب مساوي وهموار اند واگر بطرفی مائل باشد پس زمین آنطرف پست خواهد بود درینصورت باید که رسن طرف آخر را اندکی از چوب فرود آرند تا که شاقول بر زاویهٔ مثلث برسد وهر قدر رسن را از چوب فرود خواهند آورد همان مقدار تفاوت پستي وبلندي موضعین خواهد بود وآن مقدار را جائی بنویسند وباز شخص اول را که برموضع مجری آب استاده بود بگویند که همچنان چوب را بدست گرفته بطرفیکه اجرای آب منظور است پیشتر رود وچوب را بزاویهٔ قائمه استاده کنند وپستي وبلندي آنموضع را همچنانکه گفته شد دریافت نمایند وبنویسند وهمچنین تا جائیکه اجرای آب منظور است برسند وحساب کنند اعني پستي وبلندي هرسمت راکه جداجدا نوشته باشند جمع کرده اقل را از اکثر ساقط کنند پس اگر موضع مجری آب تا موضعیکه اجرای آب تا آنجا منظور است متساوي باشد آب بدشواري خواهد رسید واگر موضع مجری آب بلند وموضع دیگر پست باشد آب بسهولیت خواهد رسید واگر بالعکس باشد اجرای آب بدان سومحال خواهد بود وباید دانست که عادت مساحان جاري برین است که ریسمانی که درهردو حلقهٔ مثلث مي اندازند مقدار درازي پانزده دست مي باشد وهردو چوب بمقدار پنج یا بست ونیز صفحهٔ مثلث را اگر از چوب بسازند میتواند شد الا اینکه هرقدر ثقیل خواهد بود یکجا قائم واستوار خواهد ماند وهرقدر که خفیف الوزن خواهد شد احتمال تحریک است طریق دویم اگر بخواهند بجای صفحهٔ مثلث نی در رسن آویزان کنند بحیثیتیکه در وسط طولانی آن سوراخ سازند ودر آن آب بریزند پس اگر آب از هردو سوراخ نی جاري شود دلیل همواري ومساوات زمین موضعین چوب است واگر از یک طرف جاري شود پس طرف آخر مرتفع خواهد بود وقدر بلندي آنرا چنانکه در طریق اول مذکور شد دریابند اعني رسن را از سرچوب اندکی فرود آرند تا آب از هردو جانب بریزد که مقدار فرود آوردن رسن از چوب مقدار بلندي زمین است *

فائده از این دو طریق مقدار نشیب وفراز هر زمین معلوم میتواند شد طریق سیوم اگر بخواهند که آب چاه را یا آب نهر که کنارهٔ او مرتفع است قطع کرده در موضعی جاري کنند باید که عضادهٔ اسطرلاب را برخط مشرق ومغرب بنهند وچوبی که مساوي عمق چاه یا مساوي ارتفاع کنارهٔ نهر مع قامت قائس باشد بدست شخصی بدهند که بطرفیکه اجرای آب منظور است

برود وچوب را راست بزاويۀ قائمه استاده کنند پس اگر سرچوب از ثقبتين عضاده ديده شود اجراى
آب بسهوليت خواهد شد والاّ دشوار يا محال خواهد بود واگر موضع مطلوب بمسافت بعيده باشد که سر
چوب از ثقبتين نميتوان ديد پس بسرچوب فتيله روشن کنند ودر شب عمل نمايند اعني فتيلۀ روشن را
از هرد وسوراخ عضاده ببينند اگر بنظر آيد آب بسهوليت ميتواند رفت والاّ بدشواري وبايد دانست که
گاهي بُعد مسافت بسبب صغاري موجب عدم رؤيت ميشود اعني بصر آنرا احساس نميتواند کرد
وگاهي صرف بُعد مسافت موجب عدم رؤيت ميشود چنانکه اشيائيکه بفاصلۀ ده کروه باشند يازياده
ازان اگرچه طويل وعظيم باشند بنظر نمي آيند حتي جبالها بسبب بُعد مسافت ديده نميشوند پس
در ينجا اول مراداست نه ثاني تا غلط نيفتد چراکه در وجه ثاني يقين است که هرگاه رأس الخشبه بنظر
نخواهد آمد فتيله هم بنظر نميتواند آمد ودر وجه اول في الحقيقت صرف بُعد مسافت موجب عدم رؤيت
نيست بلکه يکي باريکي چشم دويم عجز بصر سيوم بُعد مسافت پس بين المسافتين فرق بسيار است
فافهم طريق چهارم براى اجراى بدررو آب در مکانات وغيره چنانکه معمول معماران است وآنها مثلثي
متساوى الساقين ازچوب ميسازند وشاقول از زاويۀ متساوى الساقين آويزان مي کنند وهردو
ساقين را بر سطح زمين مي نهند پس اگر رسن شاقول بر منصف قاعده افتد زمين هموار ومساوى است
والاّ اگر بطرفي مائل باشد رجل آنطرف را مرتفع ميسازند ومقدار ارتفاع را محفوظ دارند وباز رجل
ساق اول را پيشتر برند وهمچنين نشيب وفراز را تاجائيکه مطلوب است دريافته چنانکه در طريق اول
گفته شد عمل مي نمايند طريق پنجم که صاحب خلاصة الحساب در حاشيۀ منهيه بيان نموده وآن
اين است که مقدار عمق چاه خواه ارتفاع کنارۀ نهر را بقامت خود قياس کنند که چند امثال است وبموقف
اول اعني کنارۀ چاه يا نهر علامت گذارند وخود بطرفيکه اجراى آب منظور است بروند واسطرلاب
بدستور طريق سيوم بدست باشد ورأس العلامة راببينند وازجائيکه بنظر آيد در آنجا علامت ثانيه نهند وباز
پيشتر روند وبدستور رأس علامت ثانيه رابه بينند وازجائيکه بنظر آيد علامت ثالثه گذارند وپيشتر روند وهمچنين
تا آنکه آن علامات بقدر امثال مفروضۀ قامت شود پس بدانند که در آنجا آب بسهوليت ميتواند رفت *

باب ششم در استخراج مجهولات بطريق اربعۀ متناسبه

مقدمه بدانکه هرگاه چهار مقادير متناسبه باشند اعني نسبت اول بطرف دويم مثل نسبت سيوم
بطرف چهارم بود آنرا اربعۀ متناسبه گويند واول ورابع راطرفين وثاني وثالث را وسطين خوانند وسطح

الطرفین مساوي مسطح الوسطین میشود وبالعکس پس هرگاه احدی از طرفین مجهول باشد مسطح
الوسطین را برطرف معلوم قسمت نمایند واگر احدی از وسطین مجهول شود مسطح طرفین را
بروسط معلوم قسمت سازند که خارج مجهول خواهد بود ونیز این نحیف میگوید که اگر درصورت
اول احد الوسطین را برطرف معلوم قسمت کرده خارج را در وسط آخر ضرب نمایند ودرصورت ثاني
احد الطرفین را بروسط معلوم قسمت نموده خارج را در طرف آخر ضرب کنند نیز حاصل مطلوب
باشد ونیز باید دانست که چون در اربعهٔ متناسبهٔ اول نظیر ثالث وثاني نظیر رابع است پس
هرگاه احدی از اولین با آخرین مجهول باشد نظیر مجهول را مقسوم علیه ونظیر معلوم را مقسوم
قرار داده قسمت نمایند ومعلوم را برخارج قسمت بازقسمت سازند که خارج ثاني مجهول خواهد بود
مثلاً اگر گویم نسبت سي بطرف ده مثل نسبت هجده بطرف مجهول است پس ده را که نظیر
مجهول است مقسوم علیه وسي را که نظیر هجده معلوم است مقسوم قرار داده قسمت کردم
خارج سه شد پس هجده را بر سه قسمت نمودم خارج شش برآمد وآن مطلوب است وهمچنین
اگر هجده را مجهول فرض کنم پس سي را که نظیرا وست مقسوم علیه قرارداده ده را که نظیر شش
معلوم است برسي قسمت کردم خارج یک ثلث گردید شش را بریک ثلث قسمت نمودم خارج
هجده شد که مطلوب است وباید دانست که خارج قسمت اول عدد نسبت مقسوم علیه بطرف
مقسوم است درینصورت هرگاه نظیرمقسوم را برهمان خارج قسمت قسمت سازند خارج دویم بهمان
نسبت ازمقسوم ثاني خواهد برآمد فافهم وصاحب لیلا وتي طرف اول را پرمان نام نهاده ووسط اول را
پهل پرمان ووسط دویم را اچهیا وطرف آخر را پهل اچهیانام گذاشته وبدانکه این باب کثیرالنفع است
واستخراج جمیع سؤالات که درآن نسبت هندسي متحقق تواند شد ازین میشود الا در سؤالیکه
نسبت عددي یاجذري باشد استخراج آن ازین باب دشوار است چرا که مراد از متناسبه تناسب
هندسي است ونسبت عددي مراد از نسبت تزاید عددي است مثل سه وچهار وپنج وشش این
هرچهار عدد نسبت تزاید عددي دارند ودرینها نسبت هندسي متحقق نیست وهمچنین جذر را
با مجذور نسبت خاص است درغیرا ومتحقق نمیشود مثل نسبت دو بطرف چهار ونسبت
سه بطرف نه که این هرچهار عدد نسبت جذریت ومجذوریت دارند لاکن نسبت هندسي
درینها متحقق نیست درینصورت ضرور است که اول درسؤال نظر کنند اگر درآن نسبت

هندسي متحقق تواند شد استخراج آن از طريق اربعهٔ متناسبه ممكن است و الّا فلا و نيز در سؤال سائل تصرف بطوري بايد كرد كه چهار متناسبه حاصل شوند تا استخراج بسهوليت شود وطريق تصرف با نواع است على الخصوص لحاظ نسبت ضرور كه ابدال واقع شود يا تركيب بالفصل ويا جمع ويا تاليف وچون گاهي در سؤالهاي اربعهٔ متناسبهٔ اول وثالث مضاعف خواه منقسم بعددي يا اعداد ديكر ميشود وهمچنين ثاني ورابع و بدين سبب نسبت مؤلفه خواه منقسمه حاصل ميگردد وآنرا صاحب دستور الحساب ستهٔ متناسبه وثمانيهٔ متناسبه وعشرهٔ متناسبه واثنى عشر متناسبه وغير آن نام نهاده وما طريق تصرف هر يكي را در مطلبي جداگانه بيان كنم*

مطلب اول در طريق تصرف سؤالات اربعهٔ متناسبه

بدانكه سؤالات اربعهٔ متناسبه خواه متعلق بزيادت ونقصان مي باشد خواه متعلق بمعاملات پس اگر سؤال متعلق بزيادت ونقصان باشد عددي فرض كرده در آن بحسب سؤال تصرف نمايند وآنرا ماخذ وطرف اول نامند وآنچه بتصرف بحسب سؤال حاصل شود آنرا وسط اول گويند واخير سؤال سائل را طرف آخر قرار دهند و وسط دويم را كه مجهول است استخراج نمايند وبايد دانست كه مراد از زيادت ونقصان زيادت ونقصان على نسبت هندسي است نه عددي تا غلط نيفتد ونيز بايد دانست كه حتى الامكان عدد مفروض را از سؤال سائل اخذ كنند چنانچه از امثله معلوم شود واگر متعلق بمعاملات است در سؤال نظر بايد كرد كه كدام نسبت از نسبتهاي اربعهٔ متناسبه كه در مطلب سيوم باب سيوم مذكور گرديده ميدارد پس همان طريق اربعهٔ متناسبه درست بايد كرد واستخراج بايد نمود ونيز گاهي در سؤالات اعداد طرفين مساوي ميشوند وگاهي اعداد وسطين متساوي مي افتند درينصورت ظاهر است كه درصورت اول مسطح الطرفين مجذور عدد احد الطرفين ودرصورت ثاني مسطح الطرفين مجذور احد الوسطين خواهد بود پس درصورت اول اگر مجهول درطرف باشد جذر مسطح الوسطين بگيرند واگر مجهول در احد وسطين باشد جذر مسطح الطرفين بگيرند واستخراج مجهول نمايند كما سيجيء مثاله. ونيز اگر سؤال مركب از چند سؤال باشد اربعهٔ متناسبه آنرا مركب سازند واگر سؤال از جمع وتفريق باشد جمع وتفريق نمايند وعلى هذا خلاصه اينكه بهر طريقيكه تصرف در سؤال تواند شد بعمل آورده استخراج مطلوب سازند ونيز لازم است كه اگر در سؤال كسر باشد پس اعداد طرفين و وسطين را مجنس نمايند كه در ضرب وقسمت سهوليت واقع شود مثلاً كدام عدد است كه او را در پنج ضرب كرده از حاصل

ثلث آنرا نقصان کرده وباقي را برده قسمت کنند وبرخارج قسمت نصف وثلث وربع عدد مجهول بیفزایند شصت وهشت گردد چون سؤال متعلق بزیادت ونقصان است وهر عدد راکه ماخذ فرض کنم میتواند شد لاکن چون سائل زیادت نصف وثلث وربع عدد مجهول میگوید لهذا مخرج مشترک آنرا ماخذ فرض کردن اولی می نماید پس دوازده راکه مخرج مشترک بود ماخذ فرض کرده بحسب سؤال تصرف نمودم وضرب ونقصان وقسمت نموده عمل تمام کردم هفتده وسط اول شد بدینطریق

مضروب	مضروب فیه	حاصل الضرب	ثلث حاصل الضرب	باقي بعد نقصان ثلث
۱۲	۵	۶۰	۲۰	۴۰
خارج قسمت برده	مجموع نصف وثلث وربع دوازده	حاصل مجموع	پس اربعهٔ متناسبه	
۴	۱۳	۱۷		

کردم بدینصورت $\frac{12}{17}\Big|\frac{\ }{68}$ اعني نسبت دوازده بطرف هفتده مثل نسبت عدد مجهول بطرف شصت وهشت است پس وسط دویم مجهول شد مسطح الطرفین راکه هشتصد وشانزده است برهفتده که وسط معلوم است قسمت نمودم خارج چهل وهشت گردید وآنمطلوب است مثال دیگر شخصی ازشخصی پرسید که ازشب چه قدر گذشته باشد جواب داد که ثلث گذشته مساوي ربع باقي است پس مقدار شب گذشته وشب باقي چه قدر خواهد بود چون سؤال متعلق بزیادت ونقصان است وثلث وربع مساوي است لهذا گذشته را سه وباقي را چهار فرض کردم تاکه ثلث گذشته برابر ربع باقي شود ومجموع راکه هفت است ماخذ قرار دادم پس اگر مجهول شب گذشته فرض کنم وسط اول سه باشد واگرشب باقي را مجهول فرض نمایم وسط اول چهار خواهد بود ووسط دویم مقدار معین از شب است که درآن این کلام واقع شده از روي طوالت وقصریت که همیشه مختلف می باشد مثلا درآن شب که این کلام واقع شد مقدار طوالت لیل چهارده ساعت بود ومجهول شب گذشته پس اربعهٔ متناسبه بدینصورت گردید $\frac{7}{3}\Big|\frac{14}{\ }$ اعني نسبت هفت بطرف سه مثل نسبت چهارده بطرف مقدار شب گذشته است چون احد الطرفین مجهول شد مسطح الوسطین راکه چهل ودو است برهفت قسمت نمودم خارج شش برآمد وآن مقدار ساعت شب گذشته است مثال دیگر جنسی في روپیه بست وسه آثار مي ارزد دوصد روپیه را چه قدر باشد چون متعلق بمعاملات است واربعهٔ متناسبه آن ظاهر است بدینصورت $\frac{1}{23}\Big|\frac{200}{\ }$ اعني نسبت واحد بطرف بست وسه مثل نسبت دوصد بطرف مجهول است پس مسطح الوسطین را بطرف معلوم قسمت کردم خارج قسمت (۴۶۰۰) آثار شد آنرا برچهل که مقدار من است قسمت کردم یکصد وپانزده من شد مثال دیگر في روپیه سه آنه یازده ونیم آثار برنج مي ارزد

پس پنجاه وچهار من وبست وپنج ونیم آثار راچه قیمت باشد چون درسؤال کسرواقع است اعنی سه آنه درقیمت ونصف آثار درجنس لهذا مجنس کردم اربعۀ متناسبه شد بدینصورت (آنه ١٩ / ٢٣ نصف آثار | ٤٣٧١ نصف آثار) واحد الوسطین مجهول است پس مسطح الطرفین را بروسط معلوم قسمت نمودم وخارج قسمت راکه مقدار قسمت ازجنس آنه بود برشانزده قسمت کردم دوصد وبست وپنج روپیه ده آنه ونوزده جزء ازبست وسه جزء آنه گردید مثال دیگردرتبدیل کردن صرف یک قسم روپیه که ناقص است ازروپیۀ دیگرقسم که اعلی است مثلا فی صد پنج روپیه است پس اگرپانصد روپیه ازقسم ناقص باشد چه قدر ازقسم اعلی خواهد شد چون درین سؤال درپانصد روپیه گویا اصل صرف مجتمع است وسائل تفریق آن می خواهد درینصورت ضرورشد که ترکیب النسبة نمایند واربعۀ متناسبه بدینصورت سازند ١٠٥/١٠٠ | ٥٠٠ چون احد الطرفین مجهول است پس مسطح الوسطین را بر طرف معلوم قسمت کنند خارج چهارصد وهفتاد وشش صحیح وبست جزء ازیکصد وپنج جزء میشود وآن سه آنه وکسری است بقاعدۀ تحویل کسور مثال دیگرسه شخص شریک شده بقیمت یکصد وبست روپیه جنسی خریدکردند بدین تفریق که یکی بست روپیه داد ودویم چهل روپیه وسیوم شصت روپیه وآن جنس را بچهارصد روپیه فروختند پس درچهارصد روپیه حصۀ هریک چه باشد چون مقصود سؤال ازجمع وتفریق حصۀ هریک است درینصورت برای هریک حصۀ یکیک اربعۀ متناسبه نمودم برای اول بدینصورت شد ١٢٠/٢٠ | ٤٠٠ چون احد الطرفین مجهول است مسطح الوسطین راکه هشت هزاراست برطرف معلوم قسمت نمودم خارج شصت وشش صحیح ودوثلث روپیه شد وآن ازروی تحویل کسرده آنه ودوثلث آنه است وبرای دویم بدینصورت ١٢٠/٤٠ | ٤٠٠ یکصد وسی وسه روپیه پنج آنه یک ثلث آنه است خارج گردید وبرای سیوم بدینصورت ١٢٠/٦٠ | ٤٠٠ دوصد روپیه خارج شد مثال دیگرشخصی صد درم داشت وجنسی خرید کرد وفروخت بنفعی معین وبازازمجموع زراصل ونفع بازهمان جنس خرید کرد وبهمان نسبت نفع فروخت یک صد وبست ویک روپیه جمع شد پس مقدار نفع اول ونفع دویم چه باشد جواب چون سوال ازجمع وتفریق است ودراربعۀ متناسبه وسطین متساوی میشوند بدینصورت (سوداول) ١٠٠/١٢١ | ١٠٠/١٠٠ (سوداول) چون مجهول که سوداول است شامل وسطین واقع است لهذا جذرمسطح الطرفین گرفتم یک صدوده برآمد وآن مجموع نفع اول ویکصد است پس یکصد را نقصان نمودم ده روپیه نفع اول شد ویازده روپیه نفع ثانی گردید مثال دیگرسه قسم طلا است که

ده ماشه از یک قسم عیار او شش است وچهار ماشه از قسم دیگر عیار او هفت وهفت ماشه از قسم سیوم عیار او نه است ومجموع را مخلوط ساختم پس عیار مجموع چه باشد چون سؤال هذا مشتملبر تفصیل وترکیب است لهذا اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ۲۱ | (۱۰ و ۴ و ۷)/(۶ و ۷ و ۹) اعني نسبت بست ویک که مجموع اوزان است بالتفصیل بطرف شش وهفت ونه که عیار هرسه قسم است مثل نسبت ده وچهار وهفت که اوزان اقسام طلا است بالترکیب بطرف مجهول خواهد بود واحد الطرفین مجهول است پس مسطح الوسطین را بالتفصیل وترکیب گرفتم اعني ده را در شش ضرب کردم شصت شد وهفت را در چهار ضرب نمودم بست وهشت گردید وهفت را در نه ضرب ساختم شصت وسه شد وهمه را جمع نمودم یکصد وپنجاه ویک مسطح الوسطین بالتفصیل والترکیب شد آنرا بر بست ویک قسمت نمودم خارج هفت صحیح وچهار جزء از بست ویک جزء گردید وآن عیار مجموع است وهمچنین اگر بعد گداختن چیزي در وزن کم شد مثلاً در مثال مذکور اگر بگویند بعد گداختن شانزده ماشه باقیماند پس اربعهٔ متناسبه بدینصورت گردید ۱۶ | (۱۰ و ۴ و ۷)/(۶ و ۷ و ۹) پس مسطح الوسطین را که یکصد وپنجاه ویک بود بر شانزده قسمت کنند که خارج نه صحیح وهفت شانزدهم عیار باقي خواهد بود وعلی هذا اگر عیار مجموع خواه باقي بعد گداختن معلوم باشد ووزن مجموع خواه وزن باقي را مجهول کنند نیز بهمین صورت استخراج میتوانند کرد اعني مسطح الوسطین را برمقدار عیار قسمت سازند ونیز اگر در اقسام ریزهای طلا عیار یک ریزه مجهول باشد وعیار مجموع معلوم پس از مسطح الطرفین اعني مسطح مقدار عیار در مجموع اوزان مسطح الوسطین معلوم را ساقط کرده باقي را بر احد الوسطین که مجهول العیار است قسمت سازند مثلاً در مثال مذکور اگر گویند که در ریزهاي اقسام طلا هفت ماشه را عیار معلوم نیست ومجموع اوزان بست ویک است وعیار مجموع هفت صحیح وچهار بست ویکم است پس از مسطح الطرفین که یکصد وپنجاه ویک میشود مسطح الوسطین معلوم را که حاصل الضرب ده در شش وچهار در هفت است ساقط نمودم باقي شصت وسه ماند آنرا بر هفت که مجهول العیار است قسمت نمودم خارج نه گردید وآن مطلوب است ونیز اگر وزن یک قسم طلا مجهول باشد درینصورت وزن مجموع هم مجهول خواهد بود مثلاً در مثال مذکور اگر گویند یک قسم ده ماشه که عیار او شش است وقسم دویم چهار ماشه که عیار او هفت است ومقدار قسم سیوم مجهول است مگر عیار او نه است وعیار

مجموع هفت صحیح وچهار بست ویکم است وبخواهم مقدار وزن مجهول بدانم پس اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ۱۴ / ۶ و ۷ و ۹ | ۱۰ و ۱۴ / ۷ ۴ ۲۱ وازمسطح الطرفین که یکصد صحیح وچهارده بست ویکم است مسطح الوسطین معلوم را ساقط نمودم اعني مسطح ده در شش و مسطح چهار در هفت راکه مجموع هشتاد وهشت است ساقط کردم باقي (۱۲) صحیح و چهارده بست ویکم ماند وچون در اربعهٔ متناسبه مسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین میشود ودرینجا بسبب مجهول بودن وزن یک قسم طلا فضل مسطح الطرفین برمسطح الوسطین گردید واین فضل بسبب عیار طلا مجهول الوزن است واگرطرف اخیر را در مجهول ضرب کرده ومقدار باقي رابرآن افزوده شود مساوي مسطح مجهول درعیارش خواهد بود پس ظاهراست که این مقدار باقي مساوي مسطح فضل عیار مجهول علی العیار الخارج که طرف اخیراست درمجهول است لهذا مقدار باقي مذکور رابرفضل عیار مجهول علی العیار الخارج که یک صحیح و هفده بست ویکم است قسمت نمودم خارج هفت شد که مجهول بود واگر گویم مقدار وزن قسم دویم مجهول است اعني ده و هفت معلوم است پس اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت ۱۷ / ۶ و ۹ و ۷ | ۱۰ و ۷ / ۷ ۴ ۲۱ ومسطح الطرفین یکصد وبست ودو صحیح وپنج بست ویکم ومسطح الوسطین معلوم یکصد وبست وسه است ودرینصورت مسطح الوسطین معلوم رافضل برمسطح الطرفین حاصل آمد پس فضل مسطح الوسطین راکه شانزده بست ویکم است برفضل عیار خارج علی العیار المجهول که چهار بست ویکم است قسمت نمودم خارج چهار شد وآن مطلوب است مثال دیگر چهار قسم از طلا است که عیار یکی ازان چهاراست وعیار قسم دویم شش وعیار قسم سیوم هشت وعیار قسم چهارم ده ومیخواهم که طلای عیار نه حاصل کنم پس قدر ازین هریک چه باشد چون درین سؤال ظاهراست که اگر بموجب طریق استخراج مقدار یک قسم مجهول که مقدار اقسام آن معلوم باشد چنانچه بالا مذکور شده از جملهٔ چهار اقسام مقدار سه اقسام راهرچه بخواهند فرض نمایند ومقدار چهارم مجهول سازند وبهمان طریق استخراج کنند میتواند شد چراکه آخر تعدیل هرقسم از یک قسم حاصل میشود مثلا درین سؤال مقدار قسم اول راده وقسم ثاني راپنج وقسم ثالث رانه فرض کردم ومقدار چهارم رامجهول واربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ۲۴ / ۱۰ و ۸ و ۶ | ۱۰ و ۵ و ۹ / ۹ پس ازمسطح الطرفین که دوصد وشانزده است مسطح الوسطین معلوم بالتفصیل ساقط کردم هفتاد وچهار ماند آنرا برفضل عیار مجهول علی العیار المطلوب

که واحد است قسمت کردم خارج هفتاد وچهار مقدار وزن مجهول شد پس اگر از قسم اول ده ودویم پنج وسیوم نه وچهارم هفتاد وچهار بگیرند عیار مجموع نه خواهد بود وعلی هذا در جمیع اجناس که مختلف الاقسام باشند ومخلوط شوند قیمت ووزن مجموع از قیمت ووزن هریک اجناس حاصل میشود وهمچنین استخراج درجات ادویه از حار وبارد ویابس ورطب که اگرچند ادویه مختلف درجات را مجتمع سازند درکدام درجهٔ حار یا بارد ویابس ورطب خواهد بود ازین طریقها سهل میتواند شد مثال دیگر شخصی مقداری شراب ازقسم اعلی که بقیمت هشت روپیه في رطل تیارشده بود بامقداری ازقسم ادنی که بقیمت سه روپیه في رطل تیارکرده بود آمیخته وبقیمت نه روپیه في رطل فروخت وانتفاع بحساب في صد سه روپیه حاصل آمد پس چه قدر ازقسم اعلی وچه قدر ازقسم ادنی آمیخته بود چون درین سؤال ظاهر است که چون قیمت قسم اعلی هشت روپیه وقیمت قسم ادنی سه روپیه است وقیمت فروخت نه روپیه پس درقسم اعلی انتفاع یک روپیه ودرقسم ادنی انتفاع شش روپیه میشود دربنصورت نسبت مجموع هشت مقدار قسم اعلی وسه مقدار قسم ادنی بطرف یک مقدار قسم اعلی وشش مقدار قسم ادنی که از روي انتفاع میشود مثل نسبت صد بطرف سي است بحسب السؤال پس اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت

۸ مقدار اول و ۳ مقدار ثاني	۱۰۰
۱ مقدار اول و ٦ مقدار ثاني	۳۰

وچون مسطح الطرفين مساوي مسطح الوسطين ميشود ومسطح الطرفين (۲۴۰) مقدار اول و(۹۰) مقدار ثاني ومسطح الوسطين (۱۰۰) مقدار اول و(٦۰۰) مقدار ثاني است وهرگاه متداخلين را ساقط کردم (۱۴۰) مقدار اول مساوي (۵۱۰) مقدار ثاني شد ولازم آمد که پانصد وده عدد وزن مقدار اول ویک صد وچهل عدد وزن مقدار ثاني باشد واگر رجوع باقل صحیح کرده شود (۵۱) رطل مقدار قسم اول و(۱۴) رطل مقدار قسم ثاني میشود فافهم مثال دیگر ودو مثلث متساوی الساقین ومتشابهین اند اعني ساق یکی بطرف قاعدهٔ او مثل نسبت ساق دیگری بطرف قاعدهٔ اوست وقاعدهٔ یکی دوازده وقاعدهٔ دیگری هشت وفضل بین ساق هردو شانزده است اعني ساق مثلث اعظم بقدر شانزده ذراع از ساق مثلث اصغر زیاده است پس میخواهم مقدار ساق هردو مثلث بدانم اربعهٔ متناسبهٔ اول نوشتم بدینصورت

ساق مثلث اعظم	ساق مثلث اصغر
قاعده مثلث اعظم	قاعده مثلث اصغر

وآنرا ابدال نسبت بموجب مسئلهٔ رابعهٔ مطلب سیوم باب سیوم نمودم اربعهٔ متناسبه دیگر شد

بدینصورت

ساق مثلث اعظم	قاعدهٔ مثلث اعظم
ساق مثلث اصغر	قاعدهٔ مثلث اصغر

وبازآنرا بموجب مسئلهٔ سادس مطلب مذکور فصل النسبة گرفتم اربعهٔ متناسبهٔ دیگر شد بدینصورت ١٦ | ٤ / ٨ وچون احد الوسطین مجهول است مسطح الطرفین را بر وسط معلوم قسمت نمودم خارج سی و دو شد که مقدار ساق مثلث اصغر است وهرگاه شانزده برآن افزودم مقدار ساق مثلث اعظم چهل وهشت گردید *

مطلب ثانی در طریق تصرف ستهٔ متناسبه

بدانکه در اربعهٔ متناسبه اگر اول وثالث خواه ثانی ورابع مضاعف یا منقسم بعددی دیگر شود ودر سؤال صرف عدد اضعاف مذکور کنند بدینصورت

١٠٠ اول	٥٠٠ ثالث
١ عدد اضعاف اول	٧ عدد اضعاف ثالث
٤ ثانی	١٤٠ رابع

پس درینجا نسبت مؤلفه خواه منقسمه حاصل میگردد وبیان نسبت مؤلفه ومنقسمه در مسئلهٔ اثنی عشر مطلب سیوم باب سیوم گذشت واین قسم اربعهٔ متناسبه را صاحب دستور الحساب ستهٔ متناسبه نام نهاده وحال آنکه آن هرشش باهم متناسب نیستند بلکه فی الحقیقة اربعهٔ متناسبه علی نسبة مؤلفه خواه منقسمه است پس طریق عمل این است که هریکی از طرفین ووسطین را در عدد اضعاف آنها ضرب کرده طرفین ووسطین سازند واربعهٔ متناسبه درست کنند وچون در سؤال عدد اضعاف اول وثالث خواه عدد اضعاف ثانی ورابع مذکور خواهد شد ونیز ممکن است که خواه احدی از طرفین خواه وسطین مجهول واقع شود وخواه احدی از اعداد اضعاف آنها درینصورت سؤالهای ستهٔ متناسبه منحصر بدوازده قسم میشود ونیز چون در اربعهٔ متناسبه مسطح الطرفین مساوی مسطح الوسطین است درینصورت اگر احدی از طرفین خواه وسطین مجهول باشند وعدد اضعاف مجهول معلوم باشد پس عدد اضعاف طرف مجهول را در طرف معلوم خواه عدد اضعاف وسط مجهول را در وسط معلوم ضرب نموده طرف ووسط قرار دهند واگر عدد اضعاف احدی از طرفین خواه وسطین مجهول باشد وطرفین ووسطین معلوم پس طرفین خواه وسطین معلومین را باهم ضرب کرده طرف ووسط مقرر نمایند واربعهٔ متناسبه نموده استخراج کنند چنانکه از امثله واضح میشود مثال اگر فی صد سه روپیه درماه سود قرارداداست پس بست وپنج روپیه را برای شش ماه چقدر خواهد بود اول ستهٔ متناسبه نوشتم بدینصورت

١٠٠	٢٥
١	٦
٣	

بعد ازان اول را در عدد اضعاف او ضرب کردم یکصد شد وثالث را در عدد اضعاف او ضرب نمودم یکصد

و پنجاه شد اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت ۱۰۰/۳ | ۱۵۰ چون احد الطرفین مجهول است مسطح الوسطین
را بطرف معلوم قسمت ساختم خارج چهار صحیح و یک نصف شد و همچنین اگر طرف اول
مجهول باشد ستهٔ متناسبه بدینصـــورت نوشتم ۱/۳ | ۲۵/۹/۴ ۱/۲ پس عدد اضعاف اول را در رابع
ضرب کرده یک طرف قرار دادم اربعهٔ متناسبه شد بدینصـــــــــورت ۳ | ۱۵۰/۴ ۱/۲
و مسطح الوسطین را بر طرف معلوم قسمت نمودم و اگر ثالث مجهول باشد ستهٔ متناسبهٔ او
بدینصورت خواهد شد ۱۰۰/۱/۳ | ۶/۴ ۱/۲ چون وسط مجهول است عدد اضعاف وسط مجهول را در وسط
معلوم ضرب نموده یک وسط قرار دادم و اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت ۱۰۰/۱۸ | ۴ ۱/۲ و مسطح الطرفین را
بر وسط معلوم قسمت نمودم و اگر عدد اضعاف ثالث مجهول فرض کنم ستهٔ متناسبه بدینصورت
باشد ۱۰۰/۱/۳ | ۲۵/۴ ۱/۲ چون عدد اضعاف ثالث تعلق بوسط دارد و آن مجهول است لهذا وسطین معلومین را
باهم ضرب کرده یک وسط قرار دادم اربعهٔ متناسبه شد بدینصورت ۱۰۰/۷۵ | ۴ ۱/۲ مسطح الطرفین را
بر وسط معلوم قسمت کردم مثال دیگر شخصی بشانزده درم سه صد انبه خرید کرد و دیگری بیک درم
سی انار گرفت خواستند که باهم مبادله کنند پس بعوض ده انبه چند انار مبادله شود چون درین مثال
مقدار قیمت مختلف است لهذا اربعهٔ متناسبهٔ صحیح نمی تواند شد پس ضرورة مقدار قیمت هر دو جنس را
مساوی کردم اعنی انار هم شانزده درم را فرض نمودم خواه انبه را بیک درم فرض کنم و بهمان نسبت
عدد آنها را هم زائد و ناقص کردم چون ستهٔ متناسبهٔ اول بدینصورت بود درم ۱۶/۳۰۰/۱۰ | ۱/۳۰ هرگاه قیمت هر دو را
مساوی کردم بدینصورت شد درم ۱۶/۳۰۰/۱۰ | ۱۶/۴۸۰ پس اگر بخواهم بموجب قاعدهٔ که بالا مذکور شد اربعهٔ متناسبه
سازم خواه هر دو خانهٔ متساویین را ساقط کنم و اربعهٔ متناسبه نمایم پس در طریق اول بدینصورت
خواهد شد ۴۸۰۰/۱۰ | ۷۶۸۰ و طریق ثانی بدینصورت ۳۰۰/۱۰ | ۴۸۰ مسطح الوسطین را بر طرف معلوم
قسمت کردم خارج شانزده شد مثال دیگر شخصی فی صد چهار روپیه در ماه سود مقرر نموده است
هزار روپیه بعد از ده ماه ادا کرد پس منجملهٔ آن اصل چقدر و سود چقدر باشد چون سؤال از جمع
و تفریق تعلق دارد که ترکیب النسبة است لاکن مقدار عدد اضعاف طرف اول مساوی عدد
اضعاف طرف ثالث نیست لهذا هر دو را مساوی فرض نموده ستهٔ متناسبه کردم بدینصورت
۱۴۰/۱۰/۱۰۰ | ۲۰۰۰/۱۰ چرا که هرگاه سود صد روپیه برای ده ماه حساب کردم چهل شد و مجموع یک صد و
چهل گردید پس نسبت بالترکیب صحیح شد اعنی نسبت یکصد و چهل برای ده ماه بطرف چهل

مثل نسبت یکهزار برای ده ماه بطرف مجهول است وچون درینجا هم حد اوسط را اگر ساقط کنم باقي اربعهٔ متناسبه می ماند واگر بطریق اول استخراج نمایم نیز میتواند شد پس اربعهٔ متناسبه بدوصورت شد اول $\frac{۱۴۰}{۴۰}$ | ۱۰۰۰ دوم $\frac{۱۱۴۰۰}{۱۴۰}$ | ۱۰۰۰۰ مسطح الوسطین رابرطرف معلوم قسمت کردم خارج دوصد و هشتاد وپنج صحیح وپنج سبع مقدار سود گردید وباقي اصل ماند مثال دیگر سه شخص باهم شده مبلغ نود وچهار روپیه ازشخصی مهاجن قرض گرفتند واول سودفي صد پنجروپیه قرارداد ودویم سه روپیه وسیوم چهار روپیه بعد ازان شخص اول بعد ازهفت ماه زر اصل حصهٔ خود مع سود ادانمود وثاني بعد از ده ماه وثالث بعد ازپنج ماه وهریک را سود برابر بردین شد پس حصهٔ هریک درنود وچهار روپیه چقدر بود چون درین سؤال قرارداد سود مختلف است ودر آخر تساوی واقع شده ونیز ایام میعاد هریک مختلف است لهذا اول ماخذ فرض کردن ضرور شد تا اربعهٔ متناسبه صحیح شود اول برای اول یکصد را ماخذ قرارداد م وسود او را برای هفت ماه استخراج نمودم سي وپنج برآمد پس برای ثاني استخراج کردم که سي وپنج روپیه سود ده ماه برای چقدر روپیه خواهد شد بدینصورت ستهٔ متناسبه شد ۱۰۰ $\frac{۱}{۳}$ | $\frac{۱۰}{۳۵}$ واربعهٔ متناسبهٔ آن بدینصورت $\frac{۱۰۰}{۳۰}$ | ۳۵ ومسطح الطرفین رابروسط معلوم قسمت نمودم خارج یکصد وشانزده صحیح ودوثلث شد وبرای ثالث همبرین طریق نمودم ستهٔ متناسبه ۱۰۰ $\frac{۱}{۴}$ | $\frac{۵}{۳۵}$ اربعهٔ متناسبه $\frac{۱۰۰}{۲۰}$ | ۳۵ خارج یکصد وهفتاد وپنج شد ومجموع هرسه سه صد ونود ویک صحیح ودوثلث شد پس حالا اگر بخواهم که مقدار سود استخراج کنم اربعهٔ متناسبه کردم بدینصورت $\frac{۳۹۱\frac{۲}{۳}}{۳۵}$ | ۹۴ مسطح الوسطین رابرطرف معلوم قسمت کردم خارج هشت روپیه شش آنه هشت گنده شد واگر بخواهم مقدار اصل هریک بدانم پس برای هریک اربعهٔ متناسبه کردم برای اول بدینصورت شد $\frac{۳۹۱\frac{۲}{۳}}{۱۰۰}$ | ۹۴ وبرای ثاني بدینصورت $\frac{۳۹۱\frac{۲}{۳}}{۱۱۶\frac{۲}{۳}}$ | ۹۴ وبرای ثالث بدینصورت $\frac{۳۹۱\frac{۲}{۳}}{۱۷۵}$ | ۹۴ مسطح الوسطین هریک را برطرف معلوم قسمت نمودم خارج برای اول بست وچهار شد وبرای ثاني بست وهشت وبرای ثالث چهل ودو ومجموع هرسه نود وچهار است فافهم *

مطلب سیوم در ثمانیهٔ متناسبه وعشرهٔ متناسبه واثنی عشرهٔ متناسبه

بدانکه در ثمانیهٔ متناسبه وغیره اعداد اضعاف الاضعاف اول وثالث خواه ثاني ورابع مذکور میشود چنانکه در ستهٔ متناسبه بود وآنرا صاحب دستورالحساب باین نامها موسوم کرده وگرنه في الحقیقه

همان اربعهٔ متناسبه است و طریق آنها مثل طریق ستهٔ متناسبه بعمل می آید چنانکه از مثال فهم شود انشاء الله تعالی مثال ثمانیهٔ متناسبه چادری است که طول او هشت ذراع و عرض او سه ذراع و هشت عدد از ان بصد روپیه می ارزد و اگر چادری دیگر از همان قسم پارچه که طول او سه و نیم ذراع و عرض نیم ذراع باشد آنرا بچند میتوان گرفت اول ثمانیهٔ متناسبه نوشتم بدینصـــــــــــــــورت

طرف اول ٨	٧/٢ وسط دویم
عدد اضعاف ٣	١/٢ عدد اضعاف
عدد اضعاف ٨	١ عدد اضعاف
وسط اول ١٠٠	طرف آخر

چون احد الطرفین مجهول است لهذا بضرب طرف اول ووسط دویم در اعداد اضعاف اربعهٔ متناسبه بدینصورت شد ١٩٢ | ٧/٤ ؍ ١٠٠ | ــــ مسطح الوسطین را که یکصد وهفتاد و پنج است بر یکصد و نود و دو قسمت کردم اعني منسوب ساختم و همچنین اگر اعداد اضعاف مجهول باشد بطریقیکه در ستهٔ متناسبه گفته شد اربعهٔ متناسبه نموده استخراج میتوان کرد

مثال عشرهٔ متناسبه چوبی است که طول او شانزده ذراع و عرض او سه ربع ذراع وارتفاع او نیم ذراع وسي عدد به پنجاه درم می ارزد پس چوبی دیگر از همان قسم که طول او ده ذراع و عرض او نیم ذراع و ارتفاع ربع ذراع باشد بست عدد از ان بچند توان خرید عشرهٔ متناسبه نوشتم بدینصـــــــــــــــورت

١٦	١٠
٣/٤	١/٢
١/٢	١/٤ ١
٣٠	٢٠
٥٠	

چون احد الوسطین مجهول است طرف اول را در اعداد اضعاف او ضرب نمودم و وسط دویم را در اعداد اضعاف او و اربعهٔ متناسبه بدینصـــــــــــــــورت شد ١٨٠ | ٢٥ ؍ ٥٠ | ــــ ومسطح الوسطین راکه (١٢٥٠) است بر طرف معلوم که (١٨٠) است قسمت نمودم خارج شش صحیح وهفده جزء از هجده جزء گردید مثال اثنی عشرهٔ متناسبه اگر از ان هر دو قسم چوب که در مثال عشرهٔ متناسبه گذشت چوب اول را از دو کروه مسافت آوردیم واجرت آن دو درم دادیم وچوب دیگر از دوازده کروه می آرم پس اجرت او چقدر خواهد بود اثنی عشرهٔ متناسبه نوشتم بدینصورت

طول ١٦	١٠
عرض ٣/٤	١/٢
ارتفاع ١/٢	١/٤
عدد ١	١
کروه ٢	١٢
اجرت ٢	

چون احد الطرفین مجهول است طرف اول را در اعداد اضعاف او و وسط دویم را در اعداد اضعاف او ضرب نمودم و اربعهٔ متناسبه ساختم بدینصورت ١٢/٢ | ١٥ ؍ ــــ مسطح الوسطین راکه سي است بر طرف معلوم که دوازده است قسمت نمودم خارج دو صحیح و یک نصف شد *

فائده بدانکه صاحب لیلاوتی اربعۀ متناسبه را نیری راشک وستۀ متناسبه را پنچ راشک وثمانیۀ متناسبه را سپت راشک وعشرۀ متناسبه را نو راشک واثنی عشر متناسبه را اکادس راشک نام نهاده است ودر هریکی از آنها هر خانه که مجهول واقع شود عدد خانۀ مقابل او را در خانۀ مجهول نقل می کنند واعداد محاذی هریک سمت را باهم ضرب مینمایند وحاصل الضرب اعداد سمت مجهول را برحاصل الضرب اعداد قسمت میسازند وفی الحقیقة این طریق سهل است مثلاً در اربعۀ متناسبۀ هذا (۱۷ | ۶۸ ؛ ۱۲ |) بدینصورت نوشتم (۱۷ | ۶۸ ؛ ۱۲ |) وشصت وهشت را در دوازده ضرب نموده بر هفده قسمت کردم ودر ستۀ متناسبۀ هذا (۱۰۰ | ۵۰۰ ؛ ۱ | ۷ ؛ ۴ |) بدینصورت نگاشتم (۱۰۰ | ۵۰۰ ؛ ۱ | ۷ ؛ | ۴) وپانصد را در هفت ضرب کرده حاصل را در چهار ضرب نمودم وبریکصد قسمت ساختم وهمچنین در ثمانیۀ متناسبه وغیرآن ودر مبادلۀ جنسین صرف اعداد خانۀ قسمت را اگر مختلفین باشند باهم تبدیل میسازند فقط *

فائده بدانکه نسبت متناسبه در سه اعداد وخواه چهار اعداد بلکه زیاده ازان علی الولاء میباشد چنانکه در مسئلۀ ثامن وعاشر مطلب سیوم باب سیوم مذکور شده اعني در اعداد ثلثۀ متناسبه نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت ثاني بطرف ثالث می باشد ودر حقیقت آنهم اربعۀ متناسبه است که وسط تکرار یافته وچون خاصه اش یکی آنست که مسطح الطرفین مساوي مربع وسط میشود پس اگر وسط مجهول باشد جذر مسطح الطرفین بگیرند واگر احد الطرفین مجهول باشد مربع وسط را برطرف معلوم قسمت کنند وهمچنین در جمیع اعداد متناسبه علی الولاء که عدد آنها فرد بود مثلاً خمسۀ متناسبه وسبعۀ متناسبه مسطح الطرفین اولین مساوي مربع وسط می باشد وهمچنین مسطح طرفین ثانیین اعني در خمسۀ متناسبه مسطح اول في خامس ومسطح ثاني في رابع هرد ومتساوي ومساوي مربع ثالث میباشد ودر سبعۀ متناسبۀ مسطح اول في سابع ومسطح ثاني في سادس ومسطح ثالث في خامس هرسه متساوي ومساوي مربع رابع می باشد پس درین اعداد هرکه مجهول باشد یکی یا دو در خمسۀ متناسبه وزیاده ازان در زیاده ازان هم بطریق اربعۀ متناسبه وثلثۀ متناسبه استخراج میتوان نمود وهمچنین در چهار اعداد متناسبه علی الولاء چون خاصه اینست که مسطح مربع اول في الرابع مساوي مکعب ثاني میشود ومسطح اول في مربع رابع مساوي مکعب ثالث است پس اگر ازان چهار یاد و مجهول باشد از طریق استخراج ثلثۀ متناسبه واربعۀ متناسبه وخواه از روي خاصه اش استخراج میتوان نمود

وهمچنین اگر ستۀ متناسبه خواه ثمانیۀ متناسبه علي الولاء باشد و ازان یکی خواه دو خواه سه وخواه زیاده ازان در زیاده ازان مجهول بود از طریق استخراج ثلثۀ متناسبه و اربعۀ متناسبه استخراج میتواند شد فافهم مثال ثالثۀ متناسبه شخصی بمبلغ ده هزار روپیه جنسی خرید کرد وبانتفاع معین فروخت بعده باز جنس مذکور بهمان مبلغ که مع اصل و انتفاع بود خرید کرده بهمان انتفاع فروخت مرتبۀ دویم مع اصل وانتفاع دوازده هزار و یک صد بدست آمد پس مقدار انتفاع اول چه باشد چون درینجا وسط مجهول است مسطح طرفین گرفتم ۱۲۱۰۰۰۰۰۰ شد جذرش گرفتم یازده هزار برآمد وآن مقدار مجموع اصل وانتفاع اول است واگر گویند که مرتبۀ ثالث باز جنس مذکور را از مجموع بقدر انتفاع که مرتبۀ دوم بود خرید کرده بهمان نرخ فروخت ومجموع انتفاع مرتبۀ سیوم ۱۳۳۱۰) است ومقدار مجموع اصل وانتفاع مرتبۀ اول ومرتبۀ دوم معلوم نیست چون این اربعۀ متناسبه علی الولاء است پس مربع اول را که رأس المال اعني ده هزار است در رابع که مجموع اصل و انتفاع مرتبۀ ثالث اعني ۱۳۳۱۰) است ضرب نمودم حاصل ۱۳۳۱۰۰۰۰۰۰۰۰ گردید وضلع کعب آن گرفتم ۱۱۰۰۰ برآمد وآنمقدار مجموع اصل وانتفاع اول است واگر مربع رابع راکه ۱۷۷۱۵۶۱۰۰) است در اول که ده هزار است ضرب نمایم حاصل ۱۷۷۱۵۶۱۰۰۰۰۰۰ مقدار مکعب ثالث باشد وهرگاه کعب آن برآرم مقدار مجموع اصل وانتفاع مرتبۀ ثاني که عدد ثالث است برآمد وآن ۱۲۱۰۰) است وهمچنین در خمسۀ متناسبه وغیر آن *

باب هفتم در استخراج مجهولات بطریق عکس
وتحلیل وآنرا تعکس وتعکیس وتعاکس نیز خوانند

وطریقش آنست که عکس سؤال سائل نمایند اعني از اخیر سؤال شروع عمل کنند واگر سائل تضعیف کرده تنصیف سازند خواه بالعکس واگر ضرب نموده قسمت کنند خواه بالعکس واگر مجذور ساخته جذر بگیرند خواه بالعکس واگر زائد نموده نقصان نمایند خواه بالعکس تا اینکه مجهول خارج شود وگاهی برای این عمل فرض ماخذ ضرور میشود پس لازم است که هر عددی که بحسب سؤال لیاقت ماخذیت داشته باشد آنرا ماخذ فرض نمایند وعمل کنند وگاهی تعکس بتبدیل عددین واقع میشود وگاهی بضرب مختلفین وگاهی بتبدیل فصل عددین وگاهی بتبدیل ضرب مختلفین وعلی هذا انواع تصرف آن بسیار است خلاصه اینکه محاسب بحسب

سؤال هر تصرفیکه مناسب داند سیوای قواعد معینهٔ اربعهٔ متناسبه وخطائین وجبر ومقابله
بعمل آرد بشرطیکه آن تصرف از روي برهان صحیح باشد پس بایددانست که عمل بالعکس
در جمیع سؤالات جاري نمیتواند شد الا در سؤالهائیکه متعلق بزیادت ونقصان وضرب
وقسمت است مثال کدام عدد است که اگر برآن دو ثلث آن عدد وبست افزوده کرده شود
سه مثل آن عدد گردد چون درین سؤال ظاهر است که دو ثلث عدد وبست مساوي ضعف عدد میشود
پس یک ثلث وده مساوي آن عدد است وده مقدار دو ثلث عدد است پس مقدار عدد پانزده شد
مثال دیگر کدام عدد است که اگر برآن پنج مثل او زیاده کرده شود مجموع مساوي حاصل
الضرب آن عدد در دو ثلث آن عدد شود چون درین سؤال ظاهر است که شش مثل عدد اعني
حاصل الضرب عدد مجهول در شش مساوي حاصل الضرب آن عدد در دو ثلث آن عدد است
پس شش مقدار دو ثلث آن عدد شد ونه عدد مجهول است مثال دیگر کدام عدد است که اگر ازان
نصف ساقط کنند واز باقي ثلث باقي وازان ربع باقي وازان خمس باقي وازان سدس باقي
بیندازند هشت باقیماند چون سائل در آخر بعد اسقاط سدس هشت باقي اظهار میکند پس معلوم شد
که هشت باقي مساوي پنج سدس است لهذا هشت خمس بر هشت افزودم نه صحیح وسه خمس شد
وبرآن ربع آن افزودم چراکه بعد اسقاط خمس هرچه باقیمانده است چهار خمس است مجموع
دوازده صحیح گردید وبرآن ثلث او افزودم چراکه بعد اسقاط ربع مانده است وبرآن نصف زیاده
کردم که بعد اسقاط ثلث باقیمانده بود بست وچهار گردید وآنرا ضعف گردانیدم چراکه نصف ساقط
شده بود چهل وهشت مقدار عدد مجهول برآمد مثال دیگر شخصی تجارت کرد ودر مرتبهٔ اول
انتفاع بقدر اصل ویک روپیه شد و مرتبهٔ ثاني که از مجموع اصل وانتفاع تجارت نمود وانتفاع
مرتبهٔ دویم بقدر اصل دویم ودو روپیه گردید وهمچنین در مرتبهٔ سیوم انتفاع بقدر اصل سیوم
وسه روپیه شد و مال او ده مثل مال اول گردید پس مال اول چه باشد چون ازین سؤال ظاهر
است که مال او هر مرتبه تضعیف گردید ودر مرتبهٔ سیوم هشت مثل مال اول شد وزیادتي عدد
روپیه هر مرتبه مع تضعیفات جمع نمودم یازده شد چراکه مرتبهٔ اول یک روپیه بود پس از تضعیفات
آن در مرتبهٔ سیوم چهار روپیه شد وچون در مرتبهٔ دویم دو روپیه بود وتضعیف آن در مرتبهٔ سیوم
چهار گردید و مرتبهٔ سیوم سه روپیه بود آن همه را که جمع نمودم یازده شد درینصورت ظاهر شد

که یازده مقدار ضعف مال اول است آنرا تنصیف نمودم پنج روپیه و نصف مقدار مال اول
برآمد مثال دیگر دو شخص گرد کوه دوره گشت کردند یکی ازان روز اول یک فرسخ قطع نمود
و روز دویم دو فرسخ و روز سیوم سه فرسخ وهمچنین هر روز تزاید واحد واحد قطع مسافت میکرد
ودویمي هر روز پانزده فرسخ قطع نمود و هر دو در ایام مساوي دوره را تمام کردند پس مقدار
ایام سیر آنها ومقدار دورهٔ کوه چه باشد جواب چون ظاهر است که سیر شخص اول بروز پانزدهم مساوي
سیر شخص دویم شد وبعد ازان هر روز زیادتي کرد ونیز ظاهر است که هر قدر سیر شخص اول تا چهارده
روز کم شده بود در چهارده روز دیگر از روي زیادتي مساوي خواهد شد پس مقدار ایام سیر بست
ونه باشد که مجموع پانزده وچهارده است وهرگاه از روي جمع اعداد متوالي تابست ونهم جمع کردم
چهارصد وسي وپنج فرسخ مقدار دورهٔ کوه برآمد فافهم مثال دیگر زید وعمرو وبکر باهم بودند زید از عمرو وبکر
گفت که ثلث مال من مع نصف مال شما هردو مساوي یکصد وچهل وچهار است وعمرو با زید وبکر گفت
که خمس مال من مع ربع مال شما مساوي شصت وشش است وبکر با زید و عمرو گفت که سبع مال من مع
سدس مال شما مساوي چهل وهفت است پس اگر خواهم مقدار مال هریک بدانم اول بحسب سؤال نوشتم

زید	عمرو	بکر	
مال ۱/۳	مال ۱/۲	مال ۱/۲	مساوي ۱۴۴
مال ۱/۴	مال ۱/۵	مال ۱/۴	مساوي ۶۶
مال ۱/۶	مال ۱/۶	مال ۱/۷	مساوي ۴۷

وهرسه صورت را کامل کردم اعني مال هریکی را صحیح نمودم پس

	زید	عمرو	بکر	
درصورت اولی	مال ۲	مال ۳	مال ۳	مساوي ۸۶۴
ودرصورت ثانیه	مال ۵	مال ۴	مال ۵	مساوي ۱۳۲۰
ودرصورت ثالثه	مال ۷	مال ۷	مال ۶	مساوي ۱۹۷۴ شد

بعد ازان از مجموع صورتین اولیین که

زید	عمرو	بکر	
مال ۷	مال ۷	مال ۸	مساوي ۲۱۸۴ است

صورت ثالثہ را ساقط کردم باقي دو مال بکر مساوی ۲۱۰ شد پس مال بکر یکصد و پنج شد و بعد ازان
مقدار مال بکر از ہر سہ صورت اولیین ساقط نمودم

در صورت اولیٰ		و در صورت ثانیہ	
زید	عمرو	زید	عمرو
مال ۲	مال ۳	مال ۵	مال ۴
مساوي ۵۴۹		مساوي ۷۹۵	

گردید پس اول را از ثاني ساقط کردم باقي

زید	عمرو
مال ۳	مال ۱

مساوي ۲۴۶ شد

پس یک مال زید مساوی ۸۲ الا ۱/۳ مال عمرو گشت بعد ازان بحسب سؤال بموجب
گفتۂ زید درست کردم چون مال زید ثلث بود و مال عمرو و بکر نصف پس بدینصورت شد
مال زید ۲۷ و ۱/۳ الا مال عمرو ۱/۹ و مال عمرو ۱/۲ و بکر ۵۲/۲ کہ مجموع آن مال عمرو ۷/۱۸ و ۷۹ و ۵/۶ است
مساوي ۱۴۴ شد متداخلین را ساقط نمودم ۷/۱۸ مال عمرو مساوي شصت و چہار صحیح و یک سدس شد
درینصورت مال عمرو یکصد و شصت و پنج برآمد و بعد ازان باز بحسب سؤال بموجب گفتۂ زید
عمل کردم مال زید ۱/۳ عمرو ۸۲/۲ بکر ۵۲/۲ کہ مجموع ۱/۳ مال زید و یکصد و سي و پنج مقابل
و مساوي یکصد و چہل و چہار شد متداخلین را ساقط نمودم پس ثلث مال زید مساوي نہ عدد شد
آنرا در سہ ضرب نمودم مال زید بست و ہفت خارج شد پس مال زید ۲۷ و مال عمرو ۱۶۵
و مال بکر ۱۰۵) است و ہو المطلوب و نیز بطریق دیگر استخراج کردم ہرگاہ کامل ساختم

فا

بدینصـــــــــــــــــــــــــــورت شد

	زید	عمر	بکر	مساوی
صورت اول	٢	٣	٣	٨٦٤
صورت دویم	٥	٤	٥	١٣٢٠
صورت سیوم	٧	٧	٦	١٩٧٤
	١٤	١٤	١٤	٤١٥٨

وچهارده امثال هریک مساوي ٤١٥٨ گردید پس اعداد را برآن قسمت نمودم خارج دوصدونود وهفت شد ومساوي مجموع یکیک امثال مال هرسه است پس هرگاه آنرا در سه ضرب کردم حاصل الضرب که هشتصد ونود ویک است مساوي سه امثال مال هرسه گردید وازان صورت اولی راکه مجموع دومثل مال زید وسه مثل مال عمر وسه مثل مال بکراست ساقط نمودم بست وهفت ماند وآن مساوي مال زید برآمد وهمچنین اگر مجموع یک یک امثال مال هرسه را در پنج ضرب نمودم ١٤٨٥ شد وازان صورت دویم را ساقط کردم باقي یکصد وشصت وپنج مساوي مال عمر وگردید وهرگاه آنرا در هفت ضرب کردم از حاصل الضرب که (٢٠٧٩) است صورت ثالثه را ساقط نمودم باقي یکصدوپنج مساوي مال بکر شد فافهم* مثال دیگر سه شخص باهم بودند ویک سگ همراه بود شبي نان پخته هرسه بخواب رفتند وبعدازان یکی ازخواب بیدار شد ونانها را سه حصه مساوي نمود یکی فاضل آمد بسگ داد ویک حصه خود خورد وباقي را برای دیگریاران گذاشت وبخواب رفت بعدازان دیگری بیدار شد ونانهای باقي را سه حصه مساوي نمود یکی فاضل برآمد بسگ داد ویک حصه خود خورده خواب نمود بعدازان سیومي برخاست ونان باقي را سه حصه مساوي نمود یکی فاضل برآمد بسگ داد ویک حصه خود خورده پادراز کشید هرگاه وقت صبح هرسه برخاستند دیدند که نان موجوداست بازهرسه آنرا سه حصه مساوي نمودند یکی فاضل آمد بسگ دادند وهریک یکیک حصه خوردند پس میخواهم که عدد نان رابدانم که چند بود چون ازین سؤال ظاهراست که هرمرتبه عددنان بعداسقاط واحد برسه قسمت مي پذیرد ونیز ضروراست که سیوای مرتبۀ اولی هرمرتبه عدد نان باقي زوج باشد چراکه هرمرتبه دوحصه باقي میماند لهذا از روي سؤال عدد مرتبۀ اخیر را چهار فرض کردم که عدد زوج است وبعد اسقاط

واحد بر سه قسمت می پذیرد بعده نصف آنرا مع الواحد که بسگ داده بودند افزودم هفت شد چون این عدد زوج نبود لهذا تضعیف نموده و برآن افزودم تاکه بصفت مذکوره عدد حاصل شود در مرتبۂ دویم شانزده برآمد باز نصف آنرا مع الواحد برآن افزودم بست و پنج شد آنهم عدد فرد بود لهذا آنرا هم تضعیف نمودم و دو افزودم پنجاه ود و در مرتبۂ سیوم حاصل گردید وبرآن نصف او مع الواحد افزودم هفتاد و نه گردید چون ما فوق آن دیگر مرتبه نبود لهذا دانستم که همین عدد نان است * مثال دیگر زید با عمرو و بکر گفت که دو ثلث مال من مع نصف مال شما ۱۸۳) است و عمرو با زید و بکر گفت که سه خمس مال من مع ربع مال شما ۱۱۱)۱۰ ست و بکر با زید و عمرو گفت که چهار سبع مال من مع سدس مال شما ۸۷) است پس مال هریک چه باشد

اول بحسب سؤال نوشـــتم

زید	عمرو	بکر	مقابلۂ عدد
$\frac{۲}{۳}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	= ۱۸۳
$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۳}{۵}$	$\frac{۱}{۴}$	= ۱۱۱
$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۱}{۶}$	$\frac{۴}{۷}$	= ۷۷

بعد ازان هرسه را کامل نمودم هکـــذا

زید	عمرو	بکر	مقابلۂ عدد
۴	۳	۳	=۱۰۹۸
۵	۱۲	۵	=۲۲۲۰
۷	۷	۲۴	=۳۶۵۴

وبعد ازان برای هریک از زید و عمرو و بکر مال واحد واحد فرض کردم و مقابله نمودم بدینصورت شد

زید	عمرو	بکر	مقابله
۱	۱	۱	۳۶۶) الا $\frac{۱}{۳}$ زید

بعد ازان این را در پنج ضرب نموده از صورت کاملۂ دویم ساقط نمودم بدینصـــــــــورت

زید	عمرو	بکر	مقابلۂ عدد
۵	۱۲	۵	= ۲۲۲۰
۵	۵	۵	= ۱۸۳۰ الا $\frac{۵}{۳}$ زید
*	۷	*	= ۳۹۰ و $\frac{۵}{۳}$ زید

پس باقی ماند هفت مال عمرو مساوی ۳۹۰ عدد و $\frac{۵}{۳}$ زید و بعد از ان باز هر واحد مال هریک را در هفت ضرب کرده از صورت کاملۂ سیوم ساقط کردم بدین صـــــــــــــورت

زید	عمرو	بکر	مقابلۂ عدد
۷	۷	۲۴	= ۳۶۵۴
۷	۷	۷	= ۱۲۵۶۲ الا $\frac{۷}{۳}$ زید
*	*	۱۷	= ۱۰۹۲ و $\frac{۷}{۳}$ زید

پس باقیماند هفده مال بکر مساوی ۱۰۹۲ عدد و هفت ثلث مال زید چون دیدم که اگر مال واحد عمرو و بکر را متعین سازم کسر زیاده می افتد لهذا برای هردو مخرج مشترک گرفتم اعنی یکصد و نوزده که بر هفت و بر هفده هم قسمت می پذیرد پس آنرا در مقابلۂ کاملۂ اولی ضرب نمودم حاصل شد بدینصـــــــــــــورت

زید	وعمرو	وبکر	مقابله
۴۷۶	۳۵۷	۳۵۷	۱۳۰۶۶۲

وچون هفت مال عمرو مساوی ۳۹۰ عدد و $\frac{۵}{۳}$ زید است پس سه صد و پنجاه و هفت مال عمرو را استخراج نمودم که مساوی ۱۹۸۹۰ عدد و ۸۵ مال زید شد و همچنین مال بکر مساوی ۲۲۹۳۲ عدد و ۴۹ مال زید گردید پس مجموع مالها را مقابله نمودم ۶۱۰ مال زید و ۴۲۸۲۲ مساوی ۱۳۰۶۶۲ گردید و متداخلین را ساقط نمودم ۶۱۰ مال زید مساوی ۸۷۸۴۰ برآمد عدد را بر عدد مال زید قسمت نمودم خارج یکصد و چهل و چهار شد که آن مقدار مال زید است و هرگاه مقدار مال زید معلوم شد پس مال عمرو برآوردم نود مقدار مال عمرو و همچنین هشتاد و چهار مقدار مال بکر خارج شد فافهم * مثال دیگر شخصی جنسی خرید کرد بحساب فی عدد ده روپیه و فروخت بحساب فی عدد دوازده روپیه و انتفاع بقدر چهار جذر رأس المال شد پس رأس المال چه باشد چون محصل سؤال هذا این است که کدام مجذور است که چهار امثال جذرا و مساوی خمس او باشد چهار را در پنج ضرب نمودم بست شد پس بست امثال جذر مساوی مجذور گردید درینصورت مجذور بست که چهار صد است همان رأس المال است * مثال دیگر شخصی پنج شتر بار کرد و بر یکی بار گران شد بار آنرا کم کرده بر دیگران بقدر مثل بار آنها افزود اعنی بار آنها را ضعف کرد پس بر دویمی بار گران آمد آنرا نیز کم کرده بهمان طریق بار دیگران را تضعیف نمود پس بر سیوم هم بار گران گردید آنرا هم کم کرده دیگران را تضعیف نمود و همچنین بر چهارم و پنجم گران شد و هر بار تضعیفات

بعمل آمد وبمرتبهٔ آخری بار همه مساوی شد پس مقدار بار هریک اول چقدر بود واز روی مساوات چقدر باشد چون از ین سؤال معلوم شد که هریک چهار مرتبه تضعیفات یافته وچون اول یک مثل افزود گردید لهذا عدد شتر راکه پنج است در واحد ضرب نمودم حاصل همان پنج شد و بعد ازان آنرا چهار مرتبه تضعیف نمودم اعنی پنج را در مضلعات اثنین که مخرج نصف است تا منزل چهارم ضرب کردم بدینصورت ۵ و ۱۰ و ۲۰ و ۴۰ و ۸۰ وبعد ازان برهریک مالکعب واحد راکه منزل پنجم است افزودم که یک مثل است درینصورت گویا واحد هم درهر مرتبه نفس خود ضرب یافته پس حاصل عدد بارشتران که اول بود گردید ۶ و ۱۱ و ۲۱ و ۴۱ و ۸۱ وبعدازان بحسب سؤال سائل عمل نمودم مرتبهٔ اولی بدینصورت ۱۲ و ۲۲ و ۴۲ و ۸۲ و ۲ وبازمرتبهٔ دویم همچنان کردم ۲۴ و ۴۴ و ۸۴ و ۴ و ۴ وهمچنین مرتبهٔ سیوم بعمل آوردم ۴۸ و ۸۸ و ۸ و ۸ و ۸ وهمچنین مرتبهٔ چهارم عمل ساختم ۹۶ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۶ ومرتبهٔ پنجم عمل نمودم ۳۲ و ۳۲ و ۳۲ و ۳۲ و ۳۲ مال همه مساوی گردید وازین قاعده مستنبط شد که عدد مضلع مجموع مضاف ومضاف الیه که منزل او بقدر عدد شتر باشد عدد مساوات است اعنی چون زیادتی یک مثل بیان نموده پس یک مضاف ولفظ مثل که هم بمنزلهٔ واحد است مضاف الیه واقع شد و مجموع آن دو است درینصورت عدد مضلع پنجم دو که منزل مالکعب است سی ودو میشود وآن عدد مساوات است وهمچنین اگر گویند که هر بار هفت مثل افزود کرده چون درینجا هفت مضاف ولفظ مثل مضاف الیه است ومجموع آن هشت میشود ومضلع پنجم آن ۳۲۷۶۸) است وآن عدد مساوات بارشترها ست وبرای مقدار بار اول هریک پنج را درمضاف که هفت است ضرب کرده باز درمضاف الیه که هم واحد است ضرب ساخته حاصل راکه سی وپنج شد درمضلعات هشت تامنزل چهارم ضرب نمودم بدینصورت شد ۳۵ و ۲۸۰ و ۲۲۴۰ و ۱۷۹۲۰ و ۱۴۳۳۶۰ وچون مالکعب واحد هم واحد است پس واحد برهر یکی افزودم بدینصورت باراول شترها شد ۳۶ و ۲۸۱ و ۲۲۴۱ و ۱۷۹۲۱ و ۱۴۳۳۶۱ واگر گویند که یک نصف مثل هریک افزودم چون الحال یک نصف مضاف ویک مثل مضاف الیه است ومجموع سه نصف میشود ومضلع پنجم آن دوصد وچهل وسه سی ودویم که هفت صحیح ونوزده سی ودویم است عدد مساوات بارگردید وهرگاه یک نصف را درعدد شتر ضرب نموده درعدد مضاف الیه که واحد است ضرب نمودم دو صحیح ویک نصف شد

آنرا در مضلعات سه نصف تا منزل چهارم ضرب ساختم و ما لکعب واحد که هم واحد است بر هریک
افزودم بدین صورت شد ۳ ۱/۲ و ۴ ۳/۴ و ۶ ۵/۸ و ۹ ۷/۱۶ و ۱۳ ۲۱/۳۲
مقدار حمل اول است فافهم *

مثال دیگر کدام دو عدد داند که چون از مجموع مجذور آن هردو واحد ساقط کنند باقي مجذور عددي بود و صاحب دستور الحساب از لیلاوتي براي این چند طریق بیان نموده اول اینکه عددی فرض کنند و مجذور آنرا در هشت ضرب نموده یکی ازان نقصان سازند اگر نقصان تواند شد والا تفاضل واحد بر آن عدد بگیرند و نصف باقي خواه تفاضل را بر همان عدد قسمت سازند خارج قسمت عدد اول از عددین مطلوبین باشد و باز مجذور خارج را تنصیف نموده واحد بر و بیفزایند مجموع عدد دویم مطلوب بود مثلاً اول ۱/۲ فرض کردم و مربع آن ربع است آنرا در هشت ضرب نمودم دو صحیح شد واحد ازان ساقط نمودم واحد باقیماند نصف آنرا بر نصف قسمت نمودم واحد خارج شد و این عدد اول است و باز چون مربع واحد هم واحد است لهذا بر نصف آن واحد افزودم یک و نیم شد و این عدد ثاني است و امتحانش صحیح میشود باید دانست که این قاعده محض غلط است معلوم نیست که چه طور این قاعده در لیلاوتي مرقوم گردیده چرا که سیواي در عدد نصف که در مثال مذکور شد در دیگر اعداد جاري نیست مثلاً اگر اول عدد چهار فرض کنم و مربع آن که شانزده است در هشت ضرب نمایم یکصد و بست و هشت میشود و واحد ازان کم کرده نصف باقي را که شصت و سه صحیح و یک نصف است بر چهار قسمت کنم خارج پانزده صحیح و هفت ثمن باشد و آن عدد اول است و هرگاه مربع آنرا که دو صد و سي و هشت صحیح و پنجاه و هفت شصت و چهارم میشود تنصیف نموده واحد بیفزایم یک صد و بست صحیح و بست و هشت و نیم شصت و چهارم میشود و این عدد دویم و حالانکه امتحانش غلط میشود *

قاعدهٔ دویم عددی فرض کنند و مجذور المجذور آنرا در هشت ضرب نموده واحد بیفزایند که عدد اول باشد و مکعب عدد اول را در هشت ضرب سازند عدد دویم شود مثلاً اول دو فرض کردم و مجذور المجذور آنرا که شانزده است در هشت ضرب کرده واحد افزودم یک صد و بست و نه عدد اول شد و باز مکعب دو را که هشت است در هشت ضرب نمودم شصت و چهار عدد دویم گردید و این قاعده صحیح است و در امتحان درست می آید *

قاعدهٔ دیگر از انجاکه در میان مربعین متوالیین تفاضل فرد واقع میشود بحیثیتیکه ازان واحد کم کرده

تنصیف نمایند جذرمربع اول حاصل میشود پس هرمربعی که زوج باشد جذرآنرا عدد اول فرض کنند
وازمربع آن عدد دو ساقط کرده تنصیف سازند که عدد دویم باشد واین قاعده رانحیف استنباط کرده *
قاعدهٔ دیگراگرعددی را فرض کرده تضعیف کنند و واحد را برآن عدد قسمت سازند وخارج را
با عددمفروض جمع کرده عدد اول به اندازند وواحد را عدد دویم فرض کنند هم مطلوب حاصل شود *

باب هشتم در استخراج مجهولات بقاعدهٔ خطائین

باید دانست که مآل خطائین درحقیقت اربعهٔ متناسبه است وبهمین سبب سؤالاتیکه از اربعهٔ
متناسبه بر نمی آیند از خطائین نیز برنمی توانند آمد وبسبب غرابت ظاهري عقلاء این فن قاعدهٔ
هذا را علیحده مقرر کرده اند وکسانیکه برهان وحقیقت این قاعده رانمیدانند تعجب می کنند بلکه
بعضی ازمعجزات یکی ازانبیاء نقل میسازند چنانکه صاحب دستورالحساب میگوید کهاین معجزهٔ
یکی ازانبیاء علیهم السلام است وطریقش یکی اینست که اول عددی فرض نمایند هرچه خواهند
ودران بحسب سؤال سائل تصرف کنند از زیادت ونقصان وضرب وقسمت وغیرآن چنانکه
دراربعهٔ متناسبه مأخذ فرض کرده تصرف می کنند پس اگراخیرتصرف مطابق سؤال سائل باشد
فهوالمطلوب والاتفاضل بینهما بگیرند وخطاء اول نام نهند وباز عدد دویم فرض سازند هرچه خواهند
ودرآن هم بحسب سؤال تصرف کنند اگرمطابق سوال افتد فهوالمطلوب والاتفاضل بینهما
بگیرند وخطاء ثاني نام گذارند وخطاء ثاني رادرمفروض اول و خطاء اول رادرمفروض ثاني
ضرب نموده هردو حاصل ضرب رامحفوظین خوانند پس اگرهردو خطاء زائدین یا ناقصین
باشند فصل بین المحفوظین رابرفصل بین الخطائین قسمت کنند واگرهردو خطاء مختلفین
باشند مجموع محفوظین رابرمجموع خطائین قسمت نمایند که خارج مطلوب است *
طریق دویم فصل بین المفروضین رادرصورتیکه خطائین زائدین یاناقصین باشند دراقل
الخطائین ضرب ساخته وحاصل را برفصل بین الخطائین قسمت نموده خارج را ازاقل المفروضین
نقصان نمایند اگرخطائین زائدین باشند وبراکثرالمفروضین بیفزایند اگرخطائین ناقصین بوند
ودرصورتیکه خطائین مختلفین باشند فصل بین المفروضین را دراحد الخطائین ضرب کرده
وحاصل رابرمجموع خطائین قسمت نموده خارج رابرمفروض خطاء مضروب بیفزایند اگر

خطاء ناقص باشد واز مفروض بکاهند اگر خطاء زائد باشد که مطلوب حاصل گردد * طریق سیوم فضل بین المفروضین را درصورتیکه خطائین زائدین یا ناقصین باشند در مجموع خطائین ضرب نموده بر فضل بین الخطائین قسمت سازند واگر مختلفین باشند در فضل بین الخطائین ضرب ساخته بر مجموع خطائین قسمت کنند وخارج را بر فضل بین المفروضین افزوده نصف مجموع را از اکثر المفروضین ساقط کنند اگر خطاء زائد اعظم باشد و بر اقل المفروضین بیفزایند اگر خطاء ناقص اعظم بود خواه فضل بین الخارج و بین المفروضین را تنصیف ساخته از مفروضیکه خطاء او اقل و زائد باشد نقصان سازند خواه بر مفروضیکه خطاء او اقل و ناقص بود بیفزایند که مطلوب حاصل شود * طریق چهارم فضل بین المفروضین را در ما اعطاه السائل ضرب ساخته بر فضل بین الخطائین قسمت نمایند اگر خطائین زائدین یا ناقصین باشند و بر مجموع خطائین قسمت کنند اگر مختلفین بوند که مطلوب بر آید و باید دانست که در سؤالیکه زیادت وکمی عددی نخواهد بود این قاعده درست خواهد افتاد واگر کمی و زیادت عددی خواهد بود ازین قاعده استخراج نخواهد شد چراکه در آنجا نسبت هندسی نمی ماند و برهان قاعده اینست که منشاء خطاء یا زیادت مفروض علی المطلوب است یا نقصان مفروض از مطلوب پس درصورتیکه خطاء زائد است مفروض هم زائد خواهد بود واگر خطاء ناقص است مفروض هم ناقص خواهد بود وهرگاه در مفروضین تصرف مناسب سؤال بعمل آمده پس نسبت زیادت مفروض اول علی المطلوب یا نقصان آن از مطلوب بطرف زیادت یا نقصان مفروض ثانی مثل نسبت خطاء اول بطرف خطاء ثانی خواهد بود پس اگر خطائین زائدین اند نسبت زیادت مفروض اول که بر مطلوب است بطرف زیادت مفروض ثانی بر مطلوب مثل نسبت خطاء اول بطرف خطاء ثانی است وهرگاه بموجب مسئلۀ سادسۀ مطلب سیوم باب سیوم فضل النسبة گرفته شود نسبت فضل ما بین هردو زیادت مفروضین که فی الحقیقة فضل المفروضین است بطرف زیادت اقل المفروضین مثل نسبت فضل بین الخطائین بطرف اقل الخطائین خواهد بود و درین اربعۀ متناسبه ثانی مجهول است و همچنین اگر خطائین ناقصین باشند نسبت نقصان مفروض اول از مطلوب بطرف نقصان مفروض ثانی من المطلوب مثل نسبت خطاء اول بطرف خطاء ثانی خواهد بود واز روی فضل النسبة نسبت فضل ما بین هردو نقصان مفروضین که فی الحقیقة فضل المفروضین است

بطرف نقصان اکثر المفروضین مثل نسبت فضل الخطائین بطرف اقل الخطائین خواهد بود
ودرین اربعۀ متناسبه هم ثاني مجهول است و اگر خطائین مختلفین اند نسبت زیادت مفروض
زائد بطرف نقصان مفروض ناقص مثل نسبت خطاء زائد بطرف خطاء ناقص است وهرگاه بموجب
مسئلۀ خامسه مطلب مذکور ترکیب النسبة کرده شود نسبت مجموع زیادت ونقصان مفروضین
که في الحقیقة فضل المفروضین است بطرف زیادت یا نقصان مثل نسبت مجموع الخطائین
بطرف احد الخطائین زائد یا ناقص خواهد بود اعني نسبت فضل المفروضین بطرف زیادت مثل نسبت
مجموع الخطائین بطرف خطاء زائد ونسبت فضل المفروضین بطرف نقصان مثل نسبت مجموع
الخطائین بطرف خطاء ناقص است چون این هرسه اربعۀ متناسبه زائدین و ناقصین ومختلفین
معلوم شد ومسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین است استنباط قاعدۀ دویم گردید پس حالا میگویم
که درصورت اولی اعني درخطائین زائدین احد المحفوظین که مسطح اکثر الخطائین في اقل
المفروضین است عبارت است از مجموع مسطح اقل الخطائین فی المطلوب والزیادة ومسطح
فضل الخطائین فی المطلوب والزیادة و محفوظ آخر که مسطح اقل الخطائین في اکثر المفروضین
است عبارت است از مجموع مسطح اقل الخطائین فی المطلوب وفي الزیادة المذکورة وفي فضل
المفروضین وهرگاه دانسته شد که مسطح اقل الخطائین في فضل المفروضین مساوي مسطح فضل
الخطائین في زیادت مذکوره است درینصورت بعد اسقاط متداخلین باقي مسطح فضل الخطائین
فی المطلوب ماند وآن فضل المحفوظین است پس آنرا بر فضل الخطائین قسمت کنم که خارج
مطلوب شود وهمچنین درخطائین ناقصین مسطح احد المحفوظین که مسطح اکثر الخطائین في
اکثر المفروضین است عبارت است از مسطح اقل الخطائین فی المطلوب الا النقصان ومسطح
فضل الخطائین فی المطلوب الا النقصان ومحفوظ آخر عبارت است از مجموع مسطح اقل الخطائین
فی المطلوب الا النقصان المذکور وفضل المفروضین وچون دانسته شد که مسطح اقل الخطائین
في فضل المفروضین مساوي مسطح فضل الخطائین فی النقصان المذکور است درینصورت بعد
اسقاط متداخلین باقي مسطح فضل الخطائین فی المطلوب ماند وآن فضل المحفوظین است
درینصورت هم هرگاه فضل المحفوظین را بر فضل الخطائین قسمت سازند مطلوب برآید ودرخطائین
مختلفین چون احد المحفوظین که مسطح خطاء ناقص في مفروض زائد است عبارت است از مسطح

مفروض ناقص في خطاء ناقص وفضل المفروضين في خطاء ناقص ومحفوظ آخر مسطح مفروض ناقص في خطاء زائد است ودر صدر ثابت شده که مسطح فضل المفروضين في خطاء ناقص مساوي مسطح قدر نقصان في مجموع الخطائين است درينصورت مجموع محفوظين عبارت است از مجموع مسطح مفروض ناقص في مجموع الخطائين ومسطح قدر نقصان في مجموع الخطائين وآن مسطح مطلوب في مجموع الخطائين است درينصورت مجموع محفوظين را بر مجموع خطائين قسمت سازند که مطلوب برآيد وبرهان قواعد مذکوره همه ازين بيان باندک تأمل ظاهر ميشود *

فائده بايد دانست که بعضی اين عمل را عمل کفّه نام نهاده اند واول صورتی مثل دو کفهٔ ميزان کشند بدينصورت ‎——╳——‎ وما اعطاه السائل را فوق تقاطع خطين نويسند ومفروضين را در هر دو کفه نگاشته حاصل آخر تصرف را نيز در همان کفه می نگارند وخطاء زائد را فوق کفه وخطاء ناقص را تحت کفه مينويسند واين طور مستحسن است

مثالش اگر گويند کدام عدد است که اگر ثلث وربع آن ساقط کنند باقي ده ماند پس بعد نوشتن صورت کفه اول دوازده فرض کردم وچون

مفروض اول	۱۰	مفروض ثاني
هو ۱۲	۵ ۶ $\frac{1}{4}$	هو ۱۵

خطاء اول ناقص ۵ 　　 ۳ $\frac{3}{4}$ خطاء ثاني ناقص

ثلث آن چهار وربع آن سه ومجموع هفت است آنرا از دوازده ساقط کردم باقي پنج ماند آنرا در همان کفه نهادم وچون از عطاء سائل کم بود مقدار فضل بينهما را که پنج است تحت کفهٔ مذکور نوشتم که خطاء اول ناقص است باز پانزده را فرض کردم ومجموع ثلث وربع آن که هشت صحيح وسه ربع است ساقط کردم باقي شش صحيح ويکربع ماند آن را هم در همان کفه نگاشتم چون آنهم از عطاء سائل کم بود فضل گرفته سه صحيح وسه ربع را تحت کفه نوشتم که خطاء ثاني ناقص است پس بطريق اول خطاء اول را در مفروض ثاني ضرب کردم هفتاد وپنج محفوظ اول شد وخطاء ثاني را در مفروض اول ضرب ساختم چهل وپنج محفوظ ثاني گرديد وچون خطائين ناقصين اند لهذا فضل بين المحفوظين را که سي است بر فضل بين الخطائين که يک صحيح ويک ربع است قسمت نمودم بست وچهار صحيح خارج شد وآن مطلوب است وبطريق دويم فضل بين المفروضين را که سه است در اقل الخطائين که سه صحيح وسه ربع است ضرب نمودم وحاصل را که يازده صحيح ويک ربع بود بر فضل بين الخطائين که يک صحيح ويک ربع است قسمت نمودم خارج نه گرديد آن را بر اکثر المفروضين که پانزده بود افزودم بست وچهار شد

وهوالمطلوب وبطریق سیوم فضل بین المفروضین راکه سه است در مجموع خطائین که هشت صحیح وسه ربع است ضرب کردم بست وشش صحیح ویک ربع گردید آنرا بر فضل بین الخطائین که یک صحیح ویک ربع بود قسمت نمودم خارج بست ویک شد وآنرا بر فضل بین المفروضین افزودم بست وچهار گردید وهرگاه نصف آن را براقل المفروضین افزودم همان بست وچهار که مطلوب بود برآمد ونیز اگر فضل بین الخارج وفضل بین المفروضین راکه هجده است تنصیف نموده نه را بر پانزده که خطاء او اقل بود افزودم هم بست وچهار گردید وبطریق چهارم ده راکه عطاء سائل است در فضل بین المفروضین که سه است ضرب نموده حاصل راکه سي بود بر فضل بین الخطائین قسمت کردم هم بست وچهار برآمد واگر در مثال مذکور مفروض اول سي وشش باشد پس پنج خطاء اول زائد خواهد بود و بعد از ان مفروض ثاني سي فرض نمایم پس خطاء ثاني زائد $\frac{1}{2}$ دو صحیح ویک نصف باشد بدینصورت

خطاء ثانی زائد $2\frac{1}{2}$		خطاء اول زائد ۵
مفروض ثانی	$12\frac{1}{2}$ ۱۰ ۱۵	مفروض اول
هو ۳۰		هو ۳۶

پس بطریق اول محفوظ اول بود ومحفوظ ثاني ۱۵۰ وفضل بین المحفوظین شصت است وهرگاه آن را بر فضل بین الخطائین که دو صحیح ویک نصف است قسمت نمودم خارج بست وچهار گردید وبطریق دویم فضل بین المفروضین راکه شش است در اقل الخطائین ضرب نمودم پانزده شد آن را بر فضل بین الخطائین قسمت نمودم خارج شش گردید آن را از اقل المفروضین ساقط نمودم باقي بست وچهار ماند که مطلوب است وبطریق سیوم فضل بین المفروضین را در مجموع خطائین ضرب نمودم چهل وپنج شد آن را بر فضل بین الخطائین قسمت نمودم خارج هجده گردید آن را بر فضل بین المفروضین افزوده تنصیف ساختم دوازده شد آنرا از اکثر المفروضین ساقط نمودم بست وچهار ماند وهوالمطلوب ونیز اگر فضل بین الخارج وفضل بین المفروضین راکه دوازده است تنصیف نموده شش را از سي که خطاء او اقل است ساقط نمودم نیز باقي بست وچهار ماند وبطریق چهارم ده راکه عطاء سائل است در شش که فضل المفروضین است ضرب نموده حاصل را بر فضل بین الخطائین قسمت کردم نیز مطلوب برآمد واگر مفروض اول را سي وشش ومفروض ثاني را پانزده مقرر کنم پس خطاء اول پنج زائد

و خطاء ثاني سه صحیح وسه ربع ناقص خواهد بود بدینصورت

۵		۱۰	
۳۶	۱۵	۹ ۱/۴	۱۵
		۲ ۳/۴	

پس بطریق اول محفوظ اول یکصد وسي و پنج و محفوظ ثاني هفتاد و پنج وچون مجموع محفوظین راکه دوصد و ده است بر مجموع خطائین که هشت صحیح وسه ربع است قسمت نمودم خارج بست وچهار شد و بطریق دویم فضل بین المفروضین راکه بست ویک است اگر در پنج که خطاء زائد است ضرب کرده و یکصد و پنج را بر مجموع خطائین قسمت نمودم خارج دوازده شد آنرا از سي و شش ساقط نمودم چراکه پنج خطاء زائد بود باقي بست و چهار ماند و اگر در سه صحیح وسه ربع ضرب کرده هفتاد و هشت صحیح وسه ربع را بر مجموع خطائین قسمت نمودم خارج نه شد آنرا بر پانزده افزودم چراکه مضروب فیه خطاء ناقص بود مطلوب برآمد و بطریق سیوم فضل بین المفروضین راکه بست ویک است در فضل بین الخطائین که یک صحیح ویک ربع بود ضرب کردم و حاصل راکه بست و شش صحیح ویک ربع شد بر مجموع خطائین قسمت کردم وخارج راکه سه است بر فضل بین المفروضین افزوده وتنصیف ساخته دوازده را از سي وشش ساقط نمودم چراکه خطاء زائد اعظم بود مطلوب برآمد و نیز اگر فضل بین الخارج وفضل بین المفروضین را که هجده است تنصیف نموده بر پانزده افزودم چراکه خطاء ناقص اول بود مطلوب برآمد و بطریق چهارم عطاء سائل راکه ده است در فضل بین المفروضین ضرب نمودم دوصد و ده شد آنرا بر مجموع خطائین قسمت ساختم خارج مطلوب برآمد فافهم * مثال دیگر ده را میخواهم که منقسم بقسمین سازم که ربع یک قسم مساوي ثلث قسم دیگر باشد پس اول قسم اعظم را هشت فرض کردم پس قسم اصغر دو ماند چون ربع هشت دو است وثلث دو دو ثلث پس خطاء اول زائد یک صحیح ویک ثلث گردید باز اعظم را شش واصغر را چهار فرض کردم وچون ربع شش یک صحیح ویک نصف است وثلث چهار یک صحیح ویک ثلث پس خطاء ثاني زائد یک سدس شد وهرگاه بموجب قواعد مذکوره هشت را مفروض اول وشش را مفروض ثاني قرار داده عمل نمودم پنج صحیح وپنج سبع مقدار قسم اعظم برآمد وچهار صحیح و دو سبع مقدار قسم اصغر گردید واگر لحاظ مساوات ثلث و ربع در قسمین ملحوظ داشته اول دو عدد سه وچهار که مخرج ربع وثلث است

فرض کنم چون مجموع آن هر دو هفت میشود و عطاء سائل ده است پس سه خطاء ناقص گردید و باز هشت و شش را که برهمان نسبت اند فرض کردم و مجموع آنها چهارده شد پس چهار خطاء زائد گردید درینصورت اگر مفروض اول چهار و مفروض ثاني هشت باشد بقواعد مذکوره اعظم القسمین خارج شود و اگر مفروض اول سه و مفروض ثاني شش باشد اصغر القسمین خارج گردد فافهم *

باب نهم در جبر و مقابله

مقدمه

باید دانست که فن جبر و مقابله شریف ترین مطالب است چه غایة الاقصی از علم حساب استخراج مجهولات عددیه است و برای استخراج مجهولات چهار قانون کلیهٔ معینه که اربعهٔ متناسبه و عمل بالخطائین و عمل بالعکس و جبر و مقابله باشد ارباب این فن بیان فرموده اند لیکن اربعهٔ متناسبه در سؤالیکه نسبت عددی یا جذری متحقق باشد جاری نمی شود کما مرّ و علی هذا القیاس حال هر دو باقیست که برای حل جمیع سؤالات کافی نیست بخلاف جبر و مقابله و جمهور حکماء عالیمقدار متقدمین صرف معادلات شش گانه راکه ستهٔ جبریه نامیده اند در حیز تحریر آورده و برای هریک برهان بیان فرموده اند و بعضی از متأخرین نیز معادلات را بهمین ستهٔ جبریه منحصر میدانند چنانکه صاحب خلاصة الحساب میفرماید (لمّا کانت الجبریاتُ التی انتهتْ الیها افکار الحکماء منحصرةً فی الستة) و شارح خلخالی وغیره میگویند که بعضی از حکماء متأخرین مثل امام عمر خیام و امام شرف الدین مسعود سوی ستهٔ جبریه معادلات چند بیان نموده اند و صاحب مفتاح نقلاً از رسالهٔ بهائیه میگوید که امام شرف الدین مسعود سوی ستهٔ جبریه معادلات نوزده گفته و کیفیت استخراج مسائل متعلقهٔ آن بیان کرده و نیز صاحب مفتاح میگوید که من طریق استخراج معادلات هشتادونه که واقع است در پنج جنس متوالی که عدد و شیء و مال و کعب و مال مال باشد استنباط نموده ام و سوی ازین مسائل کثیره استنباط کرده ام و آنرا در کتاب جدا وارد خواهم نمود و صاحب عیون الحساب بعد نقل این کلام از صاحب مفتاح میفرماید که (اقولُ کانّهُ لم یُوفّق تصنیف ذلک الکتابِ والّذی وَصَلَ منه الینا معادلةُ الشّیءِ للعددِ والکعبِ تقریباً فی استخراجه جیب الدرجة الواحدة وانا استنبطتُ طریق استخراج المجهولاتِ من المعادلات الواقعة بین کل ثلثة اجناس متناسبة توالت ام تفارقت وسنُبیّنها لک ان شاء الله تعالی ثم المعادلات الواقعة بین اربعة اجناس خمسة وعشرون وبین خمسة اجناس خمسة وتسعون انتهی کلامه) باید دانست که آنچه امام شرف الدین مسعود تصنیف نموده است درین دیاران نامی و نشانی هویدا نیست مگر آنچه که صاحب عیون الحساب در تحریر و تقریر آورده است معادلاتی که در آن عدد یا جنس اعلی باشد از کیفیت استخراج آن هیچ تعرض نکرده و تا بمعادلات که در اجناس غیر متناهی واقع شود چه میرسد مگر محمد صلاح الدین بن دیانت خان جهاندارشاهی که یکی از فضلاء متأخرین هند است

رسالهٔ در فن جبر و مقابله نوشته است و معادلات غیر متناهی در ضبط تحریر آورده لیکن امثله اکثر
معادلات را فرو گذاشته و نیز معادلاتی که در آن عدد مع جنس اعلی باشد طریق استخراج آن را هیچ
بیان ننموده است مگر حکماء فرنگ که فن جبر و مقابله را خوب میدانند قواعد استخراج معادلات
غیر متناهی را تا هر جا که فرض کنند در کتب خودها ثبت کرده اند بلکه ضابطهٔ کلیه نوشته اند لیکن چون
اهل این دیار از زبان و اصطلاحات شان آشنا نیستند لهذا میخواهم که کیفیت استخراج مجهولات
در معادلات لاتعد ولا تحصی تا هر مرتبه از مراتب اجناس که خواهند بواضح ترین طریقی که کسی را
احتیاج شرح و بسط نشود بیان نمایم که بر صفحهٔ روزگار یادگار بماند و نیز طریق حکماء فرنگ را
در گفتار علیحده ثبت کنم و بالله التوفیق *

گفتار اول در جبر و مقابله بطریق اهل فارس و اهل هند که درین دیار رواج
دارد و در کتب مرقوم است و در آن مقدمه و چند مطلب است

مقدمه

باید دانست که تعریف جبر و مقابله صاحب مفتاح و صاحب غایة جهد الحساب بدینگونه
نموده که جبر و مقابله علمی است بقوانین که دانسته میشود بآن بسیاری از مجهولات عددی بسبب
معلومات مخصوصهٔ آن علم بروجه مخصوص و ازین تعریف معلوم میشود که بعض مجهولات از جبر و مقابله
استخراج نمیتواند شد و حالانکه بدانست فقیر استخراج جمیع مجهولات عددی از جبر و مقابله میشود و در
حقیقت تعریف جبر و مقابله اینست که علمی است بقوانین مخصوصه که معلوم میشود بآن قوانین
طریق استخراج مجهولات عددی که ممکن الاخراج اند بسبب معلومات مخصوصهٔ این علم بروجه
مخصوص و مراد از قوانین مخصوصه قوانین جمع و تفریق و ضرب و قسمت و جذر و مجذور و غیر
آن است که سوای قوانین جمع و تفریق و غیره علم حساب است و بیان آن بیاید ان شاء الله تعالی
و مراد از معلومات مخصوصهٔ این علم اصطلاحات این علم است که مجهول را شیٔ و درهم و دینار
و حصه و نصیب و قدر تفاضل و غیره بحسب مناسب مقام فرض میکنند و مثبت را مستثنی منه و زائد
و منفی را مستثنی و ناقص تعبیر میکنند و اهل هند مجهولات را بلونی نام می نهند مثل سیامک[۱]
و نیلک[۲] و زردک و غیر آن و مثبت را دهن[۳] و منفی را رن[۴] تعبیر میکنند و همچنین صاحبان عالیشان
انگلس مجهولات را بحروف تعبیر میکنند مثل ا ب ج چنانکه در فن هندسه است و برای مثبت

۱ श्यामक
۲ नीलक
۳ धन
۴ ऋण

ومنفي نشاني خاص معين کرده اند چنانکه بيان آنهم بيايدان شاء الله تعالى ومراد از وجه مخصوص طريق تصرف در سؤال سائل است بلحاظ اصول هندسي و نسبت عددي و لهذا اين علم را از فروعات رياضي شمرده اند و داخل علم حساب نکرده اند لاکن چون بعد از اتمام عمل جبريه حاجت باعمال حسابي ميشود براى استخراج مجهولات عددي بنا برآن از متعلقات علم حساب ميشمارند چنانکه مساحت را هم از متعلقات علم حساب شمرده اند و نيز بايد دانست که هرگاه در سؤال سائل بحسب مناسب ومعمول اين فن تصرف مى کنند تعادل از اخيرما اعطاه السائل واقع ميشود پس دوطرف ميشوند يکى حاصل التصرف فى السؤال ويکى ما اعطاه السائل واين هردوطرف را معادلين گويند وچون اکثر است که درين طرفين معادلين گاهى زيادت وگاهى نقصان واقع ميشود پس ناقص را زائد کردن و بهمان قدر بطرف ديگرا فزودن ضرورت ميشود واين عمل را جبر ميگويند بالفتح وجبر در لغت بمعنى بستن شکسته است وهمچنين هرگاه جنسين متفقين درهردوطرف واقع ميشوند متداخلين را ازهردوطرف ساقط مى کنند واين عمل را مقابله نامند وآن در لغت برابر کردن است مثلاً سه مال الا چهار شيء معادل پانزده عدد اند پس بعد جبر سه مال معادل پانزده عدد وچهار شيء خواهد شد واگر گويند که سه مال وچهار شيء معادل سي وسه عدد ويک شيء اند پس بعد عمل مقابله سه مال وسه شيء معادل سي وسه عدد خواهد بود وميرمحمد باقر داماد در عيون الحساب بنظم آورده

رباعي * اسقاط مشترک بنما از معادلين * کانرا علم بود برجبري مقابله *
* مستثنيات بفگن وافزاى مثل آن * برديگرى که جبر بوداين معامله *

بدانکه اهل اين فن اکثر مجهول را شيء تعبير مى کنند اعم ازينکه جذر باشد يانه وگاهى بدرهم ودينار ونصيب وحصه وقدر تفاضل وغيرآن بحسب مناسب مقام نام مى نهند اگر مجهول متعدد باشد ومضروب فى نفسه را مال گويند ومضروب فى نفسه درهم ودينار وغيره را مال درهم ومال دينار ومال نصيب ومال حصه وعلى هذا القياس تعبير مى کنند وهمچنين مضروب مال فى الشيء راکعب ومضروب مال درهم فى درهم راکعب درهم هکذا على قياس ما ذکر فى المطلب الثامن من الباب الاول واين جميع حاصلات را مراتب مجهولات واجناس مجهولات خوانند چراکه ضلع اول آنها مجهول است وهمچنين اهل هند مجهول را اگر يکى باشد جاوت خواه تاوت نام مى نهند واگر متعدد باشند ديگران را بلونى تعبير ميکنند مثل سيامک ونيلک وزردک وغيرآن وحاصل ضرب فى نفسه آنهارا

همچنین بمال وکعب وغیره تعبیرمی کنند چنانکه صاحب بیج گنت بیان فرموده والله اعلم بحقیقة الحال ونیز باید دانست که اهل این فن اگر جنسی را از جنسی دیگر ساقط کنند منقوص منه را که مثبت است مستثنی منه وزائد ووجودی ومنقوص راکه منفی است مستثنی وناقص وعدمی گویند بلکه مطلق اجناس واعداد راکه صلاحیت منقوص منه بودن دارند زائد ومستثنی منه میخوانند وبرای آن نشان بدینصورت نویسند ند مثلاً مال ند وشیٔ ند و۱۴ ند اعنی یک مال ویک شیٔ وچهارده عدد وبرای مطلق ناقص این نشان کنند قص مثلاً مال قص وشیٔ قص و۱۴ قص اعنی الّا یک مال والّا یک شیٔ والّا چهارده عدد واهل هند مستثنی منه ومثبت را دهن ومستثنی ومنفی را رن گویند مثلاً مال دهن وشیٔ دهن و۱۴ دهن وهمچنین در مستثنی مال رن وشیٔ رن و۱۴ رن ونیز بسبب این نشانات زائد وناقص حاجت واوعطف والّا در اجناس نمیشود مثلاً پنج مال وچهار شیٔ والا ۱۳ عدد را اهل این فن بدینصورت نویسند ۵ مال ند ۴ شیٔ ند ۱۳ قص واهل هند ۵ مال دهن ۴ شیٔ دهن ۱۳ رن نگارند وهمچنین اگر زائد بعد ناقص واقع شود یا قبل ناقص افتد هیچ قباحتی ندارد ازنشان معلوم میشود که مثبت است یا منفی اعنی مستثنی منه است یا مستثنی ونیز دو جمله که باهم معادل ومساوی شوند درمیان هردو جمله لفظ مساوی یا معادل می نگارند مثلاً ۲ کعب ند و۴ شیٔ ند معادل ومساوی ۳۲ عدد است این رابدینصورت نگارند ۲ کعب ند ۴ شیٔ ند مساوی ۳۲ ونیز باید دانست که هرگاه جنسی را در جنسی ضرب سازند چون حقیقت ضرب اضعاف احد المضروبین بعدة آحاد مضروب آخر است اعنی اگر چهار عدد را در یک شیٔ ضرب نمایند حاصل چهار شیٔ است لهذا مضروب را بر مضروب فیه مقدم کرده می نویسند بدینصورت ۴ شیٔ واگر شیٔ را در درهم ضرب سازند بدینصورت نویسند شیٔ درهم وگاهی لفظ فی درمیان مضروبین می نگارند بدینصورت شیٔ فی درهم وبعضی بمسطح تعبیر می کنند اعنی مسطح شیٔ درهم وهمچنین اگر مجموع جنسین را در جنسی دیگر یا جنسین ضرب کنند بالای هریک از مضروب ومضروب فیه مدی کشند که دلالت بر مجموع کند مثلاً اگر مجموع شیٔ ودرهم را در دینار ضرب سازند بدینصورت نگارند شی ند درهم ند فی دینار ند واگر جنسی را در جنسی ضرب ساخته باز در جنسی دیگر ضرب کنند بدینصورت نگارند شی ند فی درهم ند فی دینار ند ونیز اگر جنسی را بر جنسی قسمت سازند بطور کسور مقسوم را صورت ومقسوم علیه را مخرج قرار داده می نویسند چراکه حقیقت

کسر همین است که صورت کسر مقسوم است بر مخرج مثلاً شيء را بر دینار قسمت کنند بدینصورت نویسند $\frac{\text{شي}}{\text{دینار}}$ وبعضی لفظ مقسوم بر مقسوم ولفظ علی بر مقسوم علیه نگارند بدینصورت $\frac{\text{مقسوم}\ \text{شي}}{\text{علی}\ \text{دینار}}$ ونیز اگر جذر جنسي منظور باشد لفظ جذر نویسند وبرای ضلع اول هر منزل لفظ ضلع را با نام منزل می نگارند مثل ضلع کعب وضلع مال المال وضلع مال الکعب وغیر آن مثلاً اگر بخواهند جذر مجموع شيء ودینار نویسند بدینصورت جذر شيء بد دینار بد ونیز هرگاه از جنسی مراد جنسی دیگر باشد لفظ اعني در میان نگارند مثلاً اگر گویند مراد از مربع شيء ودرهم مجموع مربع شيء ومربع درهم ومسطح دوشيء في درهم است آنرا بدینصورت نویسند مربع شيء بد درهم بد اعني مربع شيء بد مربع درهم بد ۲ شيء بد في درهم بد واگر جنسی را زیاده کردن بر جنسي دیگر ونقصان کردن هردو منظور باشد هردو نشان زائد وناقص بالای یکدیگر می نگارند چنانکه اگر گویند که شيء را زیاده کنند یا ناقص سازند بهردو طور مطلوب حاصل می شود بدینصورت نگارند $\overset{\text{بد}}{\text{قص}}$ شيء اعني خواه زائد خواه ناقص هردو مطلوب میتواند شد واجزاء شيء ومال وکعب را بلفظ جزء تعبیر می کنند مثلاً واحد را اگر بر شيء قسمت سازند خارج را جزء شيء گویند واگر بر مال قسمت کنند خارج را جزء مال نامند وعلی هذا القیاس اعني واحد مقسوم علی شيء وواحد مقسوم علی مال وهرگاه مجموع دوجمله یا زیاده مطلوب بود لفظ مجموع در آخر نگارند بطوریکه دائرهٔ عین آن هردو جمله را احاطه کند مثلاً مجموع چهار شيء ویک مال ودو دینار ویک مال دینار مطلوب باشد بشرطیکه آن هردو جمله جدا جدا واقع شده باشند بدینصورت نگارند

مجمـــــــــــــــوع
۴ شي بد ۱ مال بد
۲ دینار بد ۱ دینار بد

نیز باید دانست که هرگاه از مستثنی اعني ناقص جنسی دیگر را مستثنی ونا قص نمایند آن را مثبت وزائد می نویسند چراکه في الحقیقة نفي النفي اثبات است وهمچنین اگر باز جنسی را از ان مستثنی وناقص سازند آنرا منفي وناقص نگارند وهکذا بعد از ان بلحاظ شمار مستثنی اول اگر مستثنی در مرتبهٔ فرد است منفي است واگر در مرتبهٔ زوج است مثبت خواهد بود مثلاً یک مال الّا چهار شيء الّا چهار عدد است آن را بدینصورت نویسند مال بد ۴ شيء قص ۴ بد واگر دو کعب الّا سه مال الّا چهار شيء الّا چهار عدد باشند بدینصورت نگارند ۲ کعب بد ۳ مال قص ۴ شيء بد ۴ قص وهکذا ونیز باید دانست که گاهی جذر جنسی را تضعیف یا تنصیف وخواه

باجذر جنسی دیگر جمع نمایند یا تفریق یا ضرب و قسمت وغیره اعمال کنند این قسم اعمال را اصم الجذر گویند واهل هند عمل کرنی خوانند زیراکه جذر آن جنس اصم است اعني برآورده نشده است مثلاً خواهندکه جذر کعب را با جذر مالالکعب جمع نمایند خواه جذر شيء را با جذر دینار جمع کنند خواه جذر چهار را با جذر پنج جمع سازند وعلی هذا ونیز باید دانست که گاهی در معادله یک طرف صفر می افتد پس جمیع اعمال تضعیف و تنصیف وتفریق وجمع وغیره متعلق صفر هم میشوند وما طریق جمیع اعمال را در مطالب جداگانه بیان نمائیم ان شاء الله تعالی *

مطلب اول در تضعیف وتنصیف ودر آن چند بیان است

بیان اول در تضعیف وتنصیف صفر بدانکه تضعیف وتنصیف صفر هم صفر میشود چراکه صفر مرتبهٔ خالی است *

بیان دویم در تضعیف وتنصیف اجناس زائده وناقصه باید دانست که درین اعمال لحاظ اعداد هر جنس واجب است که در تضعیف عدد آن جنس را تضعیف می نمایند ودر تنصیف عدد جنس را تنصیف میسازند اجناس متعدده باشند یا جنس مفرد وزائده باشند خواه ناقصه که حاصل هم همان زائده خواه ناقصه خواهد بود بی تفاوت وتضعیف وتنصیف کسور اجناس هم مثل تضعیف وتنصیف کسور عددي است بلا تفاوت مثلاً یک مال وچهار شيء الا چهار عدد را تضعیف سازند حاصل دو مال وهشت شيء الا هشت عدد خواهد بود واگر یک مال وچهار شيء الا چهار عدد را تنصیف نمایند نصف مال ودو شيء الا دو عدد میشود وگاهی تنصیف را بطور قسمت مقسوم ومقسوم علیه مینویسند اعني تنصیف عبارت از قسمت عدد بر دو است پس بدین صورت $\frac{\text{۱ مال ند ۴ شي تد ۴ قص}}{\text{۲}}$ (مقسوم)

واگر ثلث مال ودو ثلث شيء الا سه ربع عدد را تضعیف سازند بدین صورت نویسند ۲/۳ مال ند ۱ ۱/۳ شيء تد ۱ ۱/۲ قص وهکذا در تنصیف کسور *

بیان سیوم در تضعیف وتنصیف اصم الجذر باید که در تضعیف عدد اصم الجذر را در چهار ضرب سازند ودر تنصیف بر چهار قسمت نمایند مثلاً اگر بخواهند که جذر یک کعب را تضعیف سازند عدد کعب را در چهار ضرب ساختم حاصل چهار کعب شد پس تضعیف جذر یک کعب جذر چهار کعب است وهکذا اگر بخواهند جذر نه را تضعیف نمایند پس نه را در چهار ضرب نمودم حاصل سي وشش شد وجذر آن

تضعیف جذرنه است وهمچنین درتنصیف قسمت می کنند وبیان آن ظاهراست وهمچنین حذرالجذر اعداد رادرشانزده ضرب سازند ودرتنصیف برشانزده قسمت کنند ودرتضعیف کعاب اعداد جنس رادرهشت ضرب کنند ودرتنصیف قسمت نمایند *

مطلب دویم درجمع ودرآن نیزچند بیان است

بیان اول درجمع صفربایددانست که اگرصفررا باصفرجمع سازند حاصل همان صفرمیشود واگرصفررا باجنسی خواه عددی که زائدباشدیاناقص جمع نمایند حاصل همان جنس باعدد باشدبعینه *

بیان دویم درجمع اجناس زائده وناقصه وآن برچهارنوع بود * نوع اول آنکه مزید ومزید علیه هردو متفق فی الجنسیة وزیادت ونقصان باشند اعنی هردو ازیک جنس باشند وهم هردو زائد باشند یا هردو ناقص دراینصورت اعداد جنس را جمع سازند مثلاً چهارکعب زائدرا باپنج کعب زائد جمع کنم چون مزید ومزیدعلیه هردو ازیک جنس وزائدین اند جمع اعداد نمودم حاصل نه کعب زائدشد وهمچنین اگرناقص فرض کنم حاصل نه کعب ناقص خواهد بود * * نوع دویم آنکه هردو مختلف الجنسیة ومتفق فی الزیادة والنقصان باشند پس هردو را بصورت آنها جمع نمایند ودرعبارت بواوعطف جمع سازند مثلاً پنج کعب زائدرا باچهارشیء زائد جمع سازند پنج کعب زائد وچهارشي زائدشد وآنرابدینصورت نویسند ۵ کعب ىد ۴ شي ىد * * نوع سیوم آنکه هردو مختلف فی الجنسیة ومختلف فی الزیادة والنقصان باشند آنهارانیزمثل نوع دویم جمع کنند مثلاً پنج کعب زائدرا باچهارشيء ناقص جمع سازند حاصل بدینصورت شد ۵ کعب ىد ۴ شيء نقص * * نوع چهارم آنکه هردو متفق الجنسیة ومختلف فی الزیادة والنقصان باشند پس باید که فضل اعداد هردو وبگیرند که جانب فاضل حاصل جمع است مثلاً چهارکعب زائدرا باپنج کعب ناقص جمع نمایم چون واحد فضل جانب ناقص است پس یک کعب ناقص حاصل جمع شد واگر پنج کعب زائدرا باچهارکعب ناقص جمع سازم چون واحد فضل جانب زائداست پس یک کعب زائد حاصل جمع گردید هرگاه این اقسام معلوم شدمیگویم که اگرمزید ومزید علیه متعدد الاجناس خواه جملهٔ متعدده باشند باید که هریکی رامتحاذی الاجناس نگارند ومحاذی هرجنس درجملهٔ که عددنباشد صفرنهند وجمع سازند چنانکه مذکورشد وحاصل جمع راتحت خط عرضي

نویسند مثلاً اگر خواهم که این دو جمله را جمع کنم نوشتم وجمع نمودم بدینصـــــــــورت

مثال اول

جملهٔ اولی ۞ ۷ کعب کعب دد ۵ مال دد ۱۰۰ عدد دد ۷ شيء قص ۳ کعب قص
جملهٔ ثانیه ۞ ۵ کعب کعب دد ۲ مال قص * ۴ شيء دد ۲ کعب قص
حاصل جمع ۞ ۱۲ کعب کعب دد ۳ مال دد ۱۰۰ عدد دد ۳ شيء قص ۵ کعب قص

مثال دیگر

جملهٔ اولی ۞ ۱ کعب دد ۳ مال دد ۶ شيء دد ۱ جزء مال قص ۵ نص
جملهٔ ثانیه ۞ ۱ کعب قص ۵ مال دد ۱۰ شيء قص * ۱۰۰ دد
حاصل جمع ۞ * ۸ مال دد ۴ شيء قص ۱ جزء مال قص ۹۵ دد

مثال دیگر بطور اهل هند

جملهٔ اولی ۞ ۱ جاوت دهن ۱ سیامک دهن
جملهٔ ثانیه ۞ ۲ جاوت دهن ۸ سیامک رن
حاصل جمع ۞ ۳ جاوت دهن ۷ سیامک رن

بیان سیوم در جمع جذرین الجنسین باید دانست که اگر مزید و مزید علیه متفق الجنسیة باشند پس هردو را جمع کنند بلحاظ زائد و ناقص واصم الجذر اعظم نام نهند وباز مسطح هردو را بگیرند پس اگر آن مسطح مجذور منطق بود جذر آنرا تضعیف سازند واصم الجذر اصغر نام گذارند وهردو اعظم واصغر را جمع کنند بطریقیکه در جمع زائد وناقص گفته شد واگر مسطح مجذور منطق نبود جمع ممکن نباشد پس هردو را بصورتش نویسند واین قاعدهٔ عام است خواه جنسین منطقین باشند خواه اصمّین مثلاً خواستم جذر چهار مال زائد را با جذر نه مال زائد جمع کنم هردو را جمع نمودم سیزده مال اصم الجذر اعظم شد وباز هردو را باهم ضرب ساختم سي وشش مال المال شد جذر آن را که شش مال است تضعیف نمودم دوازده مال گردید وآن اصم الجذر اصغر است پس هردو را باهم جمع کردم بست وپنج مال شد پس جذر آن حاصل جمع جذرین است واین مثال جذرین منطقین است مثال دیگر میخواهم که جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب زائد جمع نمایم اول هردو را جمع نمودم بست وشش کعب واصم الجذر اعظم شد باز هردو را باهم ضرب نمودم یکصد وچهل وچهار

فو

کعب کعب گردید و جذر آنرا که دوازده کعب است تضعیف نمودم اصم الجذر اصغر بست وچهار کعب شد وهردو را جمع نمودم پنجاه کعب برآمد پس جذر آن حاصل جمع جذرین مطلوب است مثال دیگر اگر جذر هشت کعب ناقص را باجذر هجده کعب زائد جمع نمایم چون بموجب عمل مذکور اصم الجذر اعظم بست وشش کعب واصم الجذر اصغر بست وچهار کعب است پس بموجب قاعدهٔ جمع زائد وناقص که در نوع چهارم مذکور کرده شد فضل اعظم علی الاصغر گرفتم دو کعب برآمد چون فضل جانب زائد بود پس جذر دو کعب زائد حاصل جمع گردید وهمچنین اگر جذر هشت کعب زائد را باجذر هجده کعب ناقص جمع نمایم چون فضل جانب ناقص است پس جذر دو کعب ناقص حاصل جمع خواهد بود مثال دیگر اگر خواهم که جذر هشت عدد زائد را با جذر دوعدد زائد جمع کنم اول هردو را جمع نمودم ده اصم الجذر اعظم شد باز هردو را ضرب نمودم شانزده گردید وجذر آن راکه چهار است تضعیف ساختم هشت اصم الجذر اصغر گردید وهردو را جمع نمودم هجده شد وجذر آن حاصل جمع مطلوب است *

فائده اگر مسطح عددین جنسین را در چهار ضرب ساخته جذر بگیرند نیز اصم الجذر اصغر میشود فافهم *

فائدهٔ دیگر اگر جذرین جنسین منطقین باشند حاجت باین عمل نیست جذر هردو را گرفته جمع نمایند لاکن در بعض جا که ضرورت میشود برای جنسین منطقین نیز حاجت این عمل می افتد واگر یکی منطق ودیگری اصم خواه هردو اصم باشند پس این عمل واجب میشود طریق دویم عاد اعداد اجناس مضروبین حاصل سازند بشرطیکه بهم رسد واعداد اجناس مضروبین را برآن قسمت کنند اگر خارج قسمت هردو عدد منطق برآید جذر آن بگیرند وجمع نموده مجذور مجموع را در عدد عاد ضرب سازند که حاصل عدد حاصل الضرب است مثلا جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب ناقص جمع کنم چون عاد هردو عدد دو است لهذا اعداد مضروبین را برد وقسمت نمودم خارج یکی چهار زائد وخارج دیگر نه ناقص گردید وجذر هردو را جمع نمودم واحد ناقص برآمد آنرا در دو ضرب ساختم دو ناقص گردید پس جذر دو کعب ناقص حاصل جمع شد طریق سیوم باید که اکثر را بر اقل قسمت نمایند وملاحظه کنند اگر خارج قسمت عدد منطق باشد بر جذر آن واحد بیفزایند ومجذور آنرا در عدد اقل ضرب سازند اگر مزید ومزید علیه زائدین یا ناقصین باشند واگر مختلفین

بوند پس از جذر خارج واحد بکاهند و مجذور باقی را در عدد اقل ضرب سازند که حاصل ضرب جمع باشد و اگر خارج قسمت عدد منطق نبود جمع ممکن نباشد هر دو را بصورت جمع کنند مثلاً اگر جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب زائد جمع سازند هجده کعب را که اکثر بود بر هشت کعب قسمت نمودم خارج دو صحیح و یک ربع گردید و جذر آن یک صحیح و یک نصف است پس واحد بر آن افزودم دو صحیح و یک نصف شد و مجذور آنرا که شش صحیح و یک ربع است در هشت کعب که اقل است ضرب ساختم حاصل پنجاه کعب زائد گردید و هو المطلوب و همچنین اگر جذر هشت کعب زائد را با جذر هجده کعب ناقص جمع کنم پس از جذر خارج قسمت که یک صحیح و یک نصف بود واحد کاستم باقی یک نصف ماند و مجذور آنرا که یک ربع است در هشت کعب ضرب نمودم دو کعب ناقص گردید چرا که فضل جانب ناقص است و هو المطلوب مثال دیگر اگر خواهم که جذر سه کعب زائد با جذر هفت کعب زائد جمع سازم چون بطریق اول دیدم که مسطح هر دو بست و یک کعب کعب است و آن منطق نیست و نیز بطریق دویم چون اکثر را بر اقل قسمت نمودم خارج قسمت دو صحیح و یک ثلث شد و آنهم منطق نیست پس دانستم که جمع جذرین این هر دو ممکن نیست پس آن هر دو را بصورت جمع نمودم اعنی جذر سه کعب زائد و جذر هفت کعب زائد و علی هذا القیاس و باید دانست که اگر اجذار جنسی را با اجذار جنسی جمع سازند باید که مربع عدد اجذار را در اعداد جنس ضرب کرده حاصل را عدد جنس قرار دهند و جمع سازند مثلاً اگر خواهم که سه جذر چهار کعب را با دو جذر سه کعب جمع کنم پس چون عدد اجذار اول سه است لهذا مجذور آنرا که نه بود در چهار که عدد جنس است ضرب ساختم سی و شش شد و چهار را که مجذور دو است در سه ضرب کردم دوازده گردید پس جذر سی و شش کعب را با جذر دوازده کعب جمع کردم و هکذا *

بیان چهارم در جمع جذری الجذرین و طریقش این است که اول بطور جمع الجذرین عمل نمایند بلا لحاظ زائد و ناقص اعنی اعداد جنسین را جمع کنند و ضعف جذر مسطح العددین را بلا لحاظ زائد و ناقص بر آن بیفزایند و مجموع را محفوظ اول قرار دهند و باز جذر مسطح العددین را در چهار ضرب سازند و محفوظ ثانی نام گذارند و محفوظین را بطور قاعدهٔ جمع الجذرین جمع سازند حاصل مطلوب بود مثلاً جذر الجذر هشتاد و یک را با جذر الجذر شانزده جمع کنم اول جمع الجذرین نمودم یکصد و شصت و نه محفوظ اول شد و یکصد و چهل و چهار محفوظ ثانی پس محفوظین را بقاعدهٔ مذکوره

جمع نمودم ششصد و بست و پنج گردید و آن مطلوب است و باید دانست که در جمع محفوظین لحاظ زائد و ناقص ضرور است اعني اگر اصم الجذر اعظم زائد است پس محفوظ اعظم زائد خواهد بود و اگر ناقص است ناقص و علی هذا القیاس *

بیان پنجم در جمع کعبین و طریقش این ست که مربع احد العددین را در دیگری ضرب کرده حاصل را در بست و هفت ضرب سازند و ضلع کعب آنرا اگر برآید بر آن عدد دیگر بیفزایند و مربع دویم را در اول ضرب نموده حاصل را در بست و هفت ضرب سازند و ضلع کعب حاصل را اگر برآید بر اول بیفزایند و هردو حاصل را بلحاظ زائد و ناقص جمع کنند اعني اگر متحدین اند جمع سازند و اگر مختلفین اند فضل جانب فاضل بگیرند مثلاً کعب هشت زائد را با کعب شصت و چهار زائد جمع کنم مربع اول را که ۶۴ بود در دیگری که هم ۶۴ است ضرب نمودم ۴۰۹۶ گردید آنرا در بست و هفت ضرب ساختم ۱۱۰۵۹۲ شد ضلع کعب این ۴۸) است آنرا با عدد دویم که شصت چهار بود جمع کردیم ۱۱۲ شد باز مربع شصت و چهار را که ۴۰۹۶) است در هشت که اول است ضرب ساختم ۳۲۷۶۸ شد آنرا در بست و هفت ضرب نمودم ۸۸۴۷۳۶ گردید و ضلع کعب آن ۹۶) است آنرا با اول جمع ساختم ۱۰۴ شد چون جمع زائدین بود هردو را جمع کردم ۲۱۶ گردید و هو المطلوب اعني کعب مجموع کعبین است و همچنین اگر هردو ناقص باشند و اگر مختلفین باشند فضل بگیریم و آن هشت است پس اگر فضل جانب زائد بود کعب هشت زائد منظور باشد و اگر ناقص ناقص مطلوب شود و باید دانست که عدد از هر جنس که بود حاصل هم آن جنس خواهد بود مثلاً در مثال مذکور کعب هشت مال را با کعب شصت و چهار مال جمع کنند حاصل کعب دو صد و شانزده مال خواهد بود *

مطلب سیوم در تفریق

بدانکه تفریق عکس جمع است و در آن نیز بموجب جمع چند بیان است

بیان اول در تفریق صفر باید دانست که صفر را اگر از جنسی یا عددی زائد و یا ناقص نقصان کنند باقي همان جنس و عدد باشد و اگر جنسي یا عددی را از صفر نقصان نمایند نیز باقي همان جنس و عدد شود الا اگر آن جنس و عدد زائد باشد باقي ناقص و اگر آن جنس و عدد ناقص باشد باقي زائد برآید مثلاً اگر پنج مال یا پنج شيء یا پنج عدد زائد از صفر نقصان کنند باقي پنج مال یا پنج شيء یا پنج عدد ناقص برآید و اگر ناقص را از صفر نقصان نمایند باقي زائد برآید *

بیان دویم در تفریق اجناس زائده و ناقصه و آن نیز بطور جمع چهار نوع است و طریق تفریق هرنوع بعکس طریق جمع آن نوع است ❊ نوع اول که منقوص و منقوص منه هردو متفق فی الجنسیة والزیادة والنقصان باشند پس اقل را از اکثر ساقط نمایند مثلاً چهار کعب زائد را از نه کعب زائد نقصان کنم باقی پنج کعب زائد ماند و اگر نه کعب زائد را از چهار کعب زائد نقصان کنم باقی پنج کعب ناقص خواهد بود و نیز اگر منقوص را در زیادت و نقصان منعکس سازند اعنی زائد را ناقص و ناقص را زائد فرض کنند و تفاضل بگیرند خوب است که فضل جانب فاضل حاصل تفریق بود چنانکه در مثال اول اگر چهار کعب زائد که منقوص بود ناقص فرض کردم چون فضل جانب زائد پنج است لهذا پنج کعب زائد حاصل تفریق شد و همچنین در مثال ثانی نه کعب زائد را که منقوص است ناقص فرض کردم چون فضل جانب ناقص پنج است پس پنج کعب ناقص حاصل تفریق شد و هکذا در ناقصین ❊ نوع دویم که هردو مختلف الجنسیة و متفق فی الزیادة والنقصان باشند پس منقوص را در زیادت و نقصان منعکس ساخته هردو را بصورت نویسند مثلاً اگر چهار شيء زائد را از پنج کعب زائد نقصان کنند چهار شيء زائد را که منقوص بود منعکس ساختم حاصل ۵ کعب ند ۴ شيء قص شد و در عبارت بلفظ الّا تعبیر نمایند اعنی پنج کعب الّا چهار شيء و اگر از پنج کعب ناقص چهار شيء ناقص را ساقط کنم منقوص را منعکس نمودم حاصل ۵ کعب قص ۴ شيء ند گردید ❊ نوع سیوم که هردو مختلف الجنسیة و مختلف فی الزیادة والنقصان باشند حال آنهم مثل نوع دویم است مثلاً اگر از پنج کعب زائد چهار شيء ناقص را ساقط کنم منقوص را منعکس ساختم ۵ کعب ند ۴ شيء ند شد و اگر از پنج کعب ناقص چهار شيء زائد را ساقط کنم حاصل ۵ کعب قص ۴ شيء قص شود ❊ نوع چهارم که هردو متفق فی الجنسیة و مختلف فی الزیادة والنقصان باشند پس منقوص را منعکس ساخته با منقوص منه جمع نمایند که حاصل تفریق باشد از جهت منقوص منه مثلاً چهار کعب ناقص را از نه کعب زائد نقصان کنم پس منقوص را منعکس ساختم چهار کعب زائد شد و آنرا با منقوص منه جمع نمودم سیزده کعب زائد حاصل تفریق شد چراکه نفي النفي اثبات است و همچنین اگر دوازده عدد زائد را از پانزده عدد ناقص ساقط کنم حاصل تفریق بست و هفت عدد ناقص خواهد بود و همچنین اگر اجناس متعدده باشند بطور جمع منقوص را تحت منقوص منه محاذي یکدیگر نویسند و عمل نمایند ❊

مثال اول

منقوص منه ÷ ۷ کعب کعب ند ۵ مال ند ۱۰۰ ند ۷ شئ قص ۳ کعب قص
منقوص ÷ ۵ کعب کعب ند ۲ مال قص * ۴ شئ ند ۲ کعب قص
حاصل تفریق ۲ کعب کعب ند ۷ مال ند ۱۰۰ ند ۱۱ شئ قص ۱ کعب قص

مثال دیگر

منقوص منه ÷ ۱ کعب ند ۳ مال ند ۶ شئ ند ۱ جزء مال ند ۵ قص
منقوص ÷ ۱ کعب قص ۵ مال ند ۱۰ شئ قص * ۱۰۰ ند
حاصل تفریق ÷ ۲ کعب ند ۲ مال قص ۱۶ شئ ند ۱ جزء مال ند ۱۰۵ قص

مثال دیگر بطور اهل هند

منقوص منه ÷ ۲ جاوت دهن ۸ سیا مک رن
منقوص ÷ ۱ جاوت دهن ۱ سیا مک دهن
حاصل تفریق ÷ ۱ جاوت دهن ۹ سیا مک رن

بدانکه از منعکس نمودن منقوص تبدیل علامت منظور است اعني علامت زائد را ناقص وناقص را زائد فرض می کنند فافهم *

فائده بدانکه چون تفریق عکس جمع است لهذا خلاصهٔ قواعد جمیع انواع این است که علامت منقوص را از زائد وناقص تبدیل و منعکس نموده با منقوص منه جمع میسازند که حاصل جمع بسبب انعکاس حاصل تفریق میشود *

بیان سیوم در تفریق جذرین الجنسین و جذر الجذرین وکعبین وحال اینهم مثل جمع است بالانعکاس اعني منقوص را منعکس نموده با منقوص منه جمع میسازند بطریقیکه در جمع گفته شد *

مطلب چهارم در ضرب ودر آن چند بیان است

بیان اول در ضرب صفر بدانکه هرگاه احد المضروبین صفر باشد حاصل هم صفر خواهد شد *

بیان دویم در ضرب اجناس زائده وناقصه وطریقش آنست که اعداد جنس مضروب را در اعداد جنس مضروب فیه ضرب سازند وجنس مضروب را درجنس مضروب فیه ضرب نمایند و باید دانست که حاصل زائد در زائد وناقص در ناقص همیشه زائد می باشد وحاصل الضرب

مختلفین همیشه ناقص است بدانکه اجناس برد و نوع است یکی آنکه اجناس متحد الضلع باشند اعنی ضلع اول آنهایکی بود چون شيء و مال و کعب وغیره ودویم آنکه اجناس مختلف الضلع باشند اعني شيء ودرهم ومال مال درهم وشيء وکعب درهم وهکذا پس طریق ضرب اجناس متحد الضلع اینست که عدد منازل اجناس مضروبین را جمع نمایند اگر مضروبین در یکطرف باشند خواه بطرف صعودي خواه بطرف نزولي که آن عدد منزل حاصل الضرب است مثلاً اگر دو مال زائد را در چهار کعب زائد ضرب کنم عدد جنس مضروب را که دو است در چهار که عدد جنس مضروب فیه است ضرب نمودم هشت شد وچون عدد منزل مال دو وعدد منزل کعب سه است ومجموع آن پنج می شود وآن عدد منزل مال کعب است پس حاصل الضرب هشت مال زائد گردید وهمچنین اگر چهار کعب ناقص را درهفت مال مال ناقص ضرب کنم پس چهار را درهفت ضرب کردم بست وهشت شد وعدد منزل کعب را که سه است با عدد منزل مال مال که چهار است جمع نمودم هفت شد وآن عدد منزل مال مال کعب است پس بست وهشت مال مال کعب زائد گردید چراکه مضروبین ناقصین بودند واگر چهار کعب ناقص را درهفت مال مال زائد خواه چهار کعب زائد را درهفت مال مال ناقص ضرب سازم حاصل بست وهشت مال مال کعب ناقص خواهد برآمد ونیز باید دانست که چون شيء اول مراتب صاعده وجزء شيء اول مراتب نازله وواحد وسط فی النسبة است درینصورت منزل عدد بمرتبهٔ صفرا ست پس حاصل ضرب عدد منزل هر جنس در منزل عدد که صفر است همان عدد منزل جنس خواهد بود مثلاً اگر چهار کعب زائد را در پنج عدد زائد ضرب کنم چهار را در پنج ضرب نمودم بست شد وچون عدد منزل کعب را که سه است با عدد منزل عدد که صفر است جمع نمودم همان سه شد وآن عدد منزل کعب است پس بست کعب زائد حاصل الضرب گردید واگر احد المضروبین در منزل صعودي ودیگری در منزل نزولي باشد پس اعداد اجناس را باهم ضرب نموده فضل اعداد منازل اجناس بگیرند که حاصل عدد منزل جانب فاضل خواهد بود واگر اعداد منازل مضروبین مساوي باشند حاصل واحد خواهد برآمد که در منزل صفر است مثلاً اگر چهار مال زائد را در سه جزء کعب زائد ضرب سازم اول چهار را در سه جزء ضرب کردم دوازده شد وفضل عدد منزل جزء کعب بر عدد منزل مال گرفتم واحد برآمد وآن عدد منزل جزء شيء

که منزل نزولي جانب فاضل است گردید پس دوازده جزء شيء زائد حاصل ضرب شد واگر چهار مال زائد را در سه جزء مال زائد ضرب کنم چون عدد منزل مضروبين متساوي است لهذا حاصل دوازده عدد زائد خواهد بود واگر اجناس مضروبين مختلف الضلع باشند مثلاً شيء و درهم خواه مربع شيء في مربع درهم وغيرآن پس اعداد اجناس را باهم ضرب سازند و حاصل ضرب اجناس مضروبين را بمسطح آن اجناس تعبير نمايند خواه لفظ في درميان هردو نهند مثلاً اگر خواهم چهار شيء را در سه درهم ضرب سازم حاصل ضرب دوازده مسطح شيء درهم گويم خواه دوازده شيء في درهم گويم و بايد دانست که اگر اجناس احد المضروبين خواه مضروبين کثير باشند پس هر جنس مضروب را در هر جنس مضروب فيه بطريقيکه مذکور شد ضرب نموده حاصل را متحاذي يکديگر که هر جنس مقابل جنس خود افتد چنانکه در جمع مذکور شد بنويسند و جمع سازند و بعضي شبکهٔ جدول مربعات کشند وآن خالي از تکلف نيست مثلاً خواستم که شش کعب زائد و چهار مال زائد الا چهار شيء و پنج عدد را در شش مال مال زائد وهفت مال زائد الا ده جزء شيء ضرب سازم نوشتم مضروب و مضروب فيه را وضرب نمودم بدينصورت گرديد (شکل ۱۵۳)

واگر شبکه رسم نمايم بدينصـــــــــــــــــــــــــــورت (شکل ۱۵۴)

و بارحاصلات شبکه را براي جمع متحاذي الاجناس نوشتم وجمع کردم بدينصورت (شکل ۱۵۵)

تنبيه ٭ درگاه جنسي را در جنسي ضرب کرده حاصل را باز در جنس ثالث ضرب سازند خواه جمله را در جمله ضرب نموده باز در جملهٔ ثالث ضرب کنند پس بهمان طريق ضرب نمايند که حاصل ضرب آخير مطلوب بود ٭

فائده اگر مضروبين خواه احد المضروبين مقسوم بر جنسي باشند پس مقسوم را صورت کسر و مقسوم عليه را مخرج قرار داده در يکديگر ضرب سازند وانواع آن مثل انواع کسور است مثلاً اگر احد المضروبين که مقسوم بر مال باشد وآنرا در شيء ضرب سازند حاصل مقسوم علي شيء خواهد بود مثلاً ۲۱ عدد و درهم في شيء مقسوم بر مال حاصل ضرب است پس ۲۱ و درهم مقسوم علي شيء است ٭

بيان سيوم در ضرب اجذار اجناس در يکديگر وضرب جذر الاجذار وضرب کعبين بدانکه مسطح الجذرين مساوي جذر مسطح المجذورين مي باشد ومسطح کعبين مساوي کعب

(شـــــــــکل ١٥٣)　　　　صفحـــــــــــه ٣٤٨

حاصل ضرب　　مضـــــــروب　　　　مضروب فيـــــــه

٦ کعب دد ∴ ٤ مال دد ∴ ٤ شيء قص ∴ ٥ قص ❁ ٦ مالمال دد ∴ ٧ مال دد ∴ ١٠ جزء شيء قص

٣٦ مالمال کعب دد ∴ ٤٢ مالکعب دد ∴ ٦٠ مال قص

* * * ٢٤ کعب‌کعب دد ∴ ٢٨ مالمال دد ∴ ٤٠ شيء قص

* ٢٤ مالکعب قص * * * * ٤٨ کعب قص ∴ ٤٠ دد

* * ٣٥ مال قص * ٣٠ مالمال قص * * ٥٠ جزء شيء دد

حاصل جمع * ٣٦ مالمال‌کعب دد ∴ ١٨ مالکعب دد ∴ ٩٥ مال‌قص ∴ ٢٤ کعب‌کعب دد ∴ ٢ مالمال قص ∴ ٤٠ شيء قص ∴ ٢٨ کعب قص ∴ ٤٠ دد ∴ ٥٠ جزء شيء دد

(شکل ١٥٤)　　صفحه ٣٤٨

	٦ کعب دد	٤ مال دد	٤ شيء قص	٥ قص
٦ مال‌مال دد	٣٦ مال‌مالکعب دد	٢٤ کعب کعب دد	٢٤ مالکعب قص	٣٠ مالمال قص
٧ مال دد	٤٢ مال‌کعب دد	٢٨ مال‌مال دد	٢٨ کعب قص	٣٥ مال قص
١٠ جزء شيء قص	٦٠ مال قص	٤٠ شيء قص	٤٠ دد	٥٠ جزء شيء دد

(شـــــــــکل ١٥٥)　　　　صفحـــــــــــه ٣٤٨

٣٦ مالمال‌کعب دد ∴ ٢٤ کعب کعب دد ∴ ٢٤ مالکعب قص ∴ ٣٠ مالمال قص

* * ٤٢ مالکعب دد ∴ ٢٨ مالمال دد ∴ ٢٨ کعب قص ∴ ٣٥ مال قص

* * * * * ٦٠ مال قص ∴ ٤٠ شيء قص ∴ ٤٠ دد ∴ ٥٠ جزء شيء دد

جمع　٣٦ مالمال کعب دد ∴ ٢٤ کعب کعب دد ∴ ١٨ مالکعب دد ∴ ٢ مالمال قص ∴ ٢٨ کعب قص ∴ ٩٥ مال قص ∴ ٤٠ شيء قص ∴ ٤٠ دد ∴ ٥٠ جزء شيء دد

مسطح المکعبین است درینصورت اگر احد المضروبین مجذور یا مکعب باشد که مقصود ضرب جذر
[illegible]

(شـــــــکل ۱۵۵)

مضروب

۳ مال ند ∴ ۵ مسطح درهم في دینار قص ∴ ۱۰

حاصل ضرب اول * ۱۵ مالمال قص ∴ ۱۲ مسطح مال في مسطح درهم في دینار ند ∴

حاصل ضرب دوم * * ۲۵ مسطح مال في مسطح درهم في دینار ند ∴

حاصل ضرب سیوم * * * با قص ∴

جمـــــع * ۱۵ مالمال قص ∴ ۳۷ مسطح مال في مسطح درهم في دینار ند

مضروب

۳ مال جارت دهن ∴ ۵ مسطح سیا مک نیلک رن ∴ ذک مال سبزک ارن ∴

حاصل جمع * ۱۵ مالمال جارت رن ∴ ۳۷ مسطح مال جارت في مسطح

[illegible]

حاصل الضرب ∴ جذر ۸۱ مال مال ند جذر ۷۵ مال قص جذر ۶۷۵ مال ند جذر ۶۲۵۰ قص

چون جذر هفتاد و پنج مال ناقص را با جذر ششصد و هفتاد و پنج مال زائد جمع نمودم حاصل

فح

جزء شيء نه
جزء شيء نه

جزء شيء اه
جزء شيء ده

حاصل جمع

۴
*
*
جمع ۴

مسطح المكعبين است درينصورت اگراحدالمضروبين مجذور يا مكعب باشد كه مقصود ضرب جذر
يا كعب اوست ومضروب آخر مجذور يا مكعب نبود پس لازم است كه مجذور يا مكعب مضروب
آخر گرفته باهم ضرب نمايند مثلاً اگر خواهم كه جذر نه مال را دردوشيء ضرب كنم پس مجذور
دوشيء كه چهارمال است گرفته نه مال را درچهار مال ضرب ساختم حاصل سي وشش مال مال
گرديد وجذر آن حاصل الضرب مطلوب است وهمچنين اگر اجناس متعدده باشند هريكي را
چنانكه مذكور شده باهم ضرب نمايند وجمع سازند اگر جمع ممكن باشد والّا هرقدر كه جمع ممكن بود
جمع نموده باقي را بصورت نويسند مثلاً جذر سه مال زائد و ۵ عدد زائد را درجذر دو مال زائد
وجذر سه مال زائد وجذر هشت مال زائد ضرب نمايم پنج عدد را مجذور گرفتم بست وپنج شد وضرب
نمودم حاصل ضرب ۶ مال مال ند ۹ مال مال ند ۲۴ مال مال ند ۵۰ مال ند ۷۵ مال ند ۲۰۰ مال ند
گرديد پس خواستم كه جمع نمايم چون جمع جذر بست وچهار مال مال با جذر شش مال مال
ممكن بود آنرا بقاعدهٔ جمع الجذرين جمع نمودم جذر پنجاه وچهار مال مال شد وجذر نه مال مال
جمع نميتوانست شد لكن جذر آن ممكن است لهذا جذر آنرا كه سه مال است گرفتم وباز جذر ۵۰
مال را با جذر دوصد مال جمع نمودم جذر چهارصد وپنجاه مال گرديد وباز جمع آن با جذر هفتاد
وپنج مال ممكن نبود ونيز هفتاد وپنج مال جذر صحيح ندارد لهذا بصورت نوشتم پس حاصل
ضرب جذر ۵۴ مال مال ند و ۳ مال ند وجذر ۴۵۰ مال ند وجذر ۷۵ مال ند گرديد واگر
اجناس مضروب ومضروب فيه را بقاعدهٔ جمع اجذار جمع نمايند اگر ممكن باشد وباز باهم ضرب
سازند بهتر است مثال اگر جذر سه مال زائد وجذر بست وپنج عدد زائد را در جذر سه مال
زائد وجذر دوازده مال زائد وجذر بست وپنج عدد ناقص ضرب كنم اول جذر سه مال زائد
وجذر دوازده مال زائد را باهم جمع نمودم حاصل جمع جذر بست وهفت مال گرديد
پس نوشتم بدينصورت .

مضروب	مضروب فيه
جذر ۳ مال ند جذر ۲۵ ند ❊	جذر ۲۷ مال ند جذر ۲۵ قص

حاصل الضرب ∴ جذر ۸۱ مال مال ند جذر ۷۵ مال قص جذر ۶۷۵ مال ند جذر ۶۲۵ قص

چون جذر هفتاد وپنج مال ناقص را با جذر ششصد وهفتاد وپنج مال زائد جمع نمودم حاصل

فح

جذر سه صد مال زائد گردید و دیگر جمع ممکن نبود لکن جذر بهم میتوانست شد لهذا جذر گرفتم ۹ مال زائد و جذر سه صد مال زائد و بست و پنج عدد ناقص حاصل جمع شد فافهم *

مطلب پنجم در قسمت و آن عکس ضرب است و در آن نیز چند بیان است *

بیان اول در قسمت صفر بدانکه اگر صفر مقسوم باشد خارج قسمت نیز صفر خواهد بود و صفر صلاحیت مقسوم علیه بودن ندارد زیرا که هر جنسي یا عددي را که در صفر ضرب سازند حاصل صفر میشود و هرگاه مقسوم جنس یا عدد باشد و مقسوم علیه صفر بود پس خارج قسمت هیچ نخواهد بود چراکه خارج قسمت را باید که هرگاه در مقسوم علیه ضرب سازند مساوي مقسوم شود و آن در اینجا بهیچ جنسي و عددي ممکن نیست *

بیان دویم در قسمت اجناس زائده و ناقصه باید که اعداد اجناس مقسوم را بر اعداد اجناس مقسوم علیه قسمت سازند و جنس مقسوم را بر جنس مقسوم علیه قسمت نمایند و اگر مقسوم و مقسوم علیه زائدین یا ناقصین باشند خارج همیشه زائد خواهد بود و اگر مختلفین باشند پس خارج قسمت همیشه ناقص برآید پس اگر اجناس مقسوم و مقسوم علیه هردو متحد الضلع و هردو بیک جانب صعودي یا نزولي واقع شوند پس فضل منزل جنسین بگیرند که آن عدد منزل جنس خارج قسمت جانب صعودي است اگر منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه باشد والا از جانب نزولي و اگر هردو مختلف الجانبین باشند اعني یکی صعودي و دویم نزولي بود عدد منزل هردو را جمع سازند که آن عدد منزل خارج قسمت است پس اگر منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه باشد خارج قسمت صعودي خواهد بود و اگر منزل مقسوم علیه فوق بود خارج قسمت نزولي خواهد برآمد و اگر اجناس مقسومین مختلف الضلع باشند پس مقسوم را بر مقسوم علیه منسوب سازند که قسمت ممکن نیست و همچنین اگر اجناس مقسومین متحد الضلع و متعدد باشند پس اگر اجناس مقسوم زیاده باشند و مقسوم علیه جنس واحد بود قسمت ممکن است و اگر اجناس مقسوم علیه متعدد باشند منسوب نمایند که قسمت ممکن نیست و گاهی اگر اجناس مقسوم علیه هم متعدد و متحد الضلع بوند خواه مختلف الضلع خارج قسمت بالاستقراء یافته میشود مثلا خواستم که چهار کعب زائد را بر دو مال زائد قسمت نمایم چهار را بر دو قسمت نمودم و کعب را بر مال خارج دو شيء زائد گردید و اگر چهار کعب ناقص را بر دو مال ناقص قسمت کنم نیز دو شيء

زائد خارج قسمت است و اگر چهار کعب زائد را بر دو مال ناقص قسمت سازم خارج قسمت دو شيء ناقص است و اگر چهار کعب ناقص را بر دو مال زائد قسمت نمایم نیز خارج دو شيء ناقص میشود و اگر چهار جزء کعب زائد را بر دو جزء مال زائد قسمت کنم خارج دو جزء شيء زائد است و اگر چهار جزء کعب ناقص را بر دو جزء مال ناقص قسمت سازم نیز خارج دو جزء شيء زائد است و اگر چهار جزء کعب زائد را بر دو جزء مال ناقص قسمت نمایم خواه چهار جزء کعب ناقص را بر دو جزء مال زائد قسمت نمایم چون منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه است خارج دو جزء شيء ناقص خواهد بود و اگر دو مال زائد را بر چهار کعب زائد خواه دو مال ناقص را بر چهار کعب ناقص قسمت کنم خارج دو ربع جزء شيء زائد است و اگر دو مال ناقص را بر چهار کعب زائد خواه دو مال زائد را بر چهار کعب ناقص قسمت سازم خارج دو ربع جزء شيء ناقص است و اگر دو جزء مال زائد را بر چهار جزء کعب زائد خواه دو جزء مال ناقص را بر چهار جزء کعب ناقص قسمت کنم خارج دو شيء زائد است و اگر دو جزء مال زائد را بر چهار جزء کعب ناقص خواه دو جزء مال ناقص را بر چهار جزء کعب زائد قسمت نمایم خارج دو شيء ناقص خواهد بود و اگر چهار کعب زائد را بر دو جزء مال زائد قسمت نمایم خارج دو مال کعب زائد خواهد بود چرا که منزل مقسوم فوق منزل مقسوم علیه است و اگر دو جزء مال زائد را بر چهار کعب زائد قسمت کنم خارج دو ربع جزء مال کعب زائد است و علی هذا در ناقصین و مختلفین مثال اجناس متعدده اگر خواهم که هشت کعب زائد و بست مال زائد و چهار شيء ناقص را بر چهار مال مال زائد قسمت کنم خارج دو جزء شيء زائد و پنج جزء مال زائد و یک جزء کعب ناقص شده ــــــــ کذا

خارج قسمت ۲ جزء شيء ىد ۵ جزء مال ىد ۱ جزء کعب قص

مقسوم ∴ ۸ کعب ىد ۲۰ مال ىد ۴ شيء قص

مقسوم علیه ∴ ۴ مال مال ىد

مثال دیگر خواستم که چهارده مال مال زائد و بست کعب زائد و ده مال ناقص و هشت شيء ناقص را بر هفت مال زائد و چهار شيء زائد و ده عدد ناقص قسمت کنم چون اجناس مقسوم

ومقسوم علیه متعدد بودند قسمت ممکن نشد لهذا منسوب ساختم بدینصـــــــــــورت

۱۴ مال مال دد ۲۰ کعب دد ۱۰ مال قص ۸ شيء قص
―――――――――――――――
۷ مال دد ۴ شيء دد ۱۰ قص

مثال دیگر اجناس مختلف الضلع خواستم که چهار مال زائد و پنج مال درهم زائد را برد و شيء زائد ودو درهم زائد قسمت نمایم چون قسمت ممکن نیست منسوب ساختم هکـــــــــــذا

۴ مال دد ۵ مال درهم دد
―――――――――――
۲ شيء دد ۲ درهم دد

مثال دیگر خواستم که چهار کعب زائد وشش مال زائد را بردو مال زائد وسه شيء زائد قسمت کنم درینجا هرچند اجناس متعدد اند لیکن خارج قسمت دو شيء زائد بهم رسید مثال دیگر خواستم که چهار کعب زائد وشش مال درهم زائد را برد و کعب زائد وسه مال درهم زائد قسمت کنم درینجا هم باوجودیکه اجناس مختلف الضلع ومتعدد اند لیکن خارج قسمت دو عدد برآمد واهل هند همچنین الوان را چنانکه در ضرب مذکور شد در قسمت مینویسند *

فائده باید دانست که در قسمت اجناس حقیقت قسمت اجناس را ملحوظ نمودن شرط است اعني لحاظ باید کرد که جنس مقسوم از ضرب کدام جنس في المقسوم علیه حاصل میتواند شد مثلاً یک مال زائد ومربع درهم ناقص را بر مسطح دینار ودرهم قسمت کنم پس خارج قسمت یک مال زائد مقسوم علی مسطح دینار في درهم ودرهم ناقص مقسوم علیه خواهد بود چراکه مربع درهم عبارت از مسطح درهم في درهم است وچون ظاهر است که اگر مسطحین را بر مسطحین آخرین قسمت سازند مضروبین مقسوم را بر مضروبین مقسوم علیه قسمت سازند که مسطح خارجین خارج قسمت میشود مثلاً اگر مسطح هشت في نه را که هفتاد ودو است بر مسطح چهار في سه که دوازده است قسمت نمایم پس هشت را بر چهار ونه را بر سه قسمت نمودم خارج قسمت اول دو وخارج قسمت ثاني سه برآمد پس مسطح آن هر دو خارجین که شش است خارج قسمت مطلوب گردید درینصورت هرگاه مسطح درهم في درهم را بر مسطح دینار في درهم قسمت کنم اول درهم را بر دینار قسمت نمودم خارج درهم گردید وهرگاه درهم را بر درهم قسمت کردم خارج قسمت واحد شد پس مسطح درهم مقسوم دینار علی دینار في واحد خارج قسمت شد وآن در حقیقت درهم مقسوم علی دینار است واگر مسطح مربع درهم في مربع دینار زائد ومسطح مربع حصه في مربع دینار ناقص را بر مربع درهم زائد ومربع حصه

ناقص قسمت کنم بدینصـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــورت

مربع درهم في مربع دينار دد مربع حصه دد في مربع دينار قص
─────────
مربع درهم دد مربع حصه قص

خارج مربع دينار خواهد بود واگر مسطح مربع درهم في مربع دينار و مسطح مربع حصه في دينار را بر مربع درهم الا مربع حصه قسمت کنم برآمدن خارج قسمت ممکن نيست پس آنرا منسوب ساخته بنويسم و همچنين اگر مجموع مسطح مربع حصه في مسطح مربع نصيب في مربع درهم و مسطح مربع حصه في مال مال درهم الا مسطح مربع درهم في مال مال حصه را بر مجموع مربع درهم الا مربع حصه قسمت کنم بدينصـــــــــــــــورت

مربع حصه في مربع نصيب في مربع درهم دد و مربع حصه في مالمال درهم دد و مربع درهم في مالمال حصه قص
─────────
مربع مجموع مربع درهم دد مربع حصه قص

چون در حقيقت مسطح مربع حصه في مال مال درهم مسطح مجموع (۲) مربع حصه و مربع درهم في مربع درهم است و مسطح مربع درهم في مالمال حصه مسطح مجموع مربع حصه و مربع درهم في مربع حصه است پس صورت مثال مذکور بدينطـــــــــــــــــور شد

مربع حصه في مربع درهم في مربع نصيب دد و مربع حصه في مربع درهم في مربع درهم دد و مربع حصه في مربع درهم في مربع حصه قص
─────────
مربع مجموع مربع درهم دد مربع حصه قص

درينصورت در هر سه جمله مقسوم مسطح مربع حصه في مربع درهم مضروب واقع شد وظاهر است که اگر مسطح جنسين را بر جنسي قسمت سازند احد المضروبين را بر مقسوم عليه قسمت نمايند چرا که خارج قسمت مطلوب مساوي حاصل الضرب احد المضروبين مقسوم علي جنس مقسوم عليه في مضروب آخر ميشود مثلاً مسطح چهار في شش را که بست و چهار است بر سه قسمت کنم خارج که هشت است مساوي مسطح شش مقسوم علي سه که دو است في چهار خواهد بود درينصورت خارج قسمـــــــــــــــت

مسطح مربع درهم دد في مربع حصه في مجموع مربع نصيب دد و مربع درهم دد و مربع حصه قص گرديد *
─────────
مربع مجموع مربع درهم دد مربع حصه قص

(۲) در نسخ لفظ مجموع يافته شد اما مقام لفظ حاصل ضرب مقتضي است

فائده اگر مسطحین را بر مسطحین قسمت سازند مضروبین مقسومین را بر مضروبین مقسوم علیه قسمت سازند که خارج مطلوب است مثلاً ۴ نصیب في ۳ دینار را بر ۲ نصیب في ۴ دینار قسمت کنم خارج ۲ فی $\frac{1}{۴}$ دینار خواهد بود *

بیان سیوم در قسمت اجذار و جذر الاجذار و ضلعین کعبین باید دانست که اگر جذر عددي را بر جذر عددي یا کعب را بر کعب یا جذر الجذر را بر جذر الجذر قسمت نمایند اعداد مقسوم را بر اعداد مقسوم علیه قسمت کنند و جنس را بر جنس مثلاً اگر جذر سي و شش مال مال را بر جذر چهار مال قسمت کنم سي و شش مال مال را بر چهار مال قسمت کردم خارج نه مال گردید و جذر آن خارج قسمت مطلوب است و همچنین اگر جذر الجذر دو صد و پنجاه و شش مال مال را بر جذر الجذر شانزده مال مال قسمت کنم خارج جذر الجذر شانزده عدد میشود و همچنین اگر کعب دو صد و شانزده کعب کعب را بر کعب هشت کعب قسمت سازم خارج کعب بست و هفت کعب خواهد بود و اگر مقسوم و مقسوم علیه متعدد الاجناس باشند و بعضی ازان اجذار بود پس اگر همه متحد الضلع اند همه را اجذار باید نمود اعنی مجذور آنها باید گرفت و قسمت باید کرد مثلاً اگر خواهم که سه شيء زائد و جذر پنجاه و چهار مال زائد و جذر چهار صد و پنجاه مال زائد و جذر هفتاد و پنج مال زائد را بر جذر هجده مال زائد و جذر سه مال زائد قسمت کنم چون سه شيء در مقسوم از جنس اجذار نبود لهذا مجذور آنرا که نه مال است گرفته قسمت نمودم بدینصورت خارج قسمت جذر ۳ زائد و جذر ۲۵ زائد برآمد وهو المطلوب و اگر در خارج قسمت کسر واقع شود پس از اجناس مقسوم علیه یک جنس را در زیادة و نقصان منعکس سازند اعني زائد را ناقص خواه ناقص را زائد فرض نمایند و در مقسوم علیه اصلي ضرب نموده و متداخلین فی الزیادة والنقصان را ساقط کرده باقي حاصلات را جمع سازند بطریقیکه در جمع گفته شد و مقسوم علیه ثاني اعتبار کنند و مقسوم را در مقسوم علیه مفروضي ضرب ساخته و متداخلین فی الزیادة والنقصان را ساقط نموده جمع کنند و مقسوم ثاني اعتبار کنند و مقسوم ثاني را بر مقسوم علیه ثاني قسمت نمایند که خارج مطلوب بود مثلاً خواستم که شانزده شيء ناقص و جذر سه صد مال زائد را بر جذر بست و هفت مال زائد و جذر بست و پنج مال ناقص قسمت کنم از اجناس

	۳	۲۵		
مقسوم	۹ مال	۵۴ مال	۴۵۰ مال	۷۵ مال
مقسوم علیه	۹ مال	۵۴ مال	۴۵۰ مال	۷۵ مال
	۳ مال	۱۸ مال	۱۸ مال	۳ مال

مضروب

مضروب فیه

	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	
مال کعب	مال مال کعب کعب	کعب کعب کعب	مال کعب کعب	مال مال کعب	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء مال کعب
مال مال	کعب کعب کعب	مال کعب کعب	مال مال کعب	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال مال
کعب	مال کعب کعب	مال مال کعب	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب
مال	مال مال کعب	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال
شیء	کعب کعب	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء شیء
واحد	مال کعب	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	واحد
جزء شیء	مال مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	شیء
جزء مال	کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال مال کعب	مال
جزء کعب	مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال مال کعب	جزء مال کعب کعب	کعب
جزء مال مال	شیء	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال مال کعب	جزء مال کعب کعب	جزء کعب کعب کعب	مال مال
جزء مال کعب	واحد	جزء شیء	جزء مال	جزء کعب	جزء مال مال	جزء مال کعب	جزء کعب کعب	جزء مال مال کعب	جزء مال کعب کعب	جزء کعب کعب کعب	جزء مال مال کعب کعب	مال کعب
	مخمس	مرمر	مکعب	مر	جذر	[illegible]	الجذر منه	مر منه	مکعب منه	مرمر منه	مخمس منه	

مقسوم

مقسوم علیه

مقسوم علیه بست وپنج مال ناقص را زائد فرض کردم وضرب نمودم بدینصورت مجموع ۲۷ مال بد
و ۲۵ مال بد في مجموع ۲۷ مال بد و ۲۵ مال قص حاصل ضرب ۶۷۵ مال مال بد و ۶۷۵
مامال قص و ۷۲۹ مامال بد ۶۲۵ مامال قص گردید متداخلین زیادة ونقصان را ساقط کردم باقي ۷۲۹
مامال بد ۶۲۵ مامال قص ماند آنرا بقاعدۀ جمع الجذرین جمع نمودم چهار مامال زائد شد مقسوم علیه
ثاني اعتبار نمودم وباز چون در مقسوم شانزده شيء مجذور نبود لهذا مجذور آن گرفتم ودو صد وپنجاه وشش مال
ناقص وشش صد مال زائد را در بست وهفت مال زائد وبست وپنج مال زائد که مقسوم علیه مفروضي بود
ضرب ساختم بدینصورت شد ۶۲۵ مال قص ۳۰۰ مال بد في ۲۷ مال بد ۲۵ مال بد حاصل ضرب ۶۹۱۲
مامال قص ۶۴۰۰ مامال قص ۸۱۰۰ مامال بد ۷۵۰۰ مامال بد گردید چون درین حاصل ضرب متداخلین
نبودند لهذا حاصلات را جمع نمودم بدین طریق که ۶۴۰۰ مامال قص را با ۸۱۰۰ مال مال بد جمع نمودم
۱۰۰ مال مال بد شد چراکه جمع این هردو ممکن بود وباز ۶۹۱۲ مامال قص را با ۷۵۰۰ مامال بد جمع نمودم
حاصل دوازده مامال زائد برآمد ودیگر جمع ممکن نبود پس حاصل جمع مقسوم ثاني ۱۰۰ مامال بد
و ۱۲ مال مال بد شد آنرا بر چهار مال مال زائد که مقسوم علیه ثاني بود قسمت کردم خارج جذر
بست وپنج عدد زائد وجذر سه عدد زائد برآمد وآن مطلوب است وباید دانست که اگر مقسوم
متعدد متحد الضلع ومقسوم علیه مفرد متحد الضلع بود قسمت ممکن است اگر مقسوم علیه هم متعدد
باشند اگر متحد الضلع بود گاهی قسمت ممکن میشود وگاهي غیر ممکن چراکه اگر مقسوم از
ضرب جنسي در مقسوم علیه حاصل شده است قسمت ممکن است والّا فلا وهمچنین اگر اجناس
مختلف الضلع باشند حال همین است وهرجاکه قسمت ممکن نباشد مقسوم را بر مقسوم علیه منسوب
سازند چنانکه مذکور شد *

فائده اکثر اهل کتب برای دریافت حاصل الضرب اجناس متحد الضلع وخارج قسمت آنها
جدولی مقرر کرده اند برای تسهیل درینجا ثبت افتاد هذه صورته (جدول ۱۵۶)

بیان چهارم در قسمت کسور اعني مقسومین خواه احد المقسومین مقسوم بر جنسی یا جنسین باشند
درینصورت مقسوم صورت ومقسوم علیه مخرج کسر است وطریقش این است که اگر هردو مقسومین
مقسوم بر جنسی یا اجناس باشند به بینند که مخرج هردو از یک جنس است یا نه اگر از یک جنس
اعني متحد الضلع باشند پس مخرج اعظم را بر مخرج اصغر قسمت نمایند وخارج را در صورت

کسر مخرج اصغر ضرب ساخته صورت کسر مقسوم را بر صورت کسر مقسوم علیه قسمت سازند مثلاً خواستم که دوازده مال مال مقسوم علی چهار مال را بر سه مال مقسوم علی دو کعب قسمت کنم پس دو کعب را که مخرج اعظم است بر چهار مال که مخرج اصغر است قسمت نمودم نصف شیٔ شد نصف شیٔ را در دوازده مال مال که صورت کسر مخرج اصغر و مقسوم است ضرب ساختم شش مال کعب شد آنرا بر سه مال که صورت کسر مخرج اعظم و مقسوم علیه است قسمت کردم خارج دو کعب برآمد وهو المطلوب بدینصورت مقسوم ۱۲ مال مال / ۴ مال ، مقسوم علیه ۳ مال / ۲ کعب

وهرگاه مخرج اعظم را بر مخرج اصغر قسمت نمودم خارج ۱/۲ شیٔ شد آنرا در صورت کسر مقسوم که مخرج آن اصغر بود ضرب ساختم حاصل ۶ مال کعب شد آنرا بر ۳ مال قسمت نمودم خارج ۲ کعب مطلوب گردید و اگر احد المقسومین کسر باشد و دیگر صحیح پس مخرج کسر را در صحیح ضرب نمایند و قسمت کنند مثلاً اگر چهار مال را بر دوازده مال مال مقسوم علی چهار مال قسمت کنم پس چهار مال مقسوم را که صحیح است در چهار مال که مخرج کسر مقسوم علیه است ضرب نموده شانزده مال مال را بر دوازده مال مال که صورت کسر مقسوم علیه است قسمت نمودم خارج یک عدد و یک ثلث عدد گردید و اگر دوازده مال مال مقسوم علی چهار مال را بر چهار مال قسمت سازم دوازده مال مال را بر شانزده مال مال قسمت نمودم خارج سه ربع عدد شد و اگر مخرج مختلف الضلع باشد پس صورت کسر هر یکی را در مخرج دیگری ضرب سازند و قسمت نمایند مثلاً

مقسوم ۴ مربع دینار و ۶ مال / ۲ مال الا دینار ، مقسوم علیه ۳ کعب دینار و ۴ مال / ۲ مربع دینار الا شیٔ

چون مقسومین مختلف المخرج اند لهذا صورت کسر هر یکی را در مخرج دیگری ضرب کرده قسمت نمودم بدینصورت

۸ مال مال دینار و ۱۲ مال في مربع دینار الا ۴ مربع دینار في شیٔ الا ۶ کعب / ۶ مال في کعب دینار و ۸ مال مال الا ۳ مال مال دینار الا ۴ مال في دینار

فائده بدانکه چون در اصول ثابت است که هرگاه دو عدد را که علی نسبت معینه باشند در عددی دیگر ضرب سازند پس حاصلین هم بهمان نسبت خواهد بود درینصورت هرگاه مخرج

احد الکسرین را در صورت کسر آخر ضرب نمودم گویا ذی مخرج را صحیح ساختم اعنی صورت کسر آنرا هم در مخرج ضرب نمودم پس حاصل هم بهمان نسبت ماند درینصورت برای قسمت صحیح مع الکسر هم قاعده باشد که صحیح را در مخرج کسر ضرب ساخته باصورت کسر جمع سازند خواه در هر دو طرف بود خواه بیک طرف غرض مقسوم و مقسوم علیه را از یک جنس باید نمود تا قسمت درست شود*

مطلب ششم در طریق ساختن مجذور و مضلعات اجناس و درآن نیز چند بیان است

بیان اول در مجذور صفر باید دانست که مجذور صفر هم صفر میشود چنانکه ظاهر است و همچنین مضلعات دیگر*

بیان دویم در مجذور اجناس زائده و ناقصه باید دانست که مضلعاتیکه عدد منزل آنها زوج است ضلع اول آنها اجناس زائده خواه ناقصه باشد همیشه زائد می باشد و خود آن مضلعات بالذات ناقص نمیشوند مثلاً اگر کسی مجذور ناقص بالذات گوید کاذب است چراکه جذرش زائد یا ناقص نمی تواند شد لیکن مجذور را اگر مستثنی از جنس دیگر بود ممکن است مثلاً کعب الاّمال میتواند شد خواه گویند مال ناقص و مقصود آن باشد که جذر او ناقص است نیز میتواند شد و مضلعاتیکه عدد منزل آنها فرد است اگر ضلع اول آنها زائد است زائد باشند و اگر ضلع اول ناقص است ناقص می باشند و باید دانست که چون مجذور جنسی عبارت از حاصل الضرب في نفسه است درینصورت اگر بخواهند که مجذور جنسی مفرد حاصل کنند مجذور عدد جنس و مجذور جنس بگیرند مثلاً اگر خواهم مجذور چهار شیٔ بدانم چون مجذور چهار شانزده است و مجذور شیٔ مال پس شانزده مال مجذور چهار شیٔ گردید و همچنین در مضلعات دیگر مضلع عدد و مضلع جنس بگیرند مثلاً اگر کعب چهار مال مطلوب است چون کعب چهار شصت و چهار است و کعب مال کعب کعب پس شصت و چهار کعب کعب گردید و طریق ساختن مضلعات اجناس بوجه عام این است که عدد منزل مضلع را در عدد منزل جنس ضرب سازند که حاصل عدد منزل مضلع حاصل است مثلاً اگر خواهم که مجذور شیٔ بدانم چون عدد منزل مجذور که عبارت از مال باشد دو است و عدد منزل شیٔ واحد و حاصل الضرب هم دو شد پس مجذور شیٔ مال شد و همچنین اگر مجذور مال مطلوب است دو را در دو ضرب کردم حاصل چهار که عدد منزل مال مال است مطلوب بود و هکذا مجذور کعب کعب کعب

که منزل ششم است خواهد بود و کعب مال هم کعب کعب میشود وهکذا و اگر اجناس متعدده باشند پس بطریقیکه در ضرب مذکور شد آنها را في نفسه ضرب سازند وجمع کنند خواه اصول منازل را ملحوظ نموده اول مضلع دو جنس حاصل کنند وبعد ازان مجموع جنس اول ودویم را بمنزلهٔ جنس واحد فرض کرده با جنس ثالث مضلع نمایند وگاهی برای اختصار واجمال وعدم ضرورت تفصیل صرف نام مضلع مطلوب براجناس نویسند مثلاً اگر خواهم که مربع یک مال وچهار شيء نمایم اگر بقاعدهٔ ضرب عمل نمایم یک مال مال وشانزده مال وهشت کعب شد واگر اصول منزل مجذور را ملحوظ نمودم چون اصول منزل مال اعني مجذور این است که مجموع مجذورین جزئین ومسطح احدهما في ضعف الآخر است پس مجذور یک مال که یک مال مال بود ومجذور چهار شيء شانزده مال ومسطح دو مال در چهار شيء هشت کعب است گرفتم وجمع نمودم همان حاصل جمع مطلوب شد واگر اجمال واختصار منظور شود صرف مربع یک مال وچهار شيء نویسم وهمچنین اگر مجذور یک مال وچهار شيء وپنج عدد نمایم اول مجذور یک مال وچهار شيء نمودم یک مال مال وشانزده مال وهشت کعب گردید وآنرا بمنزلهٔ مجذور جنس واحد اعني مجموع مال وچهار شيء دانستم وباز مجذور پنج عدد که بست وپنج عدد است گرفتم ویک مال وچهار شيء را در ضعف پنج که ده است ضرب نمودم ده مال وچهل شيء شد پس همه را جمع نمودم یک مال مال وبست وشش مال وهشت کعب وچهل شيء وبست وپنج عدد گردید وآن مطلوب است وهمچنین اگر کعب یک مال وچهار شيء نمایم خواه بقاعدهٔ ضرب عمل کنم خواه بطریق اصول منازل بعمل آرم اعني چون اصول منازل کعب این است که مکعب جزئین ومسطح سه مجذور هریکی فی الآخر پس مکعب یک مال گرفتم یک کعب کعب شد ومکعب چهار شيء شصت وچهار کعب گردید وچون مجذور مال مال است وهرگاه آنرا در شيء ضرب کنم مال کعب میشود ومجذور شيء مال است ومسطح آن در مال مال میشود پس دوازده مال کعب وچهل وهشت مال مال مسطح سه مجذور ریکی فی الآخر گردید جمع نمودم یک کعب کعب وشصت وچهار کعب ودوازده مال کعب وچهل وهشت مال مال شد وآن مکعب یک مال وچهار شيء است واگر مکعب یک مال وچهار شيء وپنج عدد نمایم چون مکعب پنج یکصد وبست وپنج است ومجذور پنج بست وپنج ومجذور یک مال وچهار شيء یک مال مال وشانزده مال وهشت کعب پس بر مکعب یک مال وچهار شيء مکعب پنج ومسطح سه مجذور پنج در یک مال

وچهار شيء ومسطح سه مجذور يک مال وچهار شيء در پنج افزودم بدين صـــــــورت شد

كعب كعب	مالكعب	مامال	كعب	مال	شيء	عدد
١ كعب كعب	١٢ مالكعب	٤٨ مامال	٦٤ كعب			
*	*	*	*	٧٥ مال	٣٠٠ شيء	١٢٥ عدد
*	*	١٥ مامال	١٢٠ كعب	٢٤٠ مال	*	*
١ كعب كعب	١٢ مالكعب	٦٣ مامال	١٨٤ كعب	٣١٥ مال	٣٠٠ شيء	١٢٥ عدد

فائده بايد دانست كه اگر مربعين مسطحين نمايند زائدين باشند يا ناقصين يا مختلفين مسطح مربعين آن هر دو بگيرند مثلاً مربع مسطح مال في كعب مسطح مال مال في كعب كعب است وعلى هذا القياس *

بيان سيوم در مضلعات اجذار بدانكه اگر جذر مفرد است مجذور آن خود موجود است چراكه جذر بي مجذور نميبا شد واگر خواهند كه مكعب آن حاصل سازند پس مكعب مجذور بگيرند كه جذرش مكعب جذر است مثلاً اگر خواهم كه مكعب جذر چهار بدانم مكعب چهار گرفتم شصت وچهار شد وجذر آن كه هشت است مكعب جذر چهار است وهمچنين است حال ديگر مضلعات مثلاً اگر خواهم كه مال كعب جذر ده بدانم چون مال كعب ده يک لک پس جذر آن مال كعب جذر ده خواهد بود واگر اجذار متعدده باشند خواه بقاعدهٔ ضرب عمل نمايند خواه بلحاظ اصول منزل مضلع حاصل نمايند مثلاً خواهم كه مجذور مجموع جذر دو وهشت بدانم اگرچه حقيقت اين مجذور مثل جمع اجذار است چراكه حاصل جمع مجذور مجموع است ليكن چون در اصطلاح جمع ديگر ومجذور ديگر است ودرينجا طريق مجذور بيان ميشود وآن حاصل الضرب عدد في نفسه است پس دو وهشت را في نفسه ضرب نمودم چهار وشصت وچهار وشانزده وشانزده شد ومجموع اجذار همه حاصل الضروب مجذور مجموع الجذرين است وچون همه حواصل مجذورات منطق اند لهذا اجذر همه گرفتم ۲ و ۸ و ۴ و ۴ شد ومجموع آن هجده ميشود پس هجده مجذور مجموع جذرين دو وهشت است وبقاعدهٔ اصول منازل چون مجذور عبارت از مجموع مجذورين جزئين ومسطح احدهما في ضعف الآخر است ومجذورين جزئين موجود اند آن هر دو را جمع نمودم ده شد وظاهر است كه مسطح احدهما في ضعف الآخر مساوي جذر مسطح احد المجذورين في چهار امثال مجذور آخر خواهد بود لهذا احد المجذورين را كه دو است در چهار امثال هشت كه مجذور آخر است اعني سي ودو ضرب نمودم شصت وچهار

گردید چون منطق بود جذر آنرا که هشت است برده که مجموع مجذورین بود افزودم هجده حاصل الجمع شد وآن مجذور مجموع جذرین مذکورین است واگر مسطح منطق نباشد آنرا بصورت نویسند مثلا اگر خواهم مجذور مجموع جذر دو وجذر سه وجذر پنج بدانم هر سه عدد را جمع نمودم ده شد وباز هریکی را در چهار امثال دیگری ضرب نمودم حاصل بیست وچهار وچهل وشصت گردید وچون این هر سه حواصل اصم الجذر اند لهذا آنها را بصورت نوشتم مجموع ده عدد وجذر ۲۴ وجذر ۴۰ وجذر ۶۰ مجذور شد واگر جمع حواصل ضرب بقاعدهٔ جمع اجذار ممکن باشد جمع نمایند وهمچنین اگر خواهم که کعب مجموع جذر چهار وجذر نه بدانم اگر بقاعدهٔ ضرب عمل نمایم بدینصورت ۴ و ۹ حاصل الضرب اول که مجذور مجموع است ۱۶ و ۸۱ و ۳۶ و ۳۶ حاصل ضرب ثاني که کعب است ۶۴ و ۱۴۴ و ۳۲۴ و ۷۲۹ و ۱۴۴ و ۳۲۴ و ۱۴۴ و ۳۲۴ وچون همه حواصل منطق اند جذر همه گرفته جمع نمودم ۸ و ۱۲ و ۱۸ و ۲۷ و ۱۲ و ۱۸ و ۱۲ و ۱۸ مجموع ۱۲۵ شد وآن کعب مجموع الجذرین است واگر بقاعدهٔ اصول منازل کعب حاصل کنم پس اول کعب چهار گرفتم شصت وچهار شد وکعب نه هفتصد وبست ونه وچون مسطح سه مجذور هریکی در دیگری ضرور است واینجا جذرین موجود نیستند الا مجذور آنها موجود است لهذا نه مجذور هریک عدد را در دیگری ضرب نمودم اعني یکصد وچهل وچهار را که نه مجذور چهار است در نه ضرب ساختم ۱۲۹۶ شد وهفتصد وبست ونه را که نه مجذور نه است در چهار ضرب نمودم ۲۹۱۶ گردید چون همه حواصل منطق اند لهذا اجذار آنها که ۸ و ۲۷ و ۳۶ و ۵۴ جمع نمودم ۱۲۵ وآن کعب مجموع الجذرین است واگر آن همه مجذور نباشند پس هرچه مجذور باشد جذر آن گرفته باقي را بصورت نویسم مثلا اگر کعب مجموع جذر دو وهشت بدانم چون کعب دو هشت است وکعب هشت اعني ۵۱۲ و مسطح نه مجذور دو اعني ۳۶ در هشت ۲۸۸ و مسطح نه مجذور هشت اعني ۵۷۶ در دو ۱۱۵۲) است وهیچ یکی ازین حواصل مجذور منطق نیست لهذا بصورت نوشتم اعني مجموع جذر ۸ وجذر ۵۱۲ وجذر ۲۸۸ وجذر ۱۱۵۲ کعب مجموع الجذرین است وعلی هذا القیاس در دیگر مضلعات ومضلعات کعبین وغیره که بیان آن درینجا طول میشود *

بیان چهارم در طریق ساختن مضلعات کسور وطریقش این است که مضلع صورت کسر را

برضلع مخرج منسوب سازند مثلاً خواهم که مجذور ۸ مال دد ۲ کعب قص بدانم مجذور صورت
۶ کعب دد ۸ مال قص

کسر را برمجذور مخرج منسوب ساختم مطلوب برآمد بدینصـــــــورت
۶۴ مال مال دد ۴ کعب کعب دد ۳۲ مالکعب قص وهمچنین در دیگر مضلعات عمل نمایند*
۳۶ کعب کعب دد ۶۴ مال مال دد ۹۶ مالکعب قص

مطلب هفتم در طریق استخراج ضلع اول مضلعات

باید دانست که مضلعاتیکه عدد منزل آنها زوج است باعتبار جذر منطق اند اعني جذر آنها مضلعیکه عدد منزل اونصف عدد منزل آنها باشد میشود مثلاً جذر مال شيء است وجذر مال مال مال وجذر کعب کعب کعب است وهمچنین در دیگر مضلعات ومضلعاتیکه عدد منزل آنها فرد باشد باعتبار جذر اصم اند مثل کعب ومالکعب وغیرآن که برای آنها جذر نیست وهمچنین مضلعاتیکه برای عدد منزل آنهاثلث صحیح باشد باعتبار کعب منطق اند مثلاً کعب کعب که ضلع کعب آن مال است وهمچنین در دیگر مضلعات وباید دانست که اگر با مضلعات عدد هم باشد مثل چهار مال خواه هشت کعب خواه دومال مال وغیرآن پس اگرآن عددهم باعتبار جذر خواه کعب وغیرآن ازجنس مضلع منطق باشدآن مضلع منطق است والا اصم مثلاً چهار مال باعتبار جذر منطق است چراکه عدد چهار هم باعتبار جذر منطق ومال هم باعتبار جذر منطق است پس جذر چهار مال دوشيء میشود وهمچنین ضلع کعب هشت کعب دوشيء است وجذر چهار مال مال دومال وکعب هشت کعب کعب دومال است وعلی هذا القیاس وبرای سه مال جذر نیست وهمچنین برای پنج کعب کعب جذر نیست چراکه اعداد آنها غیر مجذور اند وهمچنین برای چهار مالکعب جذر نیست چراکه عدد منزل آن فرد است جذر نمیدارد وقس علی هذا واگر اجناس متعدد باشند پس باید دانست که اگر دوجنس اند جذر آنها بحسب الجنسیة ممکن نیست واگر سه جنس اند واز آن اعداد واجناس اعلی وادنی منطق باشند واعداد جنس اوسط مسطح جذر اعلی في ضعف جذر ادنی است پس جذر آن هرسه اجناس مجموع جذرین اعلی وادنی خواهد بود واگر همچنین نباشد آنها هم اصم اند واگر چهار جنس باشند جذر آنهم ممکن نیست واگر پنج اجناس باشند وجنس اول وپنجم منطق باشد هم از روی عدد وهم از روی جنس وهرگاه از جنس ثالث مسطح جذر اول في ضعف جذر پنجم ساقط نمایند باقي هم مجذور بود از روی عدد وجنس ومسطح جذر باقي جنس ثالث في ضعف

جذر اول وضعف جذر پنجم مساوي جنس ثاني ورابع بود پس مجموع هرسه اجذار جذر مطلوب باشد واگرچنين نبود آنهم اصم است وهکذا در اجناس سته وسبعه وغيره مثلا خواهم که جذر چهار مال و بست کعب و بست و پنج مال مال بدانم چون جذر جنس اعلي که سيوم است پنج مال وجذر اول که جنس ادني است د وشيء و مسطح احد الجذرين في ضعف الآخر اعني مسطح پنج مال در چهار شيء بست کعب ميشود وآن مساوي جنس اوسط است پس پنج مال ودوشيء جذر مطلوب است و همچنين اگر جذر چهار مال و بست کعب وچهل ويک مال وچهل مالکعب وشانزده کعب کعب بدانم چون جذر جنس اعلي اعني شانزده کعب کعب چهار کعب است وجذر جنس ادني اعني چهار مال دوشيء ومسطح احد الجذرين في ضعف الآخر شانزده مال مال است وهرگاه آنرا ازچهل ويک مال مال ساقط نمودم باقي بست وپنج مال مال ماند آنهم مجذور منطق است وجذر آن پنج مال ومسطح پنج مال في ضعف الجذرين الاولين بست کعب وچهل مالکعب گرديد وآن هردو جنس ثاني ورابع اند پس مجموع هرسه اجذار مطلوب است اعني چهار کعب وپنج مال ودوشيء وقال صاحب عيون الحساب انا استنبطتُ لاستخراج جذورها اي جذور المضلعات الاصم بحسب العدد قاعدةً هي نأخذ بعد ذلک الجنس مضلعا يکون عدد منزله مثل شطر الاعظم من عدد منزله ذلک الجنس مثاله اردنا ان نأخذ جذر عشرة اموال کعب بحسب العدد فکان عدد منزله خمسة وشطرها الاعظم ثلثة وهي منزلة الکعب فاخذنا کعب العشرة فحصلت الف فهو جذر عشرة اموال کعب علي ان الشيء عشرة فقط * اين ضعيف ميگويد که ما حصل استنباط اين قاعده معلوم نميشود چراکه اگر مقدار شيء عشر معلوم است پس حاجت باستخراج اين قاعده چيست واگر مقدار شيء مجهول است پس ضرورة قاعده براي استخراج شيء ازين جذر مي بايد خواه طريق عمل استخراج شيء که درجبر ومقابله ضروراست وآن هردو ازين قاعده حاصل نميشود پس لغو محض باشد واگر اين قاعده را باين نهج بيان کنم خوب است که چون ده مالکعب عبارت است از حاصل الضرب ده عدد در مالکعب و همچنين مالکعب عبارت است از حاصل الضرب مال مال في شيء پس مسطح جذر هريکي از مضروبين بگيرم که مسطح الجذرين مساوي جذر مسطح المجذورين ميباشد پس جذر ده مالکعب مسطح جذر ده در مسطح مال في جذر شيء است درينصورت اگر مقدار شيء ده عدد باشد پس مسطح مذکور يک هزار خواهد بود

ضرورة چنانکه صاحب عیون الحساب استنباط نموده واگر مقدار شيء مثلا چهل فرض کنم پس مسطح مذکور سي ودو هزار بود بحسب العدد چراکه هرگاه جذر چهل راکه شيء است در جذر ده ضرب کنم حاصل بست که جذر چهارصد است خواهد بود و هرگاه بست را در یک هزار و ششصد که مال چهل است ضرب نمودم سي ودو هزار حاصل شد و آن مطلوب است و باید دانست که درین قاعده فائدۀ کثیر است زیراکه در جبر و مقابله مقصود اجرای عمل بحسب مقتضای سؤال میباشد تا مقابلۀ مجهول خواه مضلعات آن از معلوم گردد که ازان مجهول را استخراج نمایند واجرای عمل ازین قاعده حاصل است ونیز این قاعده عام میشود که مضلعات منطق را شامل است مثلا گویم جذر چهار مال دو شيء است چراکه چهار مال عبارت است از مسطح چهار في مال پس جذر آن مسطح جذر چهار که دو است در جذر مال که شيء است خواهد بود و آن عبارت از دو شيء باشد وهمچنین اگر کعب هشت کعب کعب بدانم چون آن مسطح هشت في کعب کعب است پس کعب آن مسطح کعب هشت که دو است في کعب کعب کعب که مال است خواهد بود اعني دو مال واگر کعب شانزده مال مال مطلوب باشد گویم که چون مال مال عبارت از مسطح کعب في شيء است پس مسطح ضلع کعب شانزده في مسطح شيء في ضلع کعب شيء کعب مطلوب است *

مطلب هشتم در استخراج ضلع اول مضلعات بوجه عام

باید دانست که هرچند طریق استخراج ضلع اول مضلعات در مطلب دهم باب اول مفصل بیان کرده شد لاکن چون طریق خاص که برای استخراج ضلع اول مضلعات زائده و ناقصه است وبدون دانستن طریق ضرب و تفریق وجمع اجناس زائده وناقصه نمیتواند شد درینجا نوشتن ضرور افتاد وازان جمیع مسائل جبر و مقابله ومعادلات غیر متناهي حل میشوند وهیچکس آنرا بالتفصیل بیان نکرده است باید دانست که هرگاه جنسین یا اجناس کثیره معادل یک دیگر شوند وبعد از اتمام عمل جبر ومقابله در معادلۀ اخیره که عدد بطرفي از معادله واقع شود خواه آن عدد شامل جنس اعظم باشد یا جنس اصغر پس جمیع اجناس را بلحاظ مراتب ولحاظ زائد وناقص نویسند ومضلعات عدد جنس اعظم بلحاظ زائد وناقص درست سازند تا آنکه یک مرتبه ازان جنس اعظم کم باشد پس اعداد جمیع اجناس ما تحت جنس اعظم را صعوداً ونزولاً در آن مضلعات ضرب سازند مثلا اگر دو مال مال وسه کعب ودو مال وپنج شيء و ۲۲۰ (اجناس متعدده اند پس

مضلعات عدد جنس اعظم که دو است نوشتم بدینصورت ضلع ۲ مال ۴ کعب ۸ پس عدد راد رکعب
که هشت بود ضرب نمودم ۱۷۶۰ شد و عدد شيء راد رمال
که چهار است ضرب ساختم ۲۰ گردید و عدد مال راد رضلع که عدد جنس اعظم است ضرب نمودم
چهار گردید و عدد کعب را بحال خود گذاشتم چراکه برای او هیچ مضروب فیه نبود ودرینصورت
ضرور است که جنس ما تحت اعظم که بیک مرتبه کم باشد بحال خود خواهد بود واگر کدام جنس
در وسط موجود نباشد مثلاً در مثال مذکور اگر کعب خواه مال خواه شيء نباشد پس مضروب فیه
آنرا موقوف باید کرد و بعد از ان استخراج ضلع اول حاصل ضرب اعداد بلحاظ زائد و ناقص نمایند
وآن ضلع اول راکه خارج شود بر عدد جنس اعظم قسمت سازند که خارج قسمت مطلوب است
پس اگر جنس اعظم زائد است ضلع اول هم زائد خواهد برآمد واگر جنس اعظم ناقص است ضلع
اول هم ناقص خواهد برآمد و باید دانست که اگر مضلع جنس اعظم منطق است ضلع اول صحیح
خواهد برآمد واگر اصم است پس بعد اخراج اعداد صحیح ضلع اول هر قدر که اعداد باقیماند دریمین
آن اصفار بعدة عدد منزل مضلع اعظم افزوده استخراج اعداد ما بعد نمایند وباز اگر کسر افتد دیگر
اصفار بهمان عدة بیفزایند واستخراج کنند و همچنین تا هر مرتبه که خواسته باشند تا آنکه کسر قلیل
باقیماند وبعد ازان اعداد یراکه بعد از صحیح خارج شده اند بر واحد اصفار بعدة اعداد مراتب خارج
نوشته منسوب سازند که آن عدد صحیح مع حاصل النسبة ضلع اول مطلوب خواهد برآمد و نیز اگر
علامت مراتب ضلع اول صرف برآحاد واقع شود درینصورت مضلع اعظم منطق باشد خواه اصم بریمین
آن اصفار بعدة عدد منزل مضلع اعظم افزوده استخراج ضلع اول نمایند وخارج را بر ضلع ذو اصفار
قسمت سازند که حاصل مطلوب است و نیز باید دانست که چون مضلعات منطقه خواه عدد صحیح
خواهد بود خواه کسر خواه صحیح مع الکسر پس اگر ضلع اول کسر باشد یا صحیح مع الکسر درینصورت
در اعداد معادل نیز کسر خواهد افتاد و مخرج آن مضلع عدد مخرج کسر ضلع اول خواهد بود
چراکه مضلعات نزولي هم مضلعات کسر اند که مخارج آنها مضلعات صعودي عدد مخرج ضلع
اول باشد و صورت آنها مضلعات صعودي صورت کسر ضلع اول بود درینصورت اگر مضلعات
منطق زائده باشند یا ناقصه ممکن نیست که مخرج کسر اعداد موجوده تبدیل یابد زیراکه مخرج
مضلع اعظم اعظم خواهد بود و مخارج دیگر مضلعات ما تحت آن نسبت تداخل دارند درینصورت

استخراج ضلع اول اعداد که صورت کسر است نموده بر ضلع اول مخرج منسوب سازند واگر مخرج مضلع اعظم از جنس مضلع نباشد بدانند که مضلع اصم است منطق نیست و باید دانست که استخراج ضلع اول درینجا بطوریکه در مطلب دوازدهم باب اول مذکور است نمایند لیکن فرق ما بینهما این است که در آنجا صرف استخراج مضلع مفرد است و لحاظ زائد و ناقص نیست و درینجا احتیاج رجوع بمفرد نیست بلکه عام است که مضلع مفرد باشد یا نه و لحاظ زائد و ناقص در ضرب و تفریق و جمع شرط است و نیز درینجا طریق استخراج مضلعات بکسور اقرب التقریبی الی غیر النهایة که بزیادت اصفار میشود مذکور است واگر در آنجا نیز بهمین نهج کسور اقرب التقریبی حاصل کنند انسب خواهد بود و نیز در آنجا بسبب عدم لحاظ زائد و ناقص در ضرب و تفریق وغیره در بعض صور برای اعمال جبریه از ضرب و تفریق وغیره در حاشیه خارج از جدول وگاهی فوق جدول احتیاج نوشتن میشد چنانکه امثلهٔ آن گذشت و ازین جهت محاسب را اشکال می نمود درینجا احتیاج آن نیست واگر در آن طریق نیز همین لحاظ مرعی دارند جمیع اعمال متعلقهٔ آن سهل خواهد شد *

فائده باید دانست که گاهی بعد رسم جدول برای استخراج مضلعات زائده و ناقصه و بعد رسم اعداد صفوف برای علامت اخیر ضلع اول عددی یافته نمیشود پس لحاظ باید کرد که پیدا نشدن عدد یا بسبب اعداد زائدهٔ صفوف است و یا بسبب اعداد ناقصه است پس اگر بسبب اعداد زائدهٔ صفوف است باید که بر علامت اخیر صفر گذاشته از علامتی که یمین اوست عمل نمایند و همچنین اگر در آنجا هم عدد پیدا نشود از دیگر علامت یمین او عمل سازند وهکذا واگر بسبب اعداد ناقصه است خانهای دیگر برای علامت دیگر بقدر ضرورت در یسار جدول بکشند و علامت دیگر نهاده از آنجا ابتدای عمل نمایند وهکذا *

تنبیه در صورتیکه عدد علامت اخیر بسبب اعداد ناقصهٔ صف ضلع بهم نرسد درینصورت بعد رسم خانهای خالی دیگر برای علامت دیگر عدد مرتبهٔ اخیر اعداد ناقصه را برای علامت اخیر بگیرند واگر بسبب اعداد ناقصه صف مال برای علامت اخیر عدد یافته نشود پس از عدد مرتبهٔ اخیر اعداد زائده اقرب المضلع گرفته ضلع اول او را برای علامت اخیر متعین نمایند وهکذا در اعداد صف کعب ضلع اول اقرب الکعب بگیرند *

صب

مطلب نهم در طریق تصرف در سؤال سائل بر سبیل اجمال

بدانکه اگر مجهول واحد باشد مجهول را شيء فرض کنند و اگر متعدد باشد برای امتیاز و تفرقه هر یک بدرهم و حصه و نصیب وغیره تعبیر نمایند و گاهی بحسب مناسب مقام بشيء و قدر تفاضل تعبیر کنند و گاهی نصف مجهول را شيء فرض کنند و همچنانکه سائل در عدد مسئول عنه اعمال جبریه از جمع و تفریق و ضرب و قسمت و تجذیر وغیره نموده است در مفروض نیز بهمان عنوان عمل نمایند چراکه شيء مفروض بمنزلهٔ عدد مسئول عنه است و هرگاه عمل تمام شود انچه که از عمل حاصل شده است آنرا با ما اعطاه السائل معادل ساخته از طریق استخراج معادلات ستهٔ جبریه وغیر آن که بعد ازین مذکور خواهد شد عدد مجهول را استخراج نمایند و هرجا که نسبت هندسي متحقق شود اربعهٔ متناسبه یا ستهٔ متناسبه وغیر آن نمایند و اگر عدد اجناس متعدد باشد رجوع باقل کنند وحتی الوسع والامکان رجوع بجنس واحد سازند و اگر ناقص باشد زائد کنند و متداخلین را از طرفین معادله ساقط سازند از انجاکه طریق تصرف بسیار است و هر یک بلحاظ خواص ولوازم عددي مناسب مقام بعمل می آید بحکم ما لایدرک کله لایترک کله بهمین قدر اختصار افتاد و تفصیل آن از مطلبی که در طریق جبر و مقابلهٔ حکماء فرنگ ثبت خواهد شد دریابند *

مطلب دهم در استخراج مجهولات بمسائل ستهٔ جبریه و در آن چند بیان است

و مدار آن بر معادلاتیکه درمیان عدد و شيء و مال واقع میشود است و آن دو نوع است مفردات و مقترنات معادلهٔ مفردات معادلهٔ جنسی بجنسی باشد و آن سه قسم است اول اشیاء معادل باعداد دویم اشیاء معادل اموال سیوم اموال معادل اعداد * و معادلهٔ مقترنات معادلهٔ یک جنس بدو جنس باشد و آن نیز سه قسم است اول اشیاء و اموال معادل اعداد دویم اشیاء معادل اموال و اعداد سیوم اموال معادل اشیاء و اعداد نوع اول را مفردات خوانند جهت تعادل افراد جنسي و نوع دویم را مقترنات نامند جهت اقتران دو جنس *

بیان اول در طریق استخراج مجهولات بمسائل مفردات

مسئلهٔ اولی که اشیاء معادل اعداد باشد پس عدد را بر عدد اشیاء قسمت سازند خارج مقدار مجهول خواهد بود زیراکه اعداد حاصل ضرب عدد اشیاء في الشيء است و هرگاه حاصل ضرب را بر احد المضروبین قسمت میسازند خارج مقدار مضروب آخر میشود چون درینجا مطلوب مقدار

شيء است لهذا اعداد را که اصل ضرب است بر احد المضروبين اعني عدد الاشياء قسمت ميكنند که خارج مقدار مضروب آخر اعني شيء بر آيد ∴ مثال کدام عدد است که اگر دو ثلث آن و بست عدد بر آن زياده کنم حاصل سه مثل آن گردد ∴ جواب فرض کردم مجهول را شيء پس بحسب السؤال شيء و دو ثلث شيء و بست عدد معادل سه شيء گرديد و بعد مقابله که عبارت از اسقاط اجناس متداخلين است يک شيء و ثلث شيء معادل بست عدد شد بست را بر واحد و ثلث قسمت کردم خارج پانزده گرديد وهو المطلوب *

مسئلهٔ دويم که اشياء معادل اموال باشند عدد اشياء را بر عدد اموال قسمت سازند که خارج مقدار شيء است زيرا که درينصورت مسطح عدد اشياء که خارج قسمت است في الشيء معادل مال واحد شد و چون مسطح شيء في الشيء نيز مال ميشود پس ازين معلوم شد که عدد اشياء نيز مساوي شيء است ∴ مثال کدام عدد است که اگر پنج مثل آن بر آن بيفزايم حاصل الجمع مساوي حاصل الضرب همان عدد در دو ثلث آن شود ∴ جواب فرض کردم مجهول را شيء پس بحسب السؤال شش شيء معادل دو ثلث مال گرديد شش را بر دو ثلث قسمت کردم نه خارج مطلوب است *

مسئلهٔ سيوم که اموال معادل اعداد باشند اعداد را بر عدد اموال قسمت کنند و جذر خارج بگيرند که مقدار شيء مطلوب بر آيد چراکه خارج مال واحد است و جذر مال شيء مثال عددي است که اگر آن را در ربع خودش ضرب کنند و بر حاصل ضرب سه زياده کنند و اين حاصل الجمع را تضعيف نمايند و بر حاصل تضعيف پنج زياده کرده باز تضعيف سازند و اين مبلغ را بر ده قسمت کنند خارج شانزده صحيح و سه خمس شود ∴ جواب مجهول را شيء فرض کردم پس بحسب السؤال شيء را در ربع شيء ضرب کردم حاصل ربع مال گرديد بر آن سه زياده کردم و مجتمع را تضعيف کردم حاصل التضعيف نصف مال و شش شد بر آن پنج افزودم نصف مال و يازده گرديد اين مبلغ را باز ضعف کردم يک مال و بست و دو شد آن را بر ده قسمت کردم خارج يک عشر مال و دو عدد و يک خمس معادل شانزده صحيح و سه خمس گرديد مقابله کردم بعد مقابله يک عشر مال معادل چهارده عدد و دو خمس شد پس $14\frac{2}{5}$ را بر يک عشر قسمت نمودم يک صد و چهل و چهار خارج گرديد پس جذر خارج گرفتم دوازده شد و آن شيء مطلوب است *

بیان دویم در طریق استخراج مجهولات بمسائل مقترنات باید دانست که در مقترنات ضروراست
که مال را رد بمال واحد سازند اگر زیادہ از واحد باشد وکامل بمال واحد کنند اگر کم از واحد باشد
وبهمان نسبت رد وتکمیل شيء وعدد هم نمایند وطریق رد وتکمیل چنانست که عدد اموال واشیاء
واعداد را قسمت بر عدد اموال کنند مثلاً وقتیکه بست وهشت عدد معادل چهار مال وسي شيء
باشد هریکی را برچهار که عدد اموال است قسمت کردم خارج هفت عدد ومال واحد وهفت
شيء ونصف شيء شد پس هفت عدد معادل یک مال وهفت شيء ونصف شيء گردید وبرای
تکمیل جمیع ارقام معادله را در مخرج کسر مال ضرب سازند *

مسئلۀ اولی که اشیاء واموال معادل اعداد باشند طریق استخراج آن چنانست که بعد رد وتکمیل
بمال واحد واخذ شيء وعدد بهمان نسبت مربع نصف عدد اشیاء را براعداد بیفزایند واز جذر مجموع
نصف عدد اشیاء بکاهند که باقي مقدار شيء مطلوب است وبرهانش این است که مربع عدد مساوي
مربعین قسمین آن عدد ومسطح احد القسمین في ضعف الآخر میشود پس اعدادیکه معادل اشیاء
واموال میشوند درحقیقت مربع الشيء ومسطح الشيء في ضعف نصف عدد الاشیاء است وهرگاه
برآن اعداد مربع نصف عدد اشیاء افزوده شده پس این مجموع مربع الشيء ومربع نصف عدد اشیاء
ومسطح الشيء في ضعف نصف عدد الاشیاء گردید وجذر این بالضرورة مجموع الشيء ونصف
عدد اشیاء باشد وهرگاه از جذر نصف عدد اشیاء را ساقط کنند شيء مطلوب باقي خواهد ماند ٭ مثال
اگر خواهم که ده را منقسم گردانم بدو قسم بحیثیتیکه مضروب یک قسم در مجموع ذات خودش ونصف
قسم آخر دوازده شود ٭ جواب احدالقسمین را شيء فرض کردم قسم آخر ۱۰ الآشيء گردید پس
بحسب السؤال شيء را در مجموع شيء و ۵ الاّ نصف شيء ضرب کردم حاصل یک مال و ۵ شيء
الاّ نصف مال معادل دوازده عدد شد بعد تکمیل مال و ۱۰ شيء معادل ۲۴ عدد شد پس مربع
نصف عدد اشیاء را که بست وپنج است بر عدد افزودم چهل ونه شد جذر آن هفت برآمد نصف
عدد اشیاء که پنج عدد است از هفت نقصان کردم دو باقیماند وآن مقدار شيء مطلوب است
پس قسم آخر هشت برآمد *

مسئلۀ ثانیه که اشیاء معادل اموال واعداد باشند طریقش چنانست که بعد ردّ وتکمیل اعداد را
ازمربع نصف عدد اشیاء ساقط کنند وجذر باقي گرفته بر نصف عدد اشیاء بیفزایند خواه از نصف عدد

اشیاء بکاهند که مجتمع درصورت اول و باقي درصورت ثاني مقدار شيء مطلوب است زیراکه بشکل پنجم مقالهٔ ثاني اصول ثابت شده که هرخطیکه تنصیف کرده شود وباز آنرا بقسمین مختلفین تقسیم کنند پس مسطح احد القسمین فی الآخر مع مربع الفضل بین النصف والقسم مساوي مربع نصف الخط میشود وبرهان این آنست که چون قسم اعظم مجموع مقدار قسم اصغر وضعف الفضل بین النصف والقسم است پس مسطح قسم اصغر فی الاعظم مساوي مجموع مربع اصغر ومسطح اصغر في ضعف الفضل بین النصف والقسم خواهد بود ونیز چون نصف الخط مقدار مجموع اصغر وفضل بین النصف والقسم است پس مربع آن مساوي مجموع مربع اصغر ومربع فضل ومسطح اصغر في ضعف الفضل خواهد شد درینصورت هرگاه اشیاء معادل اموال واعداد شد گویا عدد اشیاء را بقسمین مختلفین قسمت کرده اند یکی از ان مقدار شيء است ودویم مقدار عددي است که هرگاه در شيء ضرب کنند اعداد معلوم حاصل شود اعني مسطح احد القسمین فی الآخر همان اعداد معلوم است وآن مع مربع فضل بین النصف والقسم مساوي مربع نصف عدد اشیاء است پس هرگاه از مربع نصف عدد اشیاء اعداد را ساقط کنند مربع فضل بین النصف والقسم باقي خواهد ماند درینصورت اگر شيء مقدار قسم اعظم است جذر باقي بر نصف عدد شيء زیاده کنند واگر شيء مقدار قسم اصغر باشد جذر باقي از نصف عدد شيء ساقط کنند * مثال کدام عدد است که هرگاه بر مربع آن هفده زیاده کنند تسع حاصل الجمع مساوي مجموع آن عدد وثمن آن عدد گردد * جواب عدد مجهول را شيء فرض کردم و بحسب السؤال بر مربع آن که مال است هفده افزودم پس تسع مجموع که تسع مال ویک عدد وهشت تسع باشد معادل یک شيء وثمن شيء شد وبعد رد وتکمیل یک مال وهفده عدد معادل ده شيء وثمن شيء گردید پس نصف عدد اشیاء را مربع کردم ٢٥ ١٦١/٢٥٦ شد عدد را ازین ساقط کردم ٨ ١٦١/٢٥٦ ماند جذرش گرفتم ٢ ١٥/١٦ برآمد این را بر نصف عدد اشیاء افزودم ٨ شد وهمین شيء مطلوب است واگر ٢ ١٥/١٦ را از نصف عدد اشیاء ساقط کنم ٢ ١/٨ باقي نیز صلاحیت جواب دارد پس عدد هشت که درصورت زیاده کردن جذر بر نصف عدد اشیاء برآمده است اگر آنرا مربع گردانند ٦٤ گردد ومع هفده هشتاد ویک شود وتسع این ٩ مساوي مجموع ٨ وثمن آن که واحد است میشود وعدد ٢ ١/٨ که درصورت ثاني حاصل شده مربع آن ٤ ٣٣/٦٤ ومع هفده ٢١ ٣٣/٦٤ میشود وتسع این ٢ ٢٥/٦٤ است واین مساوي مجموع ٢ ١/٨ وثمن آنست *

صح

فائده باید دانست که درین مسئلهٔ ثانیه اگر عدد از مربع نصف عدد اشیاء اکثر باشد سؤال باطل خواهد بود و اگر عدد مساوی مربع نصف عدد اشیاء باشد درینصورت نصف عدد اشیاء همان شيء مجهول است *

فائده نیز درین مسئله صاحب عیون الحساب میفرماید که هرگاه جذر باقي برنصف عدد اشیاء زیاده میکنند ویا از نصف عدد اشیاء نقصان میکنند هریک از مجتمع وباقي شيء مجهول است معنی آنست که هریک از مجتمع وباقي عددی است که هرگاه بر مربع آن عدد معین مذکور را که در مقابله واقع است بیفزایند حاصل الجمع اضعاف مجتمع خواه باقي مذکورین که مربع شده است بعدهٔ عدد اشیاء میشود ونه آنکه هریک ازان دو عدد مقدار شيء مجهول تواند شد زیراکه ممکن است که بسبب خصوصیتیکه در آن سؤال معتبر باشد احد العددین بلکه عددین صلا حیت جواب نداشته باشد چنانکه در استخراج مسائل اشاره بآن خواهم نمود مثلاً هرگاه بست شيء معادل هفتاد ودو عدد ونصف مال باشد بعد تکمیل چهل شيء معادل یکصد وچهل وچهار ویک مال خواهد شد پس بموجب قاعده عدد را از مربع نصف عدد اشیاء که چهارصد است ساقط کردم دوصد و پنجاه وشش باقیماند وجذر این راکه شانزده است برنصف عدد اشیاء افزودم سي وشش شد واگر از نصف عدد اشیاء که بست است بکاستم چهار باقیماند پس سي وشش وچهار هردو مقدار شيء مجهول است زیراکه مربع اول یک هزار ودوصد ونود وشش است وهرگاه یکصد وچهل چهار برآن افزودم یک هزار وچهارصد وچهل شد واین چهل اضعاف سي وشش است علی هذا القیاس مربع ثاني اعني چهار که شانزده است وقتیکه یکصد وچهل وچهار برآن بیفزایم یکصد وشصت میشود وآن نیز چهل اضعاف چهار است تم بیانه * باید دانست که آنچه صاحب عیون الحساب میگوید که بسبب خصوصیتیکه در سؤال سائل معتبر است هردو قابل جواب نباشند محل تأمل است زیراکه استخراج سؤالات چند که ما بعدش بیان نموده هیچ سؤال باین نهج بنظر نرسیده *

مسئلهٔ ثالثه که اموال معادل اشیاء واعداد باشند طریق استخراج مجهول چنانست که بعد رد وتکمیل مربع نصف عدد اشیاء بر عدد بیفزایند وجذر مجموع گرفته برنصف عدد اشیاء اضافه نمایند که شيء مجهول حاصل شود واین مسئله در حقیقت عکس مسئلهٔ اولی است وبرهانش این است که گویا شيء قسمت شده است دو قسم که یک قسم عدد اشیاء است وقسم دویم عددی است که هرگاه

درشيء ضرب کرده شود عدد معلوم حاصل شود اعني مربع قسم آخر و مسطح آن في القسم الاول اعني مربع آن و مسطح آن در ضعف نصف قسم اول پس وقتيکه مربع نصف قسم اول اعني مربع نصف عدد اشياء برآن افزوده شود جذر آن مجموع قسم آخر و نصف عدد اشياء باشد وهرگاه برآن نصف عدد اشياء بيفزايند شيء حاصل شود* مثال کدام عدداست که چون نقصان کنند آنرا ازمربع او وزياده سازند باقي را برمربع او ده شود* جواب عدد راشيء فرض کردم وبحسب السؤال تصرف نمودم ازمربع او که يک مال است شيء نقصان کردم يک مال الاشيء باقيماند بازاين باقي را برمربع شيء که مال است افزودم حاصل جمع دومال الا شيء معادل ده گرديد کامل نمودم دومال معادل ده وشيء شد بسوي مال واحد رد نمودم يک مال معادل پنج عدد ونصف شيء گرديد پس بطريق استخراج مربع نصف عدد اشياء که يک شانزدهم باشد برعدد که پنج است افزودم پنج صحيح ويک شانزدهم گرديد جذر آن که دو صحيح ويک ربع است برنصف عدد اشياء اعني يک ربع افزودم دوصحيح ويک نصف شد وآن مقدار شيء مجهول است وصاحب عيون الحساب طريق استخراج مجهولات درمقترنات ثلثه بنظم آورده هکذا *　نظـــــم

* درمقترنات جبر بعد از رد و تکميل *　* تاره بجواب آري اين نکته نما اصغا *

* نصف عدد اشياء در هرسه مربع کن *　* در اول و در ثالث آنرا بعدد افزا *

* کم کن تو عدد از وي درمسئلۀ ثاني *　* وزمجتمع و باقي کن جذر روان پيدا *

* در اول و در ثالث تا شيء بدست آري *　* زان جذر فکن وافزا نصف عدد اشيا *

* وافزاي بگاه آن جذر زان نصف که شد مذکور *　* تا هر دو جواب آيد ازمسئلۀ وسطي *

فائده درمقترنات ثلثه هرگاه عدد جنسي که معادل جنسين باشد مساوي عددين جنسين مذکورين شود پس مقدار شيء واحد خواهد بود واحتياج رد و تکميل نيست ودر مسئلۀ ثانيه مقترنات درصورت مذکوره اگر عدد را برعدد اموال قسمت کنند نيز مقدار شيء برآيد مثلاً ده شيء معادل هشت عدد ودو مال است هشت را بردو قسمت نمودم چهار خارج گرديد پس چهار و واحد هردو صلاحيت جواب دارند *

مطلب يازدهم درطريق استخراج معادلات غيرمتناهي علي الوجه العام

مقدمه　بدانکه بعد عمل معادله بين الجنسين خواهد شد يا اکثر ازين ودر قسم اول احد الجنسين

معادلین عدد باشد یا عدد اشیاء وغیره اگر احد الجنسین عدد باشد پس جنس ثانی اگر شيء بود عدد معادل رابرعدد اشیاء قسمت سازند چنانکه گذشت واگرجنس ثاني سیوای شيء مضلع دیگر بود رجوع به ضلع مفرد نموده استخراج ضلع اول آن نمایند چنانکه درمسئلة ثالثة مفردات ستة جبریه رجوع بمال واحد کرده استخراج جذر مینمایند واگر احد الجنسین المعادلین عدد نباشد پس طرفین معادله رابرشيء مرة بعد آخری قسمت کنند تا دراحد الطرفین عدد واقع شود پس بقاعدة مرقومة الصدر استخراج مجهول نمایند وبرای قسمت طریق سهل این است که عدد منزل جنس اصغررا ازعدد منزل جنس اعظم ساقط کنند که عدد منزل مضلع طرف جنس اعظم خواهد بود وبطرف جنس اصغر صرف عدد مضلع مذکور خواهد افتاد مثلاً هشت کعب معادل دو مالکعب است چون عدد منزل کعب سه است وعدد منزل مال کعب پنج هرگاه سه را ازپنج ساقط کردم دو باقیماند وآن عدد منزل مال است پس هشت عدد معادل دو مال شد وقسم دویم اعني معادله بین الاجناس دونوع است نوع اول آنکه دراحد الطرفین معادله عدد واقع شود وآن نیز دو صنف است صنف اول آنکه عدد صرف معادل جنسین خواه اجناس باشد ودویم آنکه عدد مع جنسي یا اجناس معادل جنسي یا اجناس شود ونوع دویم آنکه جنسي یا اجناس غیرالاعداد معادل جنس یا اجناس غیر الاعداد گردد وصورهرد ونوع غیرمتناهي است پس درصنف اول نوع اول استخراج مجهولات بقاعدة استخراج ضلع اول مضلعات زائده نمایند ودرصنف دویم نوع اول اجناس که شامل عدد باشند آنها را ساقط نموده ازطرف دیگر مستثنی سازند که صرف اعداد معادل اجناس زائده یاناقصه افتد پس استخراج مجهولات بقاعدة استخراج ضلع اول مضلعات زائده وناقصه کنند الّا درصورتیکه جنس اعظم ناقص واقع شود بقاعدة مذکوره استخراج محال است وبرای استخراج آن قاعده که درمطلب هشتم همین باب مذکور شد کافیست ودرنوع دویم باید که عدد منزل جنس اصغر راکه دراحد الطرفین معادلین واقع باشد ازعدد منزل جمیع اجناس ساقط باید کرد که باقي عدد منزل هراجناس مع اعداد ماقبل آن وعدد جنس اصغر درمعادله باقي خواهد ماند وصورمعادله رجوع به صنفي ازاصناف نوع اول خواهد کرد ونیزباید دانست که براهین طریق استخراج معادلات جمیع انواع معادله بین الجنسین که قسم اول است دربیان ذیل طریق استخراج مجهولات بمسائل ستة جبریه گذشت ونیز حقیقت طریق استخراج مجهولات درصنفین نوع اول قسم دویم اعني عدد صرف معادل

جنسین یا اجناس باشد و یا عدد مع جنسی یا اجناس معادل جنسی یا اجناس بود از مطلب دوازدهم باب اول مفصل معلوم کنند و حقیقت طریق استخراج مجهولات در نوع دویم که رجوع بصنفین نوع اول میکند احتیاج تکرار ندارد اما حقیقت طریق استخراج مجهولات بوجه عام که در مطلب هشتم باب هذا مذکور شد این است که اعداد را در مضلع عدد مضلع اعظم که بیک مرتبه از ان مضلع اعظم کم باشد ضرب میکنند تا حاصل ضرب مساوي مسطح اعظم العدد شود برای آنکه کعب مسطح المکعبین مساوي مسطح الکعبین است مثلاً پنجاه و چهار عدد مساوي دو کعب است هرگاه پنجاه و چهار را در چهار که مجذور دو است ضرب کردم گویا کعب مجهول در هشت که کعب دو است ضرب یافته و همچنین اگر دو کعب و یک شيء معادل پنجاه و هفت باشد پس هرگاه پنجاه و هفت را در چهار حسب مرقوم الصدر ضرب کردم گویا شيء هم در چهار ضرب یافته و درینجا شيء زائد است لهذا شيء را در عدد کعب ضرب کردم تا در جدول که بصف مال بسبب نظیر نوشتن خواهد شد و در ضلع اول خارجه که فی الحقیقة مسطح شيء في ۲) است ضرب یافته ساقط خواهد شد گویا شيء در چهار ضرب یافته ساقط خواهد گردید و همچنین است حال جمیع مضلعات اصغر دیگر زائده باشند خواه نا قصه حالا امثلۀ جمیع بترتیب مذکور به پنج بیان مفصل بیان میکنم و باید دانست که امثلۀ قسم اول اعني هرگاه اعداد معادل اشیاء باشند ظاهر است احتیاج بیان ندارد *

بیان اول در مثال قسم دویم اعني اعداد که معادل جنسی غیر الاشیاء بود ٭ سؤال شخصی به مبلغ معلوم جنسی خرید کرد آنرا بانتفاع في روپیه از مقدار زر اصل بواحد کم فروخت و باز از مجموع جنس دیگر خرید کرد و بانتفاع في روپیه بمقدار مربع زر اصل بواحد کم فروخت و نزد او مجموع اصل و هر دو انتفاع این ۲۴۰۱ روپیه حاصل شد پس زر اصل چقدر بود ٭ جواب زر اصل را شيء فرض کردم پس انتفاع اول في روپیه شيء الّا واحد گردید و درینصورت بحسب السؤال انتفاع مال الّا شيء شد و هرگاه آنرا با اصل جمع کردم مجموع مال شد پس همان مال مقدار قیمت جنس ثاني گردید و چون بحسب سؤال مقدار انتفاع ثاني في روپیه بقدر مربع زر اصل واحد کم است درینصورت انتفاع ثاني مال مال الّا مال شد و هرگاه آنرا با مال که زر اصل ثاني است جمع کردم مجموع مال المال معادل ۲۴۰۱ شد ٭ استخراج ضلع مال المال نمودم هفت مقدار زر اصل برآمد *

بیان دوم درمثال قسم سیوم اعني جنسی غیرالاعداد معادل جنسی شود ∴ سؤال شخصی به مبلغی جنسی خرید کرد وآنرا با نتفاعی فروخت که مجموع زراصل وانتفاع بقدر مربع زراصل گردید وباز جنسی دیگراز مجموع زراصل وانتفاع خرید نموده بازآنرا بشرح انتفاع اول فروخت هشت روپیه یافت پس مقدار زراصل چه بود ∴ جواب مجهول راشيء فرض کردم پس مجموع زراصل وانتفاع اول بحسب السؤال مال شد واربعهٔ متناسبه کردم بدین صورت شی | مال / مال | ۸ چون مسطح الطرفین مساوي مسطح الوسطین میباشد پس ۸ شيء معادل مالمال شد وهرگاه طرفین معادله رابرشيء قسمت نمودم ۸ معادل کعب شده پس باستخراج ضلع کعب ۸ زراصل دو برآمد *

بیان سیوم درمثال قسم چهارم اعني عدد صرف معادل جنسین یا اجناس بود ∴ سؤال کدام عدد است که هرگاه برمالکعب او دوصد وسیزده مالمال را بیفزایند مجموع ۲۰۱۴۳۹۶۶۱۸۲۴ شود ∴ جواب چون اینجا عدد معادل یک مالکعب ودوصد وسیزده مالمال است پس ضلع اول مالکعب زائد برآوردم خارج دوصد وپنجاه وشش گردید وچون این مثال درمطلب دوازدهم باب اول درطریق استخراج مضلعات زائده مذکوراست لهذا جدول آن دراینجا ثبت نیفتاد ونیز چون درمطلب مذکورمثال معادله عدد باجناس هم مذکوراست پس اگر بیان منظور باشد بآن رجوع کنند *

بیان چهارم درمثال قسم پنجم اعني اعداد مع جنسي یا اجناس معادل جنسی یا اجناس شود وآن نیزبدوصورت است اول آنکه عدد یاجنس اصغرباشد ودویم آنکه عدد یا جنس اعظم باشد پس جنس اعظم ناقص واقع خواهدشد واین مشکل ترین انواع معادله بچندا مثله مفصل واضح خواهد گردید مثال صورت اول کدام عدد است که هرگاه ازمالکعب او پانصد وشصت وچهار مالمال او ساقط کنند باقي ۵۱۶۱۱۴۸۵۳۰۹۲۰۶۴ ماند ∴ جواب هرگاه مجهول راشيء فرض کرده جبر ومقابله نمودم مالکعب معادل پانصد وشصت وچهار مال مال واعداد مذکوره افتاد وهرگاه بطریق استخراج آن که بالا مذکورشد مال مال راساقط کردم مالکعب الاّ پانصد وشصت وچهار مال مال معادل عدد مذکورشد پس استخراج ضلع اول مالکعب ناقص نمودم هفتصد وسي وهشت مقدار مجهول برآمد واین مثال هم درمطلب دوازدهم باب اول مذکوراست لهذا جدول آن دراینجا گذاشته شد ∴ مثال صورت ثاني کدام عدد است که هرگاه مربع آنرا درسي وپنج ضرب کرده ازحاصل ضعف کعب آن ساقط کنم باقي یکهزاروپانصد وهشتاد وچهار گردد ∴ جواب مجهول راشيء فرض کردم

ومربع آن مال شد وهرگاه آنرا در سي وپنج ضرب کردم از روی جبر ومقابله سي وپنج مال معادل
دو کعب و یکهزار وپانصد وشصت وچهار گردید وچون درین معادله عدد شامل جنس اعظم است
هرگاه جنس اعظم را مستثنی کردم سي وپنج مال الّا دو کعب معادل عدد مذکور شد پس بطریق استخراج
ضلع اول بوجه عام که در مطلب هشتم باب هذا مذکور است عدد راکه زائد است در چهار زائد که مجذور
عدد کعب است ضرب نمودم شش هزار وسه صد وسي وشش زائد گردید چراکه عدد کعب ناقص بود و مجذور
ناقص زائد میشود وسي وپنج راکه زائد وعدد مال است بحال خود گذاشتم چراکه مضروب فیه
برای آن کدام مضلع عدد جنس اعظم نبود وبعد ازان جدول بطریق استخراج کعب ثبت نمودم
وسي وپنج زائد راکه عدد مال است درصف ضلع بلحاظ مراتب نقل ثبت نمودم چراکه در کعب
نظیر مال شيء است چنانکه در مطلب دوازدهم باب اول ذکر یافته وبر اعداد نشان زائد نهادم
وفوق جدول علامت کعب نهاده طلب عددی ناقص نمودم که هرگاه آنرا در صف ضلع نوشته وبا اعداد
مرقومهٔ صف ضلع جمع نموده ودر آن عدد ضرب کرده ودر صف مال نوشته باز در آن عدد
ضرب نمایم از اعداد محاذي او ساقط تواند شد عدد دو را یافتم وآنرا فوق علامت اخیره بعلامت
ناقص نوشته ودر صف ضلع محاذي آن بهمان علامت ثبت نمودم پانزده زائد شد وآنرا در فوقاني
ضرب نموده سي عدد ناقص را که حاصل ضرب شد در صف مال نوشتم وباز آنرا در فوقاني
ضرب نموده شصت زائد راکه حاصل ضرب شد از محاذي علامت اخیره ساقط نمودم وباقي
تحت خط عرضي نگاشتم وباز فوقاني که دو ناقص است بر تحتاني افزوده جمع کردم پنج ناقص
در صف ضلع شد وآنرا در فوقاني ضرب کرده ده زائد که حاصل ضرب است در صف مال نوشته
جمع کرده بست ناقص را یک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وباز فوقاني را بر تحتاني افزوده بست وپنج
ناقص را دو مرتبه بطرف یمین نقل ساخته باز طلب عدد دیگر بصفت مذکوره نمودم عدد چهار را
یافتم آنرا بالای علامت ثاني ومحاذي آن در صف ضلع نوشته جمع نمودم بست ونه ناقص شد
وآنرا در فوقاني ضرب کرده یکصد وشانزده زائد را در صف مال نوشتم وجمع نمودم هشتاد وچهار
ناقص شد وآنرا باز در فوقاني ضرب کردم سه صد وسي وشش زائد گردید از اعداد محاذي آن ساقط
نمودم هیچ باقي نماند وبست وچهار مقدار ضلع کعب برآمد وآنرا بر دو که عدد کعب است
قسمت نمودم خارج دوازده مقدار مجهول مطلوب است وهذه جدوله (شکل ۱۸۷)

ایضاً مثال دیگر صورت ثانی ٭ سؤال کدام عدد است که هرگاه کعب آنرا در یکصد و پنجاه و مال آنرا در یکصد ضرب کنند واز مجموع حاصل ضرب دو مال مال وچهار مثل آن عدد ساقط کنند باقی ۱۹۶۲۳۶۰ ماند ٭ جواب هرگاه مجهول را شیٔ فرض کردم پس بعد جبر و مقابله یکصد و پنجاه کعب و یک صد مال معادل دو مال مال وچهار شیٔ و عدد مذکور گردیده چون عدد شامل جنس اعظم است لهذا مال مال و شیٔ را مستثنی کردم پس یکصد و پنجاه کعب و صد مال الّا دو مال مال وچهار شیٔ معادل عدد مذکور گردیده پس بطریق قاعدۀ استخراج بوجه عام عدد مذکور را در کعب عدد مال مال که هشت ناقص است ضرب نمودم حاصل ۱۵۶۹۸۸۸۰ ناقص شد چراکه عدد مال مال ناقص است وکعب ناقص هم ناقص میشود باز عدد شیٔ را در مجذور عدد مال مال که چهار زائد است ضرب کردم شانزده ناقص برآمد و عدد مال را در عدد مال مال ضرب کردم دوصد ناقص گردید و عدد کعب را بحال خود گذاشتم زیرا که مضروب فیه برای او نبود وبرای استخراج ضلع اول مال مال جدول کشیده اعداد را در خلال جدول نوشتم واعداد کعب را که یکصد و پنجاه زائد بود در صف ضلع که نظیر اوست بلحاظ مراتب نقل نوشتم و اعداد مال را که دو صد ناقص است در صف مال که نظیر اوست نوشتم واعداد شیٔ راکه شانزده ناقص بود در صف کعب نهادم وطلب کردم اکثر عددی را از آحاد ناقص عدد پنج رایافتم آنرا فوق جدول بالای علامت اخیره بنشان ناقص نهادم وپائین آن در صف ضلع نوشته جمع کردم یکصد زائد شد وآنرا در فوقانی ضرب کردم و در صف مال نوشته جمع کردم پنج هزار و وصد ناقص گردید باز آنرا در فوقانی ضرب کرده در صف کعب نوشته جمع نمودم ۲۵۹۹۸۴ زائد گردید آنرا در فوقانی ضرب کرده حاصل راکه ۱۲۹۹۹۲ ناقص است از اعداد محاذی ساقط نمودم وباقی را تحت خط عرضی نوشتم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده در صف ضلع جمع کردم پنجاه زائد شد آنرا در فوقانی ضرب کردم و در صف مال نوشته جمع کردم هفت هزار و هفتصد ناقص شد آنرا در فوقانی ضرب کرده در صف کعب نوشته وجمع نموده ۶۴۴۹۸۴ زائد رایک مرتبه بطرف یمین نقل کردم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده در صف ضلع جمع کردم صفر گردید وهرگاه آنرا در فوقانی ضرب کرده ودر صف مال نوشته جمع نمودم هفت هزار و هفتصد ناقص راد و مرتبه بطرف یمین نقل ساختم وباز فوقانی را بر تحتانی افزوده پنجاه ناقص راسه مرتبه بطرف یمین در صف ضلع نقل ساختم وطلب

جدول ۱۵۸ صفحہ ۳۷۷

			۵ قصر ۰				۴ قصر ۰	
۱ قصر	۵	۲	۹	۸	۸	۹	۰	صف عدد
۱ قصر	۲	۹	۹	۹	۲	۰	۰	
	۲ قصر ۲	۶	۹	۹	۶	۸	۰	
	۲ قصر	۶	۹	۹	۶	۸	۰	
		۶ ۲	۷	۴	۹	۲	۰	صف کعب
			۲ ۲	۹	۹	۳	۶	
		۲ ۶	۴	۴	۹	۸	۳	
	۳ ۲	۸	۵	۰	۰			
	۲ ۲	۵	۹	۹	۸	۴		
	۲ ۲	۶	۰	۰	۰	۰		
					۱ قصر	۶		
				۷ قصر	۴	۸	۳	صف مال
					۴ ۲	۱	۶	
				۷ قصر	۷	۰	۰	
		۰	۰	۰	۰			
		۷ قصر	۷	۰	۰			
		۲ قصر	۵					
		۵ قصر	۲	۰	۰			
		۵ قصر	۰	۰	۰			
			۱ قصر	۰	۰			
						۵ قصر	۳	صف شئ
							۳ قصر	
						۵ قصر	۰	
			۵ قصر					
			۰	۰				
		۰	۵ قصر					
			۵ ۲	۰				
			۵ قصر					
		۱ ۲	۰	۰				
		۱ ۲	۶	۰				
			۵ قصر					

جدول ۱۵۷ صفحہ ۳۷۵

۲ قصر ۰			۳ ۰	
۶	۳	۳	۱	صف اول
۴	۰	.		
	۳ ۲	۳	۶	
	۳ ۲	۳	۲	
		۸ قصر	۳	
	۱ ۲	۱	۶	
	۲ قصر	۰		
۱ ۲	۰			
۳ قصر	۰		.	
		۲ قصر	۹	صف ضلع
		قصر	۳	
		۲ قصر	۵	
۲ قصر	۰			
	۵ قصر			
۲ قصر	۰			
۱ ۲	۵			
۳ قصر	۰			
۳ ۲	۵			

عدد ی دیگر برای علامت ثاني نموده چهار ناقص یافتم و آنرا فوق علامت ثاني ودر صف ضلع محاذي آن نوشته بدستور مذکور ضرب وجمع در هر صف نمودم پس در صف مال ۷۴۸۴ ناقص شد ودر صف کعب ۶۷۴۹۲۰ زائد گردید و هرگاه آنرا درفوقاني ضرب کرده حاصل را که ۲۶۹۹۶۸۰ ناقص است از اعداد محاذي ساقط نمودم هیچ باقي نماند وپنجاه و چهار مقدار ضلع اول برآمد بر عدد مال مال که دو است قسمت نمودم خارج بست و هفت مقدار شيء مجهول است صورة العمل هکــــــــــــــــذا (شکل ۱۸۸)

بیان پنجم در مثال قسم ششم اعني جنسي یا اجناس غیر الاعداد معادل جنسي یا اجناس غیر الاعداد شود ❊ سؤال جماعتی که عدد آنها مجذور بود در باغی رفتند و هرکسی میوهٔ سیب از باغ بقدر مکعب خود آورد اعني شخص اول یک سیب وشخص دویم هشت سیب و شخص سیوم بست و هفت سیب وهکذا بعد ازان همه سیبها را جمع نمودند وباهم مساوی تقسیم کردند حصهٔ هریکی بقدر مال الکعب ودو کعب ویک شيء از نسبت جذر جماعت گردید ❊ جواب چون اینجا از سؤال سائل جمع مکعبات متوالیه ضرور است لهذا بطریق جمع مکعبات متوالیه واحد بر مال که عدد جماعت است افزوده در نصف آن ضرب کردم حاصل نصف مال مال ونصف مال جمع اعداد متوالیه گردید و هرگاه مجذور آن گرفتم ربع مال کعب کعب ونصف کعب کعب و ربع مال مال جمع مکعبات متوالیه که مقدار مجموع سیب ها است گردید و هرگاه آنرا بحسب سؤال بر مال که عدد جماعت است قسمت کردم خارج یک ربع کعب کعب ونصف مال مال وربع مال شد وآن بمقتضای سؤال مساوي ومعادل یک مال کعب ودو کعب ویک شيء است پس هرگاه این معادله را کامل کردم یک کعب کعب ودو مال مال ویک مال مساوي ومعادل چهار مال الکعب وهشت کعب وچهار شيء گردید چون درینجا معادلهٔ اجناس غیر الاعداد با اجناس غیر الاعداد است وجنس اصغر شيء واقع شده لهذا جمیع اجناس را بر شيء قسمت نمودم خارج یک مال الکعب ودو کعب ویک شيء مساوي ومعادل چهار مال مال و هشت مال وچهار عدد شد پس الحال عدد مع الاجناس در معادله افتاد و هرگاه اجناس شامل عدد را مستثنی کردم یک مال کعب ودو کعب ویک شيء الّا چهار مال مال و هشت مال معادل چهار شد پس بطریق استخراج ضلع اول علی وجه العام چهار ضلع اول خارج شد ومجذور آن که شانزده است عدد جماعت گردید

و هو المطلوب صورة العمل هکـــــــــذا (شکل ۱۵۹)

باید دانست که اگراین معادله راد رکدام عدد مفرد مفروض ضرب کرده استخراج ضلع اول بطریق وجه عام که درین باب مذکور شد نمایند نیز مقصود حاصل میشود لیکن تطویل لا طائل است باید دانست که جمیع امثلهٔ اقسام شش گانه که بترتیب نوشته شد مضلعات منطق بودند واگر مضلعات اصم باشند وخواهندکه استخراج ضلع اول اقرب التقریبي آن استخراج نمایند بطریقیکه درذیل مطلب هشتم باب هذا مذکورشد عمل نموده استخراج کنند مثال کدام عدد است که اگراز مجموع یک کعب ودو مثل آن یک مال ساقط کنند باقي ۲۰۵۶۶۷۱ ماند ٭ جواب بحسب السؤال مجهول را شيء فرض کرده عمل نمودم یک کعب و ۲ شيء الا یک مال معادل ۲۰۵۶۶۷۱ شد چون درینجا کعب مفرد زائد ومال ناقص واقع شد لهذا جدول بطریق استخراج ضلع کعب کشیدم وعدد رادرخلال جدول نوشتم ودو راکه عدد شيء زائد است درصف مال که نظیر اوست درخانهٔ سیوم بلحاظ نقل که دومرتبه خواهد شد نهادم و واحد راکه عدد مال ناقص است نیز بلحاظ نقل دومرتبه که دودو خانه خواهد شد درخانهٔ پنجم به صف ضلع که نظیر اوست نوشتم وچون علامت اخیرهٔ ضلع کعب برعدد دو واقع شده است لهذا واحد زائد عدد اول بهم رسید آنرا بالای علامت اخیره ومحاذي آن درصف ضلع نوشته جمع کردم نود ونه زائد شد وآنرادرفوقاني ضرب کرده درصف مال نوشتم نه هزارونهصد ودوگردید آنرادرفوقاني ضرب کرده ازاعداد محاذي ساقط نمودم وباقي را تحت خط عرضي نگاشتم وبازفوقاني رابرتحتاني افزوده جمع کردم یک صد ونود ونه درصف ضلع شد آنرادرفوقاني ضرب کرده درصف مال نوشته وجمع ساخته بست ونه هزار وهشتصد ودو رایک مرتبه بطرف یمین نقل نمودم وبازفوقاني رابرتحتاني افزوده وجمع کرده دوصد ونود ونه رادومرتبه بطرف یمین درصف ضلع نقل نمودم وبازطلب عدد دیگر برای علامت ثاني نمودم عدد دو رایافتم آنرابالای علامت ثانیه ومحاذي آن درصف ضلع نوشته جمع کردم سه صد ونوزده شد آنرادرفوقاني ضرب کرده شش صد وسي وهشت رادرصف مال افزوده جمع ساختم سي وشش هزارویک صد وهشتادودوگردید آنرادرفوقاني ضرب کرده هفتادودو هزاروسه صد وشصت وچهاررا ازاعداد محاذي ساقط کرده باقي راتحت خط عرضي نهادم وبازفوقاني را برتحتاني افزوده درصف ضلع جمع نمودم سه صد وسي ونه شد آنرادرفوقاني ضرب کرده

جدول ۱۶۰ صفحہ ۳۷۹

	۱			۲			۴			۵
صف عدد	۲ د	۰	۵	۶	۶	۷	۱	۰	۰	۰
		۹	۹	۰	۲					
	۱ د	۰	۶	۶	۴	۷	۱			
		۷	۲	۳	۶	۴				
		۳ د	۴	۲	۸	۳	۱			
		۳ د	۱	۸	۶	۶	۸			
صف مال			۲ د	۴	۱	۶	۳			
			۲ د	۴	۱	۶	۲	۶	۲	۵
								۳	۷	۵
				۴ د	۸	۳	۲	۵	۲	۵
						۱	۹	۰	۲	۵
				۴ د	۸	۱	۳	۵		
				۲	۶	۱	۱			
			۴ د	۵	۵	۲	۴			
				۲	۵	۶	۲			
			۴ د	۲	۹	۶	۲			
			۶	۷	۸					
		۳ د	۶	۱	۸	۲				
			۶	۳	۸					
		۲ د	۹	۸	۰	۲				
	۱ د	۹	۹							
		۹	۹	۰	۲ د					
صف ضلع						۸	۳	۸	۰	۸
							۷			
					۳ د	۷	۳			
							۷			
					۳ د	۶	۶			
							۷			
					۳ د	۵	۹			
				۲						
			۳ د	۳	۹					
				۲						
			۳ د	۱	۹					
				۲						
			۲ د	۹	۹					
	۱ د									
	۱ د	۹	۹							
	۱ د	۹ د	۹							
	۱ د	۰	۰							
			اقصر							

جدول ۱۵۹ صفحہ ۳۷۸

	۴
صف عدد	۴ د
	۴ د
صف مال المال	۱ د
	۰
	۱ د
صف کعب	۰
	۸ د
	۸ قصر
صف مال	۲ د
	۰
	۲ د
صف ضلع	۰
	۴ د
	۴ قصر

ششصد و هفتاد و هشت را در صف مال افزودم و جمع کردم چهل و دو هزار و نهصد و شصت و دو را یک مرتبه بطرف یمین نقل ساختم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده سه صد و پنجاه و نه را دو مرتبه در صف ضلع بطرف یمین نقل کردم و باز طلب عدد دیگر برای علامت ثالثه نمودم هفت را یافتم آنرا بالای علامت ثالثه محاذی آن در صف ضلع نوشته جمع کردم سه صد و شصت و شش شد آنرا در فوقانی ضرب کرده دو هزار و پانصد و شصت و دو را در صف مال افزوده جمع نمودم چهل و پنج هزار و پانصد و بست و چهار گردید آنرا در فوقانی ضرب نموده سه لک و هجده هزار و ششصد و شصت و هشت را از اعداد محاذی ساقط نمودم باقی را که بست و چهار هزار و یکصد و شصت و سه ماند تحت خط عرضی نگاشتم و چون اعداد صحاح ضلع کعب خارج شده و باقی کسر ماند لهذا برای اقرب التقریبی آن سه صفر بلحاظ اینکه بعده عدد منزل کعب است در یمین باقی مذکور افزوده سه خانه جدول دیگر رسم نمودم و بر خانهٔ اخیر دیگر علامت کعب نهادم و فوقانی بدستور بر تحتانی افزوده در صف ضلع جمع کردم سه صد و هفتاد و سه گردید آنرا در فوقانی ضرب کرده دو هزار و ششصد و یازده را در صف مال افزوده و جمع ساخته چهل و هشت هزار و یک صد و سی و پنج را یک مرتبه بطرف یمین نقل ساختم و باز فوقانی را بر تحتانی افزوده سه صد و هشتاد را در صف ضلع دو مرتبه بطرف یمین نقل نمودم و عدد دیگر برای علامت رابعه که عدد کسر است طلب کردم پنج را یافتم و آنرا بالای علامت و محاذی آن در صف ضلع نوشتم سه هزار و هشتصد و پنج شد آنرا در فوقانی ضرب نموده نوزده هزار و بست و پنج در صف مال افزوده جمع نمودم ۴۸۳۲۵۲۵ شد آنرا در فوقانی ضرب کرده ۲۴۱۶۲۶۲۵) از اعداد محاذی ساقط نمودم باقی را که سه صد و هفتاد و پنج ماند تحت خط عرضی نهادم و چون این اعداد بلحاظ مراتب اعداد صف مال بسیار قلیل است لهذا آنرا گذاشتم هر چند که اگر خواهند ازین زیاده نیز اقرب التقریبی بدستور مذکور استخراج نمایند میتواند شد لیکن چون اینجا مقصود بیان مثال است لهذا بهمین قدر اکتفا نموده شد پس خارج یکصد و بست و هفت صحیح که اعداد فوق هر سه علامت اعداد صحیح است و پنج را که فوق علامت کسری است برده که بلحاظ سه صفر ضلع کعب است منسوب ساختم پنج عشر مقدار تقریبی برآمد و آن یک نصف است صورة العمل والجدول هکـــــــــــــــذا (شکل ۱۶۰)

فائده در مطلب هشتم باب هذا مذکور شده که اگر در استخراج ضلع اول مضلعات زائده وناقصه که در مطلب دوازدهم باب اول مذکور است لحاظ ضرب و تفریق و جمع زائد وناقص کنند جمیع اشکال که در استخراج ضلع اول مضلعات زائده و ناقصه در بعض صور واقع میشود رفع خواهد شد چنانچه در مثالی که در مطلب دوازدهم باب اول مذکور است برای استخراج ضلع اول آن بقاعدهٔ علی وجه العام که در مطلب هشتم باب هذا بیان نموده شد عمل کردم مثال مال مال الا ۲۶۴۱ کعب معادل ۸۰۱۶۹۷۸۴۱۵۰۰ بود چون در ینجا مقصود استخراج ضلع مال مال مفرد ناقص است لهذا بعد رسم جدول برای استخراج ضلع مال مال بدستور اعداد را درخلال جدول نوشتم وآحاد ۲۶۴۱ کعب ناقص را در صف ضلع اعنی شیٔ که نظیر اوست درخانهٔ دهم بلحاظ اینکه سه سه خانه سه مرتبه نقل خواهد شد ثبت کردم بعده برای علامت اخیره طلب عددی نمودم دو را یافتم آنرا فوق علامت ثبت نموده محاذی آن در صف ضلع افزوده بلحاظ زائد وناقص بعد خط عرضی جمع نمودم حاصل جمع راکه ۶۴۱ ناقص شد در فوقانی ضرب کرده وحاصل ضرب راکه ۱۲۸۲ ناقص است در صف مال مرقوم ساخته باز فوقانی را در آن ضرب کرده در صف کعب که ۲۵۶۴ ناقص شد نوشتم باز فوقانی را در آن ضرب نموده حاصل ضرب راکه ۵۱۲۸ ناقص است از اعداد صف عدد تفریق نموده بعد خط عرضی ۵۹۷۹ زائد را نوشتم چراکه تفریق ناقص از زائد جمع زائد میشود وباز فوقانی را برتحتانی افزوده جمع ساختم وحاصل جمع راکه ۱۳۵۹ زائد است در فوقانی ضرب ساخته ۲۷۱۸ زائد در صف مال نوشته وجمع نمودم ۱۴۳۶ زائد را در فوقانی ضرب کردم ۲۸۷۲ زائد در صف کعب نوشتم وجمع کردم ۳۰۸ زائد حاصل جمع را یک خانه بطرف یمین نقل کرده نوشتم وباز فوقانی را برتحتانی افزوده وجمع نموده ۳۳۵۹ زائد را در فوقانی ضرب نموده حاصل راکه ۶۷۱۸ شد در صف مال نوشته وجمع نموده ۸۱۵۴ را دو خانه بطرف یمین نقل کردم وباز فوقانی برتحتانی افزوده جمع ساخته ۳۳۵۹ را در صف ضلع سه مرتبه بطرف یمین نقل کردم باز برای علامت ثانیه طلب عددی نمودم شش را یافتم بدستور برتحتانی محاذی یک دیگر افزوده وبدستور در هر صف ضرب وجمع کردم پس در صف ضلع ۳۳۵۹۶ ودر صف مال ۱۱۷۲۹۴ ودر صف کعب ۷۳۴۵۶۴ ودر صف عدد ۴۴۰۷۳۸۴ شد وآنرا از اعداد محاذی ساقط نموده باقی راکه ۱۵۷۲۳۱۳ ماند تحت خط عرضی نوشتم وباز فوقانی برتحتانی

جدول ۱۶۱ صفحه ۳۸۱

۳				۶				۸				۵	
	۸ ط	۵	۱	۶	۹	۷	۸	۴	۱	۵	۰	۰	صف عدد
۵ قصر	۱	۲	۸										
۵ ط	۹	۷	۹	۶	۹	۷	۸	۴	۱	۵	۰	۰	
۴ ط	۴	۰	۷	۲	۸	۴							
۱ ط	۵	۷	۲	۳	۱	۳	۸	۴	۱	۵	۰	۰	
۱ ط	۴	۷	۱	۳	۲	۰	۴	۴	۸				
	۱ ط	۰	۰	۹	۹	۳	۳	۹	۳	۵	۰	۰	
	۱ ط	۰	۰	۹	۹	۳	۳	۹	۳	۵	۰	۰	
		۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	صف کعب
		۲ ط	۰	۱	۹	۸	۶	۷	۸	۷	۰	۰	
				۱	۰	۹	۵	۰	۵	۹	۰	۰	
		۳ ط	۰	۰	۸	۹	۱	۷	۲	۸			
		۱	۶	۹	۷	۶	۶	۷	۲				
	۱ ط	۸	۳	۹	۱	۵	۰	۵	۶				
		۱	۶	۴	۶	۹	۸	۵	۶				
	۱ ط	۶	۷	۴	۴	۵	۲						
	۹	۳	۹	۸	۸	۸							
	۷ ط	۳	۴	۵	۶	۴							
	۷	۰	۳	۷	۶	۴							
		۳	۰	۸									
۲ ط	۸	۷	۲	۰									
۲ قصر	۵	۶	۴										

J. B. Tassin Lith.

تتمہ جدول ۱۶۱ صفحہ ۳۸۱

صف مال

					۲ مد	۱	۹	۰	۱	۱	۸	۰
								۴	۰	۴	۲	۰
					۲ مد	۱	۸	۶	۰	۷	۶	
					۶ مد	۳	۹	۹	۲			
			۲ مد	۱	۲	۲	۰	۸	۴			
					۶ مد	۳	۳	۵	۲			
			۲ مد	۰	۵	۸	۷	۳	۲			
					۶ مد	۲	۷	۱	۳			
			۱ مد	۹	۹	۶	۰	۲				
		۴ مد	۲	۹	۵	۴						
	۱ مد	۵	۶	۶	۴	۸						
		۳ مد	۹	۳	۵	۴						
	۱ مد	۱	۷	۲	۹	۴						
		۳ مد	۵	۷	۵	۳						
		۸ مد	۱	۵	۴							
۶ مد	۷	۱	۸									
۱ مد	۴	۳	۶									
۲ مد	۷	۱	۸									
۱ قصر	۲	۸	۲									

صف ضلع

									۸ مد	۰	۸	۴
												۵
									۸ مد	۰	۷	۹
								۸				
						۷ مد	۹	۹	۹			
								۸				
						۷ مد	۹	۱	۹			
								۸				
						۷ مد	۸	۳	۹			
								۸				
						۷ مد	۷	۵	۹			
				۶								
			۷ مد	۱	۵	۹						
				۶								
			۶ مد	۵	۵	۹						
				۶								
			۵ مد	۹	۵	۹						
				۶								
			۵ مد	۳	۵	۹						
۲ مد												
۳ مد	۳	۵	۹									
۲ مد												
۱	۳	۵	۹									
۲ مد	۰	۰	۰									
	۶ قصر	۴	۱									
۲ مد	۰	۰	۰									
۲ قصر	۶	۴	۱									

افزوده بدستور تا صف کعب ضرب وجمع کردم پس درصف ضلع ۹ ۵ ۵ ۶ ۹ ودرصف مال ۱۵۶۶۴۸ ودرصف کعب ۴۲ ۵ ۴ ۴ ۷ ۶ ۱ شد آنرا یک خانه بطرف یمین نقل نمودم و باز فوقاني را برتحتاني افزوده بدستور تا صف مال ضرب وجمع کردم پس درصف ضلع ۹ ۵ ۱ ۷ ودرصف مال ۲ ۰ ۶ ۹ ۹ ۱ ۱ شد آنرا دو خانه بطرف یمین نقل کردم وباز فوقاني رابرتحتاني افزوده ۹ ۵ ۷ ۷ راسه مرتبه بطرف یمین درصف ضلع نقل کردم وبا زبراي علامت ثالثه طلب عددي دیگر نمودم هشت را یافتم محاذي آن برتحتاني افزوده بدستور درهر صف ضرب و جمع کردم درصف ضلع ۹ ۳ ۸ ۷ ودرصف مال ۲ ۳ ۷ ۸ ۵ ۰ ۲ ودرصف کعب ۶ ۵ ۰ ۵ ۱ ۹ ۳ ۸ ۱ ودرصف عدد ۸ ۴ ۴ ۰ ۲ ۳ ۱ ۷ ۱ ۴ ۱ شد از اعداد صف عدد ساقط نموده و باقي راکه ۹۳ ۳ ۳ ۹ ۹ ۰ ۰ ۱) است بعد خط عرضي نوشتم و باز فوقاني را برتحتاني افزوده بدستور ضرب وجمع کردم ودرصف ضلع ۷۹۱۹ ودرصف مال ۴ ۸ ۰ ۲ ۲ ۲ ۱ ۲ ودرصف کعب ۸ ۲ ۷ ۱ ۹ ۸ ۰ ۰ ۲ شد آن را یک خانه بطرف یمین نقل کرده نوشتم باز فوقاني را برتحتاني افزودم وبدستور ضرب وجمع کردم ودرصف ضلع ۷۹۹۹ ودرصف مال ۷۶ ۰ ۶ ۸ ۱ ۲ ۲ آنرا دو خانه بطرف یمین نقل کرده نوشتم وباز فوقاني را برتحتاني افزوده درصف ضلع ۷۹ ۰ ۸ نگاشتم و باز طلب عددي براي علامت رابعه کردم پنج را یافتم بدستور برتحتاني افزوده ضرب و جمع نمودم و درصف ضلع ۴ ۸ ۰ ۸ و درصف مال ۲۱۹۰۱۱۸۰ ودرصف کعب ۲۰۱۹۸۶۷۸۷۰۰ ودرصف عدد ۱۰۰۹۹۳۳۹۳۵۰۰ وبعداسقاط هیچ باقي نماند هذا جدوله (شکل ۱۶۱)

مطلب دوازدهم مشتمل است در بعضي فوائد که صاحب

بیج گنت وغیره مرقوم ساخته و در آن چند بیان است

بیان اول درطریق استخراج مسائل ثلثه مقترنات بوجه العام که از بیج گنت این فقیر استنباط نموده باید دانست که هرگاه بعد از تصرف در سؤالات اگر در احدي از جملتین معادله مربع شيء واقع شود وشيء هم در آن معادله باشد پس اشیاء ومربع رابیک طرف معادله بیارند بحیثیتیکه مربع اش مثبت باشد و اشیاء خواه مثبت باشند خواه منفي وبطرف آخر هم خواه جنس آخر مثبت باشد خواه منفي وبعد ازان ملاحظه نمایند که جملتین معادله مجذور اندیانه اگر مجذور باشند جذر هرجمله را معادله سازند واگر مجذور نباشند پس عددي فرض سازند که هرگاه در آن عدد جملتین را ضرب سازند حاصل ضرب مجذور شود وخواه برآن عدد قسمت نمایند که خارج قسمت مجذور

گردد و خواه آن عدد را بیفزایند خواه بکاهند که حاصل جمع خواه بعد نقصان مجذور باشد خواه
در عددی مفروض ضرب سازند و عددی مفروض بیفزایند خواه بکاهند که مجموع مجذور
شود و بهرکیف چنان عمل نمایند که جملتین معادله مجذور شوند پس جذر هرد وجمله را باهم معادله
سازند و استخراج مجهول نمایند و اگر با حدالطرفین مجذور منطق بود وطرف دیگر منطق نباشد
پس جذر آن طرف را خواه بعمل مجذور خواه بعمل مضروب وغیره که بعد ازین بیان کرده
خواهد شد حاصل میتوانند کرد و هرگاه طرفین معادله مجذور باشند وقسمت بر عدد چهار ممکن
باشد جملتین را برچهار قسمت کرده رجوع باقل سازند خارج مجذور خواهد بود وطریق سهل
درین باب آنست که عدد مربع شيء را در چهار ضرب ساخته جملتین معادله را در حاصل ضرب
سازند و مربع عدد شيء بهرجمله بیفزایند که هر جمله مجذور خواهد شد وجذر آن مجموع مسطح
ضعف عدد مال فی الشيء و عدد شيء خواهد بود و اگر عدد شيء زوج وعدد مال مجذور باشد
پس مربع نصف عدد اشیاء بهرد وجمله بیفزایند که نیز مجموع مجذور خواهد بود ؛ مثال کدام عدد
است که چون او را مضاعف کنند وشش مربع آن برحاصل تضعیف بیفزایند مربع شود ؛ جواب
مجهول را شيء فرض کردم وحسب السؤال تصرف نمودم هکذا مجهول شيء وتضعیف آن دو
شيء وشش مربع آن ۶ مال پس دو شيء و ۶ مال معادل مربع درهم بالفرض گردید و بموجب
قاعدهٔ مرقوم الصدر عدد مال را در چهار ضرب ساختم و در حاصل که (۲۴) است هرد وجمله را
ضرب نمودم و مربع عدد اشیاء که چهار است هرد وطرف افزودم ۴۸ شيء و ۱۴۴ مال و ۴
مساوي ۲۴ مربع درهم و ۴ شد برای رجوع باقل برچهار قسمت نمودم ۱۲ شيء و ۳۶ مال
و ١ معادل ۶ مربع درهم و ١ شد جذر جملهٔ اول که ۶ شيء و ١ است معادل جذر مربع ثاني شد
و برای استخراج جذر جملهٔ ثاني عمل مجذور نمودم عدد د وجذر صغیر فرض کرده مجذور
آنرا که چهار است در شش ضرب کردم و واحد افزودم بست وپنج شد وجذرش پنج معادل ۶
شيء و ١ گردید بعد حذف متداخلین ۴ معادل ۶ شيء پس مقدار شيء $\frac{۲}{۳}$ برآمد *

بیان دویم در عمل مضروب وآنرا کوتک گویند[1] وآن عبارت است از استخراج عددی صحیح
مجهول که هرگاه آنرا در عددی معین ضرب ساخته عددی معین دیگر برحاصل ضرب افزوده
برعددی معین دیگر قسمت نمایند باقي هیچ نماند وطریقش آنست که عدد مضروب را مقسوم

(۱) در زراللآلی مطبوع در صفحه ۱۱۹ بدینگونه است (۱) [illegible]

وعدد مزید را مضاف نام نهند و مقسوم علیه را همچنان مقسوم علیه قرار دهند پس مقسوم را بر مقسوم علیه
قسمت نمایند اگر قسمت پذیرد والا صفر بجای خارج قسمت نهند و مقسوم علیه را بر مقسوم قسمت
سازند و باز مقسوم خواه باقی مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت کنند همچنین تا که واحد باقیماند و جمیع
خوارج قسمت را بترتیب بالای یک دیگر نویسند و مضاف را تحت آن نگارند و تحت مضاف صفر نهند
و این را قطار گویند و بعد از ان عدد مضاف در عدد ما فوق خودش ضرب ساخته محاذی آن
نویسند و باز حاصل ضرب را در ما فوق مضروب اول اگر عدد باشد ضرب نموده و بر عدد مضاف
افزوده فوق حاصل ضرب اول نگارند و باز حاصل ضرب ثانی را در عدد فوق آن ضرب نموده
و با حاصل ضرب اول جمع ساخته فوق آن نگارند و همچنین تا آخر عمل نمایند و درصورتیکه بجای
عدد ما فوق صفر باشد رقم تحتانی حاصل ضرب اخیر را محاذی او ثبت سازند پس حاصل ضرب
که محاذی رقم فوقانی باشد آنرا خارج قسمت نامند و حاصل ضرب تحت آنرا مجهول گویند
پس اگر عدهٔ مراتب قطار زوج باشد خارج قسمت و مجهول هردو مطلوب باشند و اگر عدهٔ مراتب
قطار فرد باشند پس خارج را از مقسوم و مجهول را از مقسوم علیه ساقط کنند اگر ممکن باشد والا
مقسوم را از خارج و مقسوم علیه را از مجهول مرة یا مرات طرح نموده باقی هردو بگیرند و آن
هردو باقی از مقسوم و مقسوم علیه یک مرتبه چنانکه مذکور شد ساقط کنند که اعداد باقی مطلوب
بود باید دانست که عدد مضاف ضرور است که از مقسوم علیه اقل باشد و اگر اعظم بود مقسوم علیه را
از و ساقط نموده باقی را مضاف قرار دهند و عدد اسقاط را بعد عمل بر خارج بیفزایند و اگر عدد
مضاف مساوی مقسوم علیه باشد پس مقسوم هم خواه مساوی مقسوم علیه خواه از تضعیفات
مقسوم علیه خواهد بود درین هردو صورت جمیع اعداد مجهول میتواند شد احتیاج استخراج
نیست و خواه مقسوم و مقسوم علیه متوافقان خواهند بود درینصورت جزء وفق مقسوم علیه مطلوب
باشد و اگر درمیان مقسوم و مقسوم علیه نسبت تداخل باشد و مقسوم اقل از مقسوم علیه بود پس
مضاف را از مقسوم علیه ساقط کنند و مقسوم را بر باقی قسمت سازند درصورتیکه باقی اقل از مقسوم
باشد والا باقی را بر مقسوم قسمت سازند که خارج مجهول مطلوب باشد و اگر مضاف صفر باشد درینصورت
هم اگر مقسوم و مقسوم علیه متداخلین باشند پس مثل مرقوم الصدر عمل نمایند و اگر مقسوم
و مقسوم علیه متداخلین نباشند پس مقدار مجهول مساوی مقسوم علیه خواه تضعیفات او خواهد بود

وحاجت باستخراج نخواهد شد وهرگاه مقسوم ومقسوم علیه ومضاف هرسه اعداد متوافقان باشند جزء وفق هریکی گرفته عمل نمایند که تاسهولت واقع شود واگردو ازان متوافق باشند پس جزء وفق متوافقین حاصل نموده عمل نمایند پس اگر مقسوم ومضاف متوافقین اند بعد اتمام عمل خارج را در وفق ضرب کنند واگر مقسوم علیه ومضاف متوافقین اند پس مجهول را در وفق ضرب سازند که مطلوب حاصل شود باید دانست که اگر مقسوم ومقسوم علیه ومضاف منفي باشند اعني مستثنى وزن بود پس ازسه حال بیرون نخواهد بود خواه هرسه منفي باشند خواه دو منفي ویکی مثبت وخواه دومثبت ویکی منفي پس این جمله منحصر درهفت صورت میشود وچون نفي واثبات مقسوم علیه اعتبار ندارد چراکه بسبب آن هیچ تفاوتی در عمل نمیشود الا اینکه خارج هم بلحاظ مقسوم ومقسوم علیه درنفي واثبات مبدل خواهد شد وهمچنین اگر مقسوم ومضاف هردو منفي باشند عمل مثل مقسوم منفي بعمل آرند پس اگر صرف مقسوم منفي باشد بعد اتمام عمل بلحاظ ضرب وقسمت مثبت ومنفي درصورتیکه قطار زوج باشند خارج ومجهول که حاصل شده است مطلوب باشد واگر قطار فرد باشند خارج را ازمقسوم ومجهول را ازمقسوم علیه طرح نمایند که باقي هردو مطلوب بود واگر صرف مضاف منفي باشد پس عدد مضاف را ازمقسوم علیه ساقط نموده باقي را مضاف مثبت قرارداده عمل نمایند که مطلوب حاصل شود ونیز اگر مضاف منفي را بحال خود گذاشته مثل مضاف مثبت عمل کنند وبعد اتمام عمل خارج را ازمقسوم ومجهول را ازمقسوم علیه ساقط کنند اگر ممکن باشد آن هردو باقي مطلوب بود واگر اسقاط ممکن نبود مقسوم را ازخارج ومجهول را ازمقسوم علیه ساقط نموده با زیادات هردو رابدستور ازمقسوم ومقسوم علیه ساقط نمایند که باقیات آخر مطلوب بود *

فائده اگر بخواهند که اعداد حاصله مجهول وخارج قسمت را رجوع باقل سازند عدد مقسوم را ازخارج طرح کنند تاکه باقي اقل ازمقسوم ماند وآن خارج مطلوب بود واز مجهول مقسوم علیه بهمان عدة طرح نمایند که باقي مقدار مجهول مطلوب بود واگر بخواهند که اعداد دیگر زائد ازحاصله بهم رسانند عدد خارج را بر مقسوم بیفزایند که خارج مطلوب حاصل شود واگر خواهند اعداد دیگر زائد بهم رسانند اعداد کثیر بهم تواند رسید *

فائده هرگاه مجهول مثبت یا منفي حاصل شد واگر بخواهند که آنرا عکس نمایند اعني اگر مجهول مثبت حاصل شد وبخواهند که منفي حاصل شود خواه منفي حاصل شده وبخواهند

که مثبت حاصل سازند پس خارج را از مقسوم و مجهول را از مقسوم علیه یک مرتبه ساقط سازند که باقي هردو مطلوب بود *

فائده اگر مضاف را واحد فرض کرده مقدار خارج و مجهول حاصل ساخته مجهول را در عدد مضاف ضرب سازند نیز مطلوب حاصل شود *

فائده هرگاه حاصل قطار فقط صفر خواه یک مرتبه داشته باشد درینصورت مجهول مساوي عدد مضاف خواهد بود و خارج مساوي همان حاصل قطار خواهد گردید بعد ازان اگر عدة قطار فرد باشد بضابطهٔ مذکوره عمل نمایند اعني خارج را از مقسوم و مضروب را از خارج طرح کرده بعمل آرند *

طریق دیگر این ضعیف میگوید که اگر در عمل مضروب مقسوم علیه و مضاف را بر مقسوم قسمت سازند اگر خارج قسمت مقسوم علیه صحیح برآید پس ضرورة خارج قسمت مضاف هم صحیح خواهد برآمد درینصورت هر عددي را که خارج قسمت عمل مضروب قرار داده در خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند و خارج قسمت مضاف را اگر مضاف مثبت باشد ساقط کنند و اگر منفي باشد بیفزایند که مجموع خواه باقي مجهول خواهد بود و اگر خارج قسمت مقسوم علیه مع الکسر باشد پس اگر خارج قسمت مضاف بلاکسر باشد همان مخرج کسر را خارج عمل مضروب قرار دهند و در خارج قسمت مقسوم علیه را ضرب ساخته بموجب مرقوم الصدر عمل نمایند و اگر خارج قسمت مضاف هم مع الکسر باشد پس عددي بهم رسانند که اگر آنرا در کسر خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند و از حاصل ضرب کسر خارج قسمت مضاف در صورتیکه مضاف مثبت باشد نقصان کنند و بیفزایند درصورتیکه منفي باشد پس مجموع خواه باقي عدد صحیح واقع شود و هرگاه چنین عدد دریافته شود آنرا خارج عمل مضروب قرار داده بدستور مرقوم الصدر عمل نمایند و مجهول مطلوب حاصل سازند و برای تسهیل عمل اگر مقسوم اعظم از مقسوم علیه بود اول مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت نموده خارج صحیح را محفوظ دارند و آنچه باقیماند آنرا مقسوم قرار داده بدستور عمل نمایند و بعد از عمل مجهول را در محفوظ ضرب ساخته عدد خارج عمل را برآن بیفزایند که خارج عمل مضروب گردد و همچنین اگر مضاف اعظم از مقسوم علیه بود مضاف را هم بر مقسوم علیه قسمت نموده خارج را محفوظ دارند و بعد از اتمام عمل بر خارج عمل بیفزایند و نیز اگر خارج را از مجهول حاصل سازند نیز ممکن است باید دانست که اگر مقسوم منفي باشد و مضاف مثبت بود ناقص مفروض شود و اگر ناقص بود

صفر

مثبت مفروض گردد و مجهول مثبت و خارج منفي خواهد بود و نيز اگر مجهول را شيء و خارج را سيامک فرض نموده معادله نمايند سهل ميشود و برهان اين همه قواعد ازان ظاهر ميگردد چنانچه ازين مثال واضح گردد ٭ مثال کدام عدد است که چون او را در پنجاه و نه ضرب ساخته دو صد و سي و دو بيفزايند و مجموع را بر يک هزار و ششصد و نه قسمت کنند باقي هيچ نماند ٭ جواب مجهول را شيء و خارج را سيامک فرض کردم پس (۵۹ شي و ۲۳۲)/۱۶۰۹ معادل سيامک شد بحسب السؤال بلکه ۵۹ شيء معادل ۱۶۰۹ سيامک الا ۲۳۲ بلکه شيء معادل ۲۷ ۱۶/۵۹ سيامک الا ۳ ۵۵/۵۹ شد و درينجا ظاهر است که اگر در مضروب سيامک که في الحقيقة خارج قسمت مقسوم عليه علي المقسوم است و در خارج قسمت مضاف کسر نمي بود هر عددي را که ميخواستند سيامک فرض ميکردند و نيز اگر صرف در خارج قسمت مقسوم عليه کسر مي بود مخرج را سيامک فرض ميکردند چراکه مقصود حصول عدد صحيح است و ممکن نيست که صرف در خارج قسمت مضاف کسر واقع شود مگر در صورتيکه شيء ذو الکسر باشد و آن خلاف مفروض است پس ظاهر است که درين معادله عددي بهم بايد رسانيد که اگر آنرا در کسر خارج قسمت مقسوم عليه ضرب سازند و از حاصل کسر خارج قسمت مضاف ساقط کنند باقي صحيح ماند و اگرچه بالاستقراء عدد حاصل ميتواند شد ليکن اندک تأمل طلب است لهذا از جملهٔ ثاني صرف کسور را گرفته که گويا سؤال آخر شد اعني کدام عدد است که آنرا در شانزده ضرب کرده از حاصل پنجاه و پنج بکاهند و باقي را بر پنجاه و نه قسمت سازند باقي هيچ نماند پس درينجا مجهول را سيامک و خارج را نيلک فرض کرده معادله کردم ۱۶ سيامک الا ۵۵ مقسوم عليه ۵۹ معادل نيلک شد بلکه ۱۶ سيامک معادل ۵۹ نيلک و ۵۵ بلکه سيامک معادل ۳ ۱۱/۱۶ نيلک و ۳ ۷/۱۶ گرديد و چون درينجا هم مقدار نيلک بتأمل معلوم ميشود لهذا باز کسور جملهٔ ثانيه را رجوع بسؤال آخر کردم اعني کدام عدد است که چون آنرا در يازده ضرب کرده بر حاصل هفت بيفزايند و مجموع را بر شانزده قسمت کنند هيچ باقي نماند و مجهول را نيلک و خارج را زردک فرض کردم پس ۱۱ نيلک و ۷ مقسوم عليه ۱۶ معادل زردک بلکه ۱۱ نيلک معادل ۱۶ زردک الا ۷ بلکه نيلک معادل ۱ ۵/۱۱ زردک الا ۷/۱۱ و هرگاه کسور اين جمله را هم رجوع بسؤال آخر کردم خارج را سفيدک فرض کردم ۵ زردک الا ۷ مقسوم عليه ۱۱ معادل سفيدک بلکه ۵ زردک معادل ۱۱ سفيدک و ۷ شد بلکه زردک معادل ۲ ۱/۵ سفيدک و ۱ ۲/۵ گرديد چون درينجا نهايت بسهولت مقدار سفيدک معلوم شد که سه است

چراکه هرگاه آنراد ریک خمس ضرب کرده و برحاصل دوخمس بیفزایند واحد صحیح میشود درینصورت مقدار زردک ۸ برآمد و مقدار نیلک ۱۱ شد و مقدار سیامک ۴۴ و مقدار شيء ۹۶ ۱ ابرآمد وهو المطلوب ؞ مثال دیگر کدام عدد است که چون او را در صد و بست و یک ضرب کنند و برحاصل الضرب شصت و پنج بیفزایند و بر یک صد و نود و پنج قسمت کنند هیچ باقي نماند ؞ جواب بطریق عمل قطار چون مقسوم و مقسوم علیه و مضاف هر سه متوافقان و توافق به سیزده است پس جزء وفق هریکی گرفتم بدینصورت شد مقسوم (۱۷) مقسوم علیه (۱۵) مضاف (۵) مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت کردم خارج واحد شد و دو باقیماند پس مقسوم علیه را بر دو قسمت کردم خارج هفت گردید و واحد باقیماند پس اعداد خارج را تحت یک دیگر نوشتم و تحت عدد مضاف و تحت آن صفر ثبت نمودم و قطار نام نهادم چنانچه درصورت اولی　بعد ازان عدد مضاف را در عدد ما فوقش ضرب نمودم وحاصل را محاذي هفت نوشتم و بعد ازان باز حاصل ضرب را در عدد مافوق اول ضرب نموده و عدد مضاف برآن افزوده محاذي واحد نگاشتم چنانچه درصورت ثانیه　چون عدهٔ مراتب قطار زوج است ۴۰ خارج قسمت و ۳۵ مجهول هرد و مطلوب است بطریق دیگر مضاف را واحد فرض کردم وعمل بدستور نمودم چنانچه درصورت ثالثه　هشت خارج و هفت مجهول را در پنج مضاف اصل ضرب نمودم چهل خارج وسي و پنج مجهول مطلوب گردید وجواب بطریقیکه این ضعیف بیان نموده چون درین مثال مقسوم زیاده از مقسوم علیه است لهذا برای تسهیل عمل مقسوم را بر مقسوم علیه قسمت کردم و خارج راکه واحد است محفوظ داشتم و باقي راکه (۲۶) است مقسوم قرار دادم و بحسب القاعدة که مذکور کرده ام عمل نمودم $\frac{۷}{۲}$ خارج مقسوم علیه و $\frac{۲}{۱}$ خارج مضاف حاصل شد پس درینجا خارج قسمت مقسوم علیه و نیز خارج قسمت مضاف مع کسر واقع شده لهذا بهم رسانیدن عددی که چون آنرا در کسر خارج قسمت مقسوم علیه ضرب سازند واز حاصل الضرب خارج قسمت مضاف ساقط کنند باقي صحیح ماند واحد را یافتم آنرا در خارج قسمت مقسوم علیه ضرب نمودم $\frac{۷}{۲}$ شد ازان خارج مضاف را ساقط نمودم ۵ باقیماند و آن مقدار عدد مطلوب است و هرگاه برای حصول مقدار خارج آنرا در محفوظ که واحد بود ضرب کردم و برحاصل که پنج شد واحد که مقدار خارج محفوظ بود افزودم شش گردید و آن مقدار خارج مطلوب است ؞ مثال دویم کدام عدد است که چون در یکصد ضرب کنند و نود بیفزایند و بر شصت و سه

قسمت نمایند هیچ باقی نماند چون درینجا مقسوم ومضاف متوافقین اند ومقسوم علیه غیر متوافق جزء وفق مقسوم ومضاف گرفته نوشتم بدینصورت مقسوم (۱۰) مقسوم علیه (۶۳) مضاف (۹) وعمل قطار کردم چنانچه درصورت رابعه بعد ازان نه راکه عدد مضاف است درسه که عدد فوق است ضرب کردم و حاصل را محاذی همان سه نگاشتم و باز حاصل ضرب رادرعدد شش که فوق سه است ضرب کرده ونه که عدد مضاف است برآن افزوده محاذی عدد شش نگاشتم و چونکه فوق آن صفراست صرف رقم تحتانی حاصل ضرب آخر محاذی صفرنوشتم چنانچه در صورت خامسه

صورت اولی	صورت ثانیه	صورت ثالثه	صورت رابعه	صورت خامسه
۱ ۷ ۵ ۰	۱ | ۴۰ ۷ ۳۵ | ۵ | ۰	۱ | ۸ ۷ | ۷ ۱ ۰	۰ ۶ ۳ ۹	۰ | ۲۷ خارج ۶ | ۱۷۱ مجهول ۳ | ۲۷ ۹ ۰

چون درینجا عدة مراتب قطار فرداست ونقصان مجهول از مقسوم علیه ونیز نقصان خارج که ۲۷) است از مقسوم که ۱۰) است ممکن نیست لهذا مقسوم را از خارج و مقسوم علیه را از مجهول نقصان بمرتبین نمودم و باقی هردو که ۷ و ۴۵) است گرفته هفت راکه باقی خارج بود از مقسوم که ده است وچهل وپنج راکه باقی مجهول است ازمقسوم علیه که شصت وسه است نقصان نمودم باقی سه مقدارخارج وهجده مقدارمجهول برآمد وچون توافق درمیان مضاف ومقسوم بود لهذا سه راکه خارج است درده که جزء وفق است ضرب نمودم سی گردید پس هجده مقدار مجهول وسی مقدارخارج شد وهوالمطلوب وجواب بطریق این فقیرچون درینجا مقسوم اعظم ازمقسوم علیه است لهذا برای تسهیل عمل مقسوم برمقسوم علیه قسمت نمودم خارج صحیح که واحد است محفوظ داشتم و ۳۷ باقی را مقسوم قرارادم ونیز مضاف را برمقسوم علیه قسمت کرده واحد خارج رامحفوظ داشتم باقی را که ۲۷) است مضاف نام نهادم پس بحسب القاعدة مقسوم علیه ومضاف رابرمقسوم قسمت کردم وخارج قسمت مقسوم علیه $1\frac{26}{27}$ وخارج قسمت مضاف $\frac{37}{27}$ برآمد پس بهمرسایدن عددی که چون آنرادرکسرخارج قسمت مقسوم علیه ضرب کنند وازحاصل

ضرب خارج قسمت مضاف ساقط کنند باقي صحیح ماند باستقراء خواه بالفرض شيء و سیامک یازده رایافتم وآنرا خارج عمل قرار داده در $\frac{1}{\overline{26}}$ که خارج قسمت مع مقسوم علیه است ضرب نمودم وازحاصل خارج قسمت مضاف ساقط نمودم ۱۸ باقي مجهول مطلوب است وبرای تعیین مقدار خارج مجهول را در محفوظ مقسوم ضرب ساختم و برحاصل که ۱۸) است $\overline{۱۱}$ خارج عمل افزودم ۲۹ شد بعده واحد محفوظ مضاف اضافه نمودم ۳ خارج مطلوب است ؞ مثال سیوم کدام عدد است که چون او را در شصت رن ضرب سازند وسه بیفزایند و بر سیزده قسمت کنند باقي هیچ نماند بدینصورت مقسوم رن (۶۰) مقسوم علیه (۱۳) مضاف (۳) و بدستور مذکور قطار گرفتم ومضاف وصفر در تحتش نوشتم حاصل ضربها محاذي هرواحد بطریق مذکور ثبت نمودم چنانچه درصورت اولی چون درینجا عدهٔ مراتب قطار فرد است ونقصان ۶۹ که خارج است از مقسوم که ۶۰) است ونیز نقصان مجهول که ۱۵) است از مقسوم علیه که ۱۳) است ممکن نیست لهذا مقسوم را از خارج ومقسوم علیه را از مجهول طرح کرده باقي هردو که ۹ و ۲) است خارج ومجهول مطلوب است وچونکه مقسوم منفي است احتیاج بعمل دیگر نیست ؞ مثال چهارم مقسوم (۱۸) مقسوم علیه (۱۱) مضاف رن (۱۰) چون درینجا صرف مضاف منفي واقع شده لهذا بموجب بیان صدر از مقسوم علیه ساقط نمودم واحد باقیماند واحد را مضاف قرار داده عمل قطار نمودم چنانچه درصورت ثانیه سه مجهول و پنج خارج برآمد وهوالمطلوب ونیز اگر درین مثال مضاف منفي را بحال خود گذاشته بطور مضاف مثبت عمل نمایم چنانچه درصورت ثالثه

صورت اولی		صورت ثانیه		صورت ثالثه	
۴	۶۹ خارج	۴	۵	۱	۵۰
۱	۱۵ مجهول	۱	۳	۱	۳۰
۱	۹	۱	۲	۱	۲۰
۱	۶	۱	۱	۱	۱۰
۱	۳	۱		۱۰	
۳		۰		۰	
۰					

خارج پنجاه ومجهول سي شد چون درینجا طرح خارج از مقسوم ونیز طرح مجهول از مقسوم علیه ممکن نیست لهذا هجده مقسوم را از پنجاه خارج و یازده مقسوم علیه را از سي مجهول مرة بعد اخری ساقط نمودم $\overline{۱۴}$ و $\overline{۸}$ باقیات را از $\overline{۱۸}$ مقسوم و $\overline{۱۱}$ مقسوم علیه بدستور

صح

مذکور طرح کردم سه مجهول وچهار خارج مطلوب برآمد وتفاوت خارج بسبب تفاوت مثبت ومنفی است بحسب زیادت ونقصان *

بیان سیوم در استخراج مضروب جمع که عبارت است از استخراج عددیکه هرگاه آنرا در دو عدد مختلف جدا جدا ضرب کنند وبر عددی معین جدا جدا قسمت نمایند باقی هردو در هر قسمت مختلف شود وطریقش این است که هرد ومضروب فیه راجمع نموده مقسوم فرض کنند وهرد وباقی راجمع ساخته مضاف فرض سازند ومقسوم علیه را بحال خود گذاشته بقاعدۀ عمل مضروب قطار استخراج مجهول وخارج نمایند وبعد از ان اگر قطار زوج است مجهول را از مقسوم علیه وخارج را ازمقسوم علی العکس قاعدۀ عمل قطار طرح کنند اگر ممکن بود والا مقسوم علیه را از مجهول ومقسوم را از خارج طرح نموده باقی هردو را ازمقسوم ومقسوم علیه طرح سازند وچنانکه برای قطار فرد در عمل مضروب میکردند عمل نمایند واگر قطار فرد باشد همان عدد حاصل مطلوب بود ٭ مثال کدام عدد است که چون اورا در ده ضرب کرده برشصت وسه قسمت نمایند چهارده باقیماند واگر در پنج ضرب کرده برشصت وسه قسمت سازند هفت باقیماند ٭ جواب هرد ومضروب فیه راجمع نموده مقسوم قرار دادم وباقیین راجمع نموده مضاف گردانیدم ومقسوم علیه را بحال خود گذاشتم نوشتم بدینصورت مقسوم (۱۵) مقسوم علیه (۶۳) مضاف (۲۱)　وچون در مقسوم ومقسوم علیه توافق بالثلث بود جزء وفق هریکی گرفتم هکذا مقسوم (۵) مقسوم علیه (۲۱) مضاف (۷) وعمل قطار نمودم بدینصورت شد

۰		
۴		
۷	۷	خارج
۰	۲۸	مجهول

چون عدد مراتب قطار زوج است لهذا مقسوم را از خارج ومقسوم علیه را از مجهول طرح کردم ۲ خارج و۷ مجهول برآمد پس آن هردو را از مقسوم ومقسوم علیه طرح کردم سه خارج وچهارده مجهول مطلوب حاصل شد *

بیان چهارم در عمل ضرب مجذور که محاسبان هند آنرا پرکرت(۴) گویند واین عبارت است از استخراج عددیکه چون مجذور آنرا در عددی معین ضرب کرده برحاصل عددی معین بیفزایند یا بکاهند مجموع خواه باقی مجذور باشد ودرینجا جذر اخیر را جذر کبیر نامند عدد اول مطلوب را جذر صغیر مطلوب وطریقش چنانست که اگر مضاف اصل که در سؤال سائل است زائد ومجذور باشد عددی را جذر صغیر فرض کرده ومجذور آنرا در مضروب فیه که سائل بیان کرده ضرب ساخته برحاصل ضرب عددی بیفزایند که مجموع مجذور شود وجذر آنرا جذر کبیر مفروض نام

(۴) در بیج گنت بایں صورت वर्गप्रकृति یافته شد

نام نهند پس اگر عدد مضاف مفروض مجذور باشد آنرا بر مضاف اصل قسمت نموده
برجذر خارج جذر صغیر را نیز قسمت سازند که خارج جذر صغیر مطلوب است واگر مضاف
مفروض مجذور نباشد جذر صغیر مفروض را در جذر کبیر مفروض ضرب ساخته تضعیف نمایند
وحاصل را جذر صغیر عمل نام گذارند ومجذور مضاف مفروض را مضاف عمل قرار دهند
پس بموجب قاعدهٔ مرقوم الصدر مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت نموده جذر صغیر
عمل را برجذر خارج قسمت سازند که جذر صغیر مطلوب برآید واگر مضاف اصل ناقص ومجذور
باشد عددی را جذر صغیر فرض کرده ومجذور آنرا در مضروب فیه بحسب السؤال ضرب ساخته
واز حاصل ضرب عددی نقصان سازند که باقی مجذور ماند وآن عدد منقوص را مضاف
مفروض ناقص گویند پس اگر آن مضاف مفروض ناقص مجذور بود بموجب قاعدهٔ مرقوم
الصدر آنرا بر مضاف اصل قسمت ساخته جذر صغیر مفروض را برجذر خارج قسمت
کنند که جذر صغیر مطلوب برآید واگر مضاف مفروض ناقص مجذور نبود عددی دیگر
جذر صغیر فرض سازند بحیثیتیکه هرگاه مجذور آنرا در مضروب فیه سائل ضرب ساخته برحاصل
مضاف مفروض اول که ناقص بود زائد سازند خواه مسطح آن در مجذوری دیگر نموده
بیفزایند که مجموع مجذور شود وجذر آن مجموع را جذر کبیر ثانی وآن مضاف زائد را مضاف
زائد ثانی نام نهند وجذر صغیر اول را در جذر کبیر ثانی وجذر صغیر ثانی را در جذر کبیر اول ضرب
نموده مجموع هردو حاصلین را جذر صغیر عمل قرار دهند ومسطح هردو مضافین مفروضین را
که مجذور و ناقص خواهد بود مضاف عمل دانند وبدستور استخراج جذر صغیر مطلوب سازند
اعنی بر مضاف اصل قسمت نموده برجذر خارج جذر صغیر را قسمت سازند که مطلوب برآید
واگر مضاف اصل مجذور نبود عددی جذر صغیر فرض نمایند ومجذور آنرا در مضروب فیه
مفروض ضرب ساخته وبرحاصل مضاف اصل را اگر زائد است بیفزایند واگر ناقص است بکاهند
پس اگر مجموع خواه باقی مجذور شود فهو المراد والا مضاف اصل را در مجذوری مفروض
دیگر ضرب ساخته درصورت زیادت بیفزایند ودرصورت نقصان بکاهند اگر مجموع خواه باقی
مجذور شود پس جذر صغیر مفروض را برجذر مجذور مفروض قسمت سازند که مطلوب برآید
واگر مجذوری مفروض بهم نرسد جذر صغیر مفروض را در اعداد دیگر مرة بعد اولی ضرب

ساخته و جذر صغیر قرار داده بدستور عمل نمایند تاکه مطلوب برآید لیکن درینصورت حدّت ذهن وفکر سلیم درکارست وبرای تسهیل عمل فوائد چند بیان کرده میشود که آن فوائد را ملاحظه نموده عمل کنند *

فائدۂ اول اگر مضروب فیه مجذور باشد مضاف را بر عددی قسمت سازند که خارج قسمت اعظم از مقسوم علیه بود پس مقسوم علیه را یک مرتبه از خارج نقصان کنند ویک مرتبه برخارج بیفزایند وهردو حاصل را تنصیف سازند پس اعظم جذر کبیر باشد واقل را برجذر مضروب فیه قسمت نمایند که خارج جذر صغیر مطلوب بود *

فائدۂ دویم اگر مضروب فیه مرکب از مجذورین باشد مثل پنج وسیزده وبست وغیره ومضاف مجذورین باشد پس مجذورین را بر مضاف جدا جدا قسمت نموده واحد را برجذر خارجین قسمت نمایند که هردو خارجین جذر صغیر مطلوب میتواند شد *

فائدۂ سیوم این نحیف میگوید که اگر مضروب فیه مجذور و مضاف عدد فرد خواه زوج باشد زائد بود خواه ناقص پس از مضاف واحد کم کرده تنصیف سازند پس مضاف منقسم بدو قسم مختلفین خواهد بود پس از مجذور قسم اعظم مضاف را ساقط کنند اگر مضاف زائد باشد درینصورت باقی هم مجذور خواهد بود پس جذر آنرا بر جذر مضروف فیه قسمت سازند واگر مضاف ناقص باشد مضاف را برقسم اصغر بیفزایند و جذر مجموع را بر جذر مضروب فیه قسمت سازند که خارج بهردو صورت جذر صغیر مطلوب بود *

فائدۂ چهارم اگر در مضاف کسر باشد ومخرج آن مجذور بود پس آنرا مجنس نموده ومضاف صحیح اعتبار نموده استخراج مجهول سازند وبعدازان برجذر آن مجذور قسمت سازند واگر مخرج مجذور نبود پس آن مخرج را فی نفسه ضرب نموده مجذور ساخته عمل سازند *

فائدۂ پنجم هرگاه در سؤالیکه مضاف اصل مجذور در ذهن باشد و عددی بحسب السؤال بهم رسد و بعدازان بخواهند که عددی دیگر بهمان صفت بهم رسانند پس ضعف جذر صغیر حاصل را درجذر کبیر حاصل ضرب کرده حاصل الضرب را بر مضاف قسمت سازند که خارج جذر صغیر دیگر مطلوب بود وازان جذر کبیر حاصل نمایند وبهمین طریق اعداد کثیرۂ بهم توانند رسید *

فائدۂ ششم اگر مضاف اصل برکدام مجذور قسمت پذیر باشد آنرا بر آن مجذور قسمت کرده و خارج را مضاف اصل قرار داده جذر صغیر حاصل نمایند و آن جذر صغیر را در جذر مجذور که مقسوم علیه بود ضرب سازند حاصل جذر صغیر مطلوب خواهد بود *

فائدۂ هفتم اگر مضروب و مضاف هردو غیر مجذور باشند لیکن بحیثیتیکه مسطح آن هردو مجذور میتواند شد پس بطریق جبر و مقابلۂ طرفین معادله فرض کرده جمله راکه در آن مضروب فیه و مضاف واقع شود در واحدی از مضروب فیه خواه مضاف ضرب ساخته و طرف آخر را هم در همان عدد ضرب نموده عدد حاصل ضرب مضاف را بطرف آخر بطور جبر و مقابله نقل سازند و در جملۂ آخر عمل مجذور نمایند که درینصورت طرفیکه مضروب فیه واقع شود مجذور خواهد ماند و مضاف نیز مجذور خواهد شد و بعد از عمل جذر مجذور حاصل را بر جذر اعداد طرف اولی قسمت نمایند که خارج جذر صغیر مطلوب خواهد بود *

بیان امثله بترتیب قواعد مذکورۂ عمل مجذور ؛ سؤال کدام عدد است که اگر مجذور آنرا در پنج ضرب سازم و بر حاصل شانزده بیفزایم مجذور شود ؛ جواب مثلاً سه را جذر صغیر فرض کردم و مجذور آنرا در پنج ضرب نموده بر حاصل چهار افزودم ۴۹ شد و آن مجذور است چون درینجا مضاف اصل زائد و مجذور است و مضاف مفروض نیز مجذور و لهذا بموجب قاعدۂ مرقوم الصدر ۴ را بر ۱۶ قسمت نمودم خارج ۱/۴ شد و بر جذر آن که ۱/۲) است ۳ راکه جذر صغیر مفروض است قسمت کردم خارج ۶ جذر صغیر مطلوب برآمد و جذر کبیر ۱۴ خواهد بود ؛ سؤال کدام عدد است که چون مجذور او را در سه ضرب کنند و نه بر حاصل ضرب بیفزایند مجذور شود ؛ جواب جذر صغیر مثلاً هفت را فرض کردم و مجذور آنرا در سه ضرب کردم حاصل ۱۴۷ شد و بر آن ۲۲ مضاف مفروض افزودم ۱۶۹ شد و جذر آن ۱۳) است آنرا جذر کبیر نام نهادم چون درینجا مضاف مفروض غیر مجذور است لهذا بموجب قاعدۂ مرقوم الصدر جذر صغیر مفروض را در جذر کبیر مفروض ضرب ساخته تضعیف نمودم و حاصل راکه ۱۸۲) است جذر صغیر عمل نام نهادم و ۴۸۴ راکه مجذور مضاف مفروض است مضاف عمل نام نهادم پس مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت نمودم خارج ۵۳ ۷/۹ شد بر جذر خارج که ۷ ۱/۳ است جذر صغیر عمل را قسمت کردم ۲۴ ۹/۱۱ خارج القسمة جذر صغیر مطلوب است ؛ سؤال کدام عدد است که چون مجذور آنرا

درچهار ضرب ساخته و ۳۶ نقصان کنند مجذور باقیماند ؛ جواب ده را جذر صغیر فرض کردم و
مجذور آنرا در چهار ضرب کرده ۱۴۴ ازان نقصان کردم والا ۱۴۴ را مضاف مفروض ناقص
قرار دادم چون درینجا مضاف مفروض ناقص مجذور واقع شد لهذا بموجب مرقوم الصدر
عمل نمودم والا ۱۴۴ را برالا ۳۶ که مضاف اصل است قسمت کردم و برجذر خارج که ۲ شد
جذر صغیر را که ده است قسمت کردم خارج ۵ جذر صغیر مطلوب برآمد و اگر درین سؤال
مثلا دو را جذر صغیر فرض کردم مجذور آنرا در چهار که مضروب فیه سائل است ضرب ساختم
و هفت نقصان نمودم ۳ جذر کبیر اول برآمد پس چون درینجا مضاف مفروض ناقص غیر
مجذور است لهذا بموجب قاعدهٔ آن $\frac{1}{2}$ جذر صغیر ثاني فرض کردم و مجذور آنرا در ۴ که
مضروب فیه سائل است ضرب ساخته بر حاصل هفت را مضاف مفروض ثاني قرار داده افزودم
۱۶ شد جذر آنرا که ۴ است جذر کبیر ثاني نام نهادم بعد ازان جذر صغیر ثاني را در جذر کبیر
اول و جذر کبیر ثاني را در جذر صغیر اول ضرب کردم مجموع حاصلین $\frac{12}{2}$ شد آنرا جذر صغیر عمل
قرار دادم و مسطح مضافین مفروضین که الا ۴۹ است مضاف عمل نام نهادم پس چون درینجا مضاف
عمل مجذور ناقص شد بدستور عمل کردم اعني الا ۴۹ را برالا ۳۶ که مضاف اصل بود قسمت
کردم خارج $\frac{49}{36}$ شد جذر آن گرفتم $\frac{7}{6}$ برآمد جذر صغیر عمل را که $\frac{12}{2}$ است برآن قسمت کردم
خارج $\frac{10}{2}$ جذر صغیر مطلوب است ؛ سؤال کدام عدد است که اگر مجذور آنرا در پنج ضرب کرده
بر حاصل هفتده صحیح وسه ربع بیفزایند مجذور شود ؛ جواب چون در سؤال سائل مضاف مع
الکسر است و مخرج کسر چهار بود که بذات خود مجذور است لهذا در چهار ضرب ساختم
مال و ۷۱ صحیح مساوي ۴ مربع سیامک شد پس برای فرض جذر صغیر اول ملاحظه مضاف
نمودم که بحیثیتي مي باید که اگر آنرا بر هفتاد و یک قسمت نمایم خارج مجذور شود لهذا هفتاد
و یک را در چهار ضرب ساختم و حاصل را که دوصد و هشتاد و چهار است مضاف ثاني قرار دادم
درینصورت جذر صغیر ثاني را ده فرض کردم چراکه هرگاه مربع آنرا که صد است در پنج ضرب
کرده بر حاصل دوصد و هشتاد و چهار بیفزایم مجموع مجذور میشود پس جذر صغیر ده و جذر کبیر
بست و هشت و مضاف دوصد و هشتاد و چهار پس مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت نمودم
خارج چهار شد و جذر آن دو است جذر صغیر را که ده بود بر دو قسمت نمودم خارج پنج شد و آن جذر

صغیراست و مضاف هفتاد و یک وچون مضاف اصل که هفده صحیح و سه ربع است در چهار ضرب یافته بود لهذا پنج را که جذر صغیر است برد و که جذر چهار است قسمت نمودم خارج دو صحیح و یک نصف جذر صغیر مطلوب برآمد ∴ سؤال کدام مجذور است که چون آنرا در پنج ضرب کنند و بست بیفزایند مجذور شود ∴ پس جواب صورت معادله هکذا شد ۵ مال و ۲۰ معادل مربع سیامک چون مضروب فیه و مضاف هردو غیر مجذور اند لیکن بحیثیتی واقع شده اند که مسطح آن هردو مربع و مجذور ده میشود لهذا برای تسهیل عمل بموجب بیان فائدهٔ هفتم جملهٔ اولی را در پنج ضرب نمودم ۲۵ مال و ۱۰۰ معادل ۵ مربع سیامک گردید عدد را بطرف آخر نقل کردم هکذا شد ۲۵ مال معادل ۵ مربع سیامک الا ۱۰۰ شد در جملهٔ آخر عمل مجذور کردم ده را مثلا جذر صغیر فرض کردم و مجذور آنرا که ۱۰۰) است در پنج ضرب کردم ۵۰۰ شد و ۱۰۰ که مضاف است ازان ساقط کردم ۴۰۰ مجذور ماند و جذر آنرا که ۲۰) است بر جذر عدد ۲۵ که عدد طرف اولی است قسمت کردم خارج ۴ جذر مطلوب است *

فائده در تبسیط الوان کثیره که معادل یکدیگر شوند باید دانست که هرگاه مجهولات متعدده در سؤال واقع میشوند اهل هند هر یکی ازان را بلونی تعبیر میکنند و هرگاه در سؤال سائل بحسب سؤال تصرف کنند و معادلهٔ الوان بالوان خواه معادله لونی بالوان واقع شود لازم است که در آن معادله یک لون را معادل باقی الوان سازند واگر در معادلهٔ اولی عدد هم باشد آنرا هم شامل الوان سازند وچون معادلهٔ اولی یقین است که دو جمله خواهد بود ولونیکه معادل او مطلوب است در هر جمله که باشد الوان دیگر را ازان جمله ساقط نموده بر جملهٔ ثانی بیفزایند نفیا و اثباتا یعنی آن الوان مسقطه در جملهٔ اولی اگر منفی باشد در جملهٔ ثانی مثبت خواهد بود و اگر در جملهٔ اولی مثبت خواهد گردید در جملهٔ ثانیه منفی خواهد شد و بعد ازان هردو جمله معادلهٔ ثانی را بر عدد لون مطلوب قسمت کنند که تا مقدار لون واحد که مجهول است برآید و اگر معادلهٔ لون مطلوب بطریق دیگر هم بالوان ممکن باشد عمل نمایند و ازان هردو معادله هردو جملهٔ ثانیه را باهم معادله نموده معادلهٔ ثالثه حاصل کنند و در آن معادلهٔ لون دیگر را بحسب مرقوم الصدر معادل سازند و همچنین تا که لونی از الوان معادل عدد واقع شود پس بطریق استخراج قواعد سنهٔ جبریه اخراج مجهول نمایند و بعد ازان استخراج الوان دیگر کنند که سهل خواهد بود و اگر معادله لونی با عدد نشود پس یک لون یا دو لون را

با اعداد مفروضه بحسب مناسب مقام تعبیر کرده عدد سازند ونیز اگر معادلین لون واحد مطلوب مختلف العدد باشند اعني عدد لون مطلوب مختلف باشد پس هردو معادله را در دو عدد دیگر ضرب کنند بحیثیتیکه اعداد حاصل الضرب هردو معادله مساوي شوند وخواه اعداد هردو معادله را بر دو عدد قسمت نمایند بحیثیتیکه خارج هردو مساوي باشد وازان مطلوب بحسب مرقوم الصدر حاصل کنند واگر یک لون معادل لوني مثبت خواه منفي وعدد واقع شود پس آنرا بعمل مضروب استخراج کنند اعني عدد لون مطلوب را مقسوم علیه وعدد لون معادل را مقسوم وعدد را مضاف فرض سازند مثلاً ۴ سیامک معادل ۶ نیلک و ۳ باشد پس شش را مقسوم وچهار را مقسوم علیه وسه را مضاف فرض کنند پس بعد عمل مضروب خارج مقدار سیامک ومضروب مقدار نیلک خواهد بود*

فائده اگر لوني معادل لوني باشد درینصورت عدد لون اول مقدار لون ثاني وعدد لون ثاني مقدار عدد لون اول خواهد بود ٭ سؤال کدام عدد است که اگر آنرا بر شش قسمت کنم پنج باقیماند واگر بر پنج قسمت کنم چهار واگر برچهار قسمت کنم سه واگر برسه قسمت کنم دو باقیماند ٭ جواب مجهول را شيء فرض کردم وبحسب السؤال برشش قسمت کردم ومقدار خارج را سیامک نام نهادم پس هرگاه سیامک را در ۶ که مقسوم علیه است ضرب کردم ۶ سیامک و ۵ معادل شيء شد وهمچنین شيء را بر پنج قسمت کردم ومقدار خارج را نیلک نام نهادم پس ۵ نیلک و ۴ معادل شيء شد وهمچنین شيء را برچهار قسمت نمودم وخارج را زردک نام کردم پس ۴ زردک و ۳ معادل شيء شد وبازشيء را برسه قسمت کردم وخارج را سبزک نام نهادم پس ۳ سبزک و ۲ معادل شيء شد واین معادلهٔ رابعه است چون درهرمعادله جملهٔ اولی شيء است پس هردو جملهٔ ثانیه معادلهٔ اولی وثاني وثاني وثالث وثالث ورابع را باهم معادله کردم که آن همه معادله باهم مساوي اند وعدد را مستثنی نموده بطرف آخر افزودم بدینصـــــــــورت

اولی	۶ سیامک	معادل	۵ نیلک	الا ۱
ثاني	۵ نیلک	معادل	۴ زردک	الا ۱
ثالث	۴ زردک	معادل	۳ سبزک	الا ۱

وظاهر است که هرگاه مقدار زردک معلوم شود مقدار الوان دیگرهم ازان معلوم میتواند شد لهذا براي استخراج آن عمل مضروب کردم ۴ زردک را مقسوم و ۳ سبزک را مقسوم علیه

وواحد را مضاف قرار دادم و عمل کردم بدینصورت مقسوم ۴ مقسوم علیه ۳ مضاف ۱ چون
حاصل قطار یک مرتبه دارد ۱ | ۱ وواحد است ومضاف هم واحد پس مقدار خارج ونیز مقدار
مضروب واحد برآمد وچون عدة مراتب قطار فرد واقع شد خارج را از مقسوم و مضروب را
از مقسوم علیه نقصان کردم مقدار مضروب که زردک است ۲ ومقدار خارج که سبزک است ۳
برآمد وچون در امتحان مطلوب ازین هردو عدد حاصل نشد لهذا بقاعدهٔ عمل مضروب اعداد
دیگر پیدا کردم عدد خارج را بر مقسوم وعدد مضروب را بر مقسوم علیه چند بار افزودم تا که عدد
مطلوب حاصل شد پس مقدار مقسوم که زردک است ۱۴ ومقدار مقسوم علیه که سبزک است ۱۹
گردید وهرگاه در معادلهٔ ثانی که ۴ زردک الا ۱ معادل ۵ نیلک است چهار را در چهارده ضرب کردم
حاصل پنجاه وشش شد واحد کم کردم پنجاه وپنج باقیماند بر عدد نیلک که پنج است قسمت کردم یازده
خارج مقدار نیلک وهمچنین مقدار سیامک نه برآمد ومقدار شيء پنجاه ونه شد وهو المطلوب ∴ مثال دیگر
کدام سه عدد اند که اگر اول را در پنج ضرب کنند وحاصل را بر بست قسمت کنند باقي وخارج
مساوي باشد واگر عدد دویم آنرا در هفت ضرب کنند وحاصل را بر بست قسمت نمایند نیز خارج
وباقي مساوي شود الا اینکه خارج وباقي ثاني یک عدد از خارج وباقي اول زیاده باشد وعدد
سیوم است که چون در نه ضرب کنند وحاصل را بر بست قسمت نمایند خارج وباقي مساوي باشد
وخارج وباقي سیوم از خارج وباقي ثاني یک عدد زیاده باشد ∴ جواب خوارج وباقیات را
بسبب مساوات شيء فرض کردم بدینصورت اول شيء ثاني شيء و ۱ ثالث شيء و ۲ وهرسه اعداد را
بالوان تعبیر کردم بدینصورت اول سیامک ثاني نیلک ثالث زردک پس معادلهٔ اولی ۵ سیامک الا شيء
مقسوم علی ۲۰ معادل شيء شد وبعد ترفیع ۵ سیامک الا شيء معادل ۲۰ شيء گردید بلکه ۵ سیامک
معادل ۲۱ شيء بلکه ۵ سیامک مقسوم علی ۲۱ معادل شيء شد ومعادلهٔ ثاني ۷ نیلک الا شيء والا
واحد مقسوم علی ۲۰ معادل شيء الا واحد است بحسب الفرض پس بعد ترفیع ۷ نیلک الا شيء والا
واحد معادل ۲۰ شي و ۲۰ شد بلکه ۷ نیلک معادل ۲۱ شيء و ۲۱ پس ۷ نیلک الا ۲۱ مقسوم علی ۲۱
معادل شيء گردید ومعادلهٔ ثالث ۹ زردک الا شيء والا ۲ مقسوم علی ۲۰ معادل شيء و ۲) است
پس بعد ترفیع ۹ زردک الا شيء والا ۲ معادل ۲۰ شيء و ۴۰ شد بلکه ۹ زردک الا ۴۲ مقسوم علی ۲۱
معادل شيء گردید پس معادلهٔ اولی را با ثاني وثاني را با ثالث معادله کردم بدینصورت ۵ سیامک

معادل ۷ نیلک الا ۲۱ معادل ۹ زردک الا ۴۲ شد عمل قطار کردم اعني عدد نیلک را مقسوم وعدد زردک را مقسوم علیه و ۲۱ را عدد مضاف قرار دادم بدینصورت مقسوم ۷ مقسوم علیه ۹ وچون ۲۱ مضاف بود لهذا مقسوم علیه را در دو ضرب کرده از مضاف ساقط نمودم وسه را که باقیماند مضاف قرار دادم ودو را برای خارج محفوظ داشتم وقطار گرفتم بدینصورت

۰ | ۹ خارج
۱ | ۱۴ مضروب
۳ | ۹
۳ |
۰

چون ۲۱ مضاف از مقسوم علیه زیاده است لهذا آنرا بر ۹ قسمت کرده نوشتم وعدد خارج القسمة که دو است محفوظ داشتم وسه را مضاف قرار دادم چون عدة قطار فرد است لهذا بموجب ضابطهٔ عمل مضروب بعد طرح خارج و مضروب از مقسوم ومقسوم علیه ۶ مقدار مقسوم که نیلک است و ۷ خارج که مقدار زردک است برآمد وچون این هردو عدد را در معادلهٔ اولی امتحان کردم درست نیامد لهذا ۹ و ۷ که عدد مقسوم و مقسوم علیه است برآن هردو عدد مرة بعد اخری بموجب قاعده افزودم بدینصورت

نیلک	زردک
۶	۷
۹	۷
۱۵	۱۴
۹	۷
۲۴	۲۱
۹	۷
۳۳	۲۸

پس مقدار سیامک ۴۲ برآمد ومقدار نیلک ۳۳ ومقدار شي ۱۰ شد واگر اوّلا دریافت کنند که بچند مرتبه عدد مقسوم علیه و مقسوم را بر خارج و مضروب باید افزود که مطلوب حاصل شود پس در معادلهٔ اولی وثاني مقدار نیلک بعمل قطار برآرند وهرگاه آنرا در مقسوم علیه ونیز در عدد مقسوم ضرب کرده بر خارج ومضروب بیفزایند آن هردو حاصل مقدار نیلک و زردک خواهد بود مثلاً در مثال مذکور بعمل قطار از معادلهٔ اولی وثاني که بدینصورت است ۵ سیامک معادل ۷ نیلک الا ۲۱ مقدار نیلک برآوردم پس عدد نیلک را مقسوم وعدد سیامک را مقسوم علیه و ۲۱ زن را که مضاف است بر مقسوم علیه قسمت نمودم وخارج را که چهار شد محفوظ داشتم وواحد را که باقي ماند مضاف قرار دادم وقطار گرفتم بدینصورت

۱ | ۳ خارج
۲ | ۲ مضروب
۱ |
۰ |

و ۴ محفوظ را بر خارج افزودم هفت شد وچون مضاف زن است لهذا خارج را از مقسوم ومضروب را از مقسوم علیه ساقط نمودم مقدار سیامک صفر ومقدار نیلک سه برآمد وآنرا در نه که عدد مقسوم وهفت که عدد مقسوم علیه است ضرب نمودم وحاصل را بر خارج ومضروب اول افزودم ۳۳ مقدار نیلک و ۲۸ مقدار زردک برآمد وهو المطلوب ❊ مثال دیگر کدام عدد است که چون آنرا بر دو قسمت کنند یکی باقیماند واگر بر سه قسمت کنند دو واگر بر پنج قسمت کنند سه

وحال خارج نیز همچنین باشد اعني اگر خارج اول را ابرد و قسمت کنند نیز یکی باقیماند وخارج دویم را اگر بر سه قسمت کنند دو باقیماند وخارج سیوم را اگر بر پنج قسمت کنند سه باقیماند پس مجهول را شيء فرض کردم وخارج اول را دو سیامک و واحد فرض کردم چراکه سائل در سؤال خود گفته است که حال خارج هم عند القسمة مثل حال عدد مجهول است وظاهر است که هرگاه دو سیامک و واحد را بر دو قسمت کنم خارج یک سیامک خواهد بود و واحد باقي خواهد ماند وهمچنین خارج دویم را سه نیلک و دو فرض کردم وخارج سیوم را پنج زردک و سه فرض ساختم درینصورت شيء الا واحد مقسوم علی ۲ معادل دو سیامک و واحد گردید و هرگاه ترفیع کردم شيء معادل چهار سیامک و سه عدد شد و همچنین شيء الا ۲ مقسوم علی ۳ معادل سه نیلک و ۲ است پس بحسب ترفیع شيء معادل ۹ نیلک و ۸ شد و همچنین چون شيء الا ۳ مقسوم علی ۵ معادل ۵ زردک و سه عدد است پس بحسب الترفیع شيء معادل ۲۵ زردک و ۱۸ عدد شد و هرگاه معادلهٔ ثاني وثالث شيء را باهم معادله کردم ۹ نیلک معادل ۲۵ زردک و ۱۰ گردید پس بعمل قطار مقدار زردک و نیلک معلوم کردم بدینصــــــــــــــــــــــــــورت

مقسوم ۲۵ زردک * مقسوم علیه ۹ نیلک * مضاف ۱۰
۹ ساقط
۱ مضاف
۱ محفوظ برای خارج
۲ | ۱۱ خارج
۱ | ۱۴ مضروب
۳ | ۳
۱
۰

چون قطار فرد است لهذا خارج را از مقسوم و مضروب را از مقسوم علیه ساقط نمودم خارج ۱۴ ومضروب ۵ ماند وبعد زیادت محفوظ که واحد است مقدار خارج اعني مقدار نیلک پانزده برآمد و مقدار مضروب اعني مقدار زردک پنج گردید و هرگاه مقدار نیلک را در معادلهٔ اولی وثاني تعبیر بعد کردم مقدار سیامک سي وپنج برآمد ومقدار شيء یکصد وچهل وسه گردید وهوالمطلوب ؛ مثال دیگر کدام دو عدد است که اگر اول را بر پنج قسمت کنند یکی باقیماند وچون ثاني را بر شش قسمت کنند دو باقیماند وچون فضل ما بینهما را بر سه قسمت کنند دو باقیماند واگر مجموع هر دو را بر نه قسمت کنند

پنج باقي ماند وچون مسطح آن هردورا بر هفت قسمت کنند شش باقیماند سوای شش وهشت که مطابق سؤال است عددي ديگر پيدا بايد نمود ٭ جواب صاحب دستور الحساب دراستخراج سؤال هذا طول العمل نموده است وطريق سهل اين است که اول دراعداد مقسوم عليها نظر کردم چون درميان نه وسه تداخل بود لهذا نه را گرفتم وآنرا درپنج که مقسوم عليه عدد اول است ضرب ساختم چهل وپنج شد پس عدد اول را چهل وپنج شيء وشش عدد فرض کردم چراکه بحسب سؤال اصل عدد اول شش وعدد ثاني هشت است وضرور است که برآن عددي بيفزايند که از روي قسمت بالکل فنا شود وباز همان نه را درشش که مقسوم عليه عددي ثاني است ضرب کردم پس عدد ثاني پنجاه وچهار شيء وهشت عدد شد وفضل بينهما نه شيء ودوگرديد ومجموع هردونود ونه شيء وچهارده عدد شد چون درين هر چهار اعداد بحسب السؤال عمل کردم عمل درست مي آيد الّا در قسمت مسطح آن هردوعدد برهفت عمل راست نميشود چراکه درهردو اعداد مفروضه که اول شش وثاني هشت است عدد اشياء هردوکه يکي پنجاه وچهار ودويم چهل وپنج است برهفت قسمت پذير نيست وحالانکه بحسب السؤال ضرور است که برهفت قسمت پذيرد لهذا ضرورةً شيء مساوي هفت گرديد درينصورت عدد اول سه صد وبست ويک عدد دويم سه صد وهشتاد وشش برآمد واگر شيء را از اضعاف هفت هر اعداد که فرض کنند مطلوب حاصل خواهد شد ٭ مثال ديگر کدام عدد است که چون او را درنه ضرب کنند ونيز درهفت ضرب نمايند وحاصلين رابرسي قسمت کنند مجموع هردوباقي مع هردوخارج بست وشش باشد ٭ جواب مجهول را شيء فرض کردم ودرشانزده که مجموع نه وهفت است ضرب نمودم حاصل شانزده شيء شد وهرگاه شانزده شيء الا باقي را برسي قسمت نمودم وخارج القسمة را سيامک نام نهادم وآنرا کامل نمودم اعني در ۳۰ ضرب کردم حاصل ۳۰ سيامک معادل ۱۶ شيء الا باقي شد وچون يک سيامک که خارج القسمة است برطرفين معادله افزودم بحسب السؤال ۱۶ شيء الا ۲۹ سيامک معادل ۲۶ که مجموع باقي وخارج است شد وهرگاه کامل کردم

۱۶ شيء معادل ۲۹ سیامک و ۲۶ شد وبرای دریافت مقدار سیامک عمل مضروب نمودم بدینصورت

مقسوم ۲۹ سیامک * مقسوم علیه ۱۶ شيء * مضاف ۲۶
۱۶ ساقط
۱۰
۱ محفوظ

۱	۹۰ خارج
۱	۵۰ مضروب
۴	۴۰
۱۰	
۰	

چون عدد قطار فرد است لهذا بموجب ضابطه عمل مضروب مقسوم ومقسوم علیه را از خارج ومضروب طرح نموده باقي هردو را از مقسوم ومقسوم علیه نقصان کردم مقدار خارج بست وهفت ومقدار مضروب ۱۴ برآمد پس عدد مطلوب یعني شيء بست وهفت ومقدار خارج چهارده ومقدار باقي دوازده گردید ⁂ مثال دیگر چهار کس اند که اول پنج اسپ ودو شتر وهشت استر وهفت گاو ودویم سه اسپ وهفت شتر ودو استر ویک گاو وسیوم شش اسپ وچهار شتر ویک استر ودو گاو وچهارم هشت اسپ ویک شتر وسه استر ویک گاو دارد ومال هریک مساوي است پس قیمت هرکدام چه باشد ⁂ جواب قیمت اسپ را شيء وقیمت شتر را سیامک وقیمت استر را نیلک وقیمت گاو را زردک فرض نمودم پس معادلهٔ جملهٔ اولی باجملهٔ ثاني ۵ شيء ۲ سیامک ۸ نیلک ۷ زردک معادل ۳ شيء ۷ سیامک ۲ نیلک ۱ زردک شد بحسب السؤال و بعد اسقاط متداخلین ۲ شيء ۶ نیلک ۶ زردک معادل ۵ سیامک گردید وهرگاه شيء را بطرفی وباقي اجناس را بطرفی دیگر نمودم شيء معادل ۵ سیامک الا ۶ نیلک والا ۶ زردک مقسوم علی ۲ ومعادلهٔ جملهٔ ثاني باثالث ۳ شيء ۷ سیامک ۲ نیلک ۱ زردک معادل ۶ شيء ۴ سیامک ۱ نیلک ۲ زردک شد وبعد اسقاط متداخلین ورجوع بشيء واحد وگردانیدن شيء بطرفی شيء معادل ۳ سیامک ۱ نیلک الا یک زردک مقسوم علی ۳ شد ومعادلهٔ جملهٔ ثالث بارابع ۶ شي ۴ سیامک ۱ نیلک ۲ زردک معادل ۸ شيء ۱ سیامک ۳ نیلک ۱ زردک گردید وبعد اسقاط متداخلین ورجوع بشيء واحد آوردن شيء بطرفی از معادله شيء معادل ۳ سیامک ۱ زردک الا ۲ نیلک مقسوم علی ۲ شد وهرگاه خواستم که جنسی باجنسی معادل شود وباقي اجناس مشترکه ساقط شوند لهذا جملهٔ ثاني معادلهٔ اولی را

باجملهٔ ثاني معادلهٔ ثاني معادل نمودم چراکه باهم مساوي یکدیگراند وبعد تسویهٔ کسور وحذف متداخلین ۹ سیامک معادل ۲۰ نیلک ۱۶ زردک شد پس یک سیامک معادل ۲۰ نیلک و ۱۶ زردک مقسوم علی ۹ شد وهمچنین ثانیا برای دریافت مقدار سیامک جملهٔ ثاني معادلهٔ ثاني رامعادل جملهٔ ثاني معادلهٔ ثالث گردانیدم وبعد تسویهٔ کسور وحذف متداخلین ۳ سیامک معادل ۸ نیلک الا ۵ زردک شد پس یک سیامک معادل ۸ نیلک الا ۵ زردک مقسوم علی ۳ گردید پس جملهٔ که اولا یک سیامک معادل آن شده است معادلهٔ جملهٔ هذا که سیامک ثانیا معادل آن شد باهم معادل گردانیدم وبعد تسویهٔ کسور واسقاط متداخلین ۹۳ زردک معادل ۱۲ نیلک گردید پس بموجب قاعده که بصدد مذکور شده اعني اگر لونی معادل لونی واقع شود عدد لون اول مقدار لون ثاني وعدد لون ثاني مقدار لون اول است مقدار زردک اعني قیمت گاو ۱۲ ومقدار نیلک اعني قیمت استر ۹۳ برآمد واز روی معادلهٔ های صدر مقدار سیامک ۲۲۸ ومقدار شيء ۲۵۵ گردید واگر رجوع باقل کنند ازانجاکه دراعداد هرچهار جنس توافق بالثلث است هرچهار رابرسه قسمت کنند مطلوب حاصل شود ؞

مثال دیگر سه شخص تجارت پیشه بودند که اول شش درهم ودویم هشت درم وسیوم صد درم داشت هرسه برگ تانبول بیک قیمت خریدند ونیز بیک قیمت فروختند وازهرواحد برگی چند باقیماند پس هربرگ رابه پنج درم فروختند ومال هرسه برابر گردید پس بچه قیمت اول خریدند وبچه قیمت فروختند وچند برگ ازهریک باقیماند که بعد از فروختن مال همه برابر شد ؞ جواب خرید عدد برگ في درهم راشيء وعدد برگ فروخت في درهم راعددی معین فرض کردم مثلا یکصد وده چراکه عدد فروخت زائد ازیکصد که مقدار مال سیوم است می باید پس عدد خرید برگ شخص اول شش شيء شد وهرگاه آنرا بریک صد وده که عدد فروخت است قسمت کردم وخارج راکه مقدار درهم فروخت اول است سیامک نام نهادم پس معادله بدینصورت شد ۶ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل سیامک پس ۶ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ سیامک بلکه ۶ شيء الا ۱۱۰ سیامک معادل باقي بلکه ۳۰ شيء الا ۵۵۰ سیامک معادل ۵ باقي شد وهرگاه برآن یک سیامک افزوده شود ۳۰ شيء الا ۵۴۹ سیامک مقدار مال اول باشد وهمچنین معادلهٔ شخص دویم بدینصورت ۸ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل نیلک پس ۸ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ نیلک بلکه ۸ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ نیلک بلکه ۸ شيء الا ۱۱۰ نیلک معادل باقي بلکه ۴۰ شيء الا ۵۵۰ نیلک

معادل ة باقي وبرآن یک نیلک افزوده شد ۴۰ شيء الا ۹ ۴ ة نیلک معادل مال دویم بلکه معادل
۳۰ شيء الا ۹ ۴ ة سیامک شد وصورت معادلهٔ شخص سیوم بدینصورت ۱۰۰ شيء الا باقي مقسوم
علی ۱۱۰ معادل زردک وهمچنین ۱۰۰ شيء الا باقي معادل ۱۱۰ زردک بلکه ۴۰۰ ة شيء
الا ۹ ۴ ة زردک مقدار مال سیوم معادل ۳۰ شيء الا ۹ ۴ ة سیامک مال اول معادل ۴۰ شيء الا
۹ ۴ ة نیلک مال دویم گردید وهرگاه اول وثاني را معادله کردم بعد اسقاط متداخلین وردّ وتکمیل
سیامک معادل ۹ ۴ ة نیلک الا ۱۰ شيء مقسوم علی ۹ ۴ ة گردید وهمچنین معادلهٔ اول وثالث
بدینصورت شد سیامک معادل ۹ ۴ ة زردک الا ۴۷۰ شيء پس جملتین اُخریین را معادله کردم
۹ ۴ ة نیلک الا ۱۰ شيء معادل ۹ ۴ ة زردک الا ۴۷۰ شيء گردید وبعد اسقاط متداخلین وتکمیل
وردّ ۴۶۰ شيء معادل ۹ ۴ ة زردک الا ۹ ۴ ة نیلک شد وهرگاه عمل مضروب نمودم مقسوم (۶۰)
مقسوم علیه (۴۹ ة) مضاف (۰) درینصورت ۹ ۴ ة که مقسوم علیه است مقدار مضروب اعني
شيء برآمد پس مقدار سیامک ۲۹ ومقدار باقي ۱۰۴ ومقدار مال اول ۹ ۴ ة ومقدار نیلک ۳۹ ومقدار
باقي ۱۰۲ ومقدار مال ثاني ۹ ۴ ة ومقدار زردک ۴۹۹ ومقدار باقي ۱۰ ومال ثالث ۹ ۴ ة شد وبطور
صاحب دستور الحساب ۶ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل سیامک پس ۶ شيء الا باقي معادل ۱۱۰
سیامک بلکه ۶ شيء الا ۱۱۰ سیامک معادل باقي پس بحسب الضرب درپنج ۳۰ شيء الا ۵۰ ة سیامک معادل
ة باقي شد وهرگاه برآن یک سیامک افزودم ۳۰ شيء الا ۹ ۴ ة مقدار مال اول شد وبازبرای مال دویم تعیین
قیمت باربعهٔ متناسبه نمودم بدینطور که هرگاه در ۶ شيء یک سیامک باشد پس در هشت شيء چه خواهد بود
بقاعدهٔ اربعهٔ متناسبه عمل نمودم یک سیامک ویک ثلث سیامک برآمد ومعادلهٔ آن بدینصورت گردید
۸ شيء الا باقي مقسوم علی ۱۱۰ معادل $\frac{1}{3}$ ۱ سیامک معادل $\frac{4}{3}$ سیامک پس ۸ شيء الا باقي
معادل ۴۴۰ سیامک مقسوم علی ۳ نیلک بلکه ۸ شيء الا ۴۴۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل باقي
وهرگاه آنرا بحسب السؤال درپنج ضرب کردم ۴۰ شيء الا ۲۲۰۰ سیامک مقسوم علی ۳
معادل ة باقي وهرگاه قدر فروخت اول را برآن افزودم ۴۰ شيء الا ۲۱۹۶ سیامک مقسوم علی
۳ معادل مال دویم بلکه مساوي ۳۰ شيء الا ۹ ۴ ة سیامک مال اول وهمچنین قیمت فروخت
سیوم را باربعهٔ متناسبه حاصل ساختم $\frac{\text{۶ شيء}}{\text{۱ سیامک}}$ | ۱۰۰ شيء ۵۰ ة سیامک مقسوم علی ۳ برآمد پس ۱۰۰

شيء الّا باقی مقسوم علی ۱۱۰ معادل ۵۰ سیامک مقسوم علی ۳ بلکه ۱۰۰ شيء الا باقي معادل ۵۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ بلکه ۱۰۰ شيء الا ۵۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل باقي وهرگاه بحسب سؤال در پنج ضرب نمودم ۵۰۰ شيء الا ۲۷۵۰۰ سیامک مقسوم علی ۳ معادل ۵ باقی وهرگاه قدر فروخت برآن افزودم ۵۰۰ شيء الا ۲۷۴۵۰ سیامک مقسوم علی ۳ مال سیوم گردید وهرگاه مال اول را با مال ثاني معادله کردم ۳۰ شيء الا ۵۴۹ سیامک معادل ۴۰ شيء الا ۲۱۹۶ سیامک مقسوم علی ۴ و بالجبر و المقابلة ۳۰ شيء مقسوم علی ۳ معادل ۵۴۹ سیامک مقسوم علی ۳ شد پس مقدار شيء ۵۴۹ و مقدار سیامک ۳۰ برآمد وآن از روي امتحان درست نیست*

فائده در اسؤله و اجوبه سؤال کدام عدد است که هرگاه مربع آنرا در شش ضرب کنند وبرحاصل مضاعف آن عدد بیفزایند مجموع مجذور شود ؞ جواب مجهول را شيء فرض کردم ومجذور اخیر را مربع سیامک پس ۶ مال ودو شيء معادل مربع سیامک شد وچون این معادله را درشش ضرب ساختم ۳۶ مال ودوازده شيء معادل ۶ مربع سیامک شد وچون جملهٔ اولی بحیثیتي واقع است که اگر واحد برآن بیفزایم مجذوری میشود که جذر آن ۶ شيء و واحد باشد پس واحد برآن افزودم وبموافقت او برجملهٔ ثاني هم واحد افزودم درینصورت ۶ مربع سیامک و واحد هن معادل مجذور که جملهٔ اول است گردید عمل مجذور کردم بدینطریق که جذر صغیر را دو فرض کردم و مربع آنرا در شش ضرب ساخته برحاصل واحد افزودم بست و پنج گردید وجذر آن پنج پس مقدار سیامک ۲ ومقدار جذر کبیر اعني ۶ شيء و واحد پنج برآمد پس مقدار شيء دو ثلث گردید واگر خواهم که مقدار شيء صحیح بهمرسانم دو راکه جذر صغیر بود ضعف نموده در پنج که جذر کبیر است ضرب ساختم حاصل بست شد وآن جذر صغیر ومقدار سیامک است پس جذر کبیر ۴۹ معادل ۶ شيء و واحد شد ومقدار شيء هشت صحیح برآمد ؞ سؤال کدام دو عدد اند که هرگاه مربع مجموع آنها ومکعب مجموع آنها را جمع سازند مساوي ضعف مجموع مکعب آن هر دو عدد باشد ؞ جواب عدد اصغر را شيء الا سیامک و عدد اعظم را شيء و سیامک فرض نمودم تاکه مجموع هر دو ۲ شيء گردد پس مربع مجموع چهار مال ومکعب مجموع ۸ کعب شد وچون مجذور اصغر یک مال الا مسطح ۲ شيء في سیامک ومربع سیامک است پس مکعب اصغر یک مکعب شيء و مسطح ۳ شيء في مربع سیامک الا ۳ مال في سیامک والا مکعب سیامک شد

و مکعب اعظم یک مکعب شيء و مسطح ۳ شيء في مربع سیامک و مسطح ۳ مال في سیامک
و مکعب سیامک گردید و چون آن هرد و عدد را جمع نمودم دو مکعب شيء و مسطح ۶ شيء في
مربع سیامک گردید و ضعف آن ۴ مکعب شيء و مسطح ۱۲ شيء في مربع سیامک معادل ۴ مال
شيء و ۸ مکعب شيء گردید و بعد اسقاط متداخلين مسطح ۱۲ شيء في مربع سیامک معادل ۴
مال شيء و ۴ مکعب شيء شد وهرگاه هرد وجمله رابرشيء قسمت نمودم ۱۲ مربع سیامک معادل ۴
مال و ۴ شيء شد وچون جملهٔ ثاني بحيثيتي واقع شده که اگر برآن واحد بیفزایم مجذور میشود
و جذر آن ۲ شيء و واحد خواهد بود لهذا واحد بهرد و جمله افزودم پس جملهٔ اول ۱۲ مربع
سیامک و واحد مساوي مجذور گردید عمل مجذور نمودم و جذر صغیر ۲ فرض کردم و مجذور
آنرا که چهار است در دوازده ضرب ساختم و برحاصل واحد افزودم چهل ونه شد که مجذور است
و جذر آن هفت مقدار جذر کبیر و معادل ۲ شيء و واحد گردید پس مقدار شيء ۳ برآمد و مقدار
سیامک ۲ درینصورت عدد اصغر واحد و عدد اعظم پنج گردید وهو المطلوب و اگر خواهم عددي دیگر
پیدا سازم پس ضعف دو را که جذر صغیر است در هفت که جذر کبیر بود ضرب ساخته بر مضاف
که واحد بود قسمت نمودم خارج ۲۸ جذر صغیر گردید و درینصورت جذر کبیر ۹۷ شد پس مقدار
شيء ۴۸ برآمد و عدد اصغر ۲۰ و عدد اعظم ۷۶ گردید ؛ سؤال کدام عدد است که چون مال مال
آنرا در پنج ضرب ساخته از حاصل یکصد نقصان سازند باقي مجذور ماند ؛ جواب چون
سؤال متضمن مال مال است لهذا مجذور آخر را مسطح مال في مربع سیامک فرض کردم
چراکه مسطح المجذورین مجذور مي باشد درینصورت ۵ مال مال الا ۱۰۰ مال معادل مال
في مربع سیامک شد وهرگاه هرد وجمله را بر مال قسمت نمودم ۵ مال الا ۱۰۰ معادل مربع سیامک
گردید پس عمل ضرب مجذور کردم و جذر صغیر اول ۲ فرض کردم و مجذور آنرا که چهار است
در پنج ضرب ساخته پنج مضاف کردم بست و پنج شد و جذر آن که پنج است جذر کبیر اول گردید
و باز جذر صغیر ثاني را ۳ فرض کردم و مجذور آنرا در پنج ضرب ساخته بست نقصان کردم نیز
بست و پنج باقیماند و جذر آن هم که پنج است جذر کبیر ثاني شد درینصورت بموجب قاعدهٔ عمل
مجذور بست و پنج جذر صغیر مطلوب و مقدار سیامک پنجاه و پنج پس مجهول بست و پنج است
و جذر مجذور آخر یکهزار و سه صد و هفتاد و پنج برآمد باید دانست که اگر پنج را جذر صغیر فرض

کنم و مجذور آنرا در پنج ضرب کرده از حاصل صد عدد نقصان کنم باقی بست و پنج ماند و آن هم
مجذور است پس مقدار مجهول و مقدار سیامک نیز پنج باشد و جذر مجذور آخر بست و پنج
شود :: سؤال کدام دو عدد اند که تفاضل آنها مجذور است و مجموع مجذور آن هر دو مساوی
مکعب تفاضل است :: جواب عدد اعظم را شيء و قدر تفاضل را مربع سیامک فرض کردم پس اصغر
شيء الا مربع سیامک شد و چون مجذور اعظم مال شيء است و مجذور اصغر مال شيء و یک
مال مال سیامک الا مسطح ۲ شيء في مربع سیامک است درینصورت دو مال شيء و یک مال مال
سیامک الا ۲ مسطح شيء في مربع سیامک مساوي کعب کعب سیامک گردید بحسب السؤال
زیراکه تفاضل مجذور بود و کعب آن کعب کعب است و هرگاه این معادله را تضعیف نمودم ۴
مال شيء و ۲ مال مال سیامک الا ۴ مسطح شيء في مربع سیامک معادل ۲ کعب کعب سیامک شد
چون ظاهر است که اگر از جملهٔ اولی یک مال مال سیامک ساقط نموده شود باقي مجذور میماند که جذر
آن ۲ شيء الا مربع سیامک خواهد بود لهذا یک مال مال سیامک را از جملهٔ اولی کاستم پس
جملهٔ ثاني ۲ کعب کعب سیامک الا یک مال مال سیامک ماند که مساوي باقي جملهٔ اول
و مجذور است درینصورت جملهٔ اولی را که مجذور منطق است مسطح مال مال سیامک في مربع
نیلک فرض نمودم و جملهٔ ثاني را که ۲ کعب کعب سیامک الا یک مال مال سیامک بود نیز مسطح
دو مال مال سیامک في مربع سیامک الا یک مال مال سیامک تعبیر ساختم و هر دو جمله را بر مال مال
سیامک قسمت نمودم پس مربع نیلک معادل ۲ مربع سیامک الا واحد شد عمل مجذور نمودم
پنج جذر صغیر و مقدار سیامک و هفت مقدار جذر کبیر و نیلک گردید درینصورت ۲ شي الا ۲۵
معادل ۱۷۵ شد پس مقدار شيء اعني عدد اعظم یکصد و مقدار اصغر هفتاد و پنج و مقدار تفاضل
بست و پنج برآمد و هو المطلوب :: مثال دیگر شخصی بمحتاجی روز اول سه روپیه و بعد از آن دو دو
روپیه هر روز زائد دادن شروع کرد و آن محتاج روزی زر عطا را شمار کرده از محاسبی پرسید آنچه
از عطا تا امروز نزد من است اگر این کریم همین طریق عطا کند دیگر در چند روز سه چند خواهد شد ::
جواب عدد ایام عطاء گذشته را شيء و عدد ایام را که در آن سه مثل حسب السؤال خواهد شد
سیامک فرض کردم و بقاعدهٔ جمع اعداد متوالیه که بتزاید اثنین اثنین باشد عمل نمودم چون
مقرر است که در تزاید اثنین اثنین اگر در خانهٔ اول عدد دو باشد پس در خانهٔ اخیر مسطح عدد خانه

درعدد تزاید میباشد دربنصورت عدد خانهٔ اخیر ۲ شي شد وهرگاه آنرا با عدد خانهٔ اول که هم دو
است جمع نموده در نصف عدد خانه که نصف شيء است ضرب ساختم یک مال ویک شيء گردید
وآن جمع اعداد متوالیه بتزاید اثنین اثنین است بشرطیکه درخانهٔ اول دو باشد چون از سؤال سائل
روز اول عدد سه ظاهر است پس یک شيء برآن افزودم مجموع عطاء گذشته یک مال و ۲ شيء شد
وهمچنین مجموع عطاء اخیر مطلوبه یک مربع سیامک و ۲ سیامک باشد وآن سه مثل عطاء گذشته
بحسب السؤال والفرض است پس ۳ مال و ۶ شيء معادل یک مربع سیامک و ۲ سیامک گردید
وهرگاه این معادله را در سه ضرب کردم ۹ مال و ۱۸ شيء معادل ۳ مربع سیامک و ۶ سیامک گردید
وچون جملهٔ اول بحیثیتی واقع شد که اگر عدد نه برآن بیفزایم مجذور شود که جذر آن ۳ شيء و ۳
باشد لهذا جملهٔ اولی را تعبیر بمربع نیلک الا نه نمودم ومعادله کردم بدینصورت مربع نیلک الا ۹
معادل ۳ مربع سیامک و ۶ سیامک وبعد ازان این معادله را هم در سه ضرب ساختم ۳ مربع نیلک
الا ۲۷ معادل ۹ مربع سیامک و ۱۸ سیامک شد حالا جملهٔ ثاني بحیثیتي واقع شد که اگر عدد نه
بیفزایم مجذور شود پس بهردو جمله عدد نه افزوده جملهٔ ثاني را مربع زردک قرار دادم پس ۳
مربع نیلک الا ۱۸ معادل مربع زردک گردید عمل مجذور کردم چون مضاف بر نه که مجذور است
قسمت می پذیرد لهذا آنرا قسمت کرده الاد و را مضاف اصل قرار دادم پس سه جذر صغیر برآمد
آنرا در جذر نه که هم سه است ضرب ساختم نه جذر صغیر مطلوب ومقدار نیلک شد ودرینصورت
پانزده جذر کبیر ومقدار زردک گردید وچون زردک معادل ۳ سیامک و ۳) است پس مقدار
سیامک چهار برآمد ومقدار نیلک معادل ۳ شيء و ۳ بود پس مقدار شيء دو برآمد ومعلوم شد که ایام
عطاء گذشته دو روز است وایام کل که درآن سه مثل گذشته شود چهار روز است پس اگر گویم
دو روز دیگر هم بمحتاج بهمان طریق عطا کند سه مثل نزد او مجتمع خواهد شد ؛ مثال دیگر کدام
دو عدد اند که چون مربع اعظم را در هفت ومربع اصغر را در هشت ضرب سازند مجموع مجذور
شود ونیز اگر بر تفاضل حاصلین واحد بیفزایند مجموع مجذور شود ؛ جواب اصغر را شيء
فرض کردم وبرای عدد اعظم غور کردم که با اصغر چه نسبت خواهد بود چون از قاعدهٔ عمل
مجذور ظاهر است که هرگاه مضاف را در مجذوری ضرب سازند وجذر صغیر را در جذر آن مجذور
ضرب کنند حاصل جذر صغیر مطلوب می باشد که مضاف آن مسطح مضاف فی المجذور بود

وچون از سوال معلوم شد که مجموع هفت مربع اعظم وهشت مربع اصغر مجذور می باشد
گویا هشت مربع اصغر مضاف است وبر مربع اصغر قسمت پذیر است لهذا هفت را مضروب فیه
وهشت را مضاف فرض نموده استخراج جذر صغیر نمودم جذر صغیر دو بر آمد آنرا در اصغر
ضرب ساختم ۲ شیء مقدار اعظم شد پس مسطح مربع اعظم در هفت ۲۸ مال ومسطح مربع اصغر
در هشت ۸ مال گردید ومجموع ۳۶ مال معادل مجذور است که جذر آن ۶ شیء باشد وچون
تفاضل بین مسطحین ۲۰ مال است وبحسب السؤال هرگاه بر آن بیفزایم مجذور شود پس ۲۰
مال و ۱ معادل مجذور باشد باز عمل مجذور کردم و جذر صغیر که مقدار شیء است بر آمد پس عدد
اعظم چهار و عدد اصغر دو باشد ٭ سؤال کدام دو عدد اند که مجموع آنها مجذور میشود ونیز
مجموع مجذور اعظم ومکعب اصغر مجذور باشد ٭ جواب اعظم را شیء واصغر را سیامک
فرض کردم پس یک مربع شیء ویک مکعب سیامک معادل مجذور گردید وچون مضروب فیه
واحد وبذات خود مجذور است ومضاف مکعب سیامک واقع شده لهذا مکعب سیامک را
بر سیامک قسمت کردم خارج مربع سیامک گردید واز ان یک سیامک که مقسوم علیه بود نقصان
کرده باقي را که مربع سیامک الا سیامک ماند تنصیف نمودم وبر جذر مضروب فیه که هم واحد بود
قسمت کردم خارج نصف مربع سیامک الا نصف سیامک مقدار جذر صغیر که شیء است بر آمد
وچون مجموع عددین بحسب سؤال مجذور است پس نصف مربع سیامک الا نصف سیامک را
با یک سیامک جمع نمودم مجموع نصف مربع سیامک ونصف سیامک معادل مجذور شد وآنرا
مجذور مربع نیلک فرض کردم پس مربع سیامک وسیامک معادل ۲ مربع نیلک شد وهرگاه
این معادله را در چهار ضرب کرده واحد بهر دو طرف افزودم ۴ مربع سیامک و ۴ سیامک و ۱
معادل ۸ مربع نیلک و ۱ گردید چون جملهٔ اولی مجذور منطق است مربع زردک فرض کردم
پس ۸ مربع نیلک و ۱ معادل مربع زردک شد عمل مجذور نمودم چون درینجا ممکن است
که جذر صغیر را واحد فرض کنم لکن درینصورت حصول مطلوب نمیشود زیرا که واحد بنفس خود
هم مجذور است وهم جذر ومقدار شیء نصف مربع سیامک الا نصف سیامک بر آورده شده است
درینصورت هرگاه مقدار سیامک هم واحد بر آید مقدار شیء صفر گردد وآن خلاف مفروض است
لهذا عدد شش را جذر صغیر فرض کردم چون موافق مطلوب بود پس مقدار جذر کبیر هفده گردید

وآن معادل ۲ سیامک و واحد شد چراکه ۴ مربع سیامک و ۴ سیامک و ۱ معادل ۸ مربع نیلک و ۱ بود ودرینصورت مقدار سیامک که عدد اصغر است هشت برآمد ومقدار شيء که عدد اعظم است ۲۸ گردید وهمچنین اگردر عمل مجذور سوای عدد شش عددی دیگر فرض کرده عمل نمایم اعداد دیگر مقدار اعظم واصغر خواهد برآمد ∴ سوال کدام دو عدد اند که چون مربع هردو را با مسطح هردو جمع سازند مجذور شود واگر جذر حاصل جمع را در مجموع عددین ضرب ساخته واحد بیفزایند نیز مجذور است ∴ جواب اعظم را شيء واصغر را شيء الا سیامک فرض کردم پس مربع هردو را با مسطح هردو جمع نمودم ۳ مربع شيء ویک مربع سیامک الا ۳ شيء في سیامک معادل مربع نیلک بحسب السؤال شد پس هردو طرف معادله را بحسب قاعدهٔ رد واز ده ضرب کردم ۳۶ مربع شيء و ۱۲ مربع سیامک الا ۳۶ شيء في سیامک معادل ۱۲ مربع نیلک شد چون جملهٔ اولی بحیثیتي واقع شد که اگر سه مربع سیامک ازان ساقط کنند باقي مجذور میماند که جذرآن ۶ شيء الا ۳ سیامک بود لهذا آنرا ساقط کردم پس جملهٔ ثاني ۱۲ مربع نیلک الا ۳ مربع سیامک معادل مجذور که عبارت از جملهٔ اولی باشد گردید وعمل مجذور نمودم اول مضاف راکه الا سه مربع سیامک بود برمربع سیامک قسمت نموده صرف الا سه را مضاف فرض نمودم وجذر صغیر هفت فرض کردم ومربع آنرا در دوازده ضرب نمودم پانصد وهشتاد وهشت گردید وهرگاه دوازده ساقط نمودم پانصد وهفتاد وشش ماند که مجذور است چون دوازده که مضاف است صلاحیت آن دارد که اگر بر مضاف اصل قسمت کنند خارج مجذور برآید لهذا آنرا بر سه قسمت نمودم بر جذر خارج که دو است هفت راکه جذر صغیر مفروض بود قسمت نمودم سه صحیح ویک نصف برآمد پس سه صحیح ویک نصف سیامک جذر صغیر مطلوب برآمد ودوازده سیامک جذر کبیر که مساوي جذر جملهٔ اولی است گردید درینصورت ۶ شيء الا ۳ سیامک معادل ۱۲ سیامک شد بلکه ۶ شيء معادل ۱۵ سیامک گردید پس سیامک معادل $\frac{۴}{۵}$ شيء شد وازین جهت مقدار اصغر $\frac{۳}{۵}$ شيء گردید وهرگاه از سرنو معادله کردم اعني مربع اعظم ومربع اصغر را با مسطح هردو جمع نمودم $\frac{۴۹}{۲۵}$ مربع شيء معادل مجذور شد وهرگاه جذر آنراکه هفت خمس شيء است در مجموع عددین ضرب ساخته واحد برآن افزودم ۵۶ مربع شيء و ۱ معادل مجذور گردید بحسب السؤال باز عمل مجذور کردم وپنج جذر صغیر فرض کردم پس مضاف مفروض هشت وجذر کبیر هم هشت برآمد چون مضاف اصل واحد

وبذات خود مجذور بود لهذا ضعف جذر صغیر مفروض را در جذر کبیر ضرب نموده بر مضاف مفروض قسمت نمودم خارج ده مقدار جذر صغیر مطلوب که مساوی شیٔ است برآمد پس عدد اعظم ده وعدد اصغر شش شد وهو المطلوب وبطریق دیگر اگر اعظم را شیٔ واصغر را سیامک فرض کنم پس مربع شیٔ ومربع سیامک ومسطح شیٔ فی سیامک معادل مربع نیلک شد بحسب السؤال واین معادله را در سی وشش ضرب نمودم ۳۶ مربع شیٔ و ۳۶ مربع سیامک و ۳۶ شیٔ فی سیامک معادل ۳۶ مربع نیلک گردید چون جملهٔ اولی بحیثیتی واقع شده که اگر ۲۷ مربع سیامک ازان ساقط کنند باقی مجذور میماند که جذر آن ۶ شیٔ و ۳ سیامک باشد لهذا آنرا ساقط نمودم پس جملهٔ ثانی ۳۶ مربع نیلک الا ۲۷ مربع سیامک معادل مجذور اعنی جملهٔ اول شد وچون درینجا مضروب فیه مجذور است ومضاف مسطح فی المجذور لهذا مضاف را بر مربع سیامک قسمت کرده خارج را که الا ۲۷ ماند بر الا واحد قسمت نمودم خارج بست وهفت مثبت شد ازان الا واحد ساقط نمودم بست وهشت گردید ونصف آنرا که چهارده است بر جذر مضروب فیه که شش است قسمت نمودم خارج $\frac{2}{3}$ ۲ شد پس $\frac{2}{3}$ ۲ سیامک جذر صغیر مطلوب شد ودرینصورت ۱۳ سیامک جذر کبیر که مساوی جذر جملهٔ اولی است پس ۶ شیٔ و ۳ سیامک معادل ۱۳ سیامک شد بلکه ۶ شیٔ معادل ۱۰ سیامک بلکه سیامک اعنی اصغر معادل $\frac{3}{5}$ شیٔ شد پس رجوع بطریق اول نمود ∴ سوال دیگر کدام دو عدد اند که چون یک عدد را با مسطح هردو جمع سازند ومجموع را تنصیف سازند مکعب باشد واگر مجذور هردو را جمع نمایند نیز مجذور شود واگر بر مجموع هردو عدد ۲ بیفزایند نیز مجذور شود واگر بر تفاضل آن هردو عدد ۲ بیفزایند نیز مجذور شود واگر بر تفاضل مجذورین آن هردو عدد ۸ بیفزایند مجذور باشد واگر پنج ضلع را که چهار جذر و یک ضلع مکعب است جمع نمایند نیز مجذور شود ∴ جواب اعظم را مربع شیٔ الا واحد واصغر را دو شیٔ فرض کردم وچون مسطح هردو و ۲ کعب الا ۲ شیٔ است وهرگاه بر آن اصغر را افزودم مجموع دو کعب شد ونصف آن یک کعب وضلع آن شیٔ باشد وچون مجذور اعظم مال مال و واحد الا ۲ مال است ومجذور اصغر ۴ مال ومجموع مجذورین مال مال و واحد و مال شد وآن هم مجذور است که جذر آن یک مال و واحد باشد وهرگاه هردو عدد را جمع نموده بر مجموع ۲ افزودم یک مال و ۲ شیٔ و ۱ گردید واین هم مجذور است که جذر آن شیٔ و ۱ باشد وهرگاه بر تفاضل آن هردو عدد ۲ بیفزایم یک مال و واحد الا ۲ شیٔ میشود وآن هم

مجذور است و جذر آن شيء الا ۱ و چون بر تفاضل مجذورین آن هردو ۸ بیفزایم مال مال و ۹ الا ۶ مال میشود و آن هم مجذور است که جذر آن یک مال الا ۳ باشد و هرگاه هر پنج ضلع را که خارج شده اند جمع نمودم ۲ مال و ۳ شيء الا ۲ معادل مجذور شد بحسب السؤال و درینجا جذر جملهٔ اولی یافته نمی شود لهذا جبر نمودم ۲ مال و ۳ شيء معادل مربع سیامک و ۲ گردید و این معادله را در هشت ضرب کرده بر حاصل عدد نه بهر وجمله افزودم ۱۶ مال و ۲۴ شيء و ۹ معادل ۸ مربع سیامک و ۲۵ شد چون حالا جملهٔ اولی مجذور است که جذر آن ۴ شيء و ۳ باشد لهذا در جملهٔ ثاني عمل مجذور نمودم پنج جذر صغیر مقدار سیامک و ۱۵ مقدار جذر کبیر که مساوي جذر جملهٔ اولی است بر آمد پس ۴ شيء و ۳ معادل ۱۵ شد و درینصورت مقدار شيء ۳ و مقدار عدد اعظم ۸ و مقدار اصغر ۶ بر آمد و اگر جذر صغیر ۶ مفروض کنم پس جذر کبیر ۱۷ و مضاف عمل ۱ شود و چون مضاف عمل مجذور است آنرا بر مضاف اصل که (۲۵) است قسمت نمودم جذر خارج $\frac{1}{5}$ گردید پس شش را بر یک خمس قسمت نمودم جذر صغیر مطلوب ۳۰ شد و جذر کبیر ۸۵ و درینصورت ۴ شيء و ۳ معادل ۸۵ شد بلکه شيء معادل $\frac{20}{1}$ بلکه عدد اعظم $\frac{419}{1}$ و عدد اصغر ۴۱ شد ۞ سؤال کدام دو عدد اند که اگر بر مجموع آنها خواه بر تفاضل آنها سه بیفزایند مجذور شود و اگر از مجموع مجذورین آن هردو چهار کم سازند نیز مجذور شود و اگر بر تفاضل مجذورین دوازده بیفزایند مجذور گردد و اگر بر نصف مسطح العددین المذکورین عدد اصغر را بیفزایند مکعب گردد و اگر بر مجموع ضلعهای دو بیفزایند مجذور شود ۞ جواب مقدار تفاضل را یک مال الا ۲ شيء و الا ۲ فرض کردم چراکه هرگاه بحسب السؤال سه بر آن بیفزایم مجذور میشود و جذر آن شيء الا واحد است و عدد اصغر را دو شيء فرض کردم پس عدد اعظم یک مال الا دو شد و هرگاه بر مجموع عددین که یک مال و دو شيء الا دو میشود سه افزودم یک مال و دو شيء و ۱ گردید و آن مجذور است که جذر آن شيء و ۱ باشد و چون مجذور اعظم یک مالمال و ۴ الا ۴ مال است و مجذور اصغر ۴ مال و مجموع هردو یک مالمال و ۴ میشود و هرگاه از ان چهار ساقط کردم باقي یک مال مال میماند و آن هم بذات خود مجذور است که جذر آن یک مال باشد و چون تفاضل مجذورین یک مالمال و ۴ الا ۸ مال است و هرگاه دوازده بر آن افزودم یک مالمال و شانزده الا ۸ مال شد و آن هم مجذور است که جذر آن یک مال الا ۴ باشد و چون مسطح العددین دو کعب الا ۴ شيء است و نصف آن یک کعب الا ۲ شيء و هرگاه اصغر را

برآن بیفزایم یک کعب میشود که ضلع کعب آن شيء باشد وهرگاه مجموع ضلعهای مرقوم نمودم بدینصـــــــــــــورت

ضلع تفاضـــــــل	شيء لاّ ۱
ضلع مجموع عددین	شيء و ۱
ضلع مجموع مجذورین	مال
ضلع تفاضل مجذورین	مال الاّ ۴
ضلع مکعب	شيء

مجموع ۳ شيء ودومال الا ۴ گردید وهرگاه برآن دوافزودم دومال و۳ شيء الا ۲ معادل مجذورشد بحسب السؤال وچون این اصم است لهذا مجذوررا مربع سیامک فرض کرده معادله نمودم ۲ مال و۳ شيء معادل مربع سیامک و۲ گردید وهرگاه این معادله رادرهشت ضرب کرده عددنه بهردوطرف افزودم ۱۶ مال و۲۴ شيء و۹ معادل ۸ مربع سیامک و۲۵ گردید چون جملهٔ اولی مجذوراست لهذا درجملهٔ ثاني عمل مجذورنمودم وپنج راجذرصغیرفرض کردم پس جذر کبیر ۱۵ ومعادل ۴ شيء و۳ که جذرجملهٔ اولی است گردید پس مقدارشيء سه برآمد ودرینصورت عدداعظم هفت وعدداصغرشش گردید واگر ۱۷۵ راجذرصغیرفرض نمایم پس جذرکبیر ۴۹۵ باشد ومقدارشيء ۱۲۳ وازان عدداعظم واصغرراحاصل سازند وهمچنین اگراعداددیگرجذرصغیر فرض کنم اعدادکثیره حاصل تواندشد ❊ سؤال کدام عدداست که اگرآنرادرسه ضرب کنند وواحد بیفزایند مجذورشود ونیزاگردرپنج ضرب سازند وواحد بیفزایند مجذورشود ❊ جواب مجهول را شيء فرض کردم پس ۳ شيء و۱ معادل مربع سیامک شد درینصورت شيء معادل مربع سیامک الا ۱ مقسوم علی ۳ گردید وهرگاه آنرادرپنج ضرب کرده بحسب السؤال واحد بیفزایم نیزمجذور نیلک میشود درینصورت ۵ مربع سیامک الا ۵ مقسوم علی ۳ وواحدمعادل مربع نیلک است بلکه ۵ مربع سیامک الا ۲ معادل ۳ مربع نیلک بلکه ۵ مربع سیامک معادل ۳ مربع نیلک و۲ شد وهرگاه این معادله رادرپنج ضرب ساختم ۲۵ مربع سیامک معادل ۱۵ مربع نیلک و۱۰ شد چون جملهٔ اولی مجذوراست که جذرآن ۵ سیامک باشد لهذادرجملهٔ ثاني عمل مجذورنمودم ونه راجذرصغیرفرض کردم پس جذرکبیر ۳۵ معادل جذرجملهٔ اولی گردید بدین طریق ۳۵ معادل ۵ سیامک بلکه ۷ معادل سیامک درینصورت ۴۹ معادل ۳ شيء و۱ بلکه ۴۸ معادل ۳ شيء بلکه شيء معادل ۱۶ شد ❊ سؤال کدام عدداست که چون درسه ضرب کنند ویکی بیفزایند مکعب شود وچون مجذورضلع آن مکعب رادرسه ضرب کنند ویکی بیفزایند مجذورشود ❊

جواب آن عدد را شيء فرض کردم پس بحسب السؤال ۳ شيء و ۱ معادل مکعب سیامک شد وهرگاه ضلع سیامک را چهار فرض کردم پس مکعب آن که ۶۴) است معادل ۳ شيء و ۱ واقع شد وهرگاه واحد از عدد کاستم ۶۳ باقي معادل ۳ شيء ماند بر عدد اشیاء قسمت کردم خارج ۲۱ عدد مطلوب است ❊ سؤال دیگر کدام دو عدد اند که تفاضل مجذورین آنها را در دو ضرب کنند وسه بیفزایند مجذور شود ❊ جواب تفاضل مجذورین را نصف مال الا ۱/۲ فرض کردم چراکه هرگاه این را تضعیف کنم یک مال الا ۳ میشود و هرگاه بر آن سه بیفزایم یک مال گردد که بذات خود مجذور است و عدد اصغر را شيء فرض کردم پس مربع آن مال شد وهرگاه بر آن نصف مال الا ۱/۲ افزودم مجموع یک ونیم مال الا ۱/۲ معادل مربع عدد اعظم شد چراکه تفاضل مجذورین بر مربع اصغر افزوده ام چون جملهٔ اولی منطق نیست لهذا برای تکمیل تضعیف نمودم ۳ مال الا ۳ معادل ۲ مجذور اعظم گردید وبازاین معادله را در سه ضرب کردم ۹ مال الا ۹ معادل ۶ مجذور اعظم شد بلکه ۹ مال معادل ۶ مجذور اعظم و ۹ شد چون جملهٔ اولی مجذور منطق است لهذا در جملهٔ ثاني عمل مجذور کردم پس اول چهار را جذر صغیر فرض کردم پس چهار مضاف و ۱۰ جذر کبیر حاصل گردید بموجب قاعدهٔ عمل مجذور ضعف جذر صغیر را در جذر کبیر ضرب کردم پس ۸۰ جذر صغیر عمل شد و مسطح مضافین مفروضین که مربع مضاف مفروض ۱۶) است مضاف عمل قرار داده بر مضاف اصل قسمت نمودم خارج ۱۶/۹ شد بر جذر آن که ۴) است جذر صغیر عمل را قسمت نمودم خارج شصت گردید وآن جذر صغیر مطلوب است ومقدار عدد اعظم پس عدد اصغر چهل و نه باشد ❊ سؤال دیگر مجذور بست بالفرض مربع شيء معلوم ومیخواهم که آنرا منقسم بمربعین آخرین نمایم مثل مربع سیامک ومربع نیلک پس مقدار سیامک ونیلک چه باشد ❊ جواب یک مربع معلوم فرض کردم که مجموع مربعین معلومین باشد مثل مربع زردک که بالفرض مجموع مربع سفیدک ومربع سبزک است پس گویم نسبت مربع شيء که معلوم است بطرف مربع سیامک که احد القسمین از مجهول است مثل نسبت مربع زردک که بالفرض معلوم است بطرف مربع سفیدک که نیز بالفرض معلوم است خواهد بود پس مسطح مربع شيء في مربع سفیدک را بر مربع زردک قسمت کردم خارج مربع سیامک برآمد و همچنین اگر مسطح مربع شيء في مربع سبزک را بر مربع زردک قسمت کنم خارج مربع نیلک خواهد بود و همچنین اگر سؤال

متضمن مربعات کثیره باشد عمل میتوان کرد ٭ سؤال دیگر قال صاحب عیون الحساب نُرید ان نقسم عدداً غیر مجذور یکون مرکبا من مجذورین بمجذورین غیرهما قال الفاضل مولانا شرفي نضربه في ۲۵ ونقسم الحاصل بمجذورین ثم نقسم کلا منهما علی ۲۵ لیخرج المطلوب اقول تقسیم الحاصل بمربعین یحتاج الی هذه القاعدة فید و رفقط این ضعیف میگوید که فی الحقیقة قاعدهٔ که مولانا شرفي بیان کرده مستلزم دور و ناقص است لکن صاحب عیون الحساب هم با وجود اعتراض کدام قاعدهٔ دیگر برای استخراج آن بیان نساخته ازین معلوم میشود که ایشان هم از استخراج آن عاجز مانده اند وحالانکه هرگاه جذر قسم اعظم مجهول را اشیاء الاّ جذر قسم اعظم معلوم فرض کنند وجذر قسم اصغر مجهول را اشیاء الاّ جذر اصغر معلوم تعبیر نمایند بحیثیتیکه عدد اشیاء جذر حصهٔ اعظم مجهول اعظم از عدد اشیاء جذر حصهٔ اصغر باشد ومعادله نموده استخراج مطلوب نمایند که بغایت سهولیت خواهد بر آید مثلا ده را که مرکب از نه و واحد که هر دو مجذور اند است منقسم بمجذورین غیرهما نمایم پس جذر حصهٔ اعظم را ۲ شيء الا ۳ وجذر حصهٔ اصغر را شيء الا ۱ فرض کردم پس مربع اعظم ۴ مال و ۹ عدد الا ۱۲ شيء ومربع اصغر یک مال و واحد الا ۲ شيء گردید درینصورت مجموع آن هر دو ۵ مال و ۱۰ الا ۱۴ شيء معادل ۱۰ شد بحسب السؤال بلکه ۵ مال معادل ۱۴ شيء شد بحسب تبدیل مستثنی واسقاط متداخلین بلکه ۵ شيء معادل ۱۴ گردید ودرینصورت مقدار شيء $\frac{۱۴}{۵}$ بر آمد پس جذر مربع اعظم $\frac{۲}{۵}$ وجذر مربع اصغر $\frac{۱}{۵}$ بر آید وهو المطلوب واگر جذر حصهٔ اعظم را ۴ شيء الا ۳ وجذر حصهٔ اصغر را (۲ شيء الا ۱ خواه باعداد دیگر تعبیر کنم نیز مطلوب حاصل میشود ٭ سؤال دیگر في عیون الحساب نُرید ان نجد عددین لو انقصنا مجموعهما من کل واحد من مربعیهما بقي مجذور قال الفاضل الشرفي نطلب مربعا اذا القي منه جذره یبقي نصف ما یحصل من زیادة جذره علیه ونزید علی کل الحاصلین ربع درهم ونأخذ جذریهما لیحصل المطلوب کالتسعة فانک اذا زدت علیه جذره حصل ۱۲ واذا انقصت منه جذره بقي ۶ فاذا زدنا علی کل منهما ربعا حصل $\frac{۱۲}{۴}$ و $\frac{۶}{۴}$ وجذراهما $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۲}{۲}$) اقول لا یوجد مربع بهذه الصفة غیر التسعة ولا یؤجد غیر الثلثة عدد یکون ما انتقص منه بواحد نصف ما یزید علیه بواحد فقط ٭ بایدانست که از کلام مولانا شرفي معلوم می شود که آن جناب اعداد مجهول را اول معلوم کرده این قاعده مقرر نموده اند چرا که هرگاه بموجب قاعده سوای عدد نه مربعی دیگر یافته نمی شود

پس این قاعده را قاعده نمیتوان گفت ونیز معلوم میشود که عددین مجهولین هم بدانست مولانا
صرف $\frac{۳}{۲}$ و $\frac{۲}{۲}$ اند لا غیرهما وازبیان صاحب عیون الحساب که با وجود اعتراض استخراج
اعداد دیگر بطریق دیگر نکرده معلوم میشود که ایشان هم عاجز بوده اند لهذا این ضعیف طریق دیگر
آنرا بیان میکند که اصغر آن عددین را شيء واعظم را شيء و ا فرض کردم پس مربع اعظم مال
و ۲ شيء و ا) است وهرگاه ازان مجموع عددین را که ۲ شيء و ا میشود ساقط کنم باقي مال
میماند وآن بذات خود مجذور است و چون مربع اصغر مال است وهرگاه ازان ۲ شيء و واحد را
که مجموع العددین است ساقط کنم می باید که مجذور باقیماند بحسب السؤال پس معادله
کردم یک مال الا ۲ شيء و الا واحد معادل مربع سیامک شد چون جملهٔ اولی مجذور نیست
لهذا عدد دو بهرد و طرف افزودم پس یک مال والا ۲ شيء و ا معادل مربع سیامک و ۲ شد
و جملهٔ اولی مجذور گردید پس طلب کردم عددی را که بر مربع آن دو بیفزایم مجذور شود
بقاعدهٔ عمل مجذور واحد را از دو ساقط نموده باقي را تنصیف نمودم $\frac{۱}{۲}$ مقدار سیامک گردید
وهرگاه بر مربع آن دو افزودم $\frac{۴}{۴}$ شد وجذر آن $\frac{۱}{۲}$ (است وآن معادل جذر جملهٔ اولی که شيء الا
ا) است گردید پس مقدار شيء که اصغر است $\frac{۲}{۲}$ ومقدار اعظم $\frac{۳}{۲}$ شد وهو المطلوب واگر بقاعدهٔ عمل
مجذور $\frac{۳}{۲}$ را جذر صغیر فرض کرده و بر مربع آن که $\frac{۱۲}{۴}$ (است هشت بیفزایند $\frac{۲۰}{۴}$ میشود پس
جذر کبیر $\frac{۴}{۲۰}$ ومضاف عمل ۸ شد چون مضاف بحیثیتی واقع شده که اگر آنرا بر مضاف اصل که
دو است قسمت کنم خارج مجذور میشود که جذر آن دو است لهذا جذر صغیر را که $\frac{۳}{۲}$ بود برد و قسمت
نمودم خارج $\frac{۱}{۴}$ جذر صغیر و مقدار سیامک برآمد پس جذر کبیر $\frac{۲}{۴}$ معادل شيء الا ا شد پس
مقدار شيء که اصغر است $\frac{۳}{۴}$ ومقدار اعظم $\frac{۴}{۴}$ گردید همچنین اگر $\frac{۱۵}{۲}$ را جذر صغیر فرض کنم
وبر مربع آن ۳۲ بیفزایم پس جذر صغیر مفروض $\frac{۱۵}{۲}$ وجذر کبیر مفروض $\frac{۱۹}{۲}$ ومضاف عمل
۳۲ گردید وهرگاه مضاف عمل را بر مضاف اصل قسمت کردم ۱۶ خارج شد وآن مربع است
پس بر جذر آن جذر صغیر مفروض وجذر کبیر مفروض را قسمت کردم پس $\frac{۳}{۸}$ مقدار جذر صغیر
اعني سیامک و $\frac{۴}{۸}$ جذر کبیر معادل شيء الا واحد گردید پس مقدار شيء که عدد اصغر است
$\frac{۵}{۸}$ وعدد اعظم $\frac{۹}{۸}$ شد وهمچنین اعداد غیر متناهي بهم میتوان رسید ٭ سؤال دیگر کدام عدد
است که مجموع مربع ومکعب آن مربع می شود ونیز کدام عدد است که فضل بین المکعب والمربع

آن بقدر مربع عددی باشد ❊ جواب چون این هردو سؤال علیحده علیحده اند لهذا برای استخراج اول مجهول را مال الا واحد فرض کردم و مربع و مکعب آن حاصل نمایم مطلوب برمی آید و برای سؤال ثانی مجهول را مال و واحد فرض سازم و مربع و مکعب حاصل گردانم مطلوب حاصل میشود درینصورت معلوم شد که ازهر مربع که واحد ساقط کنم باقی مقدار مجهول سؤال اول است واگر واحد برآن بیفزایند مقدار مجهول سؤال ثانی است ❊ سؤال دیگر کدام دو عدد اند که مجموع مکعب آنها مجذور باشد ❊ جواب عدد اصغر را مال و اعظم را (۲ مال فرض کردم پس مکعب اصغر یک کعب کعب و مکعب اعظم ۸ کعب کعب شد و مجموع آن هردو ۹ کعب کعب که مجذور است گردید و جذر آن ۳ کعب است پس هر مجذور و ضعف آن صلاحیت جواب دارند ❊ سؤال دیگر کدام دو عدد اند که تفاضل بین المکعبین آنها مجذور باشد قال صاحب عیون الحساب نضرب مجذورا تارة فی الثمانیة وتارة فی التسعة ومکعب الحاصلین فیفضل الاول علی الثانی بمربع مضروب ثلثة عشر فی مکعب جذر ذلک المجذور زایدا انست که ازین بیان معلوم میشود که عمل بالاستقراء شده است چراکه آن هردو عدد هشت و هفت اند واز ضرب هر مجذور در آن اعداد بموجب بیان صدر اعداد کثیره حاصل میتوانند شد لکن بطریق جبر و مقابله استخراج کردن آن شاید نزد صاحب عیون الحساب دشوار بوده است و این ضعیف میگوید که اصغر را شیٔ و اعظم را شیٔ و واحد فرض کنم پس کعب اصغر یک کعب و کعب اعظم یک کعب و ۳ مال و ۳ شیٔ و واحد میشود و تفاضل بینهما سه مال و سه شیٔ و واحد است آنرا معادل مربع سیامک فرض کردم بحسب السوال درینصورت یک مال و یک شیٔ و $\frac{1}{3}$ معادل ثلث مربع سیامک گردید بلکه یک مال و یک شیٔ معادل ثلث مربع سیامک الا یک ثلث شد بلکه یک مال و یک شیٔ و $\frac{1}{4}$ معادل ثلث مربع سیامک الا $\frac{1}{12}$ شد بحسب زیادت مربع نصف عدد اشیاء چون جذر جملهٔ اولی شیٔ و $\frac{1}{2}$) است آنرا معادل مربع نیلک فرض کردم پس مربع نیلک مساوی یک ثلث مربع سیامک الا $\frac{1}{12}$ شد بلکه ۱۲ مربع نیلک و ۱ معادل ۴ مربع سیامک شد چون جملهٔ ثانی مجذور است پس بقاعدهٔ عمل مجذور مقدار نیلک برآوردم دو برآمد درینصورت مقدار مربع سیامک $\frac{49}{4}$ شد و چون نیلک معادل شیٔ و $\frac{1}{2}$) است پس مقدار شیٔ $\frac{3}{2}$ گردید و آن عدد اصغر است و مقدار عدد اعظم $\frac{5}{2}$ برآمد و اگر بخواهند اعداد کثیره بعمل مجذور بهم تواند رسید و نیز

اگر اصغر را شيءٍ و اعظم را شيءٍ و ۲ وغیره بهر عددیکه خواهند تعبیر کنند و بهمین طریق استخراج نمایند اعداد کثیر بهم میرسد ∴ سؤال دیگر قال صاحب عیون الحساب مسئلة دقیقة اخترعتها ثلثة مجذورات جذر الاول فی الثانی ۱۸ وجذر الثالث فی الاول ۱۶ وجذر الثانی فی الثالث ۴۸ باید دانست که هر چند این سؤال چندان دقیق نیست لاکن صاحب عیون الحساب آنرا بدقت برآورده لهذا دقیق نوشته است و این نحیف میگوید که مجذور اول را مال و مجذور ثانی را مربع سیامک و مجذور ثالث را مربع نیلک فرض کردم ودرینصورت شيء في مربع سیامک معادل ۱۸ شد بحسب السؤال پس شيء معادل ۱۸ مقسوم علی مربع سیامک بلکه مال معادل ۳۲۴ مقسوم علی مالمال سیامک گردید درینصورت نیلک في مال اعني ۳۲۴ نیلک مقسوم علی مالمال سیامک معادل ۱۶ شد بحسب السؤال بلکه ۳۲۴ نیلک معادل ۱۶ مال مال سیامک شد بلکه نیلک معادل ۱۶ مال مال سیامک مقسوم علی ۳۲۴ گردید پس مربع نیلک معادل ۲۵۶ مالکعب کعب سیامک مقسوم علی ۱۰۴۹۷۶ شد وچون سیامک في مربع نیلک معادل ۴۸) است بحسب السؤال پس ۲۵۶ کعب کعب کعب سیامک مقسوم علی ۱۰۴۹۷۶ معادل ۴۸ گردید بلکه ۲۵۶ کعب کعب کعب سیامک معادل ۵۰۳۸۸۴۸ شد بلکه کعب کعب کعب سیامک معادل ۱۹۶۸۳ شد وهرگاه کعب این عدد برآوردم ۲۷ برآمد که کعب آن سه و معادل سیامک است پس مربع سیامک معادل نه شد پس شيء معادل ۱۸ مقسوم علی مربع سیامک معادل ۲ گردید و مال معادل ۴ شد پس نیلک معادل ۱۶ مقسوم علی مال معادل ۴ گشت ∴ سؤال دیگر از عیون الحساب پنج شتران پُر بار اند چون بار شتر اول سُنگین بود لهذا بار هر یک شتر را غیر شتر اول تضعیف کرده از بار شتر اول کم کردند درینصورت بر شتر دویم بار سنگین شد لهذا هر چهار شتر باقي را تضعیف کرده از شتر دویم کم کردند پس بار شتر سیومي سنگین شد برای آنهم باز هر چهار باقي را تضعیف نمودند پس بار چهارمین سنگین شد باز هر چهار دیگر تضعیف نمودند پس پنجمي سنگین شد باز هر چهار را تضعیف ساختند پس بار هر پنج شتر مساوي گردید پس مقدار بار شتران که اول بود و مقدار مساوات چه باشد ∴ جواب اگرچه صاحب عیون الحساب برای استخراج این سؤال قاعدهٔ علیحده مقرر کرده و بیان آنرا طویل ساخته است لاکن بدانست فقیر بد و طریق استخراج آن سهل است طریق اول عدد

مساوات راشيءفرض کردم وعمل بالعکس نموده بدينصورت نوشتم

اول	دویم	سیوم	چهارم	پنجم
شيء	شيء	شيء	شيء	شيء
۱/۲ شيء	۱/۲ شيء	۱/۲ شيء	۱/۲ شيء	٦/۲ شيء
۱/۴ شيء	۱/۴ شيء	۱/۴ شيء	۱۱/۴ شيء	٦/۴ شيء
۱/۸ شيء	۱/۸ شيء	۲۱/۸ شيء	۱۱/۸ شيء	٦/۸ شيء
۱/۱٦ شيء	۴۱/۱٦ شيء	۲۱/۱٦ شيء	۱۱/۱٦ شيء	٦/۱٦ شيء
۸۱/۳۲ شيء	۴۱/۳۲ شيء	۲۱/۳۲ شيء	۱۱/۳۲ شيء	٦/۳۲ شيء

چون بحسب السؤال تضعيفات چهار شتران نموده ازاثقل کم کرده اند لهذا برعکس آن
هرچهار راتنصيف ساخته مجموع رااول برپنجمي افزودم وبازتنصيفات چهارشترنموده برچهارمی
افزودم وهمچنين تااول عمل نمودم پس سي ودو مقدارشيء برآمد ومقداربارشتراول ۸۱ وبار
دويم ۴۱ وبارسيوم ۲۱ وبارچهارم ۱۱ وبارپنجم ٦ گرديد وبطريق ديگربارشتراول را مجموع
شيء وسياهک ونيلک وزردک وسفيدک فرض کردم وباردويم راسياهک وبارسيوم رانيلک
وبارچهارم رازردک وبارپنجم راسفيدک فرض نمودم وچون ظاهراست که بارهرشترکه بسبب سنگيني
ضعيف ديگران کم کرده ميشوداز هريکي باقي مساوي باقي ديگرميماند چراکه باربحسب

تضعیفات متساویات در آخر مساوي میگردد لهذا آنرا نوشتم بدینصــــــــورت

	اول	دوم	سیوم	چهارم	پنجم
	شيء وسیامک ونیلک وزردک وسفیدک	سیامک	نیلک	زردک	سفیدک
تضعیف هرچهار واسقاط ازاول	شيء	۲ سیامک	۲ نیلک	۲ زردک	۲ سفیدک
تضعیف هرچهار واسقاط از ثانی	۲ شيء	۲ سیامک دد شيء قص ۲ نیلک قص ۲ زردک قص ۲ سفیدک قص واین معادل ۴ شيء شد	۴ نیلک	۴ زردک	۴ سفیدک
تضعیف هرچهار واسقاط از ثالث	۴ شيء	۴ شيء	۴ نیلک دد ۴ شيء قص ۴ زردک قص ۴ سفیدک قص واین معادل ۸ شيء شد	۸ زردک	۸ سفیدک
تضعیف هرچهار واسقاط از رابع	۸ شيء	۸ شيء	۸ شيء	۸ زردک دد ۱۲ شيء قص ۸ سفیدک قص واین معادل ۷ شيء شد	۱۶ سفیدک
تضعیف هرچهار واسقاط ازخامس	۱۶ شيء	۱۶ شيء	۱۶ شيء	۱۶ شيء	۱۶ سفیدک دد ۳۲ شيء قص واین معادل ۱۶ شيء گردید

چون ۱۶ سفیدک دد ۳۲ شيء قص معادل ۱۶ شيء دد است پس ۱۶ سفیدک معادل ۴۸ شيء بلکه سفیدک معادل ۳ شيء شد وچون ۸ زردک دد ۱۲ شيء قص ۸ سفیدک قص معادل ۸ شيء بود وهرگاه مقدار سفیدک را بدل از شيء کردم ۸ زردک معادل ۴۲ شيء شد پس زردک معادل ۵ $\frac{1}{2}$ شيء شد وچون ۴ نیلک دد ۴ شيء قص ۴ زردک قص ۴ سفیدک قص معادل ۴ شيء دد است

وهرگاه مقدار زردک وسفیدک از شيء بدل کردم ٤ نیلک معادل ٤٢ شيء شد بلکه نیاک معادل ½ ١٠ شيء گردید وهمچنین چون ٢ سیامک بدشيء قص ٢ نیاک قص ٢ زردک قص ٢ سفیدک قص معادل ٢ شيء بود پس سیامک معادل ٤١ شيء شد بلکه سیامک معادل ½ ٢٠ شيء گردید پس مقدار اول ½ ٤٠ شيء ومقدار ثاني ½ ٢٠ شيء مقدار ثالث ½ ١٠ شي مقدار رابع ½ ٥ شيء ومقدار خامس ٣ شيء گردید وعدد مساوات ١٦ شيء پس هرعدد راکه بخواهم شيء فرض کنم مطلوب حاصل میشود ٭ سؤال دیگر بچه طور صور ترتیبات بین الامور متعدده معلوم شود مثلاً اعداد امور متعدده از واحد تا نه معلوم اند ومیخواهم که صور ترکیب ثنائي وثلاثي ورباعي وخماسي وغیره ازان بدانم بدینطریق

ترکیب ثنائي

١	١
٢	٢

وغیره مفرد متکرره

٢	١
٣	٢
٣	١

وغیره ثنائي متکرره

ترکیب ثلاثي

١	١	١
٢	٢	٢

وغیره مفرد متکرره

٢	١	١
٢	٢	١

وغیره ثنائي متکرره

٣	٢	١

وغیره ثلاثي متکرره

ترکیب رباعي

وغیره مفرد متکرره	١	١	١	١
وغیره ثنائي متکرره	٢	١	١	١
وغیره ثلاثي متکرره	٣	٢	١	١
وغیره رباعي متکرره	٤	٣	٢	١

جواب باید دانست که چون در ترکیب ثنائي گویا دو خانه است که در آن همه اعداد واقع میشوند وعدد در عدد منزل مال است پس صور حاصل ترکیب مربع اعداد معلومه خواهد بود چنانکه اگر عدد معلوم را شيء فرض کنم پس شيء في شيء حاصل ترکیب ثنائي است وهمچنین در ترکیب ثلاثي چون عدد سه عدد منزل کعب است پس صور حاصل ترکیب کعب اعداد معلومه است اعني شيء في شيء في شيء وهکذا بعد ذلک واگر بخواهند که صور ترکیبات باعتبار تکرار وغیر تکرار بدانند پس باید دانست که صور غیر متکرره حاصل ضرب مضروبات متوالیه است نزولاً از عدد اخیر بعده خانه هاي مطلوبه مثلاً در مثال مذکور صور غیر متکرره در ترکیب ثنائي حاصل ضرب ٩ في ٨ وحاصل ترکیب ثلاثي غیر متکرره ٩ في ٨ في ٧ وحاصل ترکیب رباعي غیر متکرره ٩ في ٨ في ٧ في ٦ وعلی هذا القیاس وترکیبات متکرره باقسام میباشد مفرد متکرره وثنائي

شـــــکل ۱۶۲

صور مفرد متکرره ∴ شيء في

صور ثنائی غیرمتکرره ∴ شيء فی

وهمچنین در

اول * مفرد متکرره ∴ شيء في ا في ا ---- ع
ثنائي متکرره ∴ شيء فيي شيء الا ا في ا
مساوی شيء في

دوم * ثنائی متکرره ∴ شيء في شيء الا ا في ۲ --- ع
ثلاثی غیرمتکرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲
مساوی شيء

خلاصه حاصل تر

مفرد متکرره ∴ شيء في ا

ثنائی متکرره ∴ شيء في

ثلاثي غیرمتکرره ∴ شيء في

ودرتر

اول * مفرد متکرره ∴ شيء في ا في ا في ا --- ع
ثنائي متکرره ∴ شيء فی شيء الا ا في ا في ا
مساوی شيء في

دوم * ثنائی متکرره ∴ شيء في شيء الا ا في ۲ في ا --- ع
ثلاثي متکرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲ في ا
مساوی شيء في

سوم * ثنائی متکرره ∴ شيء في شيء الا ا في ۲ في ۲ ---- ع
ثلاثي متکرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲ في ۲
مساوی

چهارم * ثلاثي متکرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲ في ۳ ----- ع
رباعي غیرمتکرره ∴ شيء في شيء الا ا في شيء الا ۲ في شيء الا ۳
مساوی

خلاصه حاصل

مفرد متکرره ∴ شيء في ا

ثنائي متکرره ∴ شيء في شيء

ثلاثي متکرره ∴ شيء في شيء

رباعي غیرمتکرره ∴ شيء في

متکررہ و ثلاثي متکررہ وغیرآن پس در ترکیب ثنائي صرف مفرد متکررہ وثنائي غیرمتکررہ واقع خواهد شد ود رترکیب ثلاثي مفرد متکررہ وثنائي متکررہ وثلاثي غیرمتکررہ واقع خواهد گردید وهکذا د رترکیب رباعي وغیرہ پس در هرترکیبات از ابتدای ترکیب مفرد بغایت ترکیب که بواحد ازان ترکیب مطلوب کم باشد متکررہ واقع میتواند شد وصرف یک ترکیب آخر که د رهرخانۂ اعداد مختلفه واقع شوند غیرمتکررہ خواهد بود چون د رترکیب ثنائي صورمفرد متکررہ وصور ثنائي غیرمتکررہ خواهد شد د رینصورت (شکل ۱۶۲)

پس اگر بخواهند که صور ترکیبات متکررہ بالتفصیل مفرد متکررہ وثنائي متکررہ وثلاثي متکررہ وغیرآن بدانند طریقش این است که حاصل ترکیبات غیرمتکررہ را د رمضروب فیه که بموجب بیان ذیل بهم خواهد رسید بالتفصیل ضرب سازند وطریق بهم رسانیدن مضروب فیه های آنها این است که اول اعداد از واحد بقدر عدۂ خانه های مطلوبه که بواحد ازان کم باشد بنویسند وبرای مفرد متکررہ مضروب فیه عدد واحد بنویسند وبرای ثنائي متکررہ اگرخانه های مطلوبه سه است پس مجموع اعداد متوالي تا دو که سه است مضروب فیه حاصل ترکیب ثنائي غیرمتکررہ خواهد بود واگرخانه های مطلوبه چهار باشد پس مضروب فیه سه خانه را د ردو ضرب کرده واحد بیفزایند که همان مضروب فیه خواهد بود واگرخانۂ مطلوبه پنج باشد پس مضروب فیه چهارخانه را ضعف نموده واحد بیفزایند وهکذا بعد ذلک وبرای ترکیب ثلاثي متکررہ اگرخانه های مطلوبه چهار باشد جمع اعداد متوالي تا سه بگیرند ومضروب فیه قرار دهند واگرخانه های مطلوبه پنج باشد مضروب چهارخانه را د رسه ضرب نموده مضروب فیه ثنائي چهارخانه را بران بیفزایند که مجموع مضروب فیه پنج خانه خواهد بود وهکذا بعد ذلک وبرای ترکیب رباعي متکررہ اگرخانه های مطلوبه پنج باشد مجموع اعداد تا چهار بگیرند که مضروب فیه خواهد بود واگرخانه های مطلوبه شش بود مضروب فیه پنج خانه را د رچهار ضرب نموده برحاصل مضروب فیه ثلاثي پنج خانه بیفزایند وهکذا بعد ذلک مثلاً خواهم که صور مرتبۂ عدد نه تا خانۂ هفتم

بالتفصیل بدانم نوشتم بدینصورت

۱	۲	۳	۴	۵	۶
مضروب فیه مفرد متکرره			مساوي	۱	
مضروب فیه ثنائي		۱ و ۲	مساوي	۳	مضروب فیه سه خانه
		۱ و ۳ في ۲	مساوي	۷	مضروب فیه چهار خانه
		۱ و ۷ في ۲	مساوي	۱۵	مضروب فیه پنج خانه
		۱ و ۱۵ في ۲	مساوي	۳۱	مضروب فیه شش خانه
		۱ و ۳۱ في ۲	مساوي	۶۳	مضروب فیه هفت خانه
مضروب فیه ثلاثي		۳ و ۳	مساوي	۶	مضروب فیه چهار خانه
		۷ و ۶ في ۳	مساوي	۲۵	مضروب فیه پنج خانه
		۱۵ و ۲۵ في ۳	مساوي	۹۰	مضروب فیه شش خانه
		۳۱ و ۹۰ في ۳	مساوي	۳۰۱	مضروب فیه هفت خانه
مضروب فیه رباعي		۶ و ۴	مساوي	۱۰	مضروب فیه پنج خانه
		۲۵ و ۱۰ في ۴	مساوي	۶۵	مضروب فیه شش خانه
		۹۰ و ۶۵ في ۴	مساوي	۳۵۰	مضروب فیه هفت خانه
مضروب فیه خماسي		۱۰ و ۵	مساوي	۱۵	مضروب فیه شش خانه
		۶۵ و ۱۵ في ۵	مساوي	۱۴۰	مضروب فیه هفت خانه
مضروب فیه سداسي		۱۵ و ۶	مساوي	۲۱	مضروب فیه هفت خانه

باید دانست که صاحب عیون الحساب هرچند طریق استخراج صور مرتبهٔ ثنائي وثلاثي ورباعي وغیره که مال وکعب ومال المال وغیره میشود بیان نموده ونیز طریق استخراج صور متکرره بیان ساخته لاکن کدام قاعدهٔ کلي برای استخراج صور متکررهٔ ثنائي وثلاثي ورباعي وغیره مذکور نکرده بلکه از امثلهٔ مندرجهٔ کتاب مذکور صاف معلوم میشود که قاعدهٔ مرقومة الصدر بجناب ایشان معلوم نشده بود وفي الحقیقة درهیچ کتب بنظر فقیر نیامده نحیف آنرا استنباط نموده است

پس درینصورت در مثال مذکور حاصل ترکیب ثنائي و ثلاثي و رباعي و خماسي و سداسي و سباعي بالتفصیل بموجب ذیل خواهد شد

۹ فی ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ مساوي ۷۲
۸۱ مساوي حاصل ترکیب ثنائی

۹ في ۱ مساوي ۹
۹ في ۸ في ۳ مساوی ۲۱۶
۹ في ۸ فی ۷ مساوي ۵۰۴
۷۲۹ مساوي حاصل ترکیب ثلاثی

۹ فی ۱ مساوی ۹
۹ في ۸ فی ۷ مساوي ۵۰۴
۹ في ۸ في ۷ في ۶ مساوي ۳۰۲۴
۹ في ۸ فی ۷ فی ۶ مساوي ۳۰۲۴
۶۵۶۱ مساوی حاصل ترکیب رباعي

۹ فی ۱ مساوي ۹
۹ فی ۸ فی ۱۵ مساوي ۴۰۸۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۲۵ مساوي ۱۲۶۰۰
۹ في ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۱۰ مساوی ۳۰۲۴۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ مساوي ۱۵۱۲۰
۵۹۰۴۹ مساوی حاصل ترکیب خماسی

۹ فی ۱ مساوي ۹
۹ فی ۸ فی ۳۱ مساوی ۲۲۳۲
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۹۰ مساوي ۴۵۳۶۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۶۵ مساوي ۱۹۶۵۶۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۱۵ مساوی ۲۲۶۸۰۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۴ مساوی ۶۰۴۸۰
۵۳۱۴۴۱ مساوي حاصل ترکیب سداسی

۹ فی ۱ مساوي ۹
۹ فی ۸ فی ۶۳ مساوي ۴۵۳۶
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۳۰۱ مساوي ۴۵۱۷۰۴
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۳۵۰ مساوي ۱۰۵۸۴۰۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۱۴۰ مساوي ۲۱۱۶۸۰۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۴ فی ۲۱ مساوی ۱۲۷۰۰۸۰
۹ فی ۸ فی ۷ فی ۶ فی ۵ فی ۴ فی ۳ مساوی ۱۸۱۴۴۰
۴۷۸۲۹۶۹ مساوي حاصل ترکیب سباعی

گفتار دویم در جبر و مقابله بطوریکه نزد حکماء فرنگ رواج دارد

واین فقیر با وجودیکه از زبان انگریزي مطلق آشنا نیست صرف بوساطت کتاب لغات انگریزي که در آن معني فارسي مرقوم بود کتاب (الجبرا) تصنیف (مستر جان باني کسل) راکه در سنه ۱۸۰۵ عیسوي بمقام (وولویچ) شهر لندن پاي تخت انگلستان در مدرسهٔ فوج بادشاهي بعبارت دقیق انگریزي مرقوم شده بود ترجمه نموده واکثرجا چون بیان انگریزي از بیان فارسي مختلف میشود لهذا براى تصریح بعبارت صاف ارقام مطالب نمودم و براى امتحان درستي ترجمه در ملاحظهٔ حضور صاحب عالیجاه خداوند نعمت (مستر هنري دگایس) بهادر دام اقباله در آورده مورد تحسین گردید الحمد لله علی نعمائه وبالله التوفیق ودر آن نیز مقدمه وچند مطالب است *

مقدمه در بیان تعریف جبر و مقابله واصطلاحات وعلامات آن بدانکه اهل فرنگ فن جبر ومقابله را (الجبرا) گویند واین لفظ ماخوذ از عربي است چراکه الف ولام بر آن دال است وآن فنّي است که اعداد بحروف مفروضه تعبیر میکنند * (لایک) مقادیریکه بحروف متماثله مرقوم شوند مثل م و مربع م وغیر آن * (انلایک) مقادیر مرقومه بحروف غیر متماثله مثل م و ک وغیر آن * (کنون) مقادیر معلوم القدر را گویند * (انون) مقادیر مجهول * (سیمپل) مقادیر مفرد اعني یک حرف باشد مثل م خواه مربع م * (کمپوند) مقادیر مرکبه از چند حروف مثل م ومربع م * (پوزي تیو) مقدار مثبت اعني زائد ومستثنی منه * (نیگیتیو) مقدار منفي اعني ناقص ومستثنی * (لایک سین) بدانکه (سین) بمعنی نشان است و(لایک) متماثل را گویند اعني جمله که همه مقادیر آن مثبت باشند یا همه منفي بوند وچون رسم تحریر مقادیر مثبته خواه منفي بدنشان مثبت که بدینصورت است + وبنشان منفي که بدینصورت – لهذا اگر جمیع مقادیر مثبت باشد خواه منفي آنرا (لایک سین) میگویند مثل م + مربع م + ک خواه – م – مربع م – ک * (ان لایک سین) مقادیریکه مثبت ومنفي هردو باشند اعني نشان آنها متماثل نباشد مثل + م – مربع ک * (کوئیفیسنت) عدد ماقبل حروف مثل ۴ م خواه ۳ مربع م * (بنومیل) مقدار مرکب از دو حرف خواه آن هردو مثبت باشد خواه منفي خواه مختلف مثل + م + ک خواه + م – ک خواه – م – ک * (ترنومیل) مقادیر مرکب از سه حروف بشرح صدر مثل + م + مربع م + ک خواه + م + مربع م – ک خواه – م – مربع م – ک * (کوادرینومیل) مقادیر مرکب

ازچهارحروف بشرح صدر* (ریزي ٹو دیل) مرکب از دو حرف که یکی مثبت باشد و دیگر منفي مثل + م ـ ک * (پوور) مضلع را گویند مثل مال وکعب و غیرآن * (انڈکس) بمعني فهرست است[۲] و در اصطلاح عدد منزل را گویند مثل دو که عدد منزل مال است و سه که عدد منزل کعب است و باید دانست که برای مضلعات هرحرف عدد منزل فوق آن حرف مینویسند مثل مربع م بدینصورت م۲ و مال المال م بدینصورت م۴ * (سرڈ) مضلع اصم را گویند * (ریشنل) مقداریکه دران نشان ضلع نباشد و نشان ضلع آن بدینصورت است √ * (رِسْ پَرو کَلْ) درلغت بمعني مقدار مقلوب است[۳] و مراد ازان عددی مقسوم بردیگری و نشان آن بدینصورت است ÷ خواه بطورکسور مقسوم را فوق و مقسوم علیه را تحت آن بعد خط عرضي نویسند مثل م مقسوم علی ک را بدینصورت نویسند م ÷ ک خواه م/ک * بیان تفصیل نشانها * (+) نشان مثبت وجمع است و باید دانست که هرگاه مثبت درابتدا واقع میشود بلانشان هم دلالت برمثبت میکند * (ـ) نشان مستثنی وتفریق * (×) نشان ضرب * (÷) نشان قسمت است * (: :: :) نشان اربعهٔ متناسبه است چنانکه اگرگویند نسبت م بطرف ک مثل نسبت ب بطرف ح است بدینصورت نویسند م : ک :: ب : ح * √ نشان جذر است که آنرا (سکویر روٹ) گویند (سکویر) بمعني مجذور و (روٹ) بمعني ضلع است[۴] * ∛ نشان ضلع کعب که آنرا کعب (روٹ) گویند[۵] و همچنین برای ضلع هرمضلع برنشان مذکور عدد منزل آن مضلع مینویسند ونیزگاهی برای نشان ضلع واحد را مقسوم برعدد منزل مینویسند مثلاً اگرخواهند که جذر م بنویسند بدینصورت √م خواه

---

(۲) درلغت بمعني انگشت شهادت است یعني چیزي که بوسیلهٔ آن بسوی چیزی اشاره کرده شود و در اصطلاح بمعني فهرست است که بوسیلهٔ آن بسوي ابواب و فنون وغیره اشاره میرود * (۳) درلغت بمعني مشارکت است و در اصطلاح بمعني عددی را برعدد دیگر قسمت کرده بعدهٔ همان عدد دیگر را برعدد اول قسمت کنند * (۴) (سکویر) بمعني مربع (روٹ) بمعني جذر واصل * (۵) در انگریزي (کیوب روٹ) است *

$\frac{1}{2}$ مر وکعب بدینصورت ۳[مر خواه بدینصورت مر$\frac{1}{3}$ ومضروب بدینصورت مر × ب
و(مر + ب) × سر خواه بلانشان هرد وحرف رایکجا نویسند مثل مرب اعني مسطح مر
في ب و (مر+ب) سر اعني مسطح مجموع مر و ب في سر و باید دانست که هردو خط منحرف
نشان جمله است وگاهی بعوض علامت درمیان مضروب ومضروب فیه نقطه مرقوم میسازند
بدینصورت مر • ب وهرگاه میخواهند که برای مقداری مضلعی غیرمعلوم المنزل سازند بران نشان
ه خواه مر میگذارند چنانکه ځ خواه ب ٔ وهرگاه ضلع اول آن مطلوب شود بدینصورت نویسند
ح$\frac{1}{ه}$ خواه ب$\frac{1}{ه}$ * (=) نشان مساوي ومعادل *

مطلب اول درجمع که آنرا (اَدِیْشَنْ) گویند

وآن برد ونوع است یکی جمع مقادیر متماثله وآن دو صنف است صنف اول متماثله
درحروف ونشان وصنف دویم متماثله درنشان ومختلف درحروف ونوع دویم غیرمتماثله
درنشان وآن نیزدو صنف است یکی متماثله درحروف ومختلف درنشان ودویم مختلف
درحروف ونشان پس درصنف اول اعداد ماقبل حروف راجمع کرده نشان بماقبل آن بدهند

امثـــــــلة الصنف الاول من النوع الاول

+ مر − ٦ ب ک	+٥ ک۲ +٥ ک ے	+٧ مرک − ٤ ے
+٧ مر − ٣ ب ک	+٣ ک۲ +٢ ک ے	+٨ مرک − ٣ ے
+٨ مر − ٢ ب ک	+ ک۲ +٣ ک ے	+٦ مرک − ٢ ے
+١٠ مر − ٧ ب ک	+٧ ک۲ +٨ ک ے	+٤ مرک − ٣ ے
+٢ مر − ب ک	+ ک۲ + ک ے	+٢ مرک − ٢ ے
+ مر − ٥ ب ک	+١٧ ک۲ +١٩ ک ے	+٢٧ مرک − ١٤ ے
+٣٣ مر − ٢٤ ب ک		

ودرصنف دویم اعداد هریک حروف متماثله جداجدا مع نشان جمع کنند *
ودرصنف اول نوع دویم باید که مستثنی را ازمستثنی منه ساقط نموده جمع نمایند *

ودر صنف دویم نوع دویم نیز همچنین بایدکه مستثنی هر حروف متماثله ساقط کنند وباقي را جمع نمایند*

مثال صنف دویم نوع اول	مثال صنف اول نوع ثانی	مثال صنف ثاني نوع ثاني
+ ۵ م	− ۳ م	+ ۵ کے
+ ۴ ک	+ ۷ م	+ ۴ م ک
+ ۶ م	+ ۸ م	− ۱ کے
+ ۷ ب	− م	− ۴ م ک
+ ۱۱ م + ۴ ک + ۷ ب	− ۲ م	+ ۴ کے
	+ ۹ م	

مطلب دویم در تفریق که آن را (سُوبْتَرَاکْشَنْ) گویند

وآن نیز مثل جمع دو نوع وهر نوع دو صنف است وقاعدهٔ آن این است که نشان منقوص را که نشان مستثنی است تبدیل نموده جمع سازند

	مثال صنف اول نوع اول	مثال صنف دویم نوع اول	مثال صنف اول نوع دویم	مثال صنف دویم نوع دویم
منقوص منه	۵ م^{۲} − ۲ ب	۴ م	۵ م	+ ۴ م
منقوص	۲ م^{۲} − ۵ ب	۳ ک	− ۳ م	− ۳ ک
	۳ م^{۲} + ۳ ب	۴ م − ۳ ک	+ ۸ م	۴ م + ۳ ک

مطلب سیوم در ضرب وآنرا (مُلْتِیپْلِکَیْشَنْ) گویند

وطریقش چنان است که مضروب ومضروب فیه را محاذي یکدیگر نوشته اعداد را در اعداد وحروف را در حروف ضرب نموده حاصل ضرب را بطور ضرب نایم تحت خط عرضي نوشته جمع سازند وباید دانست که هرگاه حرفی را در مثل خودش ضرب کنند حاصل مجذور آن حرف خواهد بود پس بالای آن عدد دو که نشان عدد منزل مال است مینویسند وهمچنین اگر آن حرف را در مجذور آن حرف ضرب سازند حاصل کعب میشود چنانچه در مطلب چهارم بیان ضرب در صفحه ۳۴۶ گذشت وچون ضرب مفرد در مفرد سهل است چنانکه م را در م ضرب

کنند حاصل مربع م میشود بدینصورت م² خواه م م واگر م را در ک ضرب سازند
حاصل م ب نویسند لهذا امثلهٔ ضرب مرکبات نوشته میشود

مثال اول

مضروب　ک + ے
مضروب فیه　ک + ے

ک² + ک ے
+ ک ے + ے²

حاصل الضرب　ک² + ۲ ک ے + ے²

مثال دوم

۵ ک + ۴ ے
۳ ک − ۲ ے

۱۵ ک² + ۱۲ ک ے
− ۱۰ ک ے − ۸ ے²

۱۵ ک² + ۲ ک ے − ۸ ے²

مثال سیوم

ک² + ک ے − ے²
ک − ے

ک³ + ک² ے − ے² ک
− ک² ے − ے² ک + ے³

ک³ * − ۲ ے² ک + ے³

فائده بدانکه اگر مثبت را در مثبت و منفی را در منفی ضرب سازند حاصل ضرب مثبت میشود واگر مضروبین مختلفین که یکی مثبت و دیگری منفی بود حاصل منفی خواهد بود چنانکه (+ م) × (+ ب) = + م ب و (− م) × (− ب) = + م ب و (− م) × (+ ب) خواه (+ ب) × (− م) = − م ب و نیز چون م − م = ۰ پس (م − م) × − ب = ۰ خواهد بود *

مطلب چهارم در قسمت و آنرا (ڈیویژن) گویند

و آن نیز دو نوع است یکی آنکه مقسوم اجناس قلیل باشد و دویم آنکه اجناس کثیره باشد و برای طریق قسمت اول تمهیدی بیان میکنم که چون خارج قسمت حرفی برنفس خود امنی

قسمت شيء علی شيء خواه قسمت مال علی مال وهکذا مساوي واحد ميشود
بدينصورت $\frac{\text{م}}{\text{م}} = ۱$ وهمچنين $\frac{۸\,\text{ب ک}}{۲\,\text{ب}} = ۴\,\text{ک}$ وهمچنين $\frac{\text{م ب ک}}{\text{م ک د}} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$ پس گويم
$۱۲\,\text{ک ے} \div ۶\,\text{ک}^{۲}$ اعني دوازده مضروب في ک ے مقسوم عليه ۶ مضروب في مربع
ک مساوي ۲ ے مقسوم علی ک است بدينصورت $\frac{۱۲\,\text{ک ے}}{۶\,\text{ک}^{۲}} = \frac{۲\,\text{ے}}{\text{ک}}$ زيراکه
مربع ک درحقيقت ک مضروب في ک است ونيز مجموع مسطح م في ب ومربع ب
مقسوم علی ۲ ب مساوي مجموع م و ب مقسوم علی دواست زيراکه ۲ ب عبارت است
ازمسطح ۲ في ب و م ب مسطح م في ب است ومربع ب مسطح ب في ب وچون مضروب
ومضروب فيه درمقسوم ومقسوم عليه متحداست لهذا آنرا ازمقسوم ومقسوم عليه ساقط کردم باقي
م و ب مقسوم علی دو ماند بدينصورت $\frac{\text{م ب} + \text{ب}^{۲}}{۲\,\text{ب}} = \frac{\text{م} + \text{ب}}{۲}$ * درينصورت قسمت
نوع اول سهل است چنانچه ازامثله واضح شود مثـــــــال

مقسوم		مقسوم عليه		خارج
$۱۸\,\text{ک}^{۲}$	÷	$۹\,\text{ک}$	=	$۲\,\text{ک}$
$۱۰\,\text{ک}^{۲}\,\text{ے}^{۲}$	÷	$-۵\,\text{ک}^{۲}\,\text{ے}$	=	$-۲\,\text{ے}$
$-۹\,\text{م ک}^{۲}\,\text{ے}^{۲}$	÷	$۹\,\text{ک}^{۲}\,\text{ے}$	=	$-\text{م ے}$
$-۸\,\text{ک}^{۲}$	÷	$-۲\,\text{ک}$	=	$۴\,\text{ک}$
$۱۰\,\text{م ب} + ۱۵\,\text{م ک}$	÷	$۵\,\text{م}$	=	$۲\,\text{ب} + ۳\,\text{ک}$

فائده بايد دانست که درقسمت اگر حروف مقسوم عليه داخل مقسوم خواهند بود قسمت
ممکن است والاّ مقسوم رابرمقسوم عليه منسوب خواهند کرد مثلاً $\text{م ب} + \text{ب}^{۲}$ را بر ۲ ب قسمت
کنند قسمت ممکن است واگر $\text{م ک} + \text{ک}^{۲}$ را بر ۲ ب قسمت سازند قسمت ممکن نيست
پس آنرا منسوب کرده بدينصورت خواهند نوشت $\frac{\text{م ک} + \text{ک}^{۲}}{۲\,\text{ب}}$ زيراکه قسمت عکس

فح

ضرب است پس اگر حروف مقسوم علیه احدی از مضروبین حروف مقسوم باشد خارج حرف آخر خواهد بود چنانکه م ب + ب^{۲} در حقیقت م × ب + ب × ب است پس هرگاه آنرا بر ب قسمت سازند خارج م + ب شود پس برای حصول خارج قسمت در مقسوم نظر باید کرد که مقسوم علیه در کدام حرف ضرب یافته است و نیز چون حاصل ضرب مثبت در مثبت و منفی در منفی مثبت است و حاصل ضرب مختلفین منفی پس خارج قسمت را بلحاظ مقسوم و مقسوم علیه حاصل سازند و برای قسمت نوع دویم باید که مقسوم را جائی بنویسند و مقسوم علیه را بطرف یمین مقسوم بعد خط منحرف [)] فاصل برنگارند و خارج القسمة را بطرف یسار بعد خط منحرف [(] فاصل نهند و حروف خارج القسمة را چنانکه در قسمت اعداد اعظم الآحاد طلب میکنند بهم رسانند که هرگاه آنرا در مقسوم علیه ضرب کرده از حروف مقسوم ساقط کنند تواند شد و حاصلات مرقوم را تحت مقسوم نوشته ساقط نمایند چنانکه در اعمال قسمت اعداد معمول است و باقی را تحت خط عرضی نوشته باز طلب حرف دیگر نمایند و همچنین عمل تمام کنند مثلاً خواستم که ک^{۲} + ۲ ک ے + ے^{۲} را بر ک + ے قسمت کنم نوشتم بدین صورت

مقسوم علیه   مقسوم   خارج

ک + ے) ک^{۲} + ۲ ک ے + ے^{۲} (ک + ے

ک^{۲} + ک ے

ک ے + ے^{۲}

ک ے + ے^{۲}

مثال دیگر

مقسوم علیه   مقسوم   خارج

م + ک) م^{۳} + ۵ م^{۲} ک + ۵ م ک^{۲} + ک^{۳} (م^{۲} + ۴ م ک + ک^{۲}

م^{۳} + م^{۲} ک

۴ م^{۲} ک + ۵ م ک^{۲}

۴ م^{۲} ک + ۴ م ک^{۲}

م ک^{۲} + ک^{۳}

م ک^{۲} + ک^{۳}

مثال دیگر

مقسوم علیه	مقسوم	خارج
$م - ۳$	$م^{۳} - ۹م^{۲} + ۲۷م - ۲۷$	$م^{۲} - ۶م + ۹$

$$م^{۳} - ۳م^{۲}$$
$$-۶م^{۲} + ۲۷م$$
$$-۶م^{۲} + ۱۸م$$
$$۹م - ۲۷$$
$$۹م - ۲۷$$

مثال دیگر

مقسوم علیه	مقسوم	خارج
$ب - ے$	$ب^{۴} - ے^{۴}$	$ب^{۳} + ب^{۲}ے + بے^{۲} + ے^{۳}$

$$ب^{۴} - ب^{۳}ے$$
$$+ب^{۳}ے - ے^{۴}$$
$$+ب^{۳}ے - ب^{۲}ے^{۲}$$
$$+ب^{۲}ے^{۲} - ے^{۴}$$
$$+ب^{۲}ے^{۲} - بے^{۳}$$
$$+بے^{۳} - ے^{۴}$$
$$+بے^{۳} - ے^{۴}$$

مطلب پنجم در کسور و آنرا (فراکشن) گویند و در آن چند مسئله است

مسئلهٔ اولی در تجنیس و آن صحیح را کسر ساختن است طریقش آنکه حرف صحیح را در حروف مخرج کسر ضرب سازند وحاصل را اگر بآن صحیح کسر هم بوده باشد با صورت کسر جمع نموده بر مخرج منسوب سازند کما هو طریق تجنیس کسور الاعداد مثلاً خواهم $۳\frac{۵}{۷}$ را

مجنس کنم $\frac{۳\times۷+۵}{۷}=\frac{۲۱+۵}{۷}=\frac{۲۶}{۷}$ وهمچنین $\text{م}-\frac{\text{ب}}{\text{ک}}=\frac{\text{م}\times\text{ک}-\text{ب}}{\text{ک}}=\frac{\text{مک}-\text{ب}}{\text{ک}}$

وهمچنین $\text{ک}+\frac{\text{ک}^۲}{\text{م}}=\frac{\text{ک}\times\text{م}+\text{ک}^۲}{\text{م}}=\frac{\text{کم}+\text{ک}^۲}{\text{م}}$ وهمچنین $\text{ک}-\frac{\text{م}^۲-\text{ک}^۲}{\text{ک}}=$

$\frac{\text{ک}^۲-\text{م}^۲+\text{ک}^۲}{\text{ک}}=\frac{۲\text{ک}^۲-\text{م}^۲}{\text{ک}}$ زیرا که مستثنی دویم مثبت میشود *

مسئلهٔ ثانیه در ترفیع وآن کسور را صحیح ساختن است طریقش چنان است که صورت کسر را برمخرج قسمت سازند که خارج صحیح خواهد بود و از روی قسمت اگر چیزی باقیماند آنرا برمخرج منسوب سازند که آن کسر باقی است چنانچه در کسور اعداد میکنند مثال

ترفیع $\frac{۱۷}{۵}=۱۷\div۵=۳\frac{۲}{۵}$ وترفیع $\frac{\text{مک}+\text{م}^۲}{\text{ک}}=(\text{مک}+\text{م}^۲)\div\text{ک}=\text{م}+\frac{\text{م}^۲}{\text{ک}}$ وهمچنین

ترفیع $\frac{\text{مب}-\text{م}^۲}{\text{ب}}=(\text{مب}-\text{م}^۲)\div\text{ب}=\text{م}-\frac{\text{م}^۲}{\text{ب}}$ وترفیع $\frac{\text{مے}+۲\text{ے}^۲}{\text{م}+\text{ے}}=\text{ے}+\frac{\text{ے}^۲}{\text{م}+\text{ے}}$

وترفیع $\frac{۲\text{ک}^۲\text{ے}}{۲\text{ک}}=\text{کے}$ وترفیع $\frac{\text{م}^۲-\text{ک}^۲}{\text{م}-\text{ک}}=\text{م}+\text{ک}$ *

مسئلهٔ ثالثه در استخراج مخرج مشترک کسور وطریقش آنست که صورت هریک کسر را فرداً فرداً درهمه مخارج سوای مخرج خاص آن کسر ضرب سازند تا که صورت نو برای کسر حاصل شود وهمه مخارج را دریک دیگر ضرب سازند که مخرج مشترک حاصل شود مثلاً $\frac{\text{م}}{\text{ب}}+\frac{\text{ب}}{\text{ک}}$ ازیک مخرج بگیریم پس م را در ک ضرب کردم و ب را در ب حاصل مک و ب^۲ شد واین صورت کسر گردید و ب را در ک ضرب کردم حاصل بک شد وآن مخرج مشترک است پس صور کسور را بر مخرج مشترک منسوب ساختم مطلوب بدینصورت برآمد $\frac{\text{مک}+\text{ب}^۲}{\text{بک}}$

وهمچنین اگر $\frac{\text{م}}{\text{ب}}$ و $\frac{\text{ب}}{\text{ک}}$ و $\frac{\text{ک}}{\text{د}}$ را از یک مخرج بگیرم $\frac{\text{م ک د}}{\text{ب ک د}}$ و $\frac{\text{ب}^{2}\text{ د}}{\text{ب ک د}}$ و $\frac{\text{ک}^{2}\text{ ب}}{\text{ب ک د}}$

واگر $\frac{3\text{ ک}}{2\text{ م}} \times \frac{2\text{ ب}}{3\text{ س}}$ را اعني مسطح هردو را از یک مخرج بگیرم پس اگر مضروبین را جدا جدا بنویسم

بدینصورت شود $\frac{9\text{ س ک}}{6\text{ م س}} \times \frac{4\text{ م ب}}{6\text{ م س}}$ واگر حاصل الضرب را یک جا بنویسم $\frac{6\text{ ک ب}}{6\text{ م س}}$ شود *

مسئلهٔ رابعه در استخراج وفق بین الصورة والمخرج وطریقش این است اعظم را براقلّ قسمت نمایند اگر مرتبهٔ اولی از روی قسمت هیچ باقي نماند همان وفق صورت ومخرج خواهد بود واگر در قسمت اول چیزی باقیماند مقسوم علیه اول را بران باقي قسمت کنند وهمچنین مرّات بعمل آرند تا آنکه در قسمت هیچ باقي نه افتد پس آن مقسوم علیه اخیر وفق مشترک خواهد بود واگر بهیچ نوع قسمت صحیح نشود پس حرف ثالث تجویز باید کرد که عادّ مقسوم ومقسوم علیه شود که آن وفق مشترک خواهد بود مثلاً خواستم که برای $\frac{\text{س ک} + \text{ک}^{2}}{\text{س م}^{2} + \text{م}^{2}\text{ ک}}$ وفق مشترک پیدا کنم اول مقسوم را برمقسوم علیه قسمت نمودم قسمت نه پذیرفت لهذا مقسوم علیه دیگر پیدا کردم که آن $\text{س} + \text{ک}$ است ومقسوم علیه اول ومقسوم را ساقط میکند پس همان وفق مشترک گردید وهمچنین برای $\frac{\text{ک}^{3} - \text{ب}^{2}\text{ ک}}{\text{ک}^{2} + 2\text{ ب ک} + \text{ب}^{2}}$ وفق مشترک طلب کردم اول مقسوم را برمقسوم علیه قسمت نمودم قسمت نه پذیرفت وعلی العکس هم اعني مقسوم علیه را برمقسوم قسمت نمودم نیز قسمت ممکن نبود لهذا هردو را جدا جدا بر $\text{ک} + \text{ب}$ که عدد ثالث است قسمت ساختم هردو را فنا نمود پس دانستم که آن وفق مشترک است * تنبیه باید دانست که حتی الامکان وفق اعظم المقدار بهم رسانند که تا غلط نشود * فائده حروف ونشان که درمقدار مقسوم ومقسوم علیه مشترک باشد ضرورة عادّ آنها خواهد شد پس بهتر است که ازانها وفق مشترک ترکیب یابد *

مسئلهٔ خامسه در رجوع کسراعظم بطرف کسراقل وطریقش آن است که اول وفق مشترک بطوریکه درمسئلهٔ رابعه گفته شد بهم رسانند وبعدازان صورت کسر را بران مقدار وفق مشترک

قسمت نموده خارج را صورت کسر قرار دهند و مخرج را بروفق مشترک قسمت نموده خارج را مخرج منعین سازند که حاصل النسبة آن مقدار رجوع باقل خواهد بود مثلا خواستم که $\frac{س ک + ک^{2}}{س م^{2} + م^{2} ک}$ را رجوع باقل کنم چون $س + ک$ مقدار وفق مشترک است وهرگاه مقسوم را بروفق مذکور قسمت نمودم خارج $ک$ برآمد وهرگاه مقسوم علیه را بروفق مذکور قسمت ساختم خارج $م^{2}$ برآمد پس $ک$ را بر $م^{2}$ منسوب ساختم بدینصورت رجوع باقل شد $\frac{ک}{م^{2}}$ وهمچنین $\frac{ک^{3} - ب^{2} ک}{ک^{2} + ۲ ب ک + ب^{2}}$ را رجوع باقل نمودم چون $ک + ب$ مقدار وفق مشترک است پس از روي قسمت مقسوم بروفق خارج $ک^{2} - ک ب$ گردید واز روي قسمت مقسوم علیه بروفق خارج $ک + ب$ شد پس خارج مقسوم را برخارج مقسوم علیه منسوب ساختم رجوع باقل شد بدینصورت $\frac{ک^{2} - ک ب}{ک + ب}$ وصورت قسمت مقسوم ومقسوم علیه بروفق مشترک برای توضیح نوشته میشود *

خارج   مقسوم   مقسوم علیه که وفق مشترک است

$ک + ب$) $ک^{3} - ب^{2} ک$ ($ک^{2} - ک ب$

$ک^{3} + ک^{2} ب$

$- ک^{2} ب - ب^{2} ک$

$- ک^{2} ب - ب^{2} ک$

خارج   مقسوم که در حقیقت مقسوم علیه اصلي است   مقسوم علیه که وفق مشترک است

$ک + ب$) $ک^{2} + ۲ ب ک + ب^{2}$ ($ک + ب$

$ک^{2} + ا ب ک$

$ا ب ک + ب^{2}$

$ا ب ک + ب^{2}$

وهمچنین $\frac{ک^{2} - ۱}{ک ے + ے}$ را رجوع باقل کردم وفق مشترک $ک + ۱$ است پس مقسوم ومقسوم علیه را بروفق مشترک قسمت کردم رجوع باقل بدینصورت شد $\frac{ک - ۱}{ے}$ وهمچنین

$\frac{\text{ک}^{\text{۴}} - \text{ب}^{\text{۴}}}{\text{ک}^{\text{۳}} + \text{ب}^{\text{۲}}\,\text{ک}}$ را رجوع باقل کردم وفق مشترک $\text{ک}^{\text{۲}} + \text{ب}^{\text{۲}}$ است پس رجوع باقل شد بدینصورت

$\frac{\text{ک}^{\text{۲}} - \text{ب}^{\text{۲}}}{\text{ک}^{\text{۳}}}$ وهمچنین $\frac{\text{۵ م}^{\text{۵}} + \text{۱۰ م}^{\text{۴}}\text{ب} + \text{۵ م}^{\text{۳}}\text{ب}^{\text{۲}}}{\text{م}^{\text{۳}}\text{ب} + \text{۲ م}^{\text{۲}}\text{ب}^{\text{۲}} + \text{۲ م ب}^{\text{۳}} + \text{ب}^{\text{۴}}}$ را رجوع باقل کردم چون وفق

مشترک $\text{م} + \text{ب}$ است رجوع باقل شد بدینصورت $\frac{\text{۵ م}^{\text{۴}} + \text{۵ م}^{\text{۳}}\text{ب}}{\text{م}^{\text{۲}}\text{ب} + \text{م ب}^{\text{۲}} + \text{ب}^{\text{۳}}}$

مسئلهٔ سادسه در جمع کسور وطریقش آن است که اول همه کسور را از مخرج مشترک بموجب مسئلهٔ ثالثه حاصل کنند بعد از ان صور جمیع کسور را جمع کرده برمخرج مشترک منسوب سازند

مثلاً خواستم که $\frac{\text{ک}}{\text{۲}} + \frac{\text{ک}}{\text{۳}}$ را جمع کنم پس بدینصورت نوشتم

$\text{ک} \times \text{۳} = \text{۳ ک}$ صورت اولی

$\text{ک} \times \text{۲} = \text{۲ ک}$ صورت ثانیه

$\text{۲} \times \text{۳} = \text{۶}$ مخرج

پس حاصل جمع $\frac{\text{۳ ک}}{\text{۶}} + \frac{\text{۲ ک}}{\text{۶}} = \frac{\text{۵ ک}}{\text{۶}}$ وهمچنین اگر $\frac{\text{م}}{\text{ب}} + \frac{\text{س}}{\text{د}} + \frac{\text{س}}{\text{ف}}$ را جمع کنم نوشتم

بدینصورت * $\text{م} \times \text{د} \times \text{ف} = \text{م د ف}$

$\text{س} \times \text{ب} \times \text{ف} = \text{س ب ف}$

$\text{س} \times \text{ب} \times \text{د} = \text{س ب د}$

$\text{ب} \times \text{د} \times \text{ف} = \text{ب د ف}$ *

پس حاصل جمع بدینصورت شد $\frac{\text{م د ف}}{\text{ب د ف}} + \frac{\text{س ب ف}}{\text{ب د ف}} + \frac{\text{س ب د}}{\text{ب د ف}} = \frac{\text{م د ف} + \text{س ب ف} + \text{س ب د}}{\text{ب د ف}}$

وهمچنین اگر $\text{م} - \frac{\text{۳ ک}^{\text{۲}}}{\text{ب}} + \text{ب} + \frac{\text{۲ م ک}}{\text{س}}$ را جمع کنم پس صورت کسر نوشتم بدینصورت

$\text{۳ ک}^{\text{۲}} \times \text{س} = \text{۳ س ک}^{\text{۲}}$

$\text{۲ م ک} \times \text{ب} = \text{۲ م ب ک}$

$\text{ب} \times \text{س} = \text{ب س}$

وحاصل جمع $\text{م} - \frac{\text{۳ س ک}^{\text{۲}}}{\text{ب س}} + \text{ب} + \frac{\text{۲ م ب ک}}{\text{ب س}} = \text{م} + \text{ب} + \frac{\text{۲ م ب ک} - \text{۳ س ک}^{\text{۲}}}{\text{ب س}}$ ❁

مثال دیگر * ک/۲ + ک/۳ + ک/۴ را جمع کردم نوشتم بدینصــــــــــــورت

ک × ۳ × ۴ = ۱۲ ک

ک × ۲ × ۴ = ۸ ک

ک × ۲ × ۳ = ۶ ک

۲ × ۳ × ۴ = ۲۴

پس حاصل جمع ۱۲ک/۲۴ + ۸ک/۲۴ + ۶ک/۲۴ = ۲۶ک/۲۴ = ک + ک/۱۲ ※

مسئلۀ سابعه در تفریق کسر از کسر دیگر باید که کسور منقوص و منقوص منه را از یک مخرج بگیرند چنانکه در جمع مذکور شد بعد ازان صورت منقوص را از صورت منقوص منه ساقط کرده باقی را بر مخرج مشترک منسوب سازند و اگر از منقوص و منقوص منه صحیح هم باشد دران هم مثلی که در تفریق صحیح مذکور شد بعمل آرند مثــــــلا ک/۳ منقوص منه و ۲ک/۱۱ منقوص

چون ک × ۱۱ = ۱۱ ک

۲ ک × ۳ = ۶ ک

۳ × ۱۱ = ۳۳

* پس حاصل تفریق شد ۱۱ک/۳۳ − ۶ک/۳۳ = ۵ک/۳۳ ※

مثال دیگر * (ک − م)/۳ب منقوص منه ※ (۲م − ۴ک)/۵س منقوص

چون (ک − م) × ۵س = ۵سک − ۵مس

(۲م − ۴ک) × ۳ب = ۶مب − ۱۲بک

۳ب × ۵س = ۱۵بس

پس حاصل تفریق (۵سک − ۵مس)/۱۵بس − (۶مب − ۱۲بک)/۱۵بس

= (۵سک − ۵مس − ۶مب + ۱۲بک)/۱۵بس ※

مسئلۀ ثامنه در ضرب کسور و طریقش آنست که صورت کسر را در صورت کسر ضرب سازند و مخرج را در مخرج بطور ضرب کسور اعداد تا صورت کسر نو و مخرج نو حاصل شود و آن حاصل ضرب است * فائده هرگاه کسور مضروبین بر کدام مقداری قلیل اعني وفق مشترک

قسمت می تواند شد مضروبين را بران قسمت کرده ورجوع باقل ساخته ضرب خواهند کرد *
فائده هرگاه کسری در کسر دیگر که ضرب کرده شود وحروف صورت یکی در مخرج دیگری داخل باشد
پس حروف متداخله را ساقط کرده باقي را باهم ضرب نمایند که همان حاصل ضرب مجموع است *
فائده هرگاه کسر را در صحیح ضرب کنند پس صورت کسر را در صحیح ضرب کرده برمخرج منسوب
سازند * فائده هرگاه کسری ضرب کرده شود درمقداریکه دران مقدار حروف مضروب ومخرج
آن باشد پس حاصل ضرب را برهمان حروف مشترک قسمت نموده رجوع باقل خواهند نمود *

مثال $\frac{\text{ک}}{\text{۶}} \times \frac{\text{۲ک}}{\text{۹}}$ چون $\frac{\text{ک} \times \text{۲ک}}{\text{۹} \times \text{۶}} = \frac{\text{۲ک}^{\text{۲}}}{\text{۵۴}}$ است وآن ازروي رجوع باقل $\frac{\text{ک}^{\text{۲}}}{\text{۲۷}}$ شد وهوالمطلوب * مثال دیگر * $\frac{\text{ک}}{\text{۲}} \times \frac{\text{۴ک}}{\text{۵}} \times \frac{\text{۱۰ک}}{\text{۲۱}}$ چون $\frac{\text{ک} \times \text{۴ک} \times \text{۱۰ک}}{\text{۲} \times \text{۵} \times \text{۲۱}} = \frac{\text{۴۰ک}^{\text{۳}}}{\text{۲۱۰}}$ وآن $\frac{\text{۴ک}^{\text{۳}}}{\text{۲۱}}$ * مثال دیگر * $\frac{\text{۳ک}}{\text{۲}} \times \frac{\text{۳م}}{\text{ب}} = \frac{\text{۹مک}}{\text{۲ب}}$ * مثال دیگر *
$\frac{\text{ک}}{\text{م}} \times \frac{\text{ک} + \text{م}}{\text{م} + \text{س}} = \frac{\text{ک}^{\text{۲}} + \text{مک}}{\text{م}^{\text{۲}} + \text{مس}}$ * مثال دیگر * $\frac{\text{۲ک}}{\text{۵}} \times \frac{\text{۳ک}^{\text{۳}}}{\text{۲م}} = \frac{\text{۶ک}^{\text{۴}}}{\text{۱۰م}} = \frac{\text{۳ک}^{\text{۴}}}{\text{۵م}}$ *
مثال دیگر * $\frac{\text{۲ک}}{\text{م}} \times \frac{\text{۳مب}}{\text{س}} \times \frac{\text{۳مس}}{\text{۲ب}} = \text{۹مک}$ چراکه ۲ که احدالمضروبين صورت
کسراول و مب که احدالمضروبين صورت کسرثاني است و س که احدالمضروبين صورت کسر
ثالث است داخل مخارج بود آنراساقط کردم باقي $\text{ک} \times \text{۳} \times \text{۳م}$ ماند حاصل ضرب آن ۹ مک
است * مثال دیگر * $\left(\text{ب} + \frac{\text{بک}}{\text{م}}\right) \times \frac{\text{م}}{\text{ک}} = \frac{\text{بم}}{\text{ک}} + \frac{\text{بکم}}{\text{مک}} = \frac{\text{بم} + \text{بک}}{\text{ک}}$ *
مثال دیگر * $\frac{\text{ک}^{\text{۳}} - \text{ب}^{\text{۲}}}{\text{بس}} \times \frac{\text{ک}^{\text{۲}} + \text{ب}^{\text{۲}}}{\text{ب} + \text{س}} = \frac{\text{ک}^{\text{۵}} + \text{ک}^{\text{۳}}\text{ب}^{\text{۲}} - \text{ب}^{\text{۲}}\text{ک}^{\text{۲}} - \text{ب}^{\text{۴}}}{\text{ب}^{\text{۲}}\text{س} + \text{بس}^{\text{۲}}}$ * مثال دیگر *
$\frac{\text{ک} + \text{۱}}{\text{م}} \times \frac{\text{ک} - \text{۱}}{\text{م} + \text{ب}} = \frac{\text{ک}^{\text{۲}} - \text{۱}}{\text{م}^{\text{۲}} + \text{مب}}$ *

مسئلۀ تاسعه درقسمت کسور وطریقش آنست که مخرج کسرمقسوم علیه را درصورت کسر
مقسوم وصورت کسرمقسوم علیه را درمخرج کسرمقسوم ضرب نمایند خواه مقسوم رابحال
خود داشته ومقسوم علیه راقلب کنند اعني مخرج رافوق وصورت کسر راتحت نویسند وهردو

مقسوم ومقسوم علیه را بطور ضرب کسور ضرب نمایند که حاصل اول صورت کسر وحاصل ثانی مخرج کسر خارج قسمت مطلوب است * فائده اگر مقسوم کسور متعدده باشند باید که از یک مخرج نموده وجمع کرده قسمت نمایند وهمچنین اگر مقسوم علیه کسور متعدده باشند عمل نمایند * فائدهٔ دوم اگر کسر را بر مقدار صحیح قسمت کنند پس صورت کسر را بر صحیح قسمت سازند اگر ممکن باشد والّا مخرج را دران صحیح ضرب نموده صورت کسر را بر حاصل منسوب سازند * فائدهٔ سیوم اگر صورت کسر مقسوم ومقسوم علیه خواه هردو مخرج آنها بر مقدار ثالث که وفق مشترک باشد قسمت پذیرد پس آنها را بر وفق قسمت نموده برخارج عمل قسمت هذا بقاعدهٔ مرقومة الصدر نمایند * مثال اگر خواهم که $\frac{ک}{3}$ را بر $\frac{2ک}{9}$ قسمت کنم پس مقسوم را بحال خود داشته مقسوم علیه را قلب نموده ضرب کردم حاصل ضرب مطلوب گردید بدینصورت $\frac{ک}{3} \times \frac{9}{2ک} = \frac{9ک}{6ک} = \frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$ وهو المطلوب ؛ مثال دیگر * $\frac{2م}{ب}$ را بر $\frac{4س}{ء}$ قسمت کنم بطریق صدر عمل نمودم $\frac{2م}{ب} \times \frac{ء}{4س} = \frac{2مء}{4بس} = \frac{مء}{2بس}$ وآن مطلوب است ؛

مثال دیگر * $\frac{ک + م}{2ک - 2ب}$ را بر $\frac{ک + ب}{5ک + م}$ قسمت کنم پس مقسوم علیه را قلب کرده ضرب نمودم $\frac{ک + م}{2ک - 2ب} \times \frac{5ک + م}{ک + ب} = \frac{5ک^2 + 6مک + م^2}{2ک^2 - 2ب^2}$ ؛

مثال دیگر * اگر $\frac{2ک^2}{ک^3 + م^3}$ را بر $\frac{ک}{ک + م}$ قسمت کنم بطریق مرقوم الصدر عمل نمودم خارج قسمت $\frac{2ک^3 + 2ک^2م}{ک^4 + م^3ک}$ وبقاعدهٔ رجوع باقل $= \frac{2ک}{ک^2 - مک + م^2}$ شد وهو المطلوب ؛

مثال دیگر * $\frac{4ک^2}{7}$ را بر $5ک$ قسمت کنم پس صورت کسر مقسوم را بحال خود گذاشته مخرج را در مقسوم علیه ضرب نموده مخرج قرار دادم بدینصورت $\frac{4ک^2}{7 \times 5ک} = \frac{4ک^2}{35ک} = \frac{4ک}{35}$ وهو المطلوب ؛

مثال دیگر * $\frac{ک^4 - ب^4}{ک^2 - 2بک + ب^2}$ را بر $\frac{ک^2 + بک}{ک - ب}$ قسمت کنم پس بقاعدهٔ مذکوره

مقسوم علیه را مقلوب کرده ضرب ساختم حاصل $\frac{\text{ک}^{5}-\text{ب}\,\text{ک}^{4}-\text{ک}\,\text{ب}^{4}+\text{ب}^{5}}{\text{ک}^{4}-\text{ب}\,\text{ک}^{3}-\text{ب}^{2}\,\text{ک}^{2}+\text{ب}^{3}\,\text{ک}}$ شد

چون در صورت و مخرج وفق مشترک حاصل کردم $\text{ک}^{3}-\text{ک}\,\text{ب}^{2}-\text{ک}^{2}\,\text{ب}+\text{ب}^{3}$ برآمد

پس صورت و مخرج هردو را بران قسمت کرده خارج صورت را برخارج مخرج منسوب

ساختم بدینصورت شد $\frac{\text{ک}^{2}+\text{ب}^{2}}{\text{ک}}$ وآن مساوی $\text{ک}+\frac{\text{ب}^{2}}{\text{ک}}$ *

مطلب ششم درساختن مضلعات که آنرا (انولیوشن) مقدار موجود مثل مال وکعب ومالمال وغیره گویند*

قاعده مقدار مطلوب مضلع را در ذات خودش بعدهٔ عدد منزل مضلع مطلوب واحد کم مرةً بعد اخری ضرب سازند یا عدد منزل آن مقدار را در عدد منزل مضلع مطلوب ضرب ساخته حاصل را بالای همان مقدار برای علامت ونشان مرقوم سازند که آن علامت دالّ برمضلع مطلوب باشد وباید دانست که هرگاه جذر مثبت باشد جمیع مضلعات آن هم مثبت خواهد بود و هرگاه جذر منفي باشد جمیع مضلعات آن که درمنازل زوج اند مثبت خواهند بود و مضلعات منازل فرد منفي و در مضلعات نزولي هر مقدار مضلعات صعودی مخرج آن مخرج واقع میشوند و مضلعات صورت کسر در صورت مضلع مطلوب می افتند عني مضلعات صورت کسر منسوب بر مضلعات مخرج میشوند مثلا مضلع کعب $\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$ *

قاعدهٔ دیگر اگر عدد منزل را بحروف ه یا م تعبیر کرده باشند وبخواهند که مضلعی دیگر ازان بسازند پس ه را در عدد منزل مطلوب ضرب کرده حاصل را فوق حرف معلوم بنویسند مثلا اگر بخواهند که کعب م بسازند پس ه را در سه که عدد منزل کعب است ضرب کرده فوق م نویسند بدینصورت $\text{م}^{\text{۳ه}}$

مثال اول *	مثال دویم *
م ضلع اول	م^{2} ضلع اول
م^{2} = مجذور	م^{4} = مجذور
م^{3} = کعب	م^{6} = کعب
م^{4} = مالمال	م^{8} = مالمال
م^{5} = مالکعب ⁂	م^{10} = مالکعب ⁂

مثال سیوم *

− ۳ م ضلع اول
+ ۹ م^{2} = مجذور
− ۲۷ م^{3} = کعب
+ ۸۱ م^{4} = مالمال
− ۲۴۳ م^{5} = مالکعب ٭

مثال چہارم *

− ۲ م ک^{2} ضلع اول
+ ۴ م^{2} ک^{4} = مجذور
− ۸ م^{3} ک^{6} = کعب
+ ۱۶ م^{4} ک^{8} = مال مال
− ۳۲ م^{5} ک^{10} = مالکعب ٭

مثال پنجم *

$\frac{\text{ک}}{\text{م}}$ ضلع اول
$\frac{\text{ک}^{2}}{\text{م}^{2}}$ = مجذور
$\frac{\text{ک}^{3}}{\text{م}^{3}}$ = کعب
$\frac{\text{ک}^{4}}{\text{م}^{4}}$ = مالمال ٭

مثال ششم *

$\frac{-\text{۲ م ک}^{2}}{\text{۳ ب}}$ ضلع اول
$\frac{+\text{۴ م}^{2}\text{ک}^{4}}{\text{۹ ب}^{2}}$ = مجذور
$\frac{-\text{۸ م}^{3}\text{ک}^{6}}{\text{۲۷ ب}^{3}}$ = کعب
$\frac{+\text{۱۶ م}^{4}\text{ک}^{8}}{\text{۸۱ ب}^{4}}$ = مالمال ٭

مثال ہفتم *

ک + م = جذر یعنی ضلع اول
ک + م
ک^{2} + ک م
+ ک م + م^{2}
ک^{2} + ۲ ک م + م^{2} = مجذور
ک + م
ک^{3} + ۲ ک^{2} م + ۱ ک م^{2}
+ ۱ ک^{2} م + ۲ ک م^{2} + م^{3}
ک^{3} + ۳ ک^{2} م + ۳ ک م^{2} + م^{3} = کعب ٭

* سؤال حاصل کعب ۲ م^{2} ∴ جواب ۸ م^{6} *
* سؤال حاصل مالمال ۲ م ک ∴ جواب ۱۶ م^{4} ک^{4} *
* سؤال حاصل کعب − ۸ ک^{3} ے ∴ جواب − ۵۱۲ ک^{9} ے^{3} *
* سؤال حاصل مالمال $\frac{\text{۲ م}^{2}\text{ک}}{\text{۳ ب}}$ ∴ جواب $\frac{\text{۱۶ م}^{8}\text{ک}^{4}}{\text{۸۱ ب}^{4}}$ *

قاعدہ (سرآیزک نیوٹن) نامی قاعدہ برای ساختن مضلعات مقادیر کہ مرکب از دو حرف باشند مثبت بوند خواہ منفی خواہ مختلف از اصول منازل مقرر ساختہ میگوید کہ اول نام مضلعات ماقبل مضاع مطلوب برای ہر دو حرف علی عکس ترتیب نوشتہ باہم ضرب سازند وطریقش این است کہ اول عدد منزل مضاع مطلوب را نوشتہ و واحد از ان کم کردہ

باقي را در يمين او بنگارند و باز از ان واحد کم کرده در يمين او بنهند و همچنين تا صفر برسند و تحت آن باز عدد منزل مضلع مطلوب را نوشته و واحد از ان کم کرده در يسار نويسند و باز از ان واحد کم کرده در يسار آن بنگارند و همچنين باز تا بصفر برسند که آن اعداد منازل مضروبين هردو حرف اند پس آنها را باعتبار همان منزل باهم ضرب سازند و بعد از ان اعداد اصول منزل پيدا کنند و طريقش آن است که اول واحد و عدد منزل مطلوب نوشته بعد از ان عدد منزل مضلع مطلوب را در عدد منزل ماقبلش ضرب نموده بر دو قسمت کنند و حاصل را در عدد منزل که ماقبل آن است ضرب ساخته بر سه قسمت سازند و همچنين تا آخر برسند پس اين حاصلات را که اعداد اصول منازل اند ما قبل مضروبات سابق بگذارند که مطلوب برآيد و بايد دانست که اگر نشان هردو حروف مثبت است پس همه حروفهای آن مضلع مثبت خواهند بود و اگر نشان هردو منفي باشد پس اگر مضلع مطلوب بمنزل فرد است همه حروف در مضلع مذکور منفي خواهند بود و اگر مضلع مطلوب در منزل زوج است همه حروف مثبت خواهند افتاد و اگر مختلف اند پس همه حروف که در مرتبهٔ فرد اند مثبت خواهند بود و حروف مرتبهٔ زوج منفي چنانکه از امثله مفصل مفهوم خواهد شد * مثال اول خواستم که مالکعب م + ک بسازم چون مالکعب منزل پنجم است لهذا عدد منزل را برای هردو حرف بقاعدهٔ مرقومة الصدر علی عکس ترتيب نوشتم بدينصورت

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵
۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

بعد از ان اين اعداد هردو سطر را اعداد منازل هردو حرف فرض کرده و نوشته باهم ضرب ساختم بدينصورت

$\text{م}^{5} + \text{م}^{4} + \text{م}^{3} + \text{م}^{2} + \text{م}^{1} + 0$ مضروب

$0 + \text{ک}^{1} + \text{ک}^{2} + \text{ک}^{3} + \text{ک}^{4} + \text{ک}^{5}$ مضروب فيه

$\text{م}^{5} + \text{م}^{4}\text{ک} + \text{م}^{3}\text{ک}^{2} + \text{م}^{2}\text{ک}^{3} + \text{م}\text{ک}^{4} + \text{ک}^{5}$ حاصل

بعد از ان اعداد اصول منازل آن بهمرسانيدم بدينصورت شد $\frac{1 \times 5}{1}$ و $\frac{5 \times 4}{2}$ و $\frac{10 \times 3}{3}$ و $\frac{10 \times 2}{4}$ و $\frac{5 \times 1}{5}$ اعني $\overline{1}$ و $\overline{5}$ و $\overline{10}$ و $\overline{10}$ و $\overline{5}$ و $\overline{1}$ پس اين اعداد ماقبل مضروبات سابق نوشتم بدينصورت شد

$\text{م}^{5} + 5\,\text{م}^{4}\text{ک} + 10\,\text{م}^{3}\text{ک}^{2} + 10\,\text{م}^{2}\text{ک}^{3} + 5\,\text{م}\text{ک}^{4} + \text{ک}^{5}$ و اين مضلع مطلوب است *

مثال دويم خواستم که کعب کعب ک − م بدانم چون کعب کعب منزل ششم است لهذا منازل را بدينصورت نوشتم

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶
۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

پس مضلعات حرفين بهمان ترتيب مذکور نوشته باهم ضرب

ساختم بدینصورت $ك^6 + ك^5 + ك^4 + ك^3 + ك^2 + ك^1 + ٠$ مضروب

$٠ - م^1 + م^2 - م^3 + م^4 - م^5 + م^6$ مضروب فیه

$ك^6 - ك^5 م + ك^4 م^2 - ك^3 م^3 + ك^2 م^4 - ك م^5 + م^6$ حاصل ضرب

بعد از ان اعداد اصول منازل را حاصل کردم بدینصورت شد $\frac{1}{1}$ $\frac{1 \times 6}{1}$ و $\frac{6}{2}$ ... ۲×۱۵ ۳×۲۰

۱×۶ اعنی ۱ و ۶ و ۱۵ و ۲۰ و ۱۵ و ۶ و ۱ این اعداد اصول منازل شد آن را

بترتیب نوشتم پس $ك^6 - ۶ ك^5 م + ۱۵ ك^4 م^2 - ۲۰ ك^3 م^3 + ۱۵ ك$

فائده باید دانست که مجموع اعداد اصول منازل هر مضلعات مساوی تا بهمان منزل مثلا مجموع اعداد اصول منازل کعب مساوی کعب دواست اصول منازل مال مال مساوی مال المال دواست وهکذا چراکه اصول منازل با عدد وتفصیل این در باب اول دربیان مضلعات گذشت مثلا ۱ + ۱ که اصول منزل که نیز ضلع اول است و ۱ + ۲ + ۱ که اعداد اصول منزل مجذور است = ۴ مجذور و ۱ + ۳ + ۳ + ۱ که اعداد اصول منزل کعب است = ۸ کعب دواست وهکذا *

فائده چون از روی قاعده مرقومة الصدر معلوم شد که مضروبین هر دو حروف المضلع یکی صعودی ودیگری نزولی متناظر می باشد ونیز اعداد اصول منزل مسطح عدد مضلع اعظم فی عدد منزل مضلع ماقبل خود مقسوم علی ۲ و ۳ و ۴ علی سبیل الترتیب در ینصورت ممکن است که بیک مرتبه مضلع مطلوب حاصل نمایند مثلا اگر عدد منزل را فرض کنم پس نویسم بدینصورت $(م + ب)^ن = م^ن + ن \times م^{ن-1} \times ب + ن \times \frac{ن-1}{2} \times م^{ن-2} \times ب^2 +$

$ن \times \frac{ن-1}{2} \times \frac{ن-2}{3} \times م^{ن-3} \times ب^3$ وغیره ∴ مثال دیگر * $(م - ب)^ن = م^ن - ن \times م^{ن-1} \times ب +$

$ن \times \frac{ن-1}{2} \times م^{ن-2} \times ب^2 - ن \times \frac{ن-1}{2} \times \frac{ن-2}{3} \times م^{ن-3} \times ب^3$ وغیره *

مطلب هفتم در استخراج ضلع اول مضلعات علی وجه العام که آن را (ایول یوشن) گویند وآن عکس قاعده ساختن مضلعات است واستخراج ضلع اول وترکیب معلوم کردن ضلع مجذور وضلع کعب وغیره مقادیر معلومه است مفرد باشند یا مرکب ودران چند بیان است *

بیان اول در بهمرسانیدن ضلع اول مقادیر مفرده وطریقش آن است ۹ ک^{۶} — ۶۴ برارم نوشتم حروف مفرده باعتبار همان منزل بهمرسانند تا که ماقبل ضلع اول مضلع حروف (ک^{۲} + ۲ ک — ۴ ازان حروف یا حرف بر عدد منزل مضلع مطلوب قسمت کرده حرف یا حروف که سابق خارج شده اند ماقبل این حرف یا حروف مستخرجه برنگارند که ضلع اول

فائده ضلع اول مضلع مثبت که بمنزل زوج باشد مثبت ومنفي هردو میتواند مجذور برای + م^{۲} مثبت م ومنفي م هردو میتواند شد بدینصورت (+ م) × (+ م) ونیز (— م) × (— م) = + م^{۲} وهر مضلع که در منزل فرد واقع شود ضلع اول او مساو آن مضلع خواهد بود اعني اگر آن مضلع مثبت است ضلع اول آن هم مثبت خواهد بضلع واگر منفي است منفي خواهد برآمد زیرا که ضلع کعب + م^{۳} مثبت م است وضلع کعب — م^{۳} منفي م است بدینصورت (+ م) × (+ م) × (+ م) = + م^{۳} و (— م) × (— م) × (— م) = — م^{۳} وضلع اول مضلع منفي که درمنزل زوج باشد ممتنع است چرا که ضلع اول آن نه مثبت میتواند شد ونه منفي *

فائدۀ دیگر ضلع اول مسطح المضلعین مساوي مسطح ضلعین مضروبین می باشد *

فائده ضلع اول مضلع کسر ضلع اول صورت کسر منسوب علی ضلع اول مخرج است *

مثال اول خواستم که جذر ۹ ک^{۲} بدانم پس نوشتم بدینصورت $\sqrt{\text{۹ ک}^{۲}}$ = ۳ ک$^{\frac{۲}{۲}}$ = ۳ ک وهو المطلوب *

مثال دیگر خواستم که ضلع کعب ۸ ک^{۳} بدانم نوشتم بدینصورت $\sqrt[۳]{\text{۸ ک}^{۳}}$ = ۲ ک$^{\frac{۳}{۳}}$ = ۲ ک * مثال دیگر خواستم که ضلع مجذور $\frac{\text{۳ ک}^{۲}\text{ے}^{۲}}{\text{۴ م}^{۲}}$ بدانم نوشتم بدینصورت $\sqrt[۲]{\frac{\text{۳ ک}^{۲}\text{ے}^{۲}}{\text{۴ م}^{۲}}} = \frac{\text{ک ے} \times \sqrt{۳}}{\text{۲ م}}$ * مثال دیگر

اگر ضلع کعب $\frac{\text{۱۶ ک}^{۴}\text{ے}^{۳}}{\text{۲۷ م}^{۳}}$ بدانم نوشتم بدینصورت $\sqrt[۳]{\frac{\text{۱۶ ک}^{۴}\text{ے}^{۳}}{\text{۲۷ م}^{۳}}} = \frac{\text{۲ ک ے} \times \sqrt[۳]{\text{۲ ک}}}{\text{۳ م}}$ زیرا که

چون درینجا مقصود ضلع کعب است لهذا اول صورت کسر را باعتبار مضروبین فرض کردم که احد المضروبین کعب باشد بدینصورت شد ۸ × ۲ ک × ک^{۳} ے^{۳} وبعد ازان ضلع کعب هریکی از مضروبین که ممکن بود برآوردم ضلع کعب هرکدام که ممکن نبود بالای آن نشان ضلع کعب

هند وحرف دویم را که مقسوم مفروض است بران قسمت کنند
ساختم بدینصورت ک^{6} + م^{2}
ـ ۰ ـ ول نوشته برای مجموع مضلع مطلوب الضلع درست کرده از ارقام
ک^{6} چنانکه پیشتر کرده بودند وهمچنین تا که مجموع تمام شود مثلاً اگر خواهند
بعد از ان اعداد اصول بج کنند اول برای رقم اول ضلع کعب استخراج کرده وکعب آنرا ساقط نموده
وز رقم اول باشد تحت خط عرضي نویسند وباز ضلع خارج را مجذور نموده
۶×۱ اعني او۶
ساخته که درحقیقت سه مجذور ربود مقسوم علیه قرار دهند ورقم دویم از ارقام مضاع
بترتیب نوشته ضلع را بران قسمت سازند وخارج را باخارج اول جمع کرده کعب مجموع بسازند وآنرا
فائده
مضلع مطلوب الضلع بلالحاظ تفریق سابق باز تفریق کنند وباقي را مع دوحرف دیگر که
تابهما
وز آن باشد تحت خط عرضي نوشته بدستور برای خارج ثالث عمل نمایند وهکذا
اص
عمل تمام شود *

فائده ازین قاعده عموما در مضلعات اعظم هیچ دشواري در استخراج ضلع اول نمیشود
بلکه گاه گاه بآساني ضلع اول مرکبات خارج میشوند ۞ مثال خواستم که ضلع اول این حروف
که مجذور است برآرم م^{4} − ۲ م^{3} ک + ۳ م^{2} ک^{2} − ۲ م ک^{3} + ک^{4} نوشتم بدینصورت

م^{4} − ۲ م^{3} ک + ۳ م^{2} ک^{2} − ۲ م ک^{3} + ک^{4} (م^{2} − م ک + ک^{2}
م^{4}

۲ م^{2}) − ۲ م^{3} ک + ۳ م^{2} ک^{2}
م^{4} − ۲ م^{3} ک + م^{2} ک^{2}

۲ م^{2}) + ۲ م^{2} ک^{2}
م^{4} − ۲ م^{3} ک + ۳ م^{2} ک^{2} − ۲ م ک^{3} + ک^{4} ۞

والخارج اي م^{2} − م ک + ک^{2} هو ضلع مجذور مطلوب ۞

مثال دیگر خواستم که ضلع کعب ک^{۶} + ۶ ک^{۵} − ۴۰ ک^{۳} + ۹۶ ک − ۶۴ برارم نوشتم بدینصـــــورت ٭ ک^{۶} + ۶ ک^{۵} − ۴۰ ک^{۳} + ۹۶ ک − ۶۴ (ک^{۲} + ۲ ک − ۴

ک^{۶}

۳ ک^{۴}) + ۶ ک^{۵}

ک^{۶} + ۶ ک^{۵} + ۱۲ ک^{۴} + ۸ ک^{۳}

۳ ک^{۴}) − ۱۲ ک^{۴}

ک^{۶} + ۶ ک^{۵} − ۴۰ ک^{۳} + ۹۶ ک − ۶۴ ٭

فائده طریق دیگر برای استخراج ضلع اول مضلعات مرکبه این است که حروفهای مضلع مطلوب الضلع را ملاحظه کرده حرف های چند بحسب مناسب مقصود ازان استنباط نموده باهم بنشان مثبت خواه منفي ضلع اول قرار دهند و برای آن مضلع مطلوب الضلع درست سازند اگر مطابق افتد فهوا لمطلوب والّا نشانهای مثبت و منفي را باهم تبدیل ساخته ضلع اول بامتحان حاصل سازند ٭

فائده این نحیف مترجم میگوید که از قاعدۂ مرقومة الصدر معلوم میشود که در کتب اهل فرنگ ترکیب استخراج ضلع اول مضلعات بوجه عام بطوریکه در مطلب دهم باب اول که برای استخراج ضلع اول مضلعات عددی مرقوم شده نیست چراکه اگر بهمان طریق درینجا هم از روی جدول و تعیین صفوف برای مضلعات سابقه استخراج ضلع اول نمایند بسیار سهل میشود وچون ظاهر است که قواعدیکه درینجا بصدر مذکور گردیده منحصر بر مضلعات منطقه است لهذا رعایت یک امر در جدول ضرور است اعني در ارقام مضلع مطلوب الضلع نظر باید کرد که جمیع مضلعات سابقه بترتیب مرقوم شوند واگر کدام یکی از مضلعات سابقه دران موجود نباشد پس برای آن یک خانه خالي بگذارند و دران صفر نهند و مراد از مضلعات سابقه مضلعات حرف اول است که در مضلعات حرف دویم یا سیوم ضرب یافته مرقوم شوند چنانچه از مثال مفصل مفهوم شود مثلاً خواستم که ضلع کعب ک^{۶} + ۶ ک^{۵} − ۴۰ ک^{۳} + ۹۶ ک − ۶۴ بدانم چون در ارقام مذکوره مال مال ک و مال ک مرقوم نیست لهذا در جدول دو خانه زائد کشیدم و در مقام ما لمال که بعد از ما لکعب است صفر نهادم و همچنین در مقام مال که بعد از کعب است

صفر نوشتم وصفوف ضلع ومال درمیان جدول منفصل کرده بطوریکه ضلع کعب برای اعداد خارج میکردم درینجا نیز خارج نمودم وصورت آن عمل هکـــــذا (شکل ۱۶۳)

مثال دیگر خواستم که ضلع مال المال این ۱۶ مٓ۴ – ۹۶ مٓ۳ کٓ + ۲۱۶ مٓ۲ کٓ۲ – ۲۱۶ کٓ۳ + ۸۱ کٓ۴ بدانم پس بطریق مذکور جدول کشیده استخراج کردم صورت العمل هکذا (شکل ۱۶۴)

مطلب هشتم دربیان اصم الجذر وآنرا (سرد) گویند

بدانکه اصم الجذر مقداری است که ضلع اول او صحیح نباشد وضلع اول آنرا هرگاه ضرور شود از علامت کسور عدد منزل یا از وسیلهٔ نشان ضلعیکه بدینصورت (⌈) است تعبیر میکنند اعنی ضلع مجذور عدد دو بدینصورت ۲ $^{\frac{1}{2}}$ خواه ⌈۲ و ضلع کعب مجذور ۳ بدینصورت ۳ $^{\frac{2}{3}}$ خواه بدینصورت ⌈۹ ۳ پس همه جا صورت کسر عدد اصول مضلع مع مخرج مضاف علامت ضلع میشود اعني درحقیقت این نشان موضوع برای ضلع اول است وچون ضلع اول یک مضلع مفرد مطلوب باشد حرف واحد را برعدد منزل آن مضلع منسوب میسازند واگر ضلع اول مضلع مضاف بر مضلع آخر مطلوب بود عدد مضاف الیه را منسوب برعدد منزل آن مضلع که مضاف است میکنند چنانکه از امثله واضح است مثلاً ضلع مال بدینصورت $\frac{1}{2}$ وضلع کعب $\frac{1}{3}$ وضلع کعب مجذور بدینصورت $\frac{1}{6}$ وضلع مجذور کعب $\frac{2}{3}$ وضلع مجذور مال مال $\frac{4}{2}$ وضلع مال مال مجذور $\frac{2}{4}$ وهکذا ودرین مطلب چند مسئله است *

مسئلهٔ اولی درنوشتن مقداریکه بلانشان جذری باشد مثل ضلع اصم الجذر وطریقش آن است که مضلع آن مقدار حاصل کنند ودریمین آن علامت ضلعی گذارند مثلاً خواستم که سه را ضلع مجذور بسازم چون ۳ × ۳ = ۳ ۲ = ۹ پس بالای آن نشان جذر نهادم بدینصورت شد ⌈۹ خواه ۹ $^{\frac{1}{2}}$ وهوالمطلوب ∴ مثال دویم خواستم که ۲ کٓ۳ را ضلع کعب بسازم چون ۲ کٓ۲ × ۲ کٓ۲ × ۲ کٓ۲ = (۲ کٓ۲)۳ = ۸ کٓ۶ پس دریمین آن نشان ضلعي نهادم بدینصورت شد ⌈۸ کٓ۶ ۳ خواه (۸ کٓ۶) $^{\frac{1}{3}}$ وهوالمطلوب ∴ مثال سیوم خواستم که $\frac{1}{2}$ کٓ ےٓ را ضلع مجذور بسازم چون $\frac{1}{2}$ کٓ ےٓ × $\frac{1}{2}$ کٓ ےٓ = $\frac{1}{4}$ کٓ۲ ےٓ۲ پس نشان جذر دریمین آن نهادم بدینصورت شد ⌈$\frac{1}{4}$ کٓ۲ ےٓ۲ *

مسئلهٔ دویم درطریق فرود آوردن مقادیر مختلفة المنازل تحت نشان ضلع یک مضلع دیگر

	ب $ک^{۲}$			+ ۲ ب ک			− ۴ ب
صف اعمال	$ک^{۶}$ $ک^{۶}$	+ ۶ $ک^{۵}$	۰	− ۴۰ $ک^{۳}$	۰	+ ۹۶ ک	− ۶۴
		+ ۶ $ک^{۵}$ + ۶ $ک^{۵}$	۰ + ۱۲ $ک^{۴}$	− ۴۰ $ک^{۳}$ + ۸ $ک^{۳}$			
			− ۱۲ $ک^{۴}$ − ۱۲ $ک^{۴}$	− ۴۸ $ک^{۳}$ − ۴۸ $ک^{۳}$	۰ ۰	+ ۹۶ ک + ۹۶ ک	− ۶۴ − ۱۴
			✲ ۳ $ک^{۴}$	✲ + ۱۲ $ک^{۳}$	✲ ۰	✲ − ۳۲ ک	✲ + ۱۶
			۳ $ک^{۴}$	+ ۱۲ $ک^{۳}$	− ۱۲ $ک^{۲}$ + ۱۲ $ک^{۲}$	− ۲۴ ک	+ ۱۴
		۳ $ک^{۴}$	+ ۶ $ک^{۳}$ + ۶ $ک^{۳}$	+ ۸ $ک^{۲}$ + ۴ $ک^{۲}$			
	۲ $ک^{۴}$ + $ک^{۴}$						
صف ضلع					+ ۲ $ک^{۲}$	+ ۶ ک	− ۴
			+ ۳ $ک^{۲}$	+ ۲ ک + ۴ ک			
			+ ۳ $ک^{۲}$	+ ۲ ک + ۲ ک			
	$ک^{۲}$ ۲ $ک^{۲}$						
	$ک^{۲}$ $ک^{۲}$						

جدول ۱۶۴ صفحہ ۴۴۸

	۲ م				- ۳ ک
صف کعب	۱۶ م^{۴} ۱۶ م^{۴}	- ۹۶ م^{۳} ک - ۹۶ م^{۳} ک	+ ۲۱۶ م^{۲} ک^{۲} + ۲۱۶ م^{۲} ک^{۲}	- ۲۱۶ م ک^{۳} - ۲۱۶ م ک^{۳}	+ ۸۱ ک^{۴} + ۸۱ ک^{۴}
		+ ۳۲ م^{۳}	- ۷۲ م^{۲} ک	+ ۷۲ م ک^{۲}	- ۲۷ م ک^{۳}
	+ ۲۴ م^{۳} + ۸ م^{۳}				
صف مال			+ ۲۴ م^{۲}	- ۲۴ م ک	+ ۹ ک^{۲}
	+ ۱۲ م^{۲} + ۱۲ م^{۲}				
	+ ۸ م^{۲} + ۴ م^{۲}				
				۱ م	- ۳ ک
صف ضلع	+ ۲ م + ۶ م				
	+ ۲ م + ۴ م				
	+ ۲ م + ۲ م				

معین مشترک بحیثیتیکه همه اضلاع درهردو صورت جدا جدا مساوی القدر باشند چنانکه ضلع
مال مال ۲۵۶ وضلع کعب کعب ۶۴ را تحت نشان ضلع مال بنویسم اعنی همان مقدار ضلع
مال مال ۲۵۶ را که چهارا ست تعبیر بجذر کنم وهمان ضلع کعب کعب ۶۴ را که دواست تعبیر
بجذر نمایم وگویم جذر الجذر ۲۵۶ وجذر الکعب ۶۴ طریقش آن است که اعداد منزلهای
مقادیر را بر عدد منزل مشترک معین جدا جدا قسمت نمایند که خارج القسمة یا عدد منزل
نوجدا جدا برای آن مقادیر شود پس بالای آن عدد منزل مضلع معین مشترک رابنویسند
که حاصل ترکیب مساوی مقادیر مطلوب است وباید دانست که عدد منزل معین مشترک
درساختن این مقادیر از یک مخرج مشترک اصل واقع میشود * مثال اول خواستم که $۱۵^{\frac{1}{4}}$ و $۹^{\frac{1}{6}}$ را
تحت عدد منزل $\frac{1}{2}$ بیارم بحیثیتیکه مقدار آنها مساوی سابق باشد پس قسمت کنم عدد منزل
هردو مقادیر را بدینصورت *

$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ خارج قسمت عدد منزل مقدار اول

$\frac{1}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \times \frac{2}{1} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ خارج قسمت عدد منزل مقدار ثاني

پس آنرا بالای مقادیر مذکوره جدا جدا نوشته بالای آن عدد منزل مشترک را نوشتم بدینصورت
$(۱۵^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$ و $(۹^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}$ مقدار مطلوب است * مثال دویم خواستم که $م^{۲} + ک^{\frac{1}{4}}$ را تحت منزل $\frac{1}{3}$ بیارم
پس قسمت کردم عدد منزل هردو مقادیر را بدینصورت شد *

$۲ \div \frac{1}{3} = ۲ \times \frac{3}{1} = \frac{6}{1} = ۶$ خارج قسمت مقدار اول

$\frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{4}$ خارج قسمت مقدار ثاني

پس آنرا بالای مقادیر مذکوره جدا جدا نوشته بالای آن عدد منزل مشترک را نوشتم
بدینصورت شد $(م^{۶})^{\frac{1}{3}}$ و $(ک^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{3}}$ * مثال سیوم خواستم که $۳^{\frac{1}{2}}$ و $۲^{\frac{1}{3}}$ از عدد منزل
مشترک $\frac{1}{6}$ بسازم بدستور مذکور قسمت کردم *

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{2} = ۳$ * $\frac{1}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{6}{3} = ۲$

منسوب کردم بدینصورت شد $(۳^{۳})^{\frac{1}{6}} + (۲^{۲})^{\frac{1}{6}} = (۲۷)^{\frac{1}{6}} + (۴)^{\frac{1}{6}}$ * مثال چهارم خواستم

که $\sqrt[4]{م} + \sqrt[16]{ب}$ را از عدد منزل مشترک ⅛ بسازم بعد اتمام عمل بدستور مذکور بدینصورت شد ٭

۴ = ۸/۲ = ۸/۱ × ۱/۲ = ۱/۸ ÷ ۱/۲ ٭ ۲ = ۸/۴ = ۸/۱ × ۱/۴ = ۱/۸ ÷ ۱/۴

حاصل بدینصورت شد $(م^{۴})^{۱/۸} + (ب^{۲})^{۱/۸}$ ٭

مسئلهٔ سیوم در فرود آوردن اصم الجذر بطرف حروف اقل اعني رجوع باقل نمودن طریقش آن است که در آن اصم الجذر مضلع اعظم طلب کنند که مضروب آن در مساوي آن اصم الجذر باشد پس ضلع آن مضلع را ماقبل آن عدد مضروب فیه نوشته درمیان آن هردو نشان ضعلي که بالای آن اصم الجذر بود ثبت نمایند ودر صورتیکه آن اصم الجذر مشتمل بر مضلع صحیح نباشد پس دیگر حروف که اقل ازان ممکن نبود تجویز نمایند بحیثیتیکه مضروب آنها در عددی مساوي آن اصم الجذر بود چنانکه از مثال بخوبي فهم شود انشاء الله تعالی ٭ مثال اول خواستم که ۴۸] را رجوع باقل نمایم چون ۴۸] = (۱۶×۳)] = ۱۶] × ۳] = ۴×۳] = ۴ ۳] وهو المطلوب ٭ مثال دویم خواستم ۱۰۸]۳ را رجوع باقل کنم چون ۱۰۸]۳ = (۲۷×۴)]۳ = ۲۷]۳ × ۴]۳ = ۳×۴]۳ = ۳ ۴]۳ وهو المطلوب ٭ مثال سیوم ۱۲۵] را رجوع باقل کنم چون ۱۲۵] = (۲۵×۵)] = ۲۵] × ۵] = ۵×۵] = ۵ ۵] وهو المطلوب ٭ مثال چهارم ۶۴/۱۴۷] را رجوع باقل کنم چون ۶۴/۱۴۷] = ۳×۱۸/۳×۴۹] = ۱۸/۴۹] = ۲×۹]/۴۹] = (۲×۹)/۴۹] = ۳/۷ × ۲] = ۳/۷ ۲] وهو المطلوب ٭ مثال پنجم ۲۴۳]۳ را رجوع باقل کنم چون ۲۴۳]۳ = (۲۷×۹)]۳ = ۲۷]۳ × ۹]۳ = ۳ × ۹]۳ = ۳ ۹]۳ وهو المطلوب ٭ مثال ششم ۱۶/۸۱]۳ را رجوع باقل کنم چون ۱۶/۸۱]۳ = ۱۱۶۴/۷۲۹]۳ = (۱۸ × ۸/۷۲۹)]۳ = ۲/۹ × ۱۸]۳ = ۲/۹ ۱۸]۳ ٭ مثال هفتم ۹۸ مر ک] را رجوع باقل کنم چون ۹۸ مر ک] = (۴۹ مر۲ × ۲ ک)] = ۷ مر × ۲ ک] = ۷ مر ۲ ک] وهو المطلوب ٭ مثال هشتم (ک۳ − مر۲ ک۲)] را رجوع باقل کنم چون (ک۳ − مر۲ ک۲)] = ک۲ × (ک − مر۲)] = ک × (ک − مر۲)] = ک (ک − مر۲)]

وهو المطلوب ❊ مثال نهم $\sqrt[٣]{م^٣ ک + ٣ م^٣ ک^٢}$ هرچند جواب این درکتاب انگریزي مرقوم نبود لیکن این ضعیف میگوید که چون $\sqrt[٣]{م^٣ ک + ٣ م^٣ ک^٢} = \sqrt[٣]{م^٣ × (ک + ٣ ک^٢)} = م × \sqrt[٣]{(٣ ک^٢ + ک)} = م \sqrt[٣]{(٣ ک^٢ + ک)}$ وهو المطلوب ❊

مسئلهٔ چهارم درجمع مقادیر اصم الجذر وطریقش آنست که اول این همه مقادیررا ازیک منزل مشترک بهم رسانند بموجب مسئلهٔ دویم وبعدازان همه کسوررا ازهمان مخرج مشترک درست کنند ورجوع با قل نمایند بموجب مسئلهٔ سیوم پس اگردرهمه مقادیرکسور صحیحه ازیک مخرج برایند آنهارادرهمه حصه مقدارهای غیرنشان جذري جمع کرده بانشان ضرب مینویسند که مجموع مطلوب خواهد بود واگرآن کسوردرهمه مقدارهامساوي اصل که مخرج مشترک است واقع نشود بعینه جمع خواهد شد بانشانهای مثبت ومنفي ❊ مثال اول خواستم که $\sqrt{٢٧} + \sqrt{٤٨}$ راجمع کنم چون $\sqrt{٢٧} = \sqrt{(٩ × ٣)} = ٣ × \sqrt{٣}$ ∴ ونیز $\sqrt{٤٨} = \sqrt{١٦} × \sqrt{٣} = ٤ × \sqrt{٣}$ پس مجموع $٣ \sqrt{٣} + ٤ \sqrt{٣} = (٣ + ٤) × \sqrt{٣} = ٧ \sqrt{٣}$ وهو المطلوب ❊ مثال دویم خواستم که $\sqrt[٣]{٥٠٠} + \sqrt[٣]{١٠٨}$ را جمع کنم چون $\sqrt[٣]{٥٠٠} = \sqrt[٣]{(١٢٥ × ٤)} = ٥ \sqrt[٣]{٤}$ ∴ ونیز $\sqrt[٣]{١٠٨} = \sqrt[٣]{(٢٧ × ٤)} = ٣ \sqrt[٣]{٤}$ درینصورت $٥ \sqrt[٣]{٤} + ٣ \sqrt[٣]{٤} = (٥ + ٣) × \sqrt[٣]{٤} = ٨ \sqrt[٣]{٤}$ وهو المطلوب ❊ مثال سیوم $\sqrt{٧٢} + \sqrt{١٢٨}$ را جمع کنم چون $\sqrt{٧٢} = \sqrt{(٣٦ × ٢)} = ٦ \sqrt{٢}$ ∴ ونیز $\sqrt{١٢٨} = \sqrt{(٦٤ × ٢)} = ٨ \sqrt{٢}$ پس مجموع هردو $١٤ \sqrt{٢}$ مطلوب است ❊ مثال چهارم $\sqrt{٢٧} + \sqrt{١٤٧}$ را جمع کنم چون $\sqrt{٢٧} = \sqrt{(٩ × ٣)} = ٣ \sqrt{٣}$ ∴ ونیز $\sqrt{١٤٧} = \sqrt{٤٩ × ٣} = ٧ \sqrt{٣}$ پس مجموع هردو $١٠ \sqrt{٣}$ مطلوب است ❊ مثال پنجم $\sqrt{\frac{٢}{٣}} + \sqrt{\frac{٢٧}{٥٠}}$ راجمع کنم چون مخرج مشترک ١٥٠) است پس کسورآن هردوگرفتم $\sqrt{\frac{١٠٠}{١٥٠}} + \sqrt{\frac{٨١}{١٥٠}}$ شد پس $\sqrt{\frac{١٠٠}{١٥٠}} = \sqrt{(\frac{١٠٠}{٢٥} × \frac{١}{٦})} = \frac{١٠}{٥} \sqrt{\frac{١}{٦}} = \frac{١٠}{٣٠} \sqrt{٦}$ ∴ ونیز $\sqrt{\frac{٨١}{١٥٠}} = \sqrt{\frac{٨١}{٢٥} × \frac{١}{٦}} = \frac{٩}{٥} \sqrt{\frac{١}{٦}} = \frac{٩}{٣٠} \sqrt{٦}$ ∴ پس مجموع هردو $\frac{١٩}{٣} \sqrt{٦}$ مطلوب است ❊ مثال ششم $\sqrt[٣]{٤٠} + \sqrt[٣]{١٣٥}$ راجمع کنم چون $\sqrt[٣]{٤٠} = \sqrt[٣]{(٨ × ٥)} = ٢ \sqrt[٣]{٥}$ ∴ ونیز $\sqrt[٣]{١٣٥} = \sqrt[٣]{٢٧ × ٥} =$

$\sqrt[3]{5}$ پس مجموع هردو $5\sqrt[3]{5}$ مطلوب است * مثال هفتم $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} + 5\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ را جمع کنم چون $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

در مخرج $5\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ داخل بود لهذا اول $5\sqrt[3]{\frac{1}{32}}$ را رجوع باقل نمودم بدینصورت $5\sqrt[3]{\frac{1}{32}} =$

$\sqrt[3]{\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}\times 5} = \frac{1}{2}\times 5\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ * و هرگاه آنرا با $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ جمع کردم $\frac{11}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ شد پس مخرجین را باهم ضرب

کرده ترفیع نمودم $\frac{11}{8}\sqrt[3]{16}$ مطلوب برآمد * مثال هشتم $2\sqrt{م^2 ب} + 3\sqrt{64\, ب\, ک^4}$ را جمع کنم

چون $2\sqrt{م^2 ب} = 2\,م\sqrt{ب}$ ؛ و نیز $3\sqrt{64\, ب\, ک^4} = 3\times 8\sqrt{ب\, ک^4} = 24\, ک^2\sqrt{ب}$

پس هردو را جمع نمودم $2\,م\sqrt{ب} + 24\, ک^2\sqrt{ب}$ مطلوب شد * مثال نهم $9\sqrt{243} +$

$10\sqrt{363}$ را جمع کنم چون $9\sqrt{243} = 9\sqrt{(81\times 3)} = 9\times 9\sqrt{3} = 81\sqrt{3}$ ؛ و نیز $10\sqrt{363} =$

$10\sqrt{(121\times 3)} = 10\times 11\sqrt{3} = 110\sqrt{3}$ و مجموع هردو $191\sqrt{3}$ و آن مطلوب است *

مثال دهم $\sqrt{27\, م^4 ک} + \sqrt{3\, م^2 ک}$ را جمع کنم چون $\sqrt{27\, م^4 ک} = \sqrt{9\, م^4 \times 3\, ک} =$

$3\, م^2\sqrt{3\, ک}$ ؛ و نیز $\sqrt{3\, م^2 ک} = \sqrt{(م^2\times 3\, ک)} = م\sqrt{3\, ک}$ پس مجموع هردو $(3\, م^2 + م)\sqrt{3\, ک}$

وهو المطلوب * مثال یازدهم خواستم که $\sqrt[4]{400} + \sqrt[6]{512000}$ را جمع کنم چون مختلف المنازل

بودند لهذا هردو را از منزل مال گرفتم چرا که هردو منزل زوج است پس بموجب مسئلهٔ ثانیه هرگاه

هردو را بر منزل مال قسمت کردم $(400^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} + (512000^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}$ برآمد چون کسور آن هردو

صحیح بود یعنی جذر ۴۰۰ گرفتم ۲۰ شد و ضلع کعب ۵۱۲۰۰۰ گرفتم هشتاد برآمد پس $\sqrt{20} +$

$\sqrt{80}$ را جمع کردم $\sqrt{20} = \sqrt{(4\times 5)} = 2\sqrt{5}$ و $\sqrt{80} = \sqrt{(16\times 5)} = 4\sqrt{5}$ پس مجموع

مساوی $6\sqrt{5}$) است وهو المطلوب و باید دانست که این مثال در اصل کتاب نبود *

مسئلهٔ پنجم در تفریق اصم الجذر از یک دیگر و طریقش آنست که منقوص و منقوص منه را

از یک مخرج مساوی القدر درست کنند پس منقوص را از منقوص منه ساقط نمایند و اگر در منقوص

و منقوص منه اصم الجذر مشترک نبود آنرا بوسیلهٔ نشان منفی تفریق سازند * مثال اول خواستم که از

عدد $\sqrt{448}$) این عدد $\sqrt{112}$ را ساقط کنم چون $\sqrt{448} = \sqrt{(64\times 7)} = 8\sqrt{7}$ ؛ و نیز $\sqrt{112} = \sqrt{(16\times 7)} =$

$\sqrt[4]{7}$ پس درینصورت $8\sqrt[4]{7} - 4\sqrt[4]{7} = (8-4)\sqrt[4]{7} = 4\sqrt[4]{7}$ وهوالمطلوب ❀ مثال دویم از عدد $\sqrt[3]{192}$ عدد $\sqrt[3]{24}$ را ساقط کنم چون $\sqrt[3]{192} = \sqrt[3]{64\times3} = 4\sqrt[3]{3}$ ونیز $\sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{8\times3} = 2\sqrt[3]{3}$ درینصورت $4\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$ وهوالمطلوب ❀ مثال سیوم از عدد $2\sqrt{50}$ عدد $\sqrt{18}$ را ساقط کنم چون $2\sqrt{50} = 2\sqrt{5\times2\times5} = 10\sqrt{2}$ ونیز $\sqrt{18} = \sqrt{9\times2} = 3\sqrt{2}$ درینصورت $10\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ وهوالمطلوب ❀ مثال چهارم از عدد $\sqrt[3]{320}$ عدد $\sqrt[3]{40}$ را ساقط کنم چون $\sqrt[3]{320} = \sqrt[3]{64\times5} = 4\sqrt[3]{5}$ ونیز $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{(8\times5)} = 2\sqrt[3]{5}$ درینصورت $4\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{5}$ وهوالمطلوب ❀ مثال پنجم از عدد $4\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$ عدد $\sqrt[3]{\frac{5}{27}}$ را ساقط کنم چون $4\sqrt[3]{\frac{3}{5}} = 4\sqrt[3]{\frac{81}{135}} = 4\sqrt[3]{\frac{81}{15\times9}} = \frac{12}{15}\sqrt[3]{15}$ ونیز $\sqrt[3]{\frac{5}{27}} = \sqrt[3]{\frac{25}{15\times9}} = \frac{5}{15}\sqrt[3]{15}$ درینصورت $\frac{12}{15}\sqrt[3]{15} - \frac{5}{15}\sqrt[3]{15} = \frac{7}{15}\sqrt[3]{15}$ وهوالمطلوب ❀ مثال ششم از عدد $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ عدد $\sqrt[3]{\frac{9}{32}}$ را ساقط کنم چون $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{64}{96}} = \sqrt[3]{\frac{64}{12\times8}} = 2\times\sqrt[3]{\frac{1}{12}}$ ونیز $\sqrt[3]{\frac{9}{32}} = \sqrt[3]{\frac{27}{96}} = \sqrt[3]{\frac{27}{12\times8}} = 1\frac{1}{2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{12}}$ پس حاصل تفریق $(2 - 1\frac{1}{2})\times\sqrt[3]{\frac{1}{12}} = \frac{1}{2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{12}}$ است وهوالمطلوب ❀ مثال هفتم از عدد $\sqrt{80\,\text{م}^{4}\,\text{ک}}$ عدد $\sqrt{20\,\text{م}^{2}\,\text{ک}^{3}}$ را ساقط کنم چون $\sqrt{80\,\text{م}^{4}\,\text{ک}} = \sqrt{16\,\text{م}^{4}\times5\,\text{ک}} = 4\,\text{م}^{2}\sqrt{5\,\text{ک}}$ ونیز $\sqrt{20\,\text{م}^{2}\,\text{ک}^{3}} = \sqrt{(4\,\text{م}^{2}\,\text{ک}^{2}\times5\,\text{ک})} = 2\,\text{مک}\sqrt{5\,\text{ک}}$ درینصورت حاصل تفریق $(4\,\text{م}^{2} - 2\,\text{مک})\sqrt{5\,\text{ک}}$ وهوالمطلوب ❀ مثال هشتم از عدد $8\sqrt[3]{\text{م}^{3}\text{ب}}$ عدد $\sqrt[3]{\text{م}^{6}\text{ب}}$ را ساقط کنم چون $8\sqrt[3]{\text{م}^{3}\text{ب}} = 8\,\text{م}\times\sqrt[3]{\text{ب}}$ ونیز $\sqrt[3]{\text{م}^{6}\text{ب}} = \text{م}^{2}\times\sqrt[3]{\text{ب}}$ درینصورت حاصل تفریق $(8\,\text{م} - \text{م}^{2})\sqrt[3]{\text{ب}}$ وهوالمطلوب *

مسئلۂ ششم در ضرب مقادیر اصم الجذر بایک دیگر * اول مقادیر اصم الجذر را از منزل مشترک معین بموجب مسئلۂ ثانیہ حاصل سازند بعد ازان آنها را با هم ضرب کنند و اعداد ماقبل آنها را اگر باشد نیز با هم ضرب کنند پس حاصل ضرب اعداد را ما قبل حاصل ضرب اصم الجذرها بنویسند و رجوع باقل بموجب مسئلۂ ثالثہ کنند که مطلوب حاصل شود * مثال اول خواستم

که $3\sqrt[3]{8}$ را در $2\sqrt{6}$ ضرب کنم اول عدد را در عدد و اصم الجذر را در اصم الجذر ضرب ساختم $6\sqrt{48}$ شد پس رجوع باقل نمودم بدینصورت $6\sqrt{48} = 6\sqrt{16\times3} = 4\times6\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$ وهو المطلوب ٭ مثال دویم خواستم که $\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ را در $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ $\frac{5}{9}$ ضرب سازم چون $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\sqrt[3]{\frac{2}{3}}\times\sqrt[3]{\frac{5}{9}} = \sqrt[3]{\frac{5}{9}}\times\frac{3}{8} = \sqrt[3]{\frac{10}{18}}\times\frac{3}{8} = \sqrt[3]{\frac{15}{27}}\times\frac{3}{8} = \sqrt[3]{15\times\frac{1}{27}}\times\frac{3}{8} = \frac{1}{3}\sqrt[3]{15}\times\frac{3}{8} = \sqrt[3]{15}\times\frac{3}{24} = \frac{1}{8}\sqrt[3]{15}$ وهو المطلوب ٭ مثال سیوم خواستم که $5\sqrt[3]{8}$ را در $3\sqrt[3]{5}$ ضرب کنم چون $5\times3\times\sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{5} = 15\sqrt[3]{40} = 15\sqrt[3]{4\times10} = 30\sqrt[3]{10}$ وهو المطلوب ٭ مثال چهارم خواستم که $\frac{1}{2}\sqrt[3]{6}$ را در $\frac{2}{3}\sqrt[3]{18}$ ضرب کنم چون $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\sqrt[3]{6}\times\sqrt[3]{18} = \frac{2}{9}\times\sqrt[3]{108} = \frac{2}{9}\sqrt[3]{4\times27} = \frac{2}{9}\times3\times\sqrt[3]{4} = 1\times\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4}$ وهو المطلوب ٭

مثال پنجم خواستم که $\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ را در $\frac{3}{4}\sqrt[3]{\frac{7}{10}}$ ضرب کنم چون $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\sqrt[3]{\frac{1}{8}}\times\sqrt[3]{\frac{7}{10}} = \frac{6}{12}\times\sqrt[3]{\frac{7}{80}} = \frac{1}{2}\times\sqrt[3]{\frac{35}{400}} = \frac{1}{2}\sqrt[3]{35\times\frac{1}{400}} = \frac{1}{2}\times\frac{1}{20}\times\sqrt[3]{35} = \frac{1}{40}\sqrt[3]{35}$ وهو المطلوب ٭ مثال ششم خواستم که $\sqrt[3]{18}$ را در $5\sqrt[3]{4}$ ضرب کنم چون $5\times\sqrt[3]{18}\times\sqrt[3]{4} = 5\sqrt[3]{72} = 5\sqrt[3]{8\times9} = 5\times2\times\sqrt[3]{9} = 10\sqrt[3]{9}$ وهو المطلوب ٭ مثال هفتم خواستم که $\text{م}^{\frac{1}{3}}$ را در $\text{م}^{\frac{2}{3}}$ ضرب کنم اعنی ضلع کعب م را در ضلع کعب مجذور م ضرب کنم چون دراینجا $\sqrt[3]{\text{م}}\times\sqrt[3]{\text{م}^2} = \sqrt[3]{\text{م}^3} = \text{م}$ وهو المطلوب ٭ مثال هشتم خواستم که $\sqrt{\text{ک}+\text{ے}}$ را در $\sqrt[3]{\text{ک}+\text{ے}}$ ضرب کنم چون اینجا مداخل مختلف است لهذا هردو را از $\sqrt[6]{\ }$ حاصل ساختم پس $\sqrt{\text{ک}+\text{ے}} = \sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^3}$ و نیز $\sqrt[3]{\text{ک}+\text{ے}} = \sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^2}$ دراینصورت حاصل ضرب $\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^3}\times\sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^2} = \sqrt[6]{(\text{ک}+\text{ے})^5}$ وهو المطلوب ٭ مثال نهم خواستم که $\text{ک}+\sqrt{\text{ے}}$ را در $\text{ک}-\sqrt{\text{ے}}$ ضرب کنم چون $\text{ک}\times\text{ک} = \text{ک}^2$ و نیز $(\text{ک}\times-\sqrt{\text{ے}}) + \text{ک}\times\sqrt{\text{ے}} = 0$ و $\sqrt{\text{ے}}\times-\sqrt{\text{ے}} = -\text{ے}$ دراینصورت حاصل ضرب $\text{ک}^2-\text{ے}$ شد وهو المطلوب ٭ مثال دهم خواستم که $(\text{م}+\sqrt{\text{ب}})^{\frac{1}{2}}$ را در $(\text{م}-\sqrt{\text{ب}})^{\frac{1}{2}}$ ضرب کنم پس بقاعدهٔ مذکوره عمل نمودم $\sqrt{\text{م}^2-\text{ب}}$ برآمد وهو المطلوب *

مسئلهٔ هفتم در قسمت مقادیر اصم الجذر بریکدیگر و طریقش آنست که مقسوم و مقسوم علیه را از منزل مشترک گرفته اعداد ماقبل مقسوم را بر اعداد ماقبل مقسوم علیه قسمت کنند و اصم الجذر مقسوم را بر اصم الجذر مقسوم علیه قسمت نمایند و رجوع باقل سازند چنانچه بالا گذشت ❊ مثال اول خواستم که ۸ [۱۰۸ را بر ۲ [۶ قسمت کنم پس ۸ را بر ۲ و ۱۰۸ را بر ۶ قسمت نمودم خارج ۴ [۱۸ شد آنرا رجوع باقل ساختم چون ۴ [۱۸ = ۴ [۲×۹ = ۴×۳ [۲ = ۱۲ [۲ وهوالمطلوب ❊ مثال دویم خواستم که ۸ ^۳[۵۱۲ را بر ۴ ^۳[۲ قسمت کنم چون (۸ ÷ ۴) × ^۳[۵۱۲ ÷ ۲ = ۲ ^۳[۲۵۶ = ۲ ^۳[(۴×۶۴) = ۲×۴× ^۳[۴ = ۸ ^۳[۴ وهوالمطلوب ❊ مثال سیوم خواستم که ۴ ^۳[۱۰۰۰ را بر ۲ ^۳[۴ قسمت کنم چون (۴ ÷ ۲) × ^۳[۱۰۰۰ ÷ ۴ = ۲ ^۳[۲۵۰ = ۲ ^۳[۲×۱۲۵ = ۱۰ ^۳[۲ وهوالمطلوب ❊ مثال چهارم خواستم که ۳/۴ [۱/۱۳۵ را بر ۲/۳ [۱/۵ قسمت کنم چون ۳/۴ ÷ ۲/۳ × [۱/۱۳۵ ÷ ۱/۵ = ۹/۸ [۵/۱۳۵ = ۹/۸ [۱/۲۷ = ۹/۸ [۳/۸۱ = ۹/۸ [۱/۸۱ × ۳ = ۹/۸ × ۱/۹ [۳ = ۱/۸ [۳ وهوالمطلوب ❊ مثال پنجم خواستم که ۶ [۱۰ را بر ۳ [۵ قسمت کنم پس شش را بر سه و ده را بر پنج قسمت کردم خارج ۲ [۲ شد وهوالمطلوب ❊ مثال ششم خواستم که ۵/۷ ^۳[۲/۳ را بر ۲/۵ ^۳[۳/۴ قسمت کنم چون (۵/۷ ÷ ۲/۵) ^۳[۲/۳ ÷ ۳/۴ = ۲۵/۱۴ ^۳[۸/۹ = ۲۵/۱۴ × ^۳[۲۴/۲۷ = ۲۵/۱۴ × ^۳[۸/۲۷ × ۳ = ۲۵/۱۴ × ۲/۳ × ^۳[۳ = ۲۵/۲۱ ^۳[۳ وهوالمطلوب ❊ مثال هفتم خواستم که ۲/۵ ^۳[م را بر ۳/۴ [م قسمت کنم چون ۲/۵ ÷ ۳/۴ = ۸/۱۵ و [م و ^۳[م هر دو را از منزل مشترک ^۶[گرفتم پس ^۶[م^۳ = [م و ^۶[م^۲ = ^۳[م درینصورت ^۶[م^۲ ÷ ^۶[م^۳ = ^۶[م پس خارج قسمت ۸/۱۵ ^۶[م شد هوالمطلوب ❊

مسئلهٔ هشتم در ساختن مضلعات مقادیر اصم الجذر ❊ و طریقش آنست که عدد منزل آن اصم الجذر را در عدد منزل مضلع مطلوب ضرب کنند و حاصل را با مضلعهٔ اعداد ماقبل آن اصم الجذر وصل سازند که حاصل مطلوب شود ❊ مثال اول خواستم که مجذور ۲/۳ ^۳[م بسازم

چون هرگاه ضلع کعب راکه ۱/۳ است در ۲ که عدد منزل مجذور است ضرب ساختم ۲/۳ گردید
ومجذور ۲/۳ که عدد ماقبل است ۴/۹ شد درینصورت مجذور ۳√م = م^(۲/۳) = ۳√(م^۲) پس ۴/۹ ۳√(م^۲)
حاصل ضرب مطلوب است ۞ مثال دویم خواستم که مکعب ۵/۷ ۳√۷ بسازم چون (۵/۷)^۳ = ۵/۷ × ۵/۷ × ۵/۷ = ۱۲۵/۳۴۳ ۞ ونیز (۳√۷)^۳ = (۷)^(۳ × ۱/۳) = (۷)^(۳/۳) = ۳√(۷^۳) درینصورت ۱۲۵/۳۴۳ ۳√۳۴۳
حاصل ضرب مطلوب است ۞ مثال سیوم خواستم که مجذور ۳√۳ بسازم پس بموجب قاعدهٔ
مذکوره عمل نمودم ۹ ۳√۹ برآمد *

مسئلهٔ نهم در استخراج ضلع اول مفاد براصم الجذر * طریقش آن است که عدد منزل اصم
الجذر رابرعدد منزل ضلع مطلوب قسمت کنند وخارج راعدد منزل قرارداده باضلع اول اعداد
ماقبل وصل کنند ۞ مثال اول خواستم که ضلع مجذور ۹ ۳√۳ بدانم چون √۹ = ۳ ونیز (۳ ^(۱/۳))^(۱/۲)
= ۳^(۱/۳ ÷ ۲) = ۳^(۱/۶) ازین سبب √(۹ × ۳√۳) = ۳ ۶√۳ وهوالمطلوب ۞ مثال دویم خواستم که ضلع کعب
۱/۸ √۲ بدانم چون ۳√(۱/۸) = ۱/۲ ونیز (√۲)^(۱/۳) = ۲^(۱/۲ ÷ ۳) = ۲^(۱/۶) درینصورت ۱/۲ × ۶√۲ حاصل مطلوب
شد ۞ مثال سیوم خواستم که ضلع مجذور (۱۰)^۳ بدانم چون ۳√۱۰ = √((۱۰)^۲ × ۱۰) = ۱۰ ×
√۱۰ وهوالمطلوب ۞ مثال چهارم خواستم که ضلع کعب ۸/۲۷ × م^۳ بدانم ۲/۳ م مطلوب است ۞
مثال پنجم خواستم که ضلع مال مال ۳ ک بدانم چون ۴√(۳ × ک) = ۴√۳ × ۴√ک ای ۳^(۱/۴)
× ک^(۱/۴) وهوالمطلوب ۞ مثال ششم خواستم که ضلع مجذور ک^۲ ـ ۴ ک √م + ۴ م بدانم
پس بقاعدهٔ استخراج جذر ک ـ ۲ √م برآمد وهوالمطلوب *

فائده برای استخراج ضلع مجذور مقدار مرکب از دو حرف که آن را (بنومیل و ریزیدیال)
گویند اصولی مقرر کرده اند * مثلاً خواستم که √(م + ب) خواه √(م ـ ب) بدانم پس اول √(م^۲ ـ ب)
را = ی فرض کنند وباز √(م + ب) را = √((م + ی)/۲) + √((م ـ ی)/۲) فرض نمایند ونیز √(م ـ ب) را =
√((م + ی)/۲) ـ √((م ـ ی)/۲) فرض سازند که همان مطلوب خواهد بود * چنانکه ضلع مجذور ۸ +
۲ √۷ استخراج کنم چون √(۸^۲ ـ (۲ √۷)^۲) = √(۶۴ ـ ۲۸) = √۳۶ = ۶ درینصورت

√(٨+٢√٧) = √((٨+٦)/٢) + √((٨−٦)/٢) = √٧ + √١ = ١ + √٧ وهو المطلوب وهمچنین ضلع مجذور ٣ − √٨ اگر استخراج کنم چون √(٩ − ٨) = √١ = ١ درینصورت √(٣ − √٨) = √((٣+١)/٢) − √((٣−١)/٢) = √٢ − ١ وهو المطلوب * وبرای استخراج ضلع کعب مقدار مرکب مذکور کدام قاعدهٔ کلیه متعین نمی تواند شد *

مطلب نهم در بیان سلسلهٔ غیر متناهي قسمت وجذر وغیره وآن را (انفنت سیرس) میگویند اعني قسمت کردن ارقام معلّم را که خارج قسمت آنها منتهي نشود خواه استخراج ضلع اول مضلع اصم نمایند که منتهي برقمی نگردد بلکه تا هرجا که عمل نمایند می تواند شد وبسبب استخراج حرف اول خارج قسمت خواه ضلع دیگر همه حروف الی غیر النهایة بهم می تواند رسید ودران چند مسئله است *

مسئلهٔ اول * درفرود آوردن مقادیر وکسر در سلسلهٔ غیر متناهي وطریقش آن است که صورت کسر را بر مخرج قسمت کنند بطوریکه در مطلب چهارم مذکور شده وخارج قسمت استخراج نمایند تا هرقدر که استخراج توانند کرد که آن سلسله مطلوب است مثلاً خواستم که (م ک)/(م − ک) را در سلسلهٔ غیر متناهي بیارم پس صورت کسر را مقسوم ومخرج را مقسوم علیه مقرر کرده عمل نمودم بدینصورت

مقسوم علیه $\text{م} - \text{ک}$) مک مقسوم ($\text{ک} + \frac{\text{ک}^{2}}{\text{م}} + \frac{\text{ک}^{3}}{\text{م}^{2}} + \frac{\text{ک}^{4}}{\text{م}^{3}} + \frac{\text{ک}^{5}}{\text{م}^{4}}$ وغیرها خارج قسمت

$$\text{مک} - \text{ک}^{2}$$

$$+\text{ک}^{2}$$

$$+\text{ک}^{2} - \frac{\text{ک}^{3}}{\text{م}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{3}}{\text{م}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{3}}{\text{م}} - \frac{\text{ک}^{4}}{\text{م}^{2}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{4}}{\text{م}^{2}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{4}}{\text{م}^{2}} - \frac{\text{ک}^{5}}{\text{م}^{3}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{5}}{\text{م}^{3}}$$

$$+\frac{\text{ک}^{5}}{\text{م}^{3}} - \frac{\text{ک}^{6}}{\text{م}^{4}}$$

$+\frac{\text{ک}^{6}}{\text{م}^{4}}$ وهکذا الی غیرالنهایة

مثال دیگر خواستم که $\frac{\text{م}}{(\text{م} + \text{ک})^{2}}$ را در سلسلهٔ غیر متناهی بیارم
چون درینجا مقسوم علیه مربع مجموع ($\text{م} + \text{ک}$) است لهذا
($\text{م}^{2} + \text{ک}^{2} + 2\,\text{مک}$) را مقسوم علیه قرار دادم و بدستور عمل کردم

مقسوم علیه (م² + ک² + ۲مک) مقسوم م² (۱ − ۲ک/م + ۳ک²/م² − ۴ک³/م³ وغیره خارج قسمت

م² + ک² + ۲مک

− ک² − ۲مک

− ۴ک² − ۲مک − ۲ک³/م

+ ۳ک² * + ۲ک³/م

+ ۳ک² * + ۶ک³/م + ۳ک⁴/م²

* * − ۴ک³/م − ۳ک⁴/م²

− ۴ک³/م − ۸ک⁴/م² − ۴ک⁵/م³

+ ۵ک⁴/م² + ۴ک⁵/م³ وغیره

مسئلهٔ دوم در فرود آوردن اصم الجذر مرکب در سلسلهٔ غیرمتناهی وطریقش آنست که ضلع اول حرف اول استخراج نمایند بطریقیکه در مطلب هفتم گفته شد ودیگر حروف بهمان دستور استخراج کنند تا هر مرتبه که ضرور و ممکن باشد که آن سلسله مطلوبه است * مثال خواستم که ضلع مجذور م² + ک² را در سلسلهٔ غیرمتناهی استخراج کنم پس بقاعدهٔ مطلب هفتم عمل نمودم *

بدینصورت

$$\text{م}^2 + \text{ک}^2 \;\Big(\; \text{م} + \frac{\text{ک}^2}{2\text{م}} - \frac{\text{ک}^4}{8\text{م}^3} + \frac{\text{ک}^6}{16\text{م}^5} - \frac{5\text{ک}^8}{128\text{م}^7}$$ وغیرہ وهو الخارج المطلوب

$$\text{م}^2$$

$$2\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{2\text{م}} \;\Big)\; \text{ک}^2$$

$$\text{ک}^2 + \frac{\text{ک}^4}{4\text{م}^2}$$

$$2\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{\text{م}} - \frac{\text{ک}^4}{8\text{م}^3} \;\Big)\; -\frac{\text{ک}^4}{4\text{م}^2}$$

$$-\frac{\text{ک}^4}{4\text{م}^2} - \frac{\text{ک}^6}{8\text{م}^4} + \frac{\text{ک}^8}{64\text{م}^6}$$

$$2\text{م} + \frac{\text{ک}^2}{\text{م}} - \frac{\text{ک}^4}{4\text{م}^3} + \frac{\text{ک}^6}{16\text{م}^5} \;\Big(\; \frac{\text{ک}^6}{8\text{م}^4} - \frac{\text{ک}^8}{64\text{م}^6}$$

$$\frac{\text{ک}^6}{8\text{م}^4} - \frac{\text{ک}^8}{16\text{م}^6}$$ وغیرہ

$$-\frac{5\text{ک}^8}{64\text{م}^6}$$ وغیرہ وهکذا الی ما لا نهایة له

فایدہ این طریق در استخراج ضلع مجذور اکثر معمول است و در ضلع مضلعات دیگر عمل بسیار طول میشود و این ضعیف میگوید که اگر بطریق جدول که برای استخراج ضلع مضلعات در مطلب هشتم این نحیف بیان کردہ عمل نمایند غالبکه در استخراج ضلع مضلعات دیگر هم سهولیت واقع شود*

مسئلهٔ سیوم در فرود آوردن مقدار اصم الجذر مرکب از دو حرف در سلسلهٔ غیر متناهی بوجه خاص وطریقش آنست که آن هر دو حرف را مبدل بدو حرف دیگر مع علامات مضلعات آن کنند وعدد منزل ضلع مطلوب را $\frac{\text{م}}{\text{ن}}$ فرض کنند وباز حرف دیگر بانشان مناسب مثبت ومنفی بنویسند*

مثلاً $\text{ر}^2 - \text{ک}^2$ مطلوب الجذر است پس $\text{ف} = \text{ر}^2$ و $\text{ل} = -\frac{\text{ک}^2}{\text{ر}^2}$ فرض کردم وعدد منزل مطلوب را

علی الترتیب و مجموع مربعات آنها ۵۴۹) است ؛ جواب عدد اول را) م فرض کردم
درینصورت عدد ثانی ۲م/۳ زیراکه نسبت ۱/۲ : ۱/۳ :: م : ۲م/۳ است و نیز عدد ثالث م/۲
گردید زیراکه ۱/۳ : ۱/۴ :: ۲م/۳ : م/۲ پس مربع اول م² و مربع ثانی ۴م²/۹ و مربع ثالث
م²/۴ گردید و مجموع آن ۶۱م²/۳۶ = ۵۴۹ شد بحسب السؤال بلکه ۶۱ م = ۱۹۷۶۴
بلکه م² = ۱۹۷۶۴/۶۱ = ۳۲۴ بلکه م = ۱۸ = عدد اول پس ۱۲ = عدد ثانی و ۹ =
عدد ثالث خواهد بود و بطریق دیگر اگر از روی مخرج مشترک اعداد کسور نسبت بگیرم
۶ و ۴ و ۳ میشود پس اول را) ۶ م و ثانی را) ۴ م و ثالث را) ۳ م فرض نمایم درینصورت
مربع اول ۳۶ م² و مربع ثانی ۱۶ م² و مربع ثالث ۹ م² می‌شود و مجموع ۶۱ م² = ۵۴۹
بلکه م² = ۵۴۹/۶۱ = ۹ بلکه م = ۳ وازین سبب اعداد مجهول ۱۸ و ۱۲ و ۹ خارج شد ❊

سؤال سی و هشتم کدام دو عدد اند که مجموع آنها * مثلاً ۲۰ و مجموع مکعبین آنها * مثلاً
۲۲۴۰ باشد پس استخراج آن علی العموم بچه نوع باشد ؛ جواب عدد مجموع عددین را) ص
و مجموع مکعبین را) ب و عدد اعظم را م فرض کردم پس اصغر ص − م شد چراکه ظاهر
است که مجموع م و ص − م = ص) است و مکعب هر دو نمودم مکعب اعظم م³ و مکعب
اصغر ص³ − ۳ ص² م + ۳ ص م² − م³ و مجموع هر دو ص³ − ۳ ص² م + ۳ ص م² = ب بلکه ۳ ص م²
− ۳ ص² م = ب − ص³ بلکه م² − ص م = ب/۳ص − ص³/۳ص بلکه م − ص م = ب/۳ص − ص²/۳ بلکه
م² − ص م + ص²/۴ = ب/۳ص − ص²/۳ + ص²/۴ بلکه م² − ص م + ص²/۴ = ب/۳ص − ص²/۱۲ بلکه م
− ص/۲ = √(ب/۳ص − ص²/۱۲) بلکه م = √(ب/۳ص − ص²/۱۲) + ص/۲ بحسب العموم و بحسب العدد
المذکور) م = √(۲۲۴۰/۶۰ − ۳۳ ۱/۳) + ۱۰ = √(۳۷ ۱/۳ − ۳۳ ۱/۳) + ۱۰ = √۴ + ۱۰ = ۱۲ ❊

سؤال سی و نهم عدد ۲۴۰ را می‌خواهم که دو قسم کنم بشرطیکه نسبت قسم اعظم مقسوم علی
الاصغر بطرف اصغر مقسوم علی الاکبر مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵ باشد ؛ جواب قسم
اعظم را م فرض کردم پس قسم اصغر ۲۴۰ − م شد و نسبت م/(۲۴۰ − م) بطرف (۲۴۰ − م)/م

مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵) است بحسب السؤال وهرگاه برای تسهیل عمل ۲۴۰ را ح و ۱۴۷ را س و ۷۵ را ن فرض کردم درینصورت $\frac{\text{م}}{\text{ح}-\text{م}} : \frac{\text{ح}-\text{م}}{\text{م}} :: \text{س} : \text{ن}$ است بلکه $\frac{\text{ن م}}{\text{ح}-\text{م}} = \text{س} \times \frac{\text{ح}-\text{م}}{\text{م}}$ بحسب مسطح الطرفین و مسطح الوسطین بلکه $\text{ن م}^2 = \text{س} \times (\text{ح}-\text{م})^2$ بلکه $\frac{\text{ن م}^2}{\text{س}} = (\text{ح}-\text{م})^2$ بلکه $\text{م}\sqrt{\frac{\text{ن}}{\text{س}}} = \text{ح}-\text{م}$ بحسب التجذیر وچون $\sqrt{\frac{\text{ن}}{\text{س}}} = \sqrt{\frac{۷۵}{۱۴۷}} = \frac{۵}{۷}$ پس $\frac{۵}{۷}\text{م} = \text{ح}-\text{م}$ بلکه $۵\text{م} = ۷\text{ح} - ۷\text{م}$ بلکه $۱۲\text{م} = ۷\text{ح}$ بلکه $\text{م} = \frac{۷\text{ح}}{۱۲} = \frac{۱۶۸۰}{۱۲} = ۱۴۰$ ⁂

سؤال چهل دو مزدور باجرت فی یوم مختلف مشغول کاری شدند وایام شغل اول شش یوم زیاده ازایام شغل ثانی گردید واول وجه اجرت ۹۶ دینار وثانی ۵۴ دینار یافت لیکن اگر ثانی بقدر ایام اول واول بقدر ایام ثانی عمل می نمود وجه اجرت هردو متساوی میشد پس مقدار ایام عمل هریکی ومقدار یومیهٔ هریکی چه باشد ⁖ جواب ایام شغل اول را م فرض کردم پس ایام شغل ثانی $\text{م} - ۶$ باشد ومقدار یومیهٔ اول $\frac{۹۶}{\text{م}}$ ومقدار یومیهٔ ثانی $\frac{۵۴}{\text{م}-۶}$ گردید ولهذا اگر ثانی بقدر ایام اول عمل می نمود $\frac{۵۴}{\text{م}-۶} \times \text{م}$ می یافت واگر اول بقدر ایام ثانی کار می کرد $\frac{۹۶}{\text{م}} \times (\text{م}-۶)$ حاصل می نمود وچون این هردو وجه بحسب السؤال متساوی اند پس $\frac{۵۴\,\text{م}}{\text{م}-۶} = ۹۶ \times \frac{\text{م}-۶}{\text{م}}$ بلکه $۵۴\,\text{م}^2 = ۹۶ \times (\text{م}-۶)^2$ بلکه $۹\,\text{م}^2 = ۱۶ \times (\text{م}-۶)^2$ بلکه $۳\text{م} = ۴ \times (\text{م}-۶)$ بحسب التجذیر بلکه $۳\text{م} = ۴\text{م} - ۲۴$ بلکه $\text{م} = ۲۴$ = ایام عمل اول پس $\frac{۹۶}{۲۴} = ۴$ = یومیهٔ اول ونیز $\frac{۵۴}{۲۴-۶} = \frac{۵۴}{۱۸} = ۳$ = یومیهٔ ثانی ⁂ سؤال چهل ویکم زید وعمرو در وقت معین ازموضعین خودها که مسافت بینهما ۳۲۰ میل بود برای ملاقات یکدیگر روانه شدند وعمرو هرروز هشت میل زیاده اززید قطع منزل می کرد وعدد ایام که دران ملاقات هردو واقع شد مساوی نصف عدد امیال قطع هرروزهٔ زید بود پس آنها درچند روز باهم ملاقات کردند ⁖ جواب عدد ایام تلاقی طرفین را م فرض کردم پس مقدار مسافت هرروزهٔ زید ۲ م شد ومقدار مسافت هرروزهٔ عمرو $۲\text{م} + ۸$ گردید وچون $۲\text{م} \times \text{م} = ۲\text{م}^2$ = امیال که زید آنرا قطع کرده وهمچنین $(۲\text{م} + ۸) \times \text{م}$

= ۲ م^{2} + ۸ م = امیال که عمرو آنرا قطع نمود پس مجموع ۴ م^{2} + ۸ م = ۳۲۰ بحسب السؤال بلکه م^{2} + ۲ م = ۸۰ بلکه م^{2} + ۲ م + ۱ = ۸۱ بلکه م + ۱ – ۹ بلکه م = ۸ = عدد ایام ملاقات طرفین پس ۱۶ = مقدار قطع مسافت هر روزهٔ زید و ۱۲۸ = امیال مقطوعهٔ زید و ۲۴ = قطع مسافت هر روزهٔ عمرو و ۱۹۲ = امیال مقطوعهٔ عمرو ❊ سؤال چهل و دوم دو شخص مثل زید و عمرو بیک وقت معین بجای معین روانه شدند که فاصلهٔ نود میل است و زید یک میل زیاده از عمرو در یک ساعت قطع راه می نمود و یک ساعت قبل از عمرو بمقام مطلوب رسید پس هر یک در یک ساعت چه قدر میل قطع کرد ❊ جواب عدد امیال قطع زید که در یک ساعت می کرد م فرض کردم پس عدد امیال قطع عمرو فی ساعت واحد م – ۱ شد و درینصورت هرگاه نود میل را ه فرض نمودم عدد ساعات قطع زید $\frac{\text{ه}}{\text{م}}$ و عدد ساعات عمرو $\frac{\text{ه}}{\text{م}-1}$ شد پس $\frac{\text{ه}}{\text{م}} + 1 = \frac{\text{ه}}{\text{م}-1}$ بحسب السؤال بلکه ه م + م^{2} – ه – م = ه م بلکه ه م + م^{2} = ه م + ه + م بلکه م^{2} – م = ه بلکه م^{2} – م + $\frac{1}{4}$ = ه + $\frac{1}{4}$ بلکه م – $\frac{1}{2}$ = $\sqrt{\text{ه} + \frac{1}{4}}$ بلکه م = $\sqrt{\text{ه} + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}$ وچون ه عبارت از نود میل است پس $\sqrt{90 + \frac{1}{4}} = 9\frac{1}{2}$ پس م = $9\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ = ۱۰ = عدد امیال قطع زید فی ساعة واحدة و ۹ = عدد امیال قطع عمرو فی ساعة واحدة ❊ سؤال چهل و سوم کدام دو عدد اند که اگر مجموع آنها را در اکبر ضرب کنند حاصل مساوی صد امثال اصغر شود و اگر در اصغر ضرب نمایند حاصل مساوی ۶۴ مثال اکبر گردد ❊ جواب اکبر را م و اصغر را ک فرض کردم پس (م + ک) × م = ۱۰۰ ک و (م + ک) × ک = ۶۴ م بلکه م^{2} + م ک = ۱۰۰ ک و ک^{2} + م ک = ۶۴ م وهرگاه معادلهٔ اولی را در ک و معادلهٔ ثانی را در م ضرب نمودم م^{2} ک + م ک^{2} = ۱۰۰ ک^{2} و م ک^{2} + م^{2} ک = ۶۴ م^{2} وچون جملهٔ اولی در هر دو معادله متساوی است درینصورت ۱۰۰ ک^{2} = ۶۴ م^{2} بلکه ۱۰ ک = ۸ م بحسب التجذیر بلکه ۵ ک = ۴ م پس ک = $\frac{4\text{م}}{5}$ وهرگاه مقدار ک را تبدیل کردم پس $\frac{16}{25}$ م^{2} + $\frac{4\text{م}^{2}}{5}$ = ۶۴ م بلکه $\frac{36}{25}$ م^{2} = ۶۴ م بلکه $\frac{36}{25}$ م = ۶۴ بلکه ۳۶ م = ۱۶۰۰ بلکه م = $\frac{1600}{36} = \frac{400}{9} = 44\frac{4}{9}$ پس ک = $35\frac{5}{9}$ ❊

سؤال چهل وچهارم هرگاه دو عدد بحیثیتی باشند که مسطح احدهما فی الآخر مساوی مربع تفاضل ما بینهما بود پس نسبت بین العددین المذکورین چه خواهد بود ؛ جواب هرگاه اصغر را ک فرض کنم و مقدار نسبت را مر نسبت ک اعنی اصغر بطرف اعظم مثل نسبت واحد بطرف مر است بحسب الفرض و درینصورت ک مر مقدار اعظم باشد بحسب اربعهٔ متناسبه و مرک − ک مقدار تفاضل ما بینهما گردید پس مرک × ک = (مرک − ک)^{2} بحسب السؤال بلکه مرک^{2} = مر^{2}ک^{2} − ۲ مرک^{2} + ک^{2} وهرگاه این معادله را بر ک^{2} قسمت نمودم پس مر = مر^{2} − ۲ مر + ۱ شد بلکه مر^{2} − ۳ مر = −۱ بلکه مر^{2} − ۳ مر + ۲ $\frac{۱}{۴}$ = ۱ $\frac{۱}{۴}$ = $\frac{۵}{۴}$ بلکه مر − ۱ $\frac{۱}{۲}$ = $\sqrt{\frac{۵}{۴}}$ = $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ بلکه مر = $\frac{\sqrt{۵} + ۳}{۲}$ وچون $\sqrt{۵}$ = ۲ $\frac{۲۳۶}{۱۰۰۰}$ تقریبا درینصورت مر = ۲ $\frac{۶۱۸}{۱۰۰۰}$ تقریبا پس نسبت بین العددین المطلوبین مثل نسبت واحد بطرف $\frac{۲۶۱۸}{۱۰۰۰}$ خواهد بود ؛؛ سؤال چهل وپنجم کدام دو عدد اند که مسطح انها ۳۰۰) است واگر بر اصغر ۱۰ بیفزایند واز اعظم هشت نقصان کنند پس مسطح آنها هم ۳۰۰ شود ؛ جواب اعظم را مر و اصغر را ک فرض کردم پس مرک = ۳۰۰ بحسب السؤال ونیز (مر − ۸) × (ک + ۱۰) = ۳۰۰ بلکه مرک + ۱۰ مر − ۸ ک − ۸۰ = ۳۰۰ بحسب السؤال درینصورت مرک = مرک + ۱۰ مر − ۸ ک − ۸۰ بحسب مساوات جملتین آخرین بلکه ۸ ک + ۸۰ = ۱۰ مر بلکه مر = $\frac{۸ ک}{۱۰}$ + ۸ ودر معادلهٔ اولی هرگاه مقدار مر را تبدیل کردم پس ($\frac{۸ ک}{۱۰}$ + ۸) × ک = ۳۰۰ بلکه $\frac{۸ ک^{2}}{۱۰}$ + ۸ ک = ۳۰۰ بلکه ۸ ک^{2} + ۸۰ ک = ۳۰۰۰ بلکه ک^{2} + ۱۰ ک = $\frac{۳۰۰۰}{۸}$ = ۳۷۵ بلکه ک^{2} + ۱۰ ک + ۲۵ = ۴۰۰ بلکه ک + ۵ = ۲۰ بلکه ک = ۱۵ پس مر = $\frac{۳۰۰}{۱۵}$ = ۲۰ ؛؛ سؤال چهل وششم کدام دو عدد اند که مجموع آنها ۱۰۰ ونسبت تفاضل بینهما بطرف مجموعهما مثل نسبت مسطحهما الی تفاضل مربعیهما باشد ؛ جواب ۵۰ را که نصف عدد معلوم است ص ونصف تفاضل عددین را مر فرض کردم درینصورت ص + مر = اعظم و ص − مر = اصغر پس نسبت ۲ مر که مقدار تفاضل است الی ۲ ص مثل نسبت (ص + مر) × (ص − مر) الی (ص + مر)^{2} − (ص − مر)^{2} است بلکه ۲ مر : ۲ ص :: ص^{2}

بطرف رابع باشد آنرا نسبت مستوي و (ديريکت پراپرشن) گويند مثل ٣ و ٦ و ٥ و ١٠ و ک و مر ک و ے و مر ے *

فائدۀ سيوم هرگاه چهار مقادير بحيثيتي باشند که نسبت اول بطرف ثاني مثل نسبت رابع بطرف ثالث باشد آنرا نسبت ذوطرفين ونسبت مقلوب خوانند و در انگريزي (ريسپروکل پراپرشن) و (انورس پراپرشن) گويند مثل ٢ و ٦ و ٩ و ٣ و مر و مر و ب رو ب در ينها نسبت مقلوب وذوطرفين است *

فائدۀ چهارم هرگاه مقادير متناسبۀ هندسي متواليه باشند اعني نسبت اول بطرف دويم مثل نسبت دويم بطرف سيوم ونسبت سيوم بطرف چهارم باشد وهکذا آنرا (جمتري پروگرشن) گويند اعني نسبت هندسي متوالي خوانند مثل ٢ و ٤ و ٨ و ١٦ و ٣٢ وغيرآن و مر و مر ر و مر ر٢ و مر ر٣ و مر ر٤ وغيرآن *

فائدۀ پنجم اگر چهار مقادير متناسبۀ هندسي باشند مسطح وسطين مساوي مسطح طرفين مى باشد مثل ٢ و ٤ و ٦ و ١٢ که ٢ × ١٢ = ٤ × ٦) است وهمچنين مر و مر ر و ب و ب ر که مقادير متناسبه اند مر × ب ر = مر ر × ب) است *

فائدۀ ششم اگر چهار مقادير در نسبت هندسي مستويه باشند حاصل ضرب وسطين مقسوم بر احد الطرفين مساوي طرف آخر مى باشد وهمچنين مسطح مقسوم بر احد الوسطين مساوي وسط آخر ميشود مثلاً ٣ و ٩ و ٥ و ١٥ پس مسطح الوسطين اعني ٩ × ٥ مقسوم على ٣ = ١٥ که طرف آخراست وهمچنين $\frac{۳\times۱۵}{۹}$ = ٥ که وسط آخراست وهکذا ک و مر ک و ے و مر ے

پس $\frac{\text{مر ک} \times \text{ے}}{\text{مر ے}}$ = ک ونيز $\frac{\text{مر ے} \times \text{ک}}{\text{مر ک}}$ = ے *

فائدۀ هفتم در هر نسبت متواليۀ هندسي حاصل ضرب طرفين مساوي حاصل ضرب وسطين که بعد هريکي از آنها از هردو طرف مساوي باشد ميشود مثل ١ و ٣ و ٩ و ٢٧ و ٨١ و ٢٤٣ وغيرآن پس ١ × ٢٤٣ = ٨١ × ٣ = ٢٧ × ٩ *

فائدۀ هشتم در هر نسبت متواليۀ هندسي مقدار آخر مساوي حاصل ضرب مقدار در مضلع نسبت است که عدد منزل آن بعدۀ آن مقادير بواحد کم باشد ميشود مثلاً ٢ و ٦ و ١٨ و ٥٤ و ١٦٢

چون درینجا مقدار نسبت سه است ومقدار عدهٔ پنج وهرگاه ازان واحد کم کردم چهار ماند وآن عدد منزل مال مال است پس مسطح ۲ که عدد اول است در مال مال ۳ که عدد نسبت است = ۱۶۲ که عدد اخیر است میشود *

فائدهٔ نهم اگر مجموع مقادیر متوالیه علی نسبت هندسی را بدانم پس مسطح مقدار اخیر را در مقدار نسبت گرفته تفاضل ما بین آن ومقدار اول را بر مقدار نسبت بواحد کم قسمت کنم که خارج قسمت مطلوب باشد مثلاً خواستم که مجموع ۲ و ۴ و ۸ وغیر آن تا ۵۱۲ بدانم چون مقدار نسبت دو است پس $\frac{(۲ \times ۵۱۲) - ۲}{۲ - ۱} = \frac{۱۰۲۴ - ۲}{۱} = ۱۰۲۲$ وهو المطلوب وهمچنین اگر مقدار اول م ومقدار نسبت ر ومقدار آخر (م رⁿ) وخواهم که مجموع جمیع مقادیر بدانم درینصورت

$\frac{(م رⁿ \times ر) - م}{ر - ۱} = \frac{م رⁿ⁺¹ - م}{ر - ۱} = \frac{(رⁿ⁺¹ - ۱) \times م}{ر - ۱}$ وهو المطلوب *

فائدهٔ دهم اگر چهار مقادیر متناسبه باشند آنها از روی تبدیل بموجب تفصیل ذیل در نسبت معتبر خواهند بود *

اول نسبت متساوی م : ب :: س : د .... خواه ۲ : ۶ :: ۵ : ۱۵

دویم قلب النسبة ب : م :: د : س .... خواه ۶ : ۲ :: ۱۵ : ۵

سیوم ابدال النسبة م : س :: ب : د .... خواه ۲ : ۵ :: ۶ : ۱۵

چهارم ترکیب النسبة م : م + ب :: س : س + د ... خواه ۲ : ۸ :: ۵ : ۲۰

پنجم نسبت استثنائیه م : ب − م :: س : د − س ... خواه ۲ : ۴ :: ۵ : ۱۰
واین را تفریق النسبة وفصل النسبة نیز گویند

ششم نسبت مخلوط ب + م : ب − م :: س + د : د − س خواه ۸ : ۴ :: ۲۰ : ۱۰
واین را نسبت مع الترکیب والتفریق نیز خوانند

هفتم نسبت مضروبه ر م : ر ب :: س : د ...... خواه ۲×۳ : ۶×۳ :: ۵ : ۱۵

هشتم نسبت منقسمه م ÷ ر : ب ÷ ر :: س : د ...... خواه $\frac{۲}{۲}$: $\frac{۶}{۲}$ :: ۵ : ۱۵

نهم هرگاه چهار مقادیر متناسبه باشند ونسبت اول بطرف چهارم مثل نسبت اول بطرف سیوم باشد پس آن همه چهار مقادیر متساوی خواهند بود چنانکه م و ب و س و د چهار مقادیر متناسبه

باشند ونسبت م: ء :: م: س بود پس هرچهار مقادیر متساوي خواهند بود * سؤال اول مقدار اول نسبت متوالیهٔ هندسي واحد است ومقدار نسبت ۲ وعدهٔ مقادیر پس مجموع مقادیر چه باشد ؛ جواب بموجب فائدهٔ هشتم $1\times(2)^9=1\times512=512$ واین مقدار آخر است وبموجب فائدهٔ نهم $\frac{(2\times512)-1}{2-1}=1023$ وهوالمطلوب * سؤال دویم عدد اول نسبت هندسي متوالي $\frac{1}{2}$) است ومقدار نسبت $\frac{1}{3}$ وعدهٔ مقادیر ۵ پس مجموع مقادیر چه باشد ؛ جواب چون بموجب فائدهٔ هشتم $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{2}\times\frac{1}{81}=\frac{1}{162}$ واین مقدار عدد اخیراست پس بموجب فایدهٔ نهم $\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{162}\times\frac{1}{3}\right)\right]\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{486}\right)\div\frac{2}{3}=\frac{121}{243}\times\frac{3}{2}=\frac{363}{486}=\frac{121}{162}$ وهوالمطلوب باید دانست که درینجا چون در مقسوم ومقسوم علیه هرد ومستثنی اعظم از مستثنی منه است لهذا در هرد و علامت مثبت ومنفي را منقلب ساخته قسمت نمودم تا خارج قسمت مثبت برآمد واین برای تسهیل عمل است والّا بی تبدیلی علامت هم مفاد همین میشود * سؤال سیوم مقدار اول مقادیر نسبت متوالیهٔ هندسي واحد است ومقدار نسبت ۳ وعدهٔ مقادیر ۱۲ میخواهم که مجموع آنها بدانم چون بموجب فائدهٔ هشتم $1\times(3)^{11}=177147$ واین مقدار آخر است پس بموجب فائدهٔ نهم $\frac{(3\times177147)-1}{3-1}=\frac{531440}{2}=265720$ وهوالمطلوب * سؤال چهارم مقدار اول مقادیر نسبت هندسي متوالي واحد است ومقدار نسبت $\frac{1}{3}$ وعدهٔ مقادیر ۱۲ پس مجموع آنها چه باشد ؛ جواب چون بموجب فائدهٔ هشتم $1\times\left(\frac{1}{3}\right)^{11}=\frac{1}{177147}$ واین مقدار اخیر پس بموجب فائدهٔ نهم $\left[1-\left(\frac{1}{177147}\times\frac{1}{3}\right)\right]\div\left(1-\frac{1}{3}\right)=\left(1-\frac{1}{531441}\right)\div\frac{2}{3}=\frac{531440}{531441}\times$

$$\frac{3}{2}=\frac{1594320}{1062882}=1+\frac{88573}{177147}\ *$$

مطلب دوازدهم در معادلات مفرده

بدانکه معادله عبارت است ازانکه دو مقدار متساوی القدر ومختلف البیان مقابل وموازن یکدیگر شوند ودرمیان آنها نشان مساوات بدینصورت (=) می نهند وان معادله را (ایکویشن) گویند بمعنی مقابله مثل $12-5=7$ ومقابلهٔ مفرد آنست که مشتمل بر مقدار یک مجهول باشد

بدون اشتمال مضلعی دران مثال ک − م + ب = س و دریںجا مجهول صرف مقدار ک) است
واین را (سنپل ایکویشن) گویند (سنپل) بمعنی مفرد است و درین مطلب چند بیان است *

بیان اول در ترکیب معلوم کردن مقدار مجهول مفرد بموجب قواعد مفصلهٔ ذیل
واین را (ریڈیکشن اف ایکویشن) گویند (ریڈکشن) بمعنی تقلیل وتخفیف است *

قاعدهٔ اول هرگاه شامل مجهول دیگر مقادیر هم باشند پس آن مقادیر را ازیک طرف مقابله بطرف دیگر نقل کنند مع تبدیل نشان مثبت ومنفي ونیز مقادیریکه مشتمل بررقم مجهول باشد اگر بطرف دیگر مقابله واقع شوند آن همه را بطرف مجهول همچنان مع تبدیل نشان مثبت ومنفي نقل نمایند مثلاً ک + ۳ = ۷ پس اینجا ک = ۷ − ۳ = ۴ ٭ مثال دیگر ک − ۴ + ۶ = ۸) اینجا ک = ۸ + ۴ − ۶ = ۶ ٭ مثال دیگر ک − م + ب = س − د چون مجهول ک) است پس ک = س − د + م − ب ٭ مثال دیگر ۴ ک − ۸ = ۳ ک + ۲۰) اینجا ۴ ک − ۳ ک = ۲۰ + ۸ = ک = ۲۸ *

قاعدهٔ دویم اگر رقم مقدار مجهول مضروب درکدام مقدار دیگر باشد آن مقدار مضروب فیه را ساقط کنند وارقام دیگر را که بطرف مقابلهٔ دیگر باشند بررقم مضروب فیه مسقط قسمت کنند مثلاً م ک = م ب − م (واینجا ک مجهول است ومضروب فیه م پس م را ساقط کرده مقادیر طرف آخر را بر م قسمت نمودم ک = ب − ۱ ماند ٭ مثال دیگر ۲ ک + ۴ = ۱۶) اینجا ک + ۲ = ۸ بلکه ک = ۸ − ۲ = ۶ وهمچنین م ک + ۲ ب م = ۳ س چون اینجا ک مجهول است پس ک = $\frac{\text{۳ س}}{\text{م}}$ − ۲ ب *

قاعدهٔ سوم اگر رقم مجهول مقسوم برکدام مقدار باشد آن مقدار مقسوم علیه را حذف کنند و دیگر همه حروف مقابله را دران مقسوم علیه ضرب سازند مثلاً $\frac{\text{ک}}{\text{۲}}$ = (۵ + ۸) اینجا ک = ۱۰ + ۱۶ = ۲۶ ٭ مثال دیگر $\frac{\text{ک}}{\text{م}}$ = ب + س − د) اینجا ک مجهول است پس ک = م ب + م س − م د ٭ مثال دیگر $\frac{\text{۲ ک}}{\text{۳}}$ − ۲ = ۶ + ۴) اینجا ۲ ک − ۶ = ۱۸ + ۱۲ بلکه ک = $\frac{\text{۳۶}}{\text{۲}}$ = ۱۸ *

قاعدهٔ چهارم * اگر مقدار مجهول تحت نشان اصم الجذر باشد آن نشان را حذف کنند وارقام باقی را بقدر عدد منزل آن اصم الجذر مضلع سازند مثلاً √(ک − ۲) = ۶ اینجا √ک = ۶ + ۲ = ۸ پس ک = (۸)^۲ = ۶۴ * مثال دیگر √(۴ک + ۱۶) = ۱۲) اینجا ۴ک + ۱۶ = ۱۴۴ بلکه ۴ک = ۱۴۴ − ۱۶ = ۱۲۸ واگر هردو طرف مقابله را بر ۴ قسمت کنم پس ک = ۳۲ شود * مثال دیگر ∛(۲ک + ۳) + ۴ = ۸) اینجا ∛(۲ک + ۳) = ۸ − ۴ = ۴ پس ۲ک + ۳ = (۴)^۳ = ۶۴ بلکه ۲ک = ۶۴ − ۳ = ۶۱ بلکه ک = ۳۰½ *

قاعدهٔ پنجم * اگر طرف مقابله که مشتمل بر مقدار مجهول است کدام مضلع کامل باشد پس ضلع اول آن استخراج نمایند وبهمان نسبت ضلع اول طرف آخر خارج کنند مثلاً ک^۲ + ۶ک + ۹ = ۲۵ چون طرف اول که مشتمل بر مقدار مجهول است مجذور کامل بود لهذا جذر آن استخراج کردم پس ک + ۳ = √۲۵ = ۵ بلکه ک = ۵ − ۳ = ۲ * مثال دیگر ۳ک^۲ − ۹ = ۲۱ + ۳) اینجا ۳ک^۲ = ۲۱ + ۳ + ۹ = ۳۳ بلکه ک^۲ = ۱۱ بلکه ک = √۱۱ * مثال دیگر ۲ک^۲/۳ + ۱۰ = ۲۰) اینجا ۲ک^۲ + ۳۰ = ۶۰ پس ک^۲ + ۱۵ = ۳۰ بلکه ک^۲ = ۳۰ − ۱۵ = ۱۵ بلکه ک = √۱۵ *

قاعدهٔ ششم * اگر نسبت مقدار مجهول بطرف مقداری دیگر مثل نسبت مقداری آخر بطرف مقداری آخر باشد اینجا بطریق اربعهٔ متناسبه بضرب طرفین و وسطین مساوات حاصل کرده عمل نمایند * مثلاً ۳ک : ۱۶ :: ۵ : ۱۰) اینجا ۳ک × ۱۰ = ۱۶ × ۵ بلکه ۳۰ک = ۸۰ بلکه ک = ۸۰/۳۰ = ۸/۳ = ۲⅔ * مثال دیگر ۲ک/۳ : م :: ب : س) اینجا ک مجهول است پس ۲س ک/۳ = م ب بلکه ۲س ک = ۳م ب بلکه ک = ۳م ب/۲س * مثال دیگر ۱۲ − ک : ک/۲ :: ۴ : ۱) اینجا ۱۲ − ک = ۴ک/۲ = ۲ک بلکه ۲ک + ک = ۱۲ بلکه ۳ک = ۱۲ بلکه ک = ۱۲/۳ = ۴ *

قاعدهٔ هفتم * اگر مقادیر متساویه مع نشان متساوی در هر دو طرف مقابله باشند اعنی متداخلین بوند آنهارا از هر دو طرف ساقط کنند وهمچنین اگر مضروب یا مقسوم علیه در همه ارقام مساوی باشد پس آنهارا حذف نمایند * مثلاً ۴ ک + م = ب + م) اینجا ۴ ک = ب بلکه ک = $\frac{ب}{۴}$ ٭ مثال دیگر ۳ م ک + ۵ م ب = ۸ م س) اینجا ۳ ک + ۵ ب = ۸ س بلکه ک = $\frac{۸ س - ۵ ب}{۳}$ ٭ مثال دیگر $\frac{۲ ک}{۳} - \frac{۸}{۳} = \frac{۱۶}{۳} - \frac{۸}{۳}$) اینجا ۲ ک = ۱۶ بلکه ک = ۸ ٭

سؤال ۵ ک − ۱۵ = ۲ ک + ۶ پس مقدار ک بهم باید رسانید که چه باشد ∴ جواب چون ۵ ک − ۲ ک = ۶ + ۱۵ بلکه ۳ ک = ۲۱ بلکه ک = $\frac{۲۱}{۳}$ = ۷ وهوالمطلوب ٭ سؤال دویم ۵ م ک − ۳ ب = ۲ د ک + س پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون ۵ م ک − ۲ د ک = س + ۳ ب بلکه (۵ م − ۲ د) × ک = س + ۳ ب) ازین سبب ک = $\frac{س + ۳ ب}{۵ م - ۲ د}$ وهوالمطلوب ٭ سؤال سیوم ۳ $ک^{۲}$ − ۱۰ ک = ۸ ک + $ک^{۲}$ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون اینجا بحسب قسمت معادله علی ک * ۳ ک − ۱۰ = ۸ + ک بلکه ۳ ک − ک = ۸ + ۱۰ = ۱۸ بلکه ۲ ک = ۱۸ بلکه ک = ۹ ٭ سؤال چهارم ۶ م $ک^{۳}$ − ۱۲ م ب $ک^{۲}$ = ۳ م $ک^{۳}$ + ۶ م $ک^{۲}$ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون اینجا از روی قسمت معادله علی ۳ م $ک^{۲}$ خارج ۲ ک − ۴ ب = ک + ۲ بلکه ۲ ک − ک = ۲ + ۴ ب بلکه ک = ۲ + ۴ ب وهوالمطلوب ٭ سؤال پنجم $\frac{ک}{۲} - \frac{ک}{۳} + \frac{ک}{۴}$ = ۱۰ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون از روی ضرب مخرج اول ک − $\frac{۲ ک}{۳} + \frac{۲ ک}{۴}$ = ۲۰ واز روی ضرب مخرج دویم ۳ ک − ۲ ک + $\frac{۶ ک}{۴}$ = ۶۰ واز روی ضرب مخرج سیوم ۱۲ ک − ۸ ک + ۶ ک = ۲۴۰ بلکه ۱۰ ک = ۲۴۰ پس ک = ۲۴ وهوالمطلوب ٭ سؤال ششم $\frac{ک - ۳}{۲} + \frac{ک}{۳} = ۲۰ - \frac{ک - ۱۹}{۲}$ پس مقدار ک چه باشد ∴ جواب چون اینجا بسبب ضرب مخرج اول ک − ۳ + $\frac{۲ ک}{۳}$ = ۴۰ − ک + ۱۹ واز روی ضرب مخرج دویم ۳ ک − ۹ + ۲ ک = ۱۲۰ − ۳ ک + ۵۷ بلکه ۳ ک + ۲ ک + ۳ ک = ۱۲۰ + ۵۷ + ۹ بلکه ۸ ک

=۱۸۶ پس ک = $\frac{۱۸۶}{۸}$ = $\frac{۲۳}{۱}$ وهو المطلوب * سؤال هفتم $\sqrt{\frac{۲ک}{۳}}$ + ۵ = ۷ پس مقدار ک

چه باشد * جواب چون اینجا $\sqrt{\frac{۲ک}{۳}}$ = ۷ − ۵ = ۲ پس ازروی تربیع $\frac{ک۲}{۳}$ = ۲^۲ = ۴

وازروی ضرب مخرج ۲ ک = ۱۲ پس ک = ۶ * سؤال هشتم ک + $\sqrt{م^۲ + ک^۲}$ = $\frac{۲م^۲}{\sqrt{م^۲+ک^۲}}$

پس مقدار ک چه باشد * جواب چون بحسب ضرب مخرج ک $\sqrt{م^۲+ک^۲}$ + م^۲ + ک^۲ =

۲ م^۲ بلکه ک $\sqrt{م^۲+ک^۲}$ = م^۲ − ک^۲ و بحسب التربیع ک^۲ × (م^۲ + ک^۲) = (م^۲ − ک^۲)^۲

= م^۴ − ۲ م^۲ ک^۲ + ک^۴ بلکه ک^۲ م^۲ + ک^۴ = م^۴ − ۲ م^۲ ک^۲ + ک^۴ بلکه ک^۲ م^۲ + ۲ م^۲ ک^۲ =

م^۴ بلکه ۳ م^۲ ک = م^۴ و بحسب قسمت معادله علی ۳ م^۲ خارج ک^۲ = $\frac{م^۲}{۳}$ پس ک =

م × $\sqrt{\frac{۱}{۳}}$ وهو المطلوب *

بیان دویم * درطریق استخراج مقدار دو مجهول و پیدا کردن مقابلهٔ مفرد مشتمل برهریکی ازان هردو مجهول ودران چند قواعد است *

قاعدهٔ اول * اول یک مجهول درمقدار هریک مقابله که مشتمل برمقدار مجهول ومقدار معلوم باشد بهم رسانند وبعد ازان مساوات آنرا ازروی آن مقابلها درست کنند که یک معادلهٔ نو مشتمل برمجهول ثانی شود پس مجهول ثانی را بطوریکه دربیان اول گفته شد خارج کنند وبعد ازان مقدار مجهول اول نیز ضرورةً معلوم خواهد شد * مثلاً ۲ ک + ۳ ے = ۲۳ و ۵ ک − ۲ ے = ۱۰ پس اگرمقدار ک + ے را معلوم کنم اول مقدار ک) ازروی هردومقابله برآوردم بموجب مقابلهٔ اول ک = $\frac{۲۳ - ۳ے}{۲}$ وبموجب مقابلهٔ دویم ک = $\frac{۱۰ + ۲ے}{۵}$

وازین سبب $\frac{۲۳ - ۳ے}{۲}$ = $\frac{۱۰ + ۲ے}{۵}$ بلکه ۲۳ − ۳ ے = $\frac{۲۰ + ۴ے}{۵}$ بلکه ۱۱۵ −

۱۵ ے = ۲۰ + ۴ ے بلکه ۱۹ ے = ۱۱۵ − ۲۰ = ۹۵ پس ے = $\frac{۹۵}{۱۹}$ = ۵ وچون ک =

$\frac{۲۳ - ۳ے}{۲}$ بود وهرگاه مقدار ے معلوم شد پس ک = $\frac{۲۳ - ۱۵}{۲}$ = $\frac{۸}{۲}$ = ۴ وهو المطلوب *

مثال دویم ک + ے = م و ک − ے = ب ومقدار ک و ے مجهول است پس

ازروی هرد و مقابله مقدار ک معلوم کردم بموجب مقابلهٔ اول ک = م − ے وبموجب مقابلهٔ ثانی ک = ب + ے وازین سبب م − ے = ب + ے بلکه ۲ ے = م − ب بلکه $ے = \frac{م - ب}{۲}$ وچون ک = م − ے بود وهرگاه مقدار ے معلوم شد پس $ک = م - \frac{م - ب}{۲} = \frac{م + ب}{۲}$ وهوالمطلوب ** مثال سیوم $\frac{۱}{۲}$ ک + $\frac{۱}{۳}$ ے = ۷ و $\frac{۱}{۳}$ ک + $\frac{۱}{۲}$ ے = ۸ ومقدار ک و ے مجهول است چون ازروی مقابلهٔ اول $ک = ۱۴ - \frac{۲ ے}{۳}$ وبموجب مقابلهٔ ثانی $ک = ۲۴ - \frac{۳ ے}{۲}$ وازین سبب $۱۴ - \frac{۲ ے}{۳} = ۲۴ - \frac{۳ ے}{۲}$ بلکه $۴۲ - ۲ ے = ۷۲ - \frac{۹ ے}{۲}$ بلکه ۸۴ − ۴ ے = ۱۴۴ − ۹ ے بلکه ۵ ے = ۶۰ بلکه ے = ۱۲ ودرینصورت $ک = ۱۴ - \frac{۲۴}{۳} = ۶$ وهوالمطلوب ** مثال چهارم ک + ے = ۵ و $ک^{۲} - ے^{۲} = ء$ ومقدار ک و ے مجهول است چون بموجب مقابلهٔ اول ک = ۵ − ے وبموجب مقابلهٔ دویم $ک = \sqrt{ء + ے^{۲}}$ درینصورت $۵ - ے = \sqrt{ء + ے^{۲}}$ وبحسب التربیع $۲۵ + ے^{۲} - ۱۰ ے = ء + ے^{۲}$ بلکه ۲۵ = ء + ۱۰ ے بلکه ۲۵ − ء = ۱۰ ے پس $ے = \frac{۲۵ - ء}{۱۰}$ ودرینصورت $ک = ۵ - \frac{۲۵ - ء}{۱۰}$ بلکه $ک = \frac{۲۵ + ء}{۱۰}$ وهوالمطلوب *

قاعدهٔ دوم * مقدار یک مجهول را ازیک مقابله که مشتمل بر مقدار مجهول ثانی باشد حاصل کنند ودر مقابلهٔ دیگر مقدار مجهول اول را بمقدار حاصل بدل سازند که معادله صرف مشتمل بر مقدار مجهول ثانی شود پس مقدار مجهول ثانی را بموجب بیان اول خارج نمایند که مقدار مجهول هم ضرورةً خارج خواهد شد * مثال ک + ۲ ے = ۱۷ و ۳ ک − ے = ۲ مقدار ک و ے مجهول است چون ازروی مقابلهٔ اول ک = ۱۷ − ۲ ے پس هرگاه مقدار ک را در مقابلهٔ ثانی ازحاصل بدل کردم (۱۷ − ۲ ے) × ۳ − ے = ۲ بلکه ۵۱ − ۶ ے − ے = ۲ بلکه ۵۱ − ۷ ے = ۲ بلکه ۷ ے = ۵۱ − ۲ = ۴۹ پس ے = ۷ درینصورت ک = ۱۷ − ۱۴ = ۳ وهوالمطلوب ** مثال دویم م : ب :: ک : ے و $ک^{۲} + ے^{۲} = س$ مقدار ک و ے مجهول است چون بحسب اربعهٔ متناسبه م ے = ب ک پس ک

$=\frac{\text{م ے}}{\text{ب}}$ وهرگاه در معادلهٔ ثاني مقدار ک را از حاصل بدل کردم $\frac{\text{م}^{2}\text{ے}^{2}}{\text{ب}^{2}}+\text{ے}^{2}=\text{س}$ بلکه $\text{م}^{2}\text{ے}^{2}+\text{ب}^{2}\text{ے}^{2}=\text{ب}^{2}\text{س}$ بلکه $\text{ے}^{2}=\frac{\text{ب}^{2}\text{س}}{\text{م}^{2}+\text{ب}^{2}}$ درینصورت بحسب تجذیر $\text{ے}=\sqrt{\frac{\text{ب}^{2}\text{س}}{\text{م}^{2}+\text{ب}^{2}}}$ وضرورةً $\text{ک}=\sqrt{\frac{\text{س م}^{2}}{\text{م}^{2}+\text{ب}^{2}}}$ وهو المطلوب *

قاعدهٔ سیوم اول مقدارهای یک مقابله را در کدام عدد حسب مناسب ضرب کنند یا بر کدام عدد قسمت نمایند وخواه در هردو مقابله بهمین طور عمل سازند بحیثیتیکه مقدار یک مجهول درهردو معادله مساوي افتد پس از روی جمع یا تفریق هردو معادله یک معادلهٔ دیگر پیدا خواهد شد که مشتمل بر مقدار یک مجهول باشد پس آن مجهول را بموجب بیان اول خارج کنند که ضرورةً مجهول دویم نیز خارج خواهد شد * مثال ۳ ک + ۵ ے = ۴۰ و ک + ۲ ے = ۱۴ ومقدار ک و ے مجهول است پس مقابلهٔ دویم را اگر در سه ضرب کردم ۳ ک + ۶ ے = ۴۲ شد وهرگاه ازان مقابلهٔ اولی را تفریق کردم ۶ ے − ۵ ے = ۴۲ − ۴۰ بلکه ے = ۲ گردید وازین سبب ضرورةً ک = ۱۴ − ۴ = ۱۰ وهو المطلوب * مثال دویم ۵ ک − ۳ ے = ۹ و ۲ ک + ۵ ے = ۱۶ ومقدار ک و ے مجهول است پس اگر مقابلهٔ اولی را در دو ومقابلهٔ دویم را در پنج ضرب کردم پس ۱۰ ک − ۶ ے = ۱۸ حاصل مقابلهٔ اولی شد و ۱۰ ک + ۲۵ ے = ۸۰ حاصل مقابلهٔ دویم گردید پس حاصل مقابلهٔ اولی را از حاصل مقابلهٔ دویم ساقط نمودم باقي ۳۱ ے = ۶۲ ماند بلکه ے = ۲ وضرورةً $\text{ک}=\frac{6+9}{5}=3$ وهو المطلوب * وبطریق دیگر اگر مقابلهٔ اولی را در پنج ومقابلهٔ ثاني را در سه ضرب کنم پس حاصل مقابلهٔ اولی ۲۵ ک − ۱۵ ے = ۴۵ وحاصل مقابلهٔ ثاني ۶ ک + ۱۵ ے = ۴۸ پس از روی جمع هردو مقابله ۳۱ ک = ۹۳ بلکه ک = ۳ پس ضرورةً $\text{ے}=\frac{16-6}{5}=2$ شد *

بیان سیوم در طریق استخراج مقادیر سه مجهول وبهم رسانیدن سه مقابلهٔ مفرد مشتمل بران *

قاعده هرسه مقادیر مجهول را به سه حروف تعبیر کنم ومقدار مجهول اول از هرسه مقابله حاصل سازم که مشتمل بر مقادیر دو مجهول باقي خواهد بود بعد ازان مقدار مجهول اول را که از روی مقابلهٔ اولی حاصل شده است با حاصل مقابلهٔ دویم وسیوم معادل ساخته مقدار مجهول دویم را

که مشتمل بر مقدار صرف مجهول ثالث باشد از هردو مقابله حاصل کنند وان هردو حاصل ثاني را
باهم معادل کنند که یک مقابلۀ نو مشتمل صرف بر مجهول ثالث خواهد بود پس استخراج مجهول
ثالث بموجب بیان اول نمایندکه بعد ازان مقادیر مجهول اول ودویم نیز ازان حاصل خواهد شد *

فائده باید دانست که درین ترکیب مقدار مجهول اکثر بسیار زود بهم میرسد وگاهی از انقلاب
وضرب وتفریق نیز مقادیر مجهول حاصل میشوند ** مثال ک + ے + ر = ۲۹ و ک + ۲ ے + ۳ ر = ۶۲
و ۱/۲ ک + ۱/۳ ے + ۱/۴ ر = ۱۰ ومقدار ک و ے و ر هرسه مجهول است چون بموجب
مقابلۀ اولی ک = ۲۹ − ے − ر وبموجب مقابلۀ دویم ک = ۶۲ − ۲ ے − ۳ ر وبموجب
مقابلۀ سیوم ک = ۲۰ − ۲ے/۳ − ر/۲ وازین سبب ۲۹ − ے − ر = ۶۲ − ۲ ے − ۳ ر
ونیز ۲۹ − ے − ر = ۲۰ − ۲ے/۳ − ر/۲ ودرینصورت از مقابلۀ اولی بعد اسقاط متداخلات
ے = ۳۳ − ۲ ر وازروی مقابلۀ ثاني بعد اسقاط متداخلات ے = ۲۷ − ۳ر/۲ وازین سبب
۳۳ − ۲ ر = ۲۷ − ۳ر/۲ بلکه ر = ۱۲ پس ضرورةً ے = ۳۳ − ۲۴ = ۹ و ک = ۲۹ − ۹ − ۱۲ =
۸ وهوالمطلوب ** مثال دویم ۱/۲ ک + ۱/۳ ے + ۱/۴ ر = ۶۲ و ۱/۳ ک + ۱/۴ ے + ۱/۵ ر = ۴۷
و ۱/۴ ک + ۱/۵ ے + ۱/۶ ر = ۳۸ ومقدار ک و ے و ر مجهول است چون مقادیر هرسه
مقابله را بمخرج مشترک کسور مرفوع نمودم پس ضعف مقابلۀ اولی مضروب در دوازده که
مخرج مشترک است ۱۲ ک + ۸ ے + ۶ ر = ۱۴۸۸ وحاصل ضرب مقابلۀ ثاني در شصت
که مخرج مشترک است ۲۰ ک + ۱۵ ے + ۱۲ ر = ۲۸۲۰ وحاصل ضرب معادلۀ ثالث
در یک صد وبست که ضعف مخرج مشترک است ۳۰ ک + ۲۴ ے + ۲۰ ر = ۴۵۶۰
گردید پس هرگاه مقادیر مقابلۀ دویم را از ضعف مقابلۀ اولی ساقط نمودم باقي ۴ ک + ے =
۱۵۶ وسه چند مقابلۀ سیوم را از پنج گونه مقابلۀ دویم ساقط کردم ۱۰ ک + ۳ ے = ۴۲۰
ماند وهرگاه درین معادلتین معادلۀ ثاني را از سه چند معادلۀ اولی ساقط نمودم باقي ۲ ک = ۴۸
بلکه ک = ۲۴ وازین سبب چون ے = ۱۵۶ − ۴ ک پس ے = ۶۰ شد و ر = ۱۲۰ *

سؤال اول بهمرسان دو عدد بحیثیتیکه مجموع آن هردو ۴۰ وتفاضل آن هردو ۱۶ باشد ٭ جواب اصغر را ک فرض کردم پس اعظم ک + ۱۶ شد درینصورت ک + ک + ۱۶ = ۴۰ بلکه ۲ک = ۲۴ بلکه ک = ۱۲ وآن عدد اصغر است پس ۱۲ + ۱۶ = ۲۸ وآن عدد اعظم است *
سؤال دویم کدام عدد است که ثُلث از رُبعِ او بقدر شانزده زیاده است ٭ جواب مجهول را ک فرض کردم پس ۱/۳ ک = ک/۳ وهمچنین ۱/۴ ک = ک/۴ وازین سبب ک/۳ − ک/۴ = ۱۶ بحسب سؤال پس ک − ۳/۴ ک = ۴۸ بلکه ۴ک − ۳ک = ۱۹۲ بلکه ک = ۱۹۲ * سؤال سیوم قسمت کن یک هزار را بسه حصه بشرطیکه حصهٔ اولی از حصهٔ دویم بقدر هفتاد ودو زیاده باشد وحصهٔ سیوم از حصهٔ اولی بقدر یک صد زیاده باشد ٭ جواب حصهٔ دوم را ک فرض کردم پس ک + ۷۲ = حصهٔ اولی و ک + ۱۷۲ = حصهٔ سیوم درینصورت ک + ک + ۷۲ + ک + ۱۷۲ = ۱۰۰۰ بلکه ۳ک + ۲۴۴ = ۱۰۰۰ بحسب السؤال بلکه ۳ک = ۷۵۶ بلکه ک = ۷۵۶/۳ = ۲۵۲ واین مقدار حصهٔ دویم است پس مقدار حصهٔ اولی ۲۵۲ + ۷۲ = ۳۲۴ ومقدار حصهٔ ثالث ۲۵۲ + ۱۷۲ = ۴۲۴ وهو المطلوب * سؤال چهارم غنیمت یکهزار روپیه درمیان دو شخص تقسیم شده است بحیثیتیکه نسبت حصهٔ انها مثل نسبت هفت بطرف نه است پس مقدار حصهٔ هریک چه باشد ٭ جواب حصهٔ شخص اول را) ک فرض کردم پس حصهٔ ثاني ۱۰۰۰ − ک شد پس ک : ۱۰۰۰ − ک :: ۷ : ۹ بحسب السؤال درینصورت از روی اربعهٔ متناسبه ۹ک = ۷۰۰۰ − ۷ک بلکه ۹ک + ۷ک = ۷۰۰۰ بلکه ۱۶ک = ۷۰۰۰ وازین سبب ک = ۷۰۰۰/۱۶ = ۴۳۷ ½ وآن مقدار حصهٔ اولی است پس مقدار حصهٔ ثاني = ۵۶۲ ½ شد وهو المطلوب * سؤال پنجم فرشی مربع است که قیمت آن في ذرعه دو (شلنگ)[۳] مساوي قیمت مجموع هرچهار ضلع آن في ذرعه پنج (شلنگ) است پس مقدار یک ضلع آن چند ذرعه باشد ٭ جواب ضلع مطلوب را) ک فرض کردم درینصورت ۴ک = مجموع ذرعه های هرچهار ضلع باشد و ک^۲ = مجموع ذرعه های مساحت فرش است پس ۴ک × ۵ = ۲۰ک = قیمت فرش از روی هرچهار ضلع و ک^۲ ×

---

(۳) (شلنگ) انگریزی ضرب نقرئي مقدار آن برابر پنجشش آنه است *

۲ = ۲ ک^{۲} = قیمت فرش از روی ذرعه های مساحت پس ۲ ک^{۲} = ۲۰۰ ک وازین سبب
ک^{۲} = ۱۰۰ ک بلکه ک = ۱۰ وآن مقدار ذرعه ضلع مطلوبه است * سؤال ششم مزدوری
برای چهل روز اجرت کاری مقرر کرد بدین شرط که فی یوم بیست فلوس بگیرد واگر غیرحاضر
شود جریمانه غیرحاضری فی یوم هشت فلوس بدهد بعد اتمام میعاد یک (پونڈ) ویازده (شلنگ)
وهشت فلوس یافت پس چند روز کار کرد وچند روز غیرحاضری بود : جواب چون دوازده فلوس را
یک (شلنگ) وبیست (شلنگ) را یک (پونڈ) مقرر است پس عدد روزهای عمل را) ک
فرض کردم وعدد روزهای غیرحاضری را ۴۰ − ک پس ک × ۲۰ = ۲۰ ک وآن مقدار اجرت
ایام عمل شد و (۴۰ − ک) × ۸ = ۳۲۰ − ۸ ک = مقدار جرمانهٔ غیرحاضری وازین سبب
۲۰ ک − (۳۲۰ − ۸ ک) = (۱ پونڈ + ۱۱ شلنگ + ۸ فلوس) = ۳۸۰ فلوس بحسب
السؤال وبدین سبب ۲۰ ک − ۳۲۰ + ۸ ک = ۳۸۰ بلکه ۲۸ ک = ۳۸۰ + ۳۲۰ =
۷۰۰ پس ک = $\frac{۷۰۰}{۲۸}$ = ۲۵ = ایام عمل ونیز ۴۰ − ک = ۴۰ − ۲۵ = ۱۵ = ایام غیر
حاضری وهو المطلوب * سؤال هشتم کدام کسر است که اگر واحد برصورت کسر افزوده شود
آن کسر یک ثلث گردد واگر واحد بر مخرج آن افزوده شد آن کسر یک ربع شود : جواب
کسر مجهول را $\frac{ک}{ے}$ فرض کردم درینصورت $\frac{ک + ۱}{ے}$ = $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{ک}{ے + ۱}$ = $\frac{۱}{۴}$ بحسب سؤال
پس از روی ضرب مخرجین ۳ ک + ۳ = ے و ۴ ک = ے + ۱ و بحسب التفریق
۴ ک − ۳ ک − ۳ = ے + ۱ − ے بلکه ک − ۳ = ۱ بلکه ک = ۴ و چون ے =
۳ ک + ۳ بود درینصورت ے = ۱۲ + ۳ = ۱۵ شد پس کسر مطلوب $\frac{۴}{۱۵}$ برآمد *

مطلب سیزدهم در معادلات مرکب مربعی وآنرا (کواڈرٹک ایکویشن) گویند

(کواڈر) عبارت از مربع است باید دانست که مقابلهٔ مربعی دو قسم است یکی مقابلهٔ
مربعی مفرد دوم مقابلهٔ مربعی مرکب چون ترکیب استخراج مقابلهٔ مربعی مفرد از
مطلب دوازدهم ظاهر گردیده که رجوع بمعادلهٔ مفرد میشود لهذا الحال بیان استخراج معادلات
مرکب مربعی کرده میشود بدانکه معادلهٔ مرکب مربعی آنست که مشتمل بر مربع وشی باشد
وآن منحصر در سه شکل است * شکل اول ک^{۲} + م ک = ب * شکل دوم ک^{۲} − م ک

= ب * شکل سیوم ک^{2} − م ک = − ب * واین بعینه ثلثهٔ مقترنات است وقاعدهٔ استخراج مقدار ک که مجهول است برای این هرسه شکل در ذیل بیان کرده میشود *

قاعدهٔ اولی حرفی راکه بامقدار مجهول دریک طرف مقابله وصل است مبدل باعداد سازند وحرفی راکه درطرف آخر واقع است نیز باعداد بدل کنند چراکه آن هردو ضرورةً اعداد معلوم خواهند بود بعد ازان اگر بامجذور مقدار مجهول کدام عدد ما قبل باشد آنرا حذف کنند وباقی همه اعداد مقابله را بران قسمت کنند ومربع نصف عدد ماقبل مجهول را بهردو طرف مقابله بیفزایند تاطرفی که دران مقدار مجهول واقع است یک مجذور کامل شود پس ضلع مجذور هردو طرف مقابله استخراج کنند که مقدار مجهول بحسب مقصود متعین شود *

فائده چون ضلع مجذور هریک مقدار مثبت ومنفي هردو میتواند شد پس برای ضلع مقابله مربعی دو رقم ظاهر خواهد شد چنانکه ضلع مجذور + ق^{2} یکی ازین دو خواهد بود + ق خواه − ق چراکه (+ ق) × (+ ق) خواه (− ق) × (− ق) هریک = + ق^{2} میشود وضلع مجذور − ق^{2} خواه $\sqrt{-ق^{2}}$ محال است پس ضلع مجذور یک طرف این مقابله همیشه متساوي یامجموع مقدار مجهول ونصف عدد ماقبل او خواهد بود *

فائدهٔ دویم درهرمقابله که دو مقدار مفروض اند یکی مربع مقدار مجهول ودیگر عدد ماقبل مجهول که ضعف نصف خودش باشد وآن مقدار مجهول شئ بود خواه از مضلعات شئ درینصورت جذرآن مقابله صاف خارج میتواند شد وازان مقدار مجهول که شئ است نیز بخوبی میتواند برآمد * مثلاً ک^{2} + م ک^{2} = ب خواه ک^{ن} + م ک$^{\frac{ن}{2}}$ = ب درینصورت هرگاه مربع نصف م برهردو طرف زیاده کنند وجذر بگیرند ک^{2} ونصف م در صورت اول = $\sqrt{ب + \frac{1}{4} م^{2}}$ خواهد شد وهمچنین درصورت ثاني ک + $\frac{1}{2}$ م = $\sqrt{ب + \frac{1}{4} م^{2}}$ چون مقدار م وب وق معلوم است پس ضرورةً ازروی تجذیر رجوع بمقابلهٔ مفرد خواهد نمود *

فائدهٔ سیوم درشکل اول که ک^{2} + م ک = ب) است اینجا ک + $\frac{1}{2}$ م = $\sqrt{(ب + \frac{1}{4} م^{2})}$ خواهد بود واین جذر ازدو حال خالي نیست + $\sqrt{ب + \frac{1}{4} م^{2}}$ خواهد بود یا − $\sqrt{ب + \frac{1}{4} م^{2}}$ چراکه هرگاه آن هردو مضروب في نفسه شوند حاصل ب + $\frac{1}{4}$ م^{2} میشود پس برای رفع

این مغالطه نشان غیر معین مثبت و منفي ما قبل نشان جذر بدینصورت نویسند $\pm$ مثل $ک = \pm\sqrt{ب + \frac{۱}{۴}م^۲} - \frac{۱}{۲}م$ پس درین شکل $ک = \pm\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م)} - \frac{۱}{۲}م$ و چون

مقدار اول $ک$) اعني $ک = +\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م^۲)} - \frac{۱}{۲}م$ بسبب مثبت بودن مقدار $ک$ همیشه

مثبت خواهد بود چراکه هرگاه $\frac{۱}{۴}م^۲ + ب$) اعظم از $\frac{۱}{۴}م^۲$ پس ضرورةً ضلع مجذور اعظم اعني

$\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م^۲)}$ اعظم خواهد بود از جذر اصغر اعني $\sqrt{\frac{۱}{۴}م^۲}$ که مساوي $\frac{۱}{۲}م$) است پس

بلا شبهه $\sqrt{ب + \frac{۱}{۴}م} - \frac{۱}{۲}م$ همیشه مثبت خواهد بود و قدر دویم $ک$) اعني $ک =$

$-\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م^۲)} - \frac{۱}{۲}م$ بسبب منفي بودن مقدار $ک$ همیشه منفي خواهد بود چراکه درینجا

هر دو رقم منفي است پس مجموع منفي خواهد بود لهذا هرگاه $ک^۲ + م = ب$ که شکل

اول است مینویسم $ک = +\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م)} - \frac{۱}{۲}م$ برای مثبت مقدار $ک$ و همچنین $ک$

$= -\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م^۲)} - \frac{۱}{۲}م$ برای منفي مقدار $ک$ و همچنین در شکل دویم چون $ک = \pm$

$\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م^۲)} + \frac{۱}{۲}م$ پس قدر اول $ک$) اعني $ک = +\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م^۲)} + \frac{۱}{۲}م$ همیشه

مثبت خواهد بود بسبب مثبت بودن هر دو رقم برای مثبت مقدار $ک$) اعني $ک =$

$-\sqrt{ب + \frac{۱}{۴}م^۲} + \frac{۱}{۲}م$ همیشه منفي میشود برای منفي مقدار $ک$ چراکه $(ب + \frac{۱}{۴}م^۲)$ اعظم

از $\frac{۱}{۴}م^۲$ پس $\sqrt{ب + \frac{۱}{۲}م^۲}$ نیز اعظم خواهد بود از $\sqrt{\frac{۱}{۴}م^۲}$ که مساوي $\frac{۱}{۲}م$) است پس ضرورةً

$-\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م^۲)} + \frac{۱}{۲}م$ همیشه مقدار منفي خواهد بود وازین سبب هرگاه $ک^۲ - مک$

$= ب$ که شکل دویم است باشد می نویسم $ک = +\sqrt{ب + \frac{۱}{۴}م^۲)} + \frac{۱}{۲}م$ برای مثبت

مقدار $ک$ و نیز $ک = -\sqrt{(ب + \frac{۱}{۴}م^۲)} + \frac{۱}{۲}م$ برای منفي مقدار $ک$ وازین سبب در

هر دو شکل اول و دویم مقدار مجهول هر دو میتواند شد مثبت خواه منفي و در شکل سیوم

هرگاه $ک = \pm\sqrt{(\frac{۱}{۴}م^۲ - ب)} + \frac{۱}{۲}م$) است پس هر دو قدر $ک$ مثبت خواهد بود

چراکه $\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲}$) اعظم است از ب پس قدر اول ک) اعني $\text{ک} = +\sqrt{\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲} - \text{ب}} + \frac{۱}{۲}\text{م}$ مثبت خواهد بود بسبب هرد و ارقام مثبته وقدر دويم ک) اعني $\text{ک} = -\sqrt{\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲} - \text{ب}} + \frac{۱}{۲}\text{م}$ نيز مثبت است بسبب اينكه $\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲}$) اعظم است از $(\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲} - \text{ب})$ پس $\sqrt{\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲}}$ كه $\frac{۱}{۲}\text{م}$ است اعظم خواهد بود از $\sqrt{\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲} - \text{ب}}$ پس ضرورة $-\sqrt{\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲} - \text{ب}} + \frac{۱}{۲}\text{م}$ هميشه مقدار مثبت خواهد شد وازين سبب هرگاه $\text{ک}^{۲} - \text{م}\text{ک} = -\text{ب}$ شود كه شكل سيوم است مينويسم $\text{ک} = +\sqrt{\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲} - \text{ب}} + \frac{۱}{۲}\text{م}$ و نيز $\text{ک} = -\sqrt{\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲} - \text{ب}} + \frac{۱}{۲}\text{م}$ براى مثبت مقدار ک وبايد دانست كه درين شكل سيوم اگر ب) اعظم باشد از $\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲}$ پس سؤال صريح غير ممكن خواهد بود بسبب اينكه مجذور كدام مقدار مثبت باشد يا منفي هرگز منفي نمى تواند شد و هرگاه ب) اعظم از $\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲}$ باشد يک مقدار منفي خواهد بود درينصورت $\sqrt{\frac{۱}{۴}\text{م}^{۲} - \text{ب}}$ محال وغير ممكن خواهد بود ❁

مثال اول $\text{ک}^{۲} + ۴\text{ک} = ۱۴۰$ ومقدار ک مطلوب است چون بحسب زيادت مجذور نصف عدد ماقبل ک كه چهار است $\text{ک}^{۲} + ۴\text{ک} + ۴ = ۱۴۰ + ۴ = ۱۴۴$ و بحسب التجذير $\text{ک} + ۲ = ۱۲$) ازين سبب $\text{ک} = ۱۲ - ۲ = ۱۰$ ❁ مثال دويم $\text{ک}^{۲} - ۶\text{ک} + ۸ = ۸۰$ ومقدار ک مطلوب است چون بحسب اسقاط متداخلين $\text{ک}^{۲} - ۶\text{ک} = ۸۰ - ۸ = ۷۲$ وبحسب زيادت مجذور نصف عدد ماقبل ک كه -۶) است $\text{ک}^{۲} - ۶\text{ک} + ۹ = ۷۲ + ۹ = ۸۱$ وبحسب التجذير $\text{ک} - ۳ = ۹$) ازين سبب $\text{ک} = ۹ + ۳ = ۱۲$ ❁ مثال سيوم $۲\text{ک}^{۲} + ۸\text{ک} - ۲۰ = ۷۰$ ومقدار ک مطلوب است چون بحسب جبر $۲\text{ک}^{۲} + ۸\text{ک} = ۷۰ + ۲۰ = ۹۰$ وبحسب قسمت على دو كه عدد ماقبل مجذور است $\text{ک}^{۲} + ۴\text{ک} = ۴۵$ وبحسب زيادت مجذور نصف عدد ماقبل ک كما ذكر $\text{ک}^{۲} + ۴\text{ک} + ۴ = ۴۹$ وبحسب التجذير $\text{ک} + ۲ = ۷$ پس $\text{ک} = ۷ - ۲ = ۵$ ❁ مثال چهارم $۳\text{ک}^{۲} - ۳\text{ک} + ۶ = \frac{۵۱}{۲}$ ومقدار ک مطلوب است اينجا بسبب قسمت على ۳ كه عدد ماقبل مجذور است $\text{ک}^{۲} - \text{ک} + ۲ =$

۱/۹ وبسبب اسقاط متداخلین ک² − ک = ۱/۹ − ۲ وبحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک
خواهد بود ک² − ک + ۱/۴ = ۱/۹ − ۲ + ۱/۴ = ۱/۳۶ وبحسب التجذیر ک − ۱/۲ = ۱/۶ پس ک = ۲/۳ *

بیان سؤالات

سؤال اول * کدام دو عدد اند که تفاضل مابین آنها هشت ومسطح آنها (۲۴۰) است ❊
جواب اصغررا ک فرض کردم پس اعظم (ک + ۸) شد وهرگاه هردورا باهم ضرب کردم
ک × (ک + ۸) = ۲۴۰ بحسب السؤال درینصورت ک² + ۸ ک = ۲۴۰ وبحسب زیادت
مربع نصف عدد ماقبل ک میشود ک² + ۸ ک + ۱۶ = ۲۴۰ + ۱۶ = ۲۵۶ وبحسب التجذیر
ک + ۴ = ۱۶ پس ک = ۱۶ − ۴ = ۱۲ واین مقدار عدد اقل است پس اعظم ۱۲ + ۸ =
۲۰ وهو المطلوب ❊ سؤال دویم قسمت کنند عدد شصت را بدو حصه بحیثیتیکه مسطح آن دردو
۸۶۴ باشد ❊ جواب حصۀ اعظم را ک فرض کردم پس اصغر ۶۰ − ک شد درینصورت ک ×
(۶۰ − ک) = ۶۰ ک − ک² = ۸۶۴ بحسب السؤال پس ک² − ۶۰ ک = − ۸۶۴
وبحسب زیادت نصف مربع عدد ماقبل ک کمانکر ک² − ۶۰ ک + ۹۰۰ = − ۸۶۴ + ۹۰۰ =
۳۶ وبحسب التجذیر ک − ۳۰ = √۳۶ = ۶ پس ک = ۶ + ۳۰ = ۳۶ وآن مقدار حصۀ اعظم است
پس اصغر = ۲۴ وهو المطلوب ❊ سؤال سیوم * کدام دو عدد اندکه مجموع آنها ده است ومجموع
مربعین آنها پنجاه وهشت ❊ جواب عدد اعظم را ک فرض کردم ومجموع راکه ده معلوم است
م فرض نمودم پس اصغر م − ک شد ومجموع مجذورین راکه نیز معلوم است ب فرض کردم پس
ک² + (م − ک)² = ۲ ک² + م² − ۲ م ک = ب بحسب السؤال بلکه ک² + م²/۲ − م ک
= ب/۲ بحسب قسمت علی دو بلکه ک² − م ک = ب/۲ − م²/۲ = (ب − م²)/۲ بحسب الجبر
درینصورت ک² − م ک + م²/۴ = (ب − م²)/۲ + م²/۴ = (۲ ب − م²)/۴ بحسب زیادت مربع نصف
م پس ک − م/۲ = √((۲ ب − م²)/۴) بحسب التجذیر پس ک = ± √((۲ ب − م²)/۴) + م/۲ واین عدد
اعظم است وچون م − { م/۲ ± √((۲ ب − م²)/۴) } = ∓ √((۲ ب − م²)/۴) + م/۲ = عدد اصغر است

وازین سبب عدد اعظم ۷ وعدد اصغر ۳ برآمد ❊ سؤال چهارم شخصی چادری خرید وبقیمت بست وچهار روپیه آنرا فروخت ونفع بحساب في صد مثل اصل خرید حاصل شد پس مقدار اصل قیمت ومقدار نفع چه باشد ∴ جواب اصل قیمت را ک فرض کردم پس مقدار نفع ۲۴ − ک شد درینصورت بحسب اربعهٔ متناسبه که ۱۰۰ : ک :: ک : ۲۴ − ک) است بحسب سؤال پس بحسب مساوات مسطح الطرفین و وسطین $ک^{۲}$ = ۱۰۰ × (۲۴ − ک) = ۲۴۰۰ − ۱۰۰ ک پس $ک^{۲}$ + ۱۰۰ ک = ۲۴۰۰ وبحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک میشود $ک^{۲}$ + ۱۰۰ ک + ۲۵۰۰ = ۲۴۰۰ + ۲۵۰۰ = ۴۹۰۰ وبحسب التجذیر ک + ۵۰ = ۷۰ پس ک = ۷۰ − ۵۰ = ۲۰ =) اصل قیمت چادر پس ۴ = نفع شد ❊

سؤال پنجم شخصی نرگاوان بقیمت هشتاد روپیه خرید کرد بحیثیتیکه اگر چهار رأس زیاده میشد قیمت في نرگاو از قیمت حال یک روپیه کم میشد پس نرگاو چند باشد ∴ جواب عدد نرگاوان را ک فرض کردم پس قیمت في رأس $\frac{۸۰}{ک}$ شد وبحسب زیادت چهار رأس قیمت في رأس $\frac{۸۰}{ک+۴}$ گردید درینصورت $\frac{۸۰}{ک} = \frac{۸۰}{ک+۴} + ۱$ بحسب السؤال شد بلکه ۸۰ = $\frac{۸۰ک}{ک+۴}$ + ۱ ک بحسب الضرب بلکه ۸۰ ک + ۳۲۰ = ۸۰ ک + $ک^{۲}$ + ۴ ک بحسب الترفیع بلکه $ک^{۲}$ + ۴ ک = ۳۲۰ بحسب اسقاط متداخلین بلکه $ک^{۲}$ + ۴ ک + ۴ = ۳۲۰ + ۴ = ۳۲۴ بحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ک بلکه ک + ۲ = ۱۸ بحسب التجذیر بلکه ک = ۱۸ − ۲ = ۱۶ واین عدد نرگاوان مطلوب است ❊

سؤال ششم کدام دو عدد اند که مجموع آنها وحاصل الضرب آنها وتفاضل مجذورین آنها همه مساوي یکدیگراند ∴ جواب عدد اعظم را ک وعدد اصغر را ے فرض کردم درینصورت ک + ے = ک ے ونیز ک + ے = $ک^{۲}$ − $ے^{۲}$ بحسب السؤال ونیز واحد = $\frac{ک^{۲} - ے^{۲}}{ک + ے}$ = ک − ے که خارج القسمة است

بلکه ک = ے + ۱ وازین سبب (ے + ۱) + ے = (ے + ۱) × ے بلکه ۲ ے + ۱ = $ے^{۲}$ + ے پس $ے^{۲}$ − ے = ۱ وبحسب زیادت مربع نصف عدد ماقبل ے

میشود ے^۲ − ے + ۱/۴ = ۱ + ۱/۴ وبحسب التجذیر ے − ۱/۲ = √(۱ ۱/۴) = √(۵/۴) = √۵/۲ پس
ضرورةً ے = √۵/۲ + ۱/۲ = (۱ + √۵)/۲ و ک = ے + ۱ = (۳ + √۵)/۲ وهرگاه این معادله را تبدیل
بعدد کرده شود باعتبار کسور اعشاریه پس ک = ۲٫۶۱۸۰ و ے = ۱٫۶۱۸۰ وهوالمطلوب ❀
سؤال هفتم کدام چهار عدد اند علی نسبت عددی که تفاضل مابینها متساوی است وحاصل
الضرب طرفین ۴۵ وحاصل ضرب وسطین ۷۷ ❀ جواب عدد اول را ک فرض کردم ومقدار
تفاضل مشترک را ے درینصورت ک و ک + ے و ک + ۲ ے و ک + ۳ ے مقدار
هرچهار عدد باشد پس مسطح الطرفین ک × (ک + ۳ ے) = ک^۲ + ۳ ک ے = ۴۵
و (ک + ے) × (ک + ۲ ے) = مسطح الوسطین = ک^۲ + ۳ ک ے + ۲ ے^۲ = ۷۷
بحسب السؤال درینصورت ۲ ے^۲ = ۷۷ − ۴۵ = ۳۲ بحسب التفریق بلکه ے^۲ = ۱۶
بحسب القسمة بلکه ے = ۴ بحسب التجذیر پس ک^۲ + ۳ ک ے = ک^۲ + ۱۲ ک = ۴۵
بحسب مقابلة مسطح الطرفین بلکه ک^۲ + ۱۲ ک + ۳۶ = ۴۵ + ۳۶ = ۸۱ بحسب زیادت
مربع نصف عدد ماقبل ک وبحسب التجذیر ک + ۶ = ۹ پس ک = ۳ درینصورت اعداد
اربعه ۳ و ۷ و ۱۱ و ۱۵ شد وهوالمطلوب ❀ سؤال هشتم کدام سه عدد اند علی نسبت متوالیهٔ
هندسی که مجموع آنها ۱۴ ومجموع مجذورهای آنها ۸۴ است ❀ جواب هرسه اعداد را
ک، ے و ر فرض کردم چون در سه اعداد متوالیه علی نسبت هندسی مسطح الطرفین
مساوی مربع وسطی باشد درینصورت ک ر = ے^۲ وچون ک + ے + ر = ۱۴ و ک^۲
+ ے^۲ + ر^۲ = ۸۴ بحسب السؤال است پس ک + ر = ۱۴ − ے بحسب مقابلهٔ اولی
و ک^۲ + ۲ ک ر + ر^۲ = ۱۹۶ − ۲۸ ے + ے^۲ بحسب التربیع بلکه ک^۲ + ر^۲ + ۲ ے^۲ =
۱۹۶ + ے^۲ − ۲۸ ے بحسب مساوات ۲ ک ر با ۲ ے^۲ درینصورت ک^۲ + ر^۲ + ے^۲
= ۱۹۶ − ۲۸ ے بحسب اسقاط المتداخلین بلکه ۱۹۶ − ۲۸ ے = ۸۴ بحسب مساوات
مجموع مجذورات ازین سبب ے = (۱۹۶ − ۸۴)/۲۸ = ۴ پس ک ر = ے^۲ = ۱۶ بلکه ک
= ۱۶/ر بلکه ک + ے + ر = ۱۶/ر + ۴ + ر = ۱۴ بلکه ۱۶ + ۴ ر + ر^۲ = ۱۴ ر بحسب ضرب مخرج

بلکه ر^۲ − ۱۰ ر = − ۱۶ بلکه ر^۲ − ۱۰ ر + ۲۵ = ۲۵ − ۱۶ = ۹ بحسب زیادت مربع نصف عدد ما قبل پس ر − ۵ = ۳ بحسب التجذیر بلکه ر = ۳ + ۵ = ۸ وضرورةً ک = ۱۴ − ے − ر = ۱۴ − ۴ − ۸ = ۲ پس اعداد ثلثه ۲ و ۴ و ۸ مطلوب است ؁ سؤال نهم کدام دو عدداند که مجموع آنها سه معلوم است و مسطح آنها ب معلوم و مقصود است دانستن مجموع مجذورین آنها و کعبین آنها و مال مال آنها پس طریق آن چه باشد ؛ جواب آن هردو را فرض کردم ک و ے پس ک + ے = سه و ک ے = ب بحسب السؤال بلکه (ک + ے)^۲ = ک^۲ + ۲ ک ے + ے^۲ = سه^۲ بحسب التربیع و ک^۲ + ۲ ک ے + ے^۲ − ۲ ک ے = سه^۲ − ۲ ب بلکه ک^۲ + ے^۲ = سه^۲ − ۲ ب = مجموع مجذور آن هردو و نیز (ک^۲ + ے^۲) × (ک + ے) = (سه^۲ − ۲ ب) × سه بحسب الضرب بلکه ک^۳ + ک ے × (ک + ے) + ے^۳ = سه^۳ − ۲ سه ب بلکه ک^۳ + سه ب + ے^۳ = سه^۳ − ۲ سه ب بسبب مساوات سه ب و ک ے × (ک + ے) و ازین سبب مجموع ک^۳ + ے^۳ = سه^۳ − ۳ سه ب = مجموع کعب آن هردو و نیز چون (ک^۳ + ے^۳) × (ک + ے) = (سه^۳ − ۳ سه ب) × سه بحسب الضرب بلکه ک^۴ + ک ے × (ک^۲ + ے^۲) + ے^۴ = سه^۴ − ۳ سه^۲ ب بلکه ک^۴ + ب × (سه^۲ − ۲ ب) + ے^۴ = سه^۴ − ۳ سه^۲ ب بسبب مساوات ب × (سه^۲ − ۲ ب) یا ک ے × (ک^۲ + ے^۲) پس ضرورةً ک^۴ + ے^۴ = سه^۴ − ۳ سه^۲ ب − ب × (سه^۲ − ۲ ب) = سه^۴ − ۴ سه^۲ ب + ۲ ب^۲ = مجموع مال مال آنها و همچنین تا هرجا که خواهند اخراج کنند ؁ سؤال دهم کدام چهار عدداند علی نسبت هندسی متوالی که مجموع آنها م معلوم است و مجموع مجذورهای آنها نیز ب معلوم است و مقصود است استخراج آن اعداد ؛ جواب وسطین را ک و ے فرض کردم درینصورت طرف اول ک^۲/ے و طرف آخر ے^۲/ک گردید بحسب خاصهٔ نسبت پس مجموع وسطین را سه فرض کردم و مسطح آنها ء درینصورت مجموع طرفین م − سه خواهد بود بحسب السؤال و مسطح طرفین نیز ء خواهد شد بحسب خاصهٔ اربعهٔ متناسبه و ازین سبب ک^۲ + ے^۲ = سه^۲ − ۲ ء بموجب سؤال نهم و نیز ک^۴/ے^۲ + ے^۴/ک^۲ = (م − سه)^۲ − ۲ ء و مجموع این هردو = ک^۲ + ے^۲ +

$\frac{\text{ک}^4}{\text{ے}^2} + \frac{\text{ے}^4}{\text{ک}^2} = \text{س}^2 + (\text{م} - \text{س})^2 - 4\text{ء} = \text{ب}$ بحسب السؤال وچون $\frac{\text{ک}^2}{\text{ے}} + \frac{\text{ے}^2}{\text{ک}} = \text{م} - \text{س}$ بحسب السؤال است پس $\text{ک}^3 + \text{ے}^3 = \text{ے}\,\text{ک} \times (\text{م} - \text{س}) = \text{ء} \times (\text{م} - \text{س})$ وهرگاه $\text{ک}^3 + \text{ے}^3 = \text{س}^3 - 3\text{س}\,\text{ء}$ بحسب بموجب سؤال نهم است ازین سبب $\text{ء} \times (\text{م} - \text{س}) = \text{س}^3 - 3\text{س}\,\text{ء}$ بحسب المساواة بلکه $\text{ء}\,\text{م} - \text{ء}\,\text{س} + 3\text{ء}\,\text{س} = \text{ء}\,\text{م} + 2\text{ء}\,\text{س} = \text{س}^3$ بلکه $\text{ء} = \frac{\text{س}^3}{\text{م} + 2\text{س}}$ بحسب القسمة بلکه $\text{س}^2 + (\text{م} - \text{س})^2 - 4\text{ء} = \text{س}^2 + (\text{م} - \text{س})^2 - \frac{4\text{س}^3}{\text{م} + 2\text{س}} = \text{ب}$ بحسب المساواة بلکه $\text{س}^2 + \frac{\text{ب}\,\text{س}}{\text{م}} = \frac{\text{م}^2 - \text{ب}}{2}$ پس $\text{س} = \sqrt{\left(\frac{\text{م}^2 - \text{ب}}{2}\right) + \frac{\text{ب}^2}{4\text{م}^2}} - \frac{\text{ب}}{2\text{م}}$ بحسب زیادت مربع نصف رقم ماقبل س و بتجذیر الطرفین پس هرگاه مقدار س معلوم شد همه مقدارهای ء و ک و ے بطور سهل متعین خواهند شد *

مطلب چهاردهم * در استخراج معادلات بوجه العام وآنرا (ایکویشن انجنرل) گویند (ایکویشن) بمعنی مقابله است و (انجنرل) بمعنی عام است ودران چند بیان است *

بیان اول در خاصیت وماهیت معادلات که آنرا (نیچور) گویند بدانکه جمیع معادلات اعظم بسبب ضرب معادلات اصغر بیک دیگر که مشتمل بریک مقدار مجهول باشد حاصل میشوند * مثلاً معادلهٔ مربعی از ضرب دو معادلهٔ مفرد حاصل میشود ومعادلهٔ کعبی بسبب ضرب سه معادلهٔ مفرد خواه یک معادله مربعی ویک معادله مفرد حاصل میشود ومعادلهٔ مال مالی بسبب ضرب چهار معادلهٔ مفرد خواه دو معادلهٔ مربعی خواه یک معادلهٔ کعبی ویک معادلهٔ مفرد بهم میرسد وهمچنین معادلات دیگر چنانکه مقدار مجهول اگر در معادلات مفرد مساوی م و ب و س و ء باشد * مثل $\text{ک} = \text{م}$ و $\text{ک} = \text{ب}$ و $\text{ک} = \text{س}$ و $\text{ک} = \text{ء}$ وهرگاه ارقام این معادلات را بیک طرف معادله آورده شود پس $\text{ک} - \text{م} = 0$ و $\text{ک} - \text{ب} = 0$ و $\text{ک} - \text{س} = 0$ و $\text{ک} - \text{ء} = 0$ خواهد شد وحاصل ضرب کدام دو دو از آنها مثل $(\text{ک} - \text{م}) \times (\text{ک} - \text{ب}) = 0$ یک مقابله مربعی خواهد شد یا معادله دو مقداری ونیز حاصل ضرب سه از آنها مثل $(\text{ک} - \text{م})$

×(ک — ب)×(ک — سہ) = ۰ صورت یک معادله کعبي خواهد شد یامعادله سه مقداري ونیزحاصل الضرب چهار ازانهامثل (ک — مہ)×(ک — ب)×(ک — سہ)×(ک — ء) = ۰ صورت یکمعادلهٔ ماالمالي خواهد شد یا صورت یکمعادله چهار مقداري و هکذا بعد ذلک پس درینصورت هریک ازان مقادیر معلومات که درمقابلهٔ معادل مفرد مجهول بودند درمعادلهٔ مرکب اعظم حاصل ضرب هریک درمقدار مجهول است یاهریک بامقدار مجهول وصل کرده شده اند * مثلاً اگرهریک مقدار ک که مہ و ب وسہ و ء فرض کرده شده است هرگاه بیکطرف آورده وبرای معادلهٔ ماالمالي باهم ضرب کرده شود مثل (ک — مہ)×(ک — ب)×(ک — سہ)×(ک — ء) همه ارقام این مقابله معدوم خواهدشد ومجموع مساوي صفر که لا شيء است خواهد بود چراکه درینجا سوای آن هرچهار مقدار که بمقام ک آورده شده اند دیگر نیستند پس حاصل ترکیب معدوم خواهد بود ومساوي معادلهٔ منفي که ازترکیب امثال هریکی ازان هرچهار ضلع اول حاصل است یاازترکیب هریکی ازان هرچهار مقادیر معلومه پیدا میشود خواهد بود و بعدازمساواة وترکیب همه امثال مقادیر معلومه که شامل مقدار مجهول خواهد بود منفي خواهد افتاد * مثلاً اگرچهار مقدار مہ و ب وسہ و ء را بعدد تعبیرکنم ۱ و ۲ و ۳ و ۴ پس ضرورةً درمال مالي معادلهٔ $ک^۴ - ۱۰ک^۳ + ۳۵ک^۲ - ۵۰ک + ۲۴ = ۰$ خواهدبود وبلاشبهه است که اینجادیگر مقدار ک سوای این هرچهار متعین نمیتواند شد چراکه اگرکدام عدد دیگر درین معادله بجای ک متعین کرده شود هیچ از ارقام معدوم نمیتواند شد واین بسبب آنست که درمعادلهٔ مذکور مقدار ک راکه مختلف است هرعدد که ازاعداد اربعهٔ مذکوره فرض کنم میتواند شد ودرینصورت بسبب حاصل منفي مساواة باصفراست بحسب مناسب این معادله وچون مقادیر مقابله مفرد مثبت ومنفي هردو میتواند شد چنانکه اگرفرض کنم ک = — مہ و ک = ب و ک = — سہ و ک = ء اینجا خواهند بود ک + مہ = ۰ و ک — ب = ۰ و ک + سہ = ۰ و ک — ء = ۰ وازین سبب درماالمالي معادله (ک + مہ)×(ک — ب)×(ک + سہ)×(ک — ء) = ۰ آن همه مقادیر معلومه — مہ و + ب و — سہ و + ء ضلعهای آن مقابله خواهند بود پس نشانها وعدد ماقبل این مقابله بموجب نقشهٔ مفصلهٔ ذیل بخوبي مفهوم خواهد شد * مثلاً مقابله

مفرد ک − م و ک − ب وغیران باشد پس همیشه مضروب یکدیگر معادلات اعظم متوالیه خواهد بود بدینصورت ک − م = ۰ مضروب

ک − ب = ۰ مضروب فیه

ک^۲ − م ک − ب ک + ب م = ۰ حاصل الضرب مربعي معادله است

وهرگاه این را در ک − س = ۰ ضرب کنم حاصل ک^۳ − (م + ب + س) ک^۲ + (م ب + م س + ب م) ک − م ب س = ۰ این مرکب کعبي معادله است وهرگاه این را در ک − د = ۰ ضرب کنم حاصل ک^۴ − (م + ب + س + د) ک^۳ + (م ب + م س + م د + ب س + ب د + س د) ک^۲ − (م ب س + م ب د + م س د + ب س د) ک + م ب س د = ۰) این معادلهٔ مالالي است درینجا لحاظ باید کرد که عدد ماقبل رقم دویم مساوي مجموع همه مقادیر معلومه است مع تبدیل نشانهای مثبت ومنفي وعدد ماقبل رقم سیوم مساوي مجموع حاصل ضربهای آن همه مقادیر ازروي ضرب آن دودو مقادیر بایک دیگراست وعدد ماقبل رقم چهارم مساوي مجموع حاصل ضرب سه سه مقادیر است ورقم آخر مساوي با حاصل الضرب همه آن مقادیر با یکدیگر است مع نشان مثبت ومنفي بحسب مناسب ونیز لحاظ باید کرد که همه نشانهای مثبت ومنفي جمیع ارقام بترتیب واقع شده اند منفي بعد مثبت ورقم اول همیشه مثبت وبدون عدد ماقبل مي باشد وآن مقدار مضلع اعظم مجهول است ورقم دویم مضلع مجهول که تحت مضلع اعظم است مضروب درمجموع مقادیر معلومه مع نشان منفي است ورقم سیوم مضلع تحتاني رقم دویم است مع مجموع حاصل ضرب دودو مقادیر معلومه وازین سبب مثبت واقع خواهد شد وهمچنین رقم چهارم مضلع تحتاني رقم سیوم میشود مع مجموع حاصل ضربهای سه سه مقادیر معلومه وضرورةً منفي واقع خواهد شد وهمچنین اگر بعد آن دیگر مضلعات تحتاني هم باشند بهمان نسبت واقع میشوند وازین بیان ظاهراست که اگرهمه مقادیرمعلومه مثبت باشند پس همه نشانهای ارقام مضلع اعظم مثبت ومنفي خواهد بود بالترتیب واگرهمه مقادیر معلومه منفي بوند همه ارقام مثبت خواهند بود وازینجا ظاهر شد که هرگاه همه مقادیرمقابلهٔ مفرد ومنفي باشند تبدیل نشان نخواهد شد وبالجمله هرقدرکه مقادیر مثبت درهریک مقابله خواهند بود همان قدر نشانها

متبدل ازطرف مثبت بطرف منفي يا ازطرف منفي بطرف مثبت خواهندشد وباقي همه منفي وبدين سبب در مربعی مقابله اگر دو مقادیر متقابلین مفردین مثبت باشند يا يكى منفي بود پس يک نشان مثبت ويک نشان منفي خواهد افتاد چنانکه درين مقابله ک^{2} − (م + ب) ک + م ب = ۰ خواه (ک − م) × (ک − ب) = ۰) اينجا دو نشان مختلف است وازين جهت هرد ومقدار معلوم مقابلهٔ مفرد مثبت است وهمچنين درين مقابله ک^{2} + (م + ب) ک + م ب = ۰ خواه (ک + م) × (ک + ب) اينجا در نشانها اختلاف نيست لهذا ضرورةً هرد ومقابلهٔ معلومه معادلين مفردين منفي خواهند بود وهمچنين درين مقابله ک^{2} − (م − ب) ک − م ب = ۰ خواه (ک − م) × (ک + ب) چون اينجا هردو نشان منفي اند پس ضرورةً يک مقدار معادلهٔ مفرد مثبت خواهد بود ويكى منفي چراكه رقم اول مثبت است وآخر منفي پس اينجا تبديل نشان رقم دويم ضرورةً ازطرف مثبت بطرف منفي خواهد شد وهمچنين در كعبي مقابله ها همه مقادير معلومه معادلات مفرده ممكن است كه مثبت باشند يا همه منفي يا دو ازانها منفي ويكى مثبت يا يكى منفي ودو مثبت چنانكه درين مقابله (ک − م) × (ک − ب) × (ک − س) = ۰ نشانهاى اين معادله على الترتيب مثبت ومنفي خواهند بود چراكه عدد منزل كعب سه وفرد است واين ارقام معلومه ضرورةً همه مثبت خواهند بود وهمچنين درين مقابله (ک + م) × (ک + ب) × (ک + س) = ۰ هيچ جا نشان متبدل نخواهد شد بلكه همه نشان مثبت خواهد افتاد وضرورةً ارقام معلومهٔ اين معادله همه منفي خواهند بود وهمچنين درين معادله ک^{3} − (م + ب − س) ک^{2} + (م ب − م س − ب س) ک + م ب س = ۰ يا (ک − م) × (ک − ب) × (ک + س) دو نشان متبدل اند پس دو مقدار معلوم ازين معادله مثبت اند ويكى منفي درينصورت اگر م + ب) اعظم از س باشد عدد ماقبل رقم دويم يعني − م − ب + س ضرورةً منفي خواهد بود واگر م + ب) اصغر از س باشد عدد ماقبل رقم سيوم ضرورةً منفي شود پس عدد ماقبل ک يعني م ب − م س − ب س درهمان صورت منفي گردد وهمچنين درين مقابله ک^{3} + (م + ب − س) ک^{2} + (م ب − م س − ب س) ک − م ب س = ۰ چون اينجا صرف يک نشان متبدل است ازين سبب يكى از مقادير معلومه مثبت است وديگر دو منفي درينصورت اگر م + ب اصغر از س باشد عدد ماقبل

رقم دویم منفی خواهد بود وسوم نیز ضرورةً منفی شود واگر (مر + ب) اعظم از سر باشد رقم دویم مثبت خواهد بود لیکن تبدل دردیگر ونشان بحسب دومقدار دیگر خواهد شد* وازبیان این ترکیب رقم اخیراین معادلهٔ اعظم که مقسوم مفروض گردد حقیقت آن منکشف می شود وقاعده برای بهم رسانیدن هرمقدار درجمیع اقسام معادله حاصل می شود *

بیان دویم در قواعد ودران چند مسئله است

مسئلهٔ اولی در زیاده کردن یاناقص کردن مقادیرضلع یک مقابله معلوم بقدرکدام مقدار معلوم*

قاعدهٔ اولی کدام مقدار نوفرض کنند وآنرا مع مقدار معلوم بانشان مثبت خواه منفی حسب مطلوب وصل کنند ومضلعهای آنرا درهمان مقابله بعوض مضلعهای مقدار مجهول درست سازند تاکه یک مقابلهٔ نو بهم رسد وباید دانست که هرگاه دریک کعبی مقابلهٔ ضلع مرکب ازضلعین متساویین باشد پس آن مقابله فرود آورده می شود بطرف یک مقدار اصغر وبوسیلهٔ استخراج آن حصول مقدار مجهول آسان تر می شود ؞ مثال اول یک مربعی مقابله است کَ۲ + ۸ کَ + ۱۵ = ۰ ومیخواهم که مقابلهٔ دیگر ازمقدار ے که مع هفت ناقص معادل مقدار ک باشد درست سازم درینصورت ک = ے − ۷ فرض کردم واین رابعوض مقابلهٔ مذکور درست ساختم بدینصـــــــــــــــــــــــــــــورت

ک۲ = ے۲ − ۱۴ ے + ۴۹

۸ ک = * ۸ ے − ۵۶

۱۵ = * * + ۱۵

ے۲ − ۶ ے + ۸ = ۰) واین مقابله مطلوب است

مثال دیگر کَ۳ − ب کَ۲ + ب کَ − ر = ۰ ومیخواهم که این معادله را درمعادلهٔ مجهول دیگر بیارم که مقدار ک بقدر سر زائد باشد پس ک = ے + سر فرض کردم بدینصـورت

ک^{3} = ے^{3} + ۳ س ے^{2} + ۳ س^{2} ے + س^{3}

− ب ک^{2} = − ب ے^{2} − ۲ ب س ے − ب س^{2}

+ ب ک = + ب ے + ب س

− ر = − ر

ومجموع این مقادیر = ۰ واین مقابلهٔ نومطلوب است

فائده در مثال اول دومقدار ک درمقابلهٔ مفرد یکی −۳ دویم −۵ میتواند شد وهمچنین دومقدار درمقابلهٔ ے^{2} − ۶ ے + ۸ = ۰ دو وچهار است وازین سبب تفاضل هفت میشود چنانکه مطلوب است وهمچنین درمعادلهٔ ثانیه که کعبي است رقم اخیرمعادله متبدله مساوي است بامعلومات مقابلهٔ اصل بحسب تفاضل س وازسبب این معلومات اگررقم اخیرکدام معادله معلوم شود مجهول بطورسهل خارج میتواند شد چنانکه ازمثال واضح میشود* مثال ک^{3} + ک^{2} − ۱۰ ک + ۸ = ۰ ومیخواهم که مقابلهٔ نودرست کنم بحیثیتیکه ضلع آن مع چهارناقص برابرک باشد فرض کردم ک = ے − ۴ پس

ک^{3} = ے^{3} − ۱۲ ے^{2} + ۴۸ ے − ۶۴

+ ک^{2} = + ے^{2} − ۸ ے + ۱۶

− ۱۰ ک = − ۱۰ ے + ۴۰

+ ۸ = + ۸

مجموع = ے^{3} − ۱۱ ے^{2} + ۳۰ ے = ۰

واین مقابله مطلوب است

وبحسب قسمت علی ے خواهد شد ے^{2} − ۱۱ ے + ۳۰ = ۰ بلکه ے = ۶ وضرورةً ک = ۲ ودرین مثال معادلهٔ معلومه بطرف یک معادلهٔ مربعي فرود آمده ورقم اخیرمعدوم شد بسبب اختیارکردن − ۴ درینصورت − ۴ هم یکی ازضلعهای این معادله ومساوي ک ست وچون ضلعهای مثبت هریک مقابله متبدل میشود بامقدارمنفي متساوی القدر وضلعهای منفي بامقدارمثبت صرف بسبب تبدیل نشانهای ارقام علی الترتیب شروع از

لفظ دویم چنانکه ضلعهای مقابله ک^۴ − ک^۳ − ۱۹ ک^۲ + ۴۹ ک − ۳۰ = ۰) اینجا + ۱ و + ۲ و + ۳ و − ۵) است لیکن بسبب تبدیل نشان صرف دویم و سیوم مقابله ک^۴ + ک^۳ − ۱۹ ک^۲ − ۴۹ ک − ۳۰ = ۰ ضلعهای آن میشود − ۱ و − ۲ و − ۳ و + ۵ لهذا همه ضلعهای یک مقابله مثبت باشد خواه منفي متعین میشود بحسب زیادت یا نقصان هریک ازان بقدر مقدار معلوم *

مسئلهٔ دویم در معدوم کردن رقم دویم در هریک مقابله که خواهند وطریقش آنست که عدد ماقبل رقم دویم را بر عدد منزل مضلع اعظم قسمت کنند وخارج را مع تبدیل نشان مثبت یا منفي باکدام مفروض نو وصل کنند و مضلعات بحسب معادلهٔ مطلوبه درست سازند پس رقم دویم معدوم خواهد شد ** مثال ک^۲ − ۸ ک + ۱۵ = ۰ میخواهم که معادلهٔ نو پیدا کنم که دران رقم دویم نباشد پس الآ هشت راکه عدد ماقبل رقم دویم بود برد و که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت کردم خارج − ۴ شد آنرا بتبدیل نشان با عدد مفروض دیگرکه ے باشد وصل کردم و مضلعات آن ساختم بدینصورت ک = ے + ۴ پس

ک^۲ = ے^۲ + ۸ ے + ۱۶

− ۸ ک = − ۸ ے − ۳۲

+ ۱۵ = + ۱۵

مجموع = ے^۲ − ۱ = ۰

ازین مثال ظاهر است که هر معادلهٔ مربعي بدون تکمیل مجذور بسبب معدوم شدن رقم دویم حل میشود چراکه ے^۲ = ۱ خواه ے = √۱ = ۱ پس ک = ے + ۴ = ۱ + ۴ = ۵ واین ضلع مطلوب است ومساوي با حاصل معادله مربعي میشود ** مثال دویم ک^۳ − ۹ ک^۲ + ۲۶ ک − ۳۴ = ۰ و میخواهم که رقم دویم را در معادلهٔ نو معدوم کنم پس نُه راکه عدد ماقبل رقم دویم است برسه که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت کردم خارج − ۳ شد وآنرا تبدیل با مثبت نموده با مفروض آخرکه ے باشد وصل کردم ک = ے + ۳ گردید درینصورت مضلعات آن بموجب معادلهٔ مذکوره درست ساختم حاصل مطلوب شد بدینصورت

ک^{3} = ے^{3} + ۹ ے^{2} + ۲۷ ے + ۲۷
− ۹ ک^{2} = − ۹ ے^{2} − ۵۴ ے − ۸۱
+ ۲۶ ک = + ۲۶ ے + ۷۸
− ۳۴ = − ۳۴

مجموع = ے^{3} − ے − ۱۰ = ۰ وهو المطلوب ❁

مثال سیوم ک^{4} + ۸ ک^{3} − ۵ ک^{2} + ۱۰ ک − ۴ = ۰ پس میخواهم که رقم دویم معادله معدوم کنم پس هشت را که عدد ما قبل رقم دویم است بر ۴ که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج دو مثبت شد آنرا مع تبدیل نشان با ے که مفروض آخر است جمع نمودم ک = ے − ۲ شد مضلعات آنرا جمع کردم مطلوب برآمد بدینصورت

+ ک^{4} = ے^{4} − ۸ ے^{3} + ۲۴ ے^{2} − ۳۲ ے + ۱۶
+ ۸ ک^{3} = + ۸ ے^{3} − ۴۸ ے^{2} + ۹۶ ے − ۶۴
− ۵ ک^{2} = − ۵ ے^{2} − ۲۰ ے − ۲۰
+ ۱۰ ک = + ۱۰ ے − ۲۰
− ۴ = − ۴

مجموع = ے^{4} − ۲۹ ے^{2} + ۹۴ ے − ۹۲ = ۰ وهو المطلوب ❁

مثال چهارم ک^{4} − ب ک^{3} + ح ک^{2} − ر ک + ۱ = ۰ پس میخواهم که رقم دویم را درمعادلهٔ نومعدوم کنم پس − ب را که عدد ماقبل رقم دویم است بر ۴ که عدد منزل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج − $\frac{ب}{۴}$ شد وآنرا مع تبدیل نشان با ے که مفروض آخر است جمع کردم ک = ے + $\frac{ب}{۴}$ شد پس مضلعات آن بحسب معادلهٔ مطلوبه حاصل ساخته بدینصورت

گردید .... ک^۴ = ے^۴ + ب ے^۳ + ۳ ب^۲ ے^۲ / ۸ + ب^۳ ے / ۱۶ + ب^۴ / ۲۵۶

− ب ک^۳ = − ب ے^۳ − ۳ ب^۲ ے^۲ / ۴ − ۳ ب^۳ ے / ۱۶ − ب^۴ / ۶۴

+ ح ک^۲ = + ح ے^۲ + ب ح ے / ۲ + ح ب^۲ / ۱۶

− ر ک = − ر ے − ر ب / ۴

+ ۱ = + ۱

ومجموع آنها مقابله مطلوب است ؀

فائده چون مجموع همه ارقام معلومه درهریک مقابلهٔ مساوي با عدد ما قبل رقم دویم میشود هرگاه رقم دویم معدوم شد پس ضلعهای همه مقابلهٔ مثبت ومنفي هرد ومیتواند شد چراکه مجموع ضلعهای مثبت مساوي مجموع منفي است * مثلا درین کعبی مقابلهٔ ک^۳ − ۷ ک = ۶ درینجا سه ضلع میشوند + ۳ و − ۲ و − ۱ وظاهراست که ۳ = ۲ + ۱ *

مسئلهٔ سیوم در استخراج ضلعهای معادلات بشرطیکه منطق باشند *

قاعده مقسوم علیهای رقم اخیربهم باید رسانید که ازروی قسمت صحیح برکدام کدام رقم قسمت می پذیرد وهریکی ازان مقسوم علیهای رایکی بعد دیگری بعوض مقدارمجهول متعین نموده مضاعات آن بحسب مقابلهٔ مطلوبه درست سازند وچون ارقام مثبت ومنفي معدوم کنندهٔ یک دیگراند لهذا آن مقسوم علیها متبدل بمثبت ومنفي برای هریکی ازضلعهای آن مقابله خواهند شد واگرهیچ یکی ازین مقسوم علیها حسب مطلوب نبود پس ضلعهای آن مقابله اصم خواهند بود مثبت باشد خواه منفي خواه سؤال محال خواهد بود ونیزاگرمقسوم علیهای رقم اخیرکثیرباشد پس آن مقابله را دردیگرمقابله اصغربطریق زائد ویاناقص بموجب مسئلهٔ اولیٰ بقدریک مقدارمعلوم وحسب مناسب درست سازند ؀ مثال اول ک^۳ − ۴ ک^۲ − ۷ ک + ۱۰ = ۰ پس ضلع اول که مجهول است چه باشد چون مقسوم علیهای رقم اخیرکه ده است (+ ۱ و − ۱ و + ۲ و − ۲ و + ۵ و − ۵ و + ۱۰ و − ۱۰) است وهرگاه رقم اخیرهرمقابلهٔ مساوي

با حاصل ضرب همه ضلعهای این مقابله دریک دیگرمی باشد لهذا ضرورةً حاجت بهم رسانیدن مقسوم علیه ها درعدد شد وآنهارا علی التوالی با مقدار ک که مجهول است بدل کرده مضلعات بحسب مقابلهٔ مطلوبه درست ساختم بدینصورت

ک = ۱ درینصورت ۱ −۴ −۷ +۱۰ = ۰

ک = −۱ درینصورت −۱ −۴ +۷ +۱۰ = ۱۲

ک = ۲ درینصورت ۸ −۱٦ −۱۴ +۱۰ = −۱۲

ک = −۲ درینصورت −۸ −۱٦ +۱۴ +۱۰ = ۰

ک = ۵ درینصورت ۱۲۵ −۱۰۰ −۳۵ +۱۰ = ۰

ازین سبب +۱ و −۲ و +۵) این سه ضلع فرداً فرداً مقدار ک مجهول مطلوب است ٭ مثال دویم ے^{4} −۴ے^{3} −۸ے +۳۲ = ۰ پس مقدار ے چه باشد درینجا معادلهٔ مذکوره را بطرف معادلهٔ دیگر تبدیل کردم تا مقسوم علیه ها اصغر وکمتر واقع شوند پس فرض کردم ے = ک +۱

درینصورت ے^{4} = ک^{4} +۴ک^{3} +٦ک^{2} +۴ک +۱

−۴ے^{3} = * −۴ک^{3} −۱۲ک^{2} −۱۲ک −۴

−۸ے = * * * −۸ک −۸

+۳۲ = * * * * +۳۲

ک^{4} * −٦ک^{2} −۱٦ک +۲۱ = ۰

این مقابله نواست

پس مقسوم علیه های رقم اخیرکه ۲۱) است حاصل کردم ۱ و −۱ و +۳ و −۳ و +۷ و −۷ و −۲۱ و +۲۱ شد وهرگاه آنهارا ازمقدار ک بدل کرده معادله درست ساختم بدینصورت شد

۱ −٦ −۱٦ +۲۱ = ۰

۱ −٦ +۱٦ +۲۱ = ۳۲

۸۱ −۵۴ −۴۸ +۲۱ = ۰

۸۱ −۵۴ +۴۸ +۲۱ = ۹٦

چون دیگر هیچ عدد ازمقسوم علیه ها حسب مطلوب نبود لهذا بهمین اکتفا کرده شد ودرینصورت

تکد

واحد وسه مقدار ک مجهول برآمد پس ک = ۲ خواه ۴ شد ** مثال سیوم $ک^{۳}$ + ۳ م $ک^{۲}$ − ۴ $م^{۲}$ ک − ۱۲ $م^{۳}$ = ۰ پس درینجا مقدار ک مجهول است وچون مقسوم علیه های رقم اخیر که ۱۲ $م^{۳}$) است ۱ و −۱ و ۲ و −۲ و ۳ و −۳ و ۴ و −۴ و ۶ و −۶ و ۱۲ و −۱۲ میشود درینصورت بحسب تبدیل آنها بامقدار ک مضلعات آنها بدینصورت شد

ک = ۱ پس ۱ + ۳ − ۴ − ۱۲ = −۱۲

ک = −۱ پس −۱ + ۳ + ۴ − ۱۲ = −۶

ک = ۲ پس ۸ + ۱۲ − ۸ − ۱۲ = ۰

ک = −۲ پس −۸ + ۱۲ + ۸ − ۱۲ = ۰

ک = ۳ پس ۲۷ + ۲۷ − ۱۲ − ۱۲ = ۳۰

ک = −۳ پس −۲۷ + ۲۷ + ۱۲ − ۱۲ = ۰

درینصورت سه ضلع اعني ۲ م خواه − ۲ م خواه − ۳ م = ک مجهول است وهو المطلوب *

مسئلهٔ چهارم در متعین نمودن ضلعهای مقابله بموجب قاعده (سرایزک نیوتن)[۳] که ازترکیب مقسوم علیه های صحیح مقرر نموده است *

قاعده اول مقدار مجهول راباسه عدد یا زیاده ازان ازاعداد متوالیه بر نسبت عددي متبدل سازند مثل ۲ و ۱ و ۰ و −۱ و −۲ وبعد ازان مقابلات نو بحسب مقابلهٔ مطلوبه ازهر واحد ازان اعداد حاصل ساخته حاصل را و مقسوم علیه های حاصل طرف اخیر را درمیان خطهای

---

(۳) حکیمي بود که جمیع حکمای فرنگ اورا امام ورئیس خود پنداشته‌اند حکیم مذکور درسنه ۱۶۴۲ عیسوي مطابق سنه ۱۰۲۱ هجري قدسي پیدا شده درسنه ۱۷۲۶ عیسوي مطابق ۱۱۳۹ هجري وفات یافت *

هذا قول اشرف من اقواله الشریفه

وهو ان کان البعد بین الجسمین محسوسا لهما یتجاذبان بحیث تکون قوة التجاذب وقدر مربع البعد متناسبین التکافي مثلا لیکن م ا ب ج اجساما بحیث تکون م ا ب ج متساویة القدر ویکون بعد ا من م واحدا خطیا وبعد ب من م ۲ وبعد ج من م ۳ فتکون قوة التجاذب بین م ا واحدا وقوة التجاذب بین م ب ربعا وقوة التجاذب بین م ج تسعا وعلی هذا القیاس * وهذه القاعدة عامة لجمیع الاجسام من ايّ قسم کانت ارضیة اوسماویة سفلیة اوعلویة *

مستقیم مقابل ارقام آن اعداد علی الترتیب بنویسند و بعد ازان از میان آن مقسوم علیه ها اعدادی راکه علی نسبت متوالیه عددی باشند صعوداً خواه نزولاً وتفاضل مابین آنها بقدر عدد ماقبل مضلع اعظم بود درمیان خط دیگر مقابل یک دیگر بنویسند پس عددی راکه محاذی صفر بهم رسد آنرا بر تفاضل مشترک قسمت سازند خواه عددی دیگر مناسب ازهمان ارقام مابین آن بهم رسانند وما قبل خارج قسمت نشان زائد یا ناقص حسب مناسب ثبت نموده مقدار مجهول را ازان تبدیل ساخته ضلع مقابله حاصل سازند وهرجاکه دریک سلسلهٔ متوالیه عددی متعین نشود ضرورةً هریک اعداد جدا جدا که مقابل صفر واقع شوند از امتحان برآورده خواهند شد ❀ مثال ک۳ − ک۲ − ۱۰ ک + ۶ = ۰ پس مقدار ک چه باشد اینجا مقدار ک را با اعداد متوالیه عددی ۲ و ۱ و ۰ و −۱ تعبیر نموده بحسب مقابلهٔ مطلوبه ازهریکی مقابلات نو درست ساختم بدینصــــــــــــــــــــورت شد

ک = ۲ پس ۸ − ۴ − ۲۰ + ۶ = − ۱۰

ک = ۱ پس ۱ − ۱ − ۱۰ + ۶ = − ۴

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ + ۶ = ۶

ک = −۱ پس −۱ − ۱ + ۱۰ + ۶ = ۱۴

بعد ازان اعداد متوالیه را مع حاصل طرف اخیر آنها ومقسوم علیه های حاصل آنها و اعداد غیر مشترکهٔ آنها مابین خطوط مستقیم نوشتم بدینصــــــــــــــــــــورت

سلسلهٔ اعداد	حاصل	مقسوم علیه‌های حاصل	سلسلهٔ دوم از مقسوم علیه‌ها
۲	−۱۰	۱ و ۲ و ۵ و ۱۰	۵
۱	−۴	۱ و ۲ و ۴	۴
۰	+۶	۱ و ۲ و ۳ و ۶	۳
−۱	+۱۴	۱ و ۲ و ۷ و ۱۴	۲

چون درینجا رقم سه مقابل صفر واقع شده پس آنرا بر واحد که تفاضل مشترک است قسمت نمودم نیز خارج سه شد چون از سه مثبت مطلوب حاصل نمی شود لهذا آنرا منفی نموده آنرا

ازمقدار ک بدل کردم پس —۲۷ — ۹ + ۳۰ + ٦ = ۰ میشود درینصورت — ۳ ضلع مطلوب است ❀ مثال دویم ۲ ک۳ — ۵ ک۲ + ۴ ک — ۱۰ = ۰ پس مقدار ک چه باشد ؛ جواب مقدار ک را با اعداد متوالیه ۲ و ۱ و ۰ و —۱ و —۲ تعبیر کردم ومقابلات درست ساختم بدینصورت

ک = ۲ پس ۱٦ — ۲۰ + ۸ — ۱۰ = — ٦

ک = ۱ پس ۲ — ۵ + ۴ — ۱۰ = — ۹

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ — ۱۰ = — ۱۰

ک = — ۱ پس — ۲ — ۵ — ۴ — ۱۰ = — ۲۱

ک = — ۲ پس — ۱٦ — ۲۰ — ۸ — ۱۰ = — ۵۴

اعداد سلسله	اعداد حواصل	مقسوم علیه ها	سلسلهٔ دویم از مقسوم علیه ها
۲	— ٦	۱ و ۲ و ۳ و ٦	۱
۱	— ۹	۱ و ۳ و ۹	۳
۰	— ۱۰	۱ و ۲ و ۵ و ۱۰	۵
— ۱	— ۲۱	۱ و ۳ و ۷ و ۲۱	۷
— ۲	— ۵۴	۱ و ۲ و ۳ و ٦ و ۹	۹

چون پنج مقابل صفر واقع شده لهذا انرا بر تفاضل مشترک که مساوي عدد ما قبل مضلع اعظم است قسمت نمودم خارج نسمت ½ ۲ گردید و آن مقدار ک مطلوب است ❀ مثال سیوم ک۴ + ک۳ — ۹ ۲ ک۲ — ۹ ک + ۱۸۰ = ۰ پس مقدار ک چه باشد ؛ جواب مقدار ک را با اعداد متوالیه ۲ و ۱ و ۰ و —۱ و —۲ تعبیر کردم ومقابلات درست ساختم بدینصورت

ک = ۲ پس ۱٦ + ۸ — ۱۱٦ — ۱۸ + ۱۸۰ = ۷۰

ک = ۱ پس ۱ + ۱ — ۲۹ — ۹ + ۱۸۰ = ۱۴۴

ک = ۰ پس ۰ ۰ ۰ ۰ + ۱۸۰ = ۱۸۰

ک = — ۱ پس ۱ — ۱ — ۲۹ + ۹ + ۱۸۰ = ۱٦۰

ک = — ۲ پس ۱٦ — ۸ — ۱۱٦ + ۱۸ + ۱۸۰ = ۹۰

سلسلهٔ اعداد	حواصل	مقسوم علیه ها
١	٧٠	١ و٢ و٥ و٧ و١٠ و١٤ وغیره
٢	١٤٤	١ و٢ و٣ و٤ و٦ و٨ وغیره
٠	١٨٠	١ و٢ و٣ و٤ و٥ و٦ وغیره
١−	١٦٠	١ و٢ و٤ و٥ و٨ و١٠ وغیره
٢−	٩٠	١ و٢ و٣ و٥ و٦ و٩ وغیره

سلسلهٔ دویم مقسوم علیه	سلسلهٔ سیوم مقسوم علیه	سلسلهٔ چهارم مقسوم علیه	سلسلهٔ پنجم مقسوم علیه
١	٢	٥	٧
٢	٣	٤	٦
٣	٤	٣	٥
٤	٥	٢	٤
٥	٦	١	٣

چون درینجا چهار سلسله متوالیه از مقسوم علیه‌ها حاصل شده و در هر چهار سلسله صفر مقابل عدد سه و چهار و پنج واقع شده و چون تفاضل مشترک واحد است لهذا از روی قسمت هم همان اعداد حاصل شدند و چون آنها را امتحان کردم (+٣ و+٤ و−٣ و−٥) این همه اعداد فردا فردا مساوي ک حاصل شدند *

مسئلهٔ پنجم در استخراج ضلع اول معادله کعبي بطریق خاص

قاعده اول رقم دوم معادلهٔ کعبي را که رقم مال است بموجب مسئلهٔ دوم معدوم سازند پس آن معادلهٔ کعبي بطرف شکل هذا راجع خواهد شد $ک^{٣} \pm مک = \pm ب$ و چون مقدار م و ب ضرورةً اعداد معلوم خواهند بود پس آنها را مع نشان اصلي آنها در ارقام ذیل بدل سازند که حاصل ضلع مطلوب شود

$$ک = \sqrt[٣]{\tfrac{١}{٢}ب + \sqrt{\tfrac{١}{٤}ب^{٢} + \tfrac{١}{٢٧}م^{٣}}} + \sqrt[٣]{\tfrac{١}{٢}ب + \sqrt{\tfrac{١}{٤}ب^{٢} + \tfrac{١}{٢٧}م^{٣}}}$$

$$-\tfrac{١}{٣}م$$

= ضلع مطلوب و باید دانست که این قاعده متفرع است از طریق مفصلهٔ ذیل * مثلاً معادلهٔ

کعبي را رجوع بشکل مذکور نمودم بدینصورت $\text{ک}^{3} + \text{م}\,\text{ک} = \text{ب}$ وفرض کردم $\text{ے} + \text{ر} = \text{ک}$ و $3\,\text{ے}\,\text{ر} = -\text{م}$ پس اینجا بسبب تبدیل این مقادیر معادلهٔ مذکوره بدینصورت خواهد شد $\text{ے}^{3} + 3\,\text{ے}^{2}\text{ر} + 3\,\text{ے}\,\text{ر}^{2} + \text{ر}^{3} + \text{م} \times (\text{ے} + \text{ر}) = \text{ے}^{3} + \text{ر}^{3} + 3\,\text{ے}\,\text{ر} \times (\text{ے} + \text{ر}) + \text{م} \times (\text{ے} + \text{ر}) = \text{ے}^{3} + \text{ر}^{3} - \text{م} \times (\text{ے} + \text{ر}) + \text{م} \times (\text{ے} + \text{ر}) = \text{ے}^{3} + \text{ر}^{3} = \text{ب}$ واگر از مجذور معادلهٔ مذکوره چهار کعب معادلهٔ $\text{ے}\,\text{ر} = -\frac{1}{3}\text{م}$ ساقط کنم $\text{ے}^{6} - 2\,\text{ے}^{3}\text{ر}^{3} + \text{ر}^{6} = \text{ب}^{2} + \frac{4}{27}\text{م}^{3}$ بلکه $\text{ے}^{3} - \text{ر}^{3} = \sqrt{\text{ب}^{2} + \frac{4}{27}\text{م}^{3}}$ خواهد شد وهرگاه این را با معادلهٔ هذا $\text{ے}^{3} + \text{ر}^{3} = \text{ب}$ جمع کنم پس $2\,\text{ے}^{3} = \text{ب} + \sqrt{\text{ب}^{2} + \frac{4}{27}\text{م}^{3}}$ و درینصورت $2\,\text{ر}^{3} = \text{ب} - \sqrt{\text{ب}^{2} + \frac{4}{27}\text{م}^{3}}$ وهرگاه $\text{ے} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\frac{1}{4}\text{ب}^{2} + \frac{1}{27}\text{م}^{3}}}$ ونیز $\text{ر} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} - \sqrt{\frac{1}{4}\text{ب}^{2} + \frac{1}{27}\text{م}^{3}}}$

وچون مقدار م منفي است و $\frac{1}{27}\text{م}^{3}$ اعظم از $\frac{1}{4}\text{ب}^{2}$ پس استخراج ضلع مجهول بسبب این قاعده حاصل منفي خواهد شد علی العموم وچون ظاهر است که $\text{ے} + \text{ر} = \text{ک}$ بلکه $= \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\frac{1}{4}\text{ب}^{2} + \frac{1}{27}\text{م}^{3}}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} - \sqrt{\frac{1}{4}\text{ب}^{2} + \frac{1}{27}\text{م}^{3}}}$ وهرگاه $\text{ر} = \frac{-\text{م}}{3\,\text{ے}}$ درینصورت

$$\text{ے} + \text{ر} = \text{ے} + \frac{-\text{م}}{3\,\text{ے}} = \text{ک} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\frac{1}{4}\text{ب}^{2} + \frac{1}{27}\text{م}^{3}}} + \frac{-\frac{1}{3}\text{م}}{\sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \sqrt{\frac{1}{4}\text{ب}^{2} + \frac{1}{27}\text{م}^{3}}}}$$

= ضلع مطلوب حسب قاعدهٔ مذکوره *

فائده این قاعده که برای استخراج معادلهٔ کعبي مذکور شد منسوب بطرف اکثر مشاهیر اهل ریاضي فرنگ است که بامتحان مقرر کرده اند واول معلوم نبود که این قاعده عام است لیکن بامتحانات کثیره عمومیة قاعدهٔ هذا بظهور پیوست * مثال اول $\text{ے}^{3} + 3\,\text{ے}^{2} + 9\,\text{ے} = 13$ پس مقدار ے چه باشد چون بموجب مسئلهٔ دوم فرض کردم $\text{ے} = \text{ک} - 1$ پس مقابلهٔ مذکوره بدینصورت شد

ے³ = ک³ − ۳ک² + ۳ک − ۱

۳ے² = * + ۳ک² − ۶ک + ۳

۹ے = * * + ۹ک − ۹

ک³ + ۶ک − ۷ = ۱۳

بلکه ک³ + ۶ک = ۲۰ وهرگاه ۶ را مر و ۲۰ را ب فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مسئلهٔ هذا

ک =]³ ½ب +]¼ب² + 1/27 مر³) +]³ ½ب +]¼ب² + 1/27 مر³) (− ⅓مر) =]³ ۱۰ +](۱۰۰ + ۸)

+]³ ۱۰ +](۱۰۰ + ۸) (−۲) =]³ (۱۰ + ۱۰ ۳۹۲۳/۱۰۰۰۰) +]³ (۱۰ + ۱۰ ۳۹۲۳/۱۰۰۰۰) (−۲) =]³ ۲۰ ۳۹۲۳/۱۰۰۰۰ +

= ۲ ۷۳۲/۱۰۰۰ + ۲ ۷۳۲/۱۰۰۰ (−۲) = ۲ ۷۳۲/۱۰۰۰ − ۲ پس ک = ۲ وضرورةً ے = ۱ = ضلع مطلوب *

مثال دویم ک³ − ۶ک = − ۹ پس مقدار ک چه باشد چون درین معادله رقم دوم معدوم است لهذا احتیاج مسئلهٔ ثانی نیفتاد و مر = − ۶ و ب = − ۹ فرض کردم درینصورت

بموجب قاعدهٔ مسئلهٔ هذا ک =]³ ½ب +]¼ب² + 1/27 مر³) −]³ ½ب +]¼ب² + 1/27 مر³ (− ⅓مر)

=]³ − ۴½ +](۲۰¼ − ۸) −]³ − ۴½ +](۲۰¼ − ۸) =]³ − ۴½ + ۳½ −]³ − ۴½ + ۳½ (−۲)

=]³ −۱ −]³ −۱ (−۲) = −۱ − ۲ = −۳ پس ک = −۳ = ضلع مطلوب *

تنبیه این فقیر میگوید که درین قاعده احتیاج استخراج جذر وضلع کعب میشود وآن هردو تقریبی برمی آیند ونیز درقسمت ⅓ مر کسر واقع میشود وآن کسر رامی گذارند درینصورت درکعب منطق هم ازین سبب تفاوت کثیر خواهد شد پس استخراج کعب اصم ازین قاعده غیرممکن است زیراکه باوجود اعمال کثیره که خالي ازاشکال نیست تفاوت واختلال کثیر راه

خواهد یافت پس بقاعدهٔ که در گفتار اول برای استخراج ضلع معادلات علی وجه العام بیان کرده ام عمل نمایند اسهل وانسب است یا بطریقیکه در مسئلهٔ سیوم مذکور شد استخراج نمایند بهتر است *

مسئلهٔ ششم در استخراج ضلع معادله مالمالي بطریق خاص *

قاعده رقم دوم معادلهٔ مال مالي راکه رقم کعب است بموجب مسئلهٔ دوم معدوم سازند پس آن معادله راجع بشکل هذا خواهد شد $\text{ک}^4 + \text{ب}\,\text{ک}^2 + \text{ر}\,\text{ک} + \text{س} = 0$ بعدازان یک معادلهٔ کعبي فرض کنند بدینصورت $\text{ے}^3 + 2\text{ب}\,\text{ے}^2 + (\text{ب}^2 - 4\text{س})\,\text{ے} - \text{ر}^2 = 0$ ورقم دوم این معادله رابموجب مسئلهٔ دوم معدوم ساخته مقدار ے بموجب مسئلهٔ پنجم بهمرسانند وبعدازان فرض کنند $\text{م} = \sqrt{\text{ے}}$ و $\text{ز} = -\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\text{م}^2 - \frac{\text{ر}}{2\text{م}}$ و $\text{ح} = -\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\text{م}^2 - \frac{\text{ر}}{2\text{م}}$ بعدازان فرض کنند دو معادلهٔ مربعي بدینصورت $\text{ک}^2 + \text{م}\,\text{ک} + \text{ز} = 0$ و $\text{ک}^2 - \text{م}\,\text{ک} + \text{ح} = 0$ ومسطح آن هردو معادله مساوي معادلهٔ مال مالي مطلوبه خواهد بود وازین سبب چهار ضلع برای معادلهٔ مالمالي بهم خواهد رسید وچون معلوم شد که $\text{ک}^4 + \text{ب}\,\text{ک}^2 + \text{ر}\,\text{ک} + \text{س} = 0$ این معادله مساوي است باحاصل ضرب هردو معادلهٔ مربعي اعني $\text{ک}^2 + \text{م}\,\text{ک} + \text{ز} = 0$ و $\text{ک}^2 - \text{م}\,\text{ک} + \text{ح} = 0$ پس حاصل ضرب $\text{ک}^4 + (\text{ز} + \text{ح} - \text{م}^2)\,\text{ک}^2 + (\text{م}\,\text{ح} - \text{م}\,\text{ز})\,\text{ک} + \text{ز}\,\text{ح} = 0$ شد وهرگاه $\text{ز} + \text{ح} - \text{م}^2 = \text{ب}$ و $\text{م}\,\text{ح} - \text{م}\,\text{ز} = \text{ر}$ و $\text{ز}\,\text{ح} = \text{س}$ است وچون $\text{ز} = -\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\text{م}^2 + \frac{\text{ر}}{2\text{م}}$ و $\text{ح} = \frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\text{م}^2 - \frac{\text{ر}}{2\text{م}}$ و $\text{س} = \text{ز}\,\text{ح} = \frac{1}{4}\text{ب}^2 - \frac{1}{2}\text{ب}\,\text{م}^2 + \frac{1}{4}\text{م}^4 - \frac{\text{ر}^2}{4\text{م}^2}$ اند بدین سبب $\text{م}^6 + 2\text{ب}\,\text{م}^4 + (\text{ب}^2 - 4\text{س}) \times \text{م}^2 = \text{ر}^2 =$ بامعادلهٔ کعبي که ازمقدار م بهم میرسد وآن بعینه معادلهٔ کعبي مفروضه است وچون همه ارقام آن عددي ومعلوم اند و $\text{ز} = -\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\text{م}^2 + \frac{\text{ر}}{2\text{م}}$ و $\text{ح} = -\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\text{م}^2 - \frac{\text{ر}}{2\text{م}}$ پس مقدار ز و ح نیز معلوم خواهد شد وازان مقدار ضلع مجذورین معادلین $\text{ک}^2 + \text{م}\,\text{ک} + \text{ز} = 0$ و $\text{ک}^2 - \text{م}\,\text{ک} + \text{ح} = 0$ نیز معلوم خواهد شد پس هرچهار ضلع مال مالي معادله هم متعین خواهد گردید * مثال $\text{ی}^4 - 4\text{ی}^3 - 8\text{ی} +$

۳۲ = ۰ پس مقدار ء چه باشد اول برای معدوم کردن رقم دوم ء = ک + ۱ بموجب مسئلهٔ دوم فرض کردم و مضلعات آن درست ساختم بدینصورت شد

$$\text{ء}^{۴} = \text{ک}^{۴} + ۴\,\text{ک}^{۳} + ۶\,\text{ک}^{۲} + ۴\,\text{ک} + ۱$$
$$-۴\,\text{ء}^{۳} = \quad -۴\,\text{ک}^{۳} - ۱۲\,\text{ک}^{۲} - ۱۲\,\text{ک} - ۴$$
$$-۸\,\text{ء} = * \quad * \quad * \quad -۸\,\text{ک} - ۸$$
$$+۳۲ = * \quad * \quad * \quad +۳۲$$
$$\text{ک}^{۴} \; * \; -۶\,\text{ک}^{۲} - ۱۶\,\text{ک} + ۲۱ = ۰$$

پس برای این مقابله یک معادلهٔ کعبی بموجب مسئلهٔ هذا فرض کردم بدینصورت −۶ = ب و −۱۶ = ر و ۲۱ = س چون معادله کعبی مفروضه بدینصورت است $\text{ے}^{۳} + ۲\,\text{ب}\,\text{ے}^{۲} + (\text{ب}^{۲} - ۴\,\text{س})\,\text{ے} - \text{ر}^{۲} = ۰$ درینصورت بحسب اعداد مرقوم $\text{ے}^{۳} - ۱۲\,\text{ے}^{۲} - ۴۸\,\text{ے} - ۲۵۶ = ۰$ این معادله کعبی مفروضه شد پس بموجب مسئلهٔ دوم برای معدوم کردن رقم دوم این معادله ے = ص + ۴ فرض کردم پس مضلعات آن بدینصورت حاصل شد

$$\text{ے}^{۳} = \text{ص}^{۳} + ۱۲\,\text{ص}^{۲} + ۴۸\,\text{ص} + ۶۴$$
$$-۱۲\,\text{ے}^{۲} = \quad -۱۲\,\text{ص}^{۲} - ۹۶\,\text{ص} - ۱۹۲$$
$$-۴۸\,\text{ے} = \quad * \quad -۴۸\,\text{ص} - ۱۹۲$$
$$-۲۵۶ = \quad * \quad * \quad -۲۵۶$$
$$* \quad \text{ص}^{۳} \; * \; -۹۶\,\text{ص} - ۵۷۶ = ۰$$

بلکه $\text{ص}^{۳} - ۹۶\,\text{ص} = ۵۷۶$ هرگاه −۹۶ = م و ۵۷۶ = ب فرض کردم پس بموجب مسئلهٔ پنجم

$$\text{ص} = \sqrt[۳]{\tfrac{۱}{۲}\text{ب} + \sqrt{\tfrac{۱}{۴}\text{ب}^{۲} + \tfrac{۱}{۲۷}\text{م}^{۳}}} + \frac{-\tfrac{۱}{۳}\text{م}}{\sqrt[۳]{\tfrac{۱}{۲}\text{ب} + \sqrt{\tfrac{۱}{۴}\text{ب}^{۲} + \tfrac{۱}{۲۷}\text{م}^{۳}}}} = \sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{(۲۸۸)^{۲} + (۳۲)^{۳}}} + \frac{-۳۲}{\sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{(۲۸۸)^{۲} + (-۳۲)^{۳}}}}$$

$$= \sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{۸۲۹۴۴ - ۳۲۷۶۸}} + \frac{-۳۲}{\sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{۸۲۹۴۴ - ۳۲۷۶۸}}}$$

$$= \sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{۵۰۱۷۶}} + \frac{-۳۲}{\sqrt[۳]{۲۸۸ + \sqrt{۵۰۱۷۶}}} = \sqrt[۳]{۲۸۸ + ۲۲۴} + \frac{-۳۲}{\sqrt[۳]{۲۸۸ + ۲۲۴}} = \sqrt[۳]{۵۱۲} + \frac{-۳۲}{\sqrt[۳]{۵۱۲}}$$

تکو

= ۸ − ۳۲/۸ = ۸ + ۴ = ۱۲ وازین سبب ے = م + ۴ = ۱۶ پس خ = √ے = ۴ و ز = − ۶/۴ + ۱۶/۴
+ ۱۶/۸ = ۷ و ح = − ۶/۴ + ۱۶/۴ − ۱۶/۸ = ۳ پس ح = ۴ و ز = ۷ و ح = ۳ وهرگاه د ومقابلهٔ مربعی
مفروضه ک^۲ + ح ک + ز = ۰ و ک^۲ − ح ک + ح = ۰ درینصورت ک^۲ + ح ک + ز = ک^۲ +
۴ ک + ۷ = ۰ و ک^۲ − ح ک + ح = ک^۲ − ۴ ک + ۳ = ۰ پس از روی معادلهٔ اولی ک = − ۲
+ √−۳ خواه − ۲ − √−۳ وبموجب معادلهٔ دوم ک = ۳ خواه ۱ وازین سبب برای معادله
مالالي ک^۴ − ۶ ک^۲ − ۱۶ ک + ۲۱ = ۰ چهار ضلع اول بهم رسیدند ۳ و ۱ و (− ۲ + √−۳)
و (− ۲ − √−۳) وهرگاه واحد باهریکی ازینها جمع کرده شود بحسب مفروض اعنی ء =
ک + ۱ که سابق فرض شده بود درینصورت ۴ و ۲ و (− ۱ + √−۳) و (− ۱ − √−۳)
این هرچهار ضلع‌های معادله مالالي مطلوبه ء^۴ − ۴ ء^۳ − ۸ ء + ۳۲ = ۰ حاصل شدند چون
ضلعین آخرین معدوم وغیر ممکن اند لهذا ضلعین اولین اعنی ۴ و ۲ متعین خواهند شد *

فائده قاعده هذا را منسوب بطرف (دیسکرتیس) نامی میکنند وبعضی منسوب بحکماء
بابلي وبعضی منسوب بحکماء ابتالین می نمایند لیکن فی الحقیقة موجد آن (لا یرقراري) نامی
شخصي است و (دیسکرتیس) سوای آن قاعدهٔ دیگر برای استخراج ضلع معادله مالالي
از دو معادلهٔ مربعي بطریق تفصیل ذیل ایجاد کرده ودرهریک معادله مالالي یک معادلهٔ نو
بسبب تفاضل دو معادله مربعی معین ساخته وقاعده اینست که هرگاه یک معادله مالالی
فرض کنم * مثلا ک^۴ + م ک^۳ + ب ک^۲ + س ک + ء = ۰ پس دو معادله مربعی فرض کنم
بدینصورت (ک^۲ + ½ م ک + ر)^۲ − (ح ک + س)^۲ = ک^۴ + م ک^۳ + ب ک^۲ + س ک + ء = ۰
ومقدار ر و ح و س را حاصل کنم بدینصورت که (ک^۲ + ½ م ک + ر)^۲ − (ح ک + س)^۲ =
ک^۴ + م ک^۳ + ۲ ر ک^۲ + ¼ م^۲ ک^۲ + ر م ک + ر^۲ − ح^۲ ک^۲ − ۲ ح س ک − س^۲ = ک^۴ +
م ک^۳ + ب ک^۲ + س ک + ء = ۰ ودرینصورت بعد اسقاط متداخلین سه معادله حاصل
میشوند * اول ۲ ر + ¼ م^۲ − ح^۲ = ب * دوم ر م − ۲ ح س = س * سوم ر^۲ − س^۲ = ء وازین
هرسه معادله سه معادلهٔ دیگر بهم می رسند * اول ۲ ر + ¼ م^۲ − ب = ح^۲ * دوم ر م − س = ۲
ح س * سوم ر^۲ − ء = س^۲ وهرگاه درین هرسه معادلهٔ اخیره معادلهٔ اول وثالث را باهم ضرب کنم
مساوي ربع مربع معادلهٔ ثاني خواهد بود درینصورت ۲ ر^۳ + (¼ م^۲ − ب) × ر^۲ − ۲ ء ر −

(¼ مر² ـ ب) × ء = (ح² سہ²) = ¼ (ر مر² ـ ۲ ر مر سہ + سہ²) گردید وهرگاه این هردومعادلین
متقابلین را بیکطرف آورند وتنصیف سازند پس ر³ ـ ½ ب ر² + (¼ مر سہ ـ ء) ر
ـ ½ (¼ سہ² + (ء) × (¼ مر² ـ ب)) = ۰ وهرگاه ¼ مر سہ ـ ء = ط و ¼ سہ² + ء × (¼ مر² ـ ب) = ل
فرض کنم پس معادلۀ کعبی نوبهم خواهد رسید بدینصورت ر³ ـ ½ ب ر² + ط ر ـ ½ ل = ۰
وبوسیلۀ این معادله بموجب مسئلۀ پنجم مقدار ر متعین میتواند شد و هرگاه مقدار ر متعین شد
پس مقدار ح و سہ نیز متعین خواهد شد بدینصورت ح = [(۲ ر + ¼ مر² ـ ب)]^½ و سہ = (ر مر ـ سہ) / ۲ ح
وهرگاه این هرسه مقدار متعین شدند مقدار ک نیز حاصل خواهد شد چراکه (ک² + ½ مر ک + ر)²
ـ (ح ک + سہ)² عموما مساوي با ک⁴ + مر ک³ + ب ک² + سہ ک + ء = ۰ فرض کرده شده
است پس ظاهر است که هرگاه مقدار ک بموجب مقابلۀ اولی مع مضلعات مساوي صفر
که لا شيء است می افتاد ضرورة معادلۀ ثاني نیزکه مساوي معادلۀ اولی است مساوي صفر
خواهد بود وهرگاه بموجب معادلۀ مفروضۀ مربعي که ازحروف ح و ر و سہ درست شده است
ومقدار آن هرسه حرف معلوم گردیده پس مقدار ک هم ازروی قاعدۀ معادلۀ مربعي استخراج
خواهد گردید بدینصورت ک² + ½ مر ک + ر = ± ح ک ± سہ بلکه ک = ± ½ ح ـ ¼ مر
± ل (¼ مر ± ½ ح) ± سہ ـ ر ل = ± ½ ح ـ ¼ مر ± (۱/۱۶ مر² ± ¼ مر ح + ¼ ح² ± سہ ـ ر)^½
وازین همه ضلعهای مختلف معادلۀ مطلوبه بحسب تبدیل نشانها حاصل خواهد شـــد
وبایددانست که درین قاعده فوایدی چند زیاده از قاعدۀ سابق است اول اینکه درینجا احتیاج پیدا
کردن رقم دوم معادله برای ترتیب استخراج مر نمیشود * دوم معادله ر = ½ ب ر + ط ر ـ ½
ل = ۰) اینجا ازمقدار ر دیگرشکل مفرد اخذ کرده میشود بطور قاعدۀ سابق * سوم مقدار ر
دران مقابله همیشه منطق میشود وهمه ضلعهای معادلۀ معلومه صرف منطق نمیشوند بلکه
بعضی اصم هم می برآیند پس ضلعهای اصم رابضرورت ترک میکنند * مثال ک² + ۱۲ ک ـ
۱۷ = ۰ پس مقدار ک چه باشد درینجا بسبب مقابلۀ اعظم اعني ک⁴ + مر ک³ + ب ک²
+ سہ ک + ء = ۰ مینویسم مر = ۰ و ب = ۰ و سہ = ۱۲ و ء = ۱۷ وازین سبب ط = ¼ مر سہ ـ
ء = ۱۷ و ل = ¼ سہ² + ء × (¼ مر² ـ ب) = ۳۶ و ر³ ـ ½ ب ر² + ط ر ـ ½ ل = ر³ + ۱۷ ر ـ ۱۸

= ۰ ودرینصورت ر = ۱ پس ح =](۲ ر + ۴/۱ مٓ − ب)^۱/۲ =]۲ و س = (مر − س)/(۲ ح) = −۱۲/(۲]۲)
= −۳]۲ پس ک = ± ۱/۲]۲ ± (۱/۲ ± ۳]۲ − ۱)^۱/۲ = ± ۱/۲]۲ ± (± ۳]۲ − ۱/۲) *

تنبیه نزد فقیر درین هردو قاعده کمال نقص است چراکه درهردو قاعده برای استخراج ضلع کعب احتیاج مسئلۀ پنجم میشود و حال مسئلۀ پنجم سابق مذکور شد ومع هذا درین هردو قاعده نیز اکثر کسور واقع میشود وآنرا میگذارند ازینجهت اختلال کلی ومشقت بسیار متصور میشود *

فائده برای استخراج معادلۀ مالمالی معادلۀ چند ترکیب دیگر هم هست که چند اشخاص برآورده اند چنانچه یکی ازان (مسترلوزلر) که در سنه ۱۶۲۴ در ملک الیمان ایجاد کرده ونیز بعضی دیگر قواعد برای استخراج معادلات پنج مقداری هم از معادلات ثمانی آنها ترکیب داده معین کرده اند لیکن آنهمه قواعد نهایت ضعیف اند و قاعدۀ عام نیستند که مقصود ازان معلوم تواند شد لهذا درینجا فروگذاشته شد *

مسئلۀ هفتم در استخراج ضلعهای تقریبی بوجه عام باید که اول از روی امتحان ضلع تقریبی حاصل کنند وبعد ازان ضلع تقریبی را بحرف ر تعبیر ساخته تفاضل ما بین ضلع تقریبی وضلع تحقیقی را ه فرض کنند ومقدار مجهول را مساوی ر ± ه ثبت نمایند وبحسب معادله مضلعات حاصل سازند وبعد ازان مضلعات ه را حذف کرده باقی را رجوع بمعادلۀ مفرد نمایند ومقدار ه حاصل کنند ومقدار ه جمع نمایند که ضلع اقرب التقریبی مطلوبه خواهد بود واگر ازان هم اقرب مطلوب باشد باز آن مقدار حاصل را ر تعبیر نموده و ه را مقدار تفاضل فرض کرده باز بدستور عمل نمایند وهمچنین تاهرجاکه خواهند *

فائده این قاعده گاهی برای استخراج ضلعهای معادلات که نهایت مشکل ومحنت طلب بودند دربعض حالات خاص معین شده بود لیکن بسبب امتحان متواتر معلوم شد که مشتمل همه انواع معادلات است هرچند حصول مقدار صحیح تاکدام مرتبه معین نمیگردد ولیکن اقرب التقریبی حاصل میشود بسبب برآوردن ضلع تقریبی از روی امتحان * مثال کٓ − ۵ ک − ۳۱ = ۰ پس مقدار ک چه باشد چون از روی امتحان ضلع تقریبی مساوی هشت است پس فرض کردم ۸ = ر * ونیز ر + ه = ک پس مضلعات آن ساختم

بدینصورت

ک^۲ = ر^۲ + ۲ رھ + ھ^۲

−۵ک = −۵ر − ۵ھ

−۳۱ * = −۳۱

ر^۲ + ۲ رھ − ۵ر + ھ^۲ − ۵ھ − ۳۱ = ۰

وهرگاه مربع ھ راساقط نمودم ومقدار ھ رایک طرف مقابله آوردم ۲ رھ − ۵ھ = − ر^۲ + ۵ر + ۳۱ شد هرگاه این معادله رابر ۲ر − ۵ قسمت کردم ھ = (۳۱ + ۵ر − ر^۲) / (۲ر − ۵) گردید پس

ھ = (۳۱ + ۴۰ − ۶۴) / (۱۶ − ۵) = ۷/۱۱ = ۶/۱۰ تقریبا گردید پس ک = ۸ ۶/۱۰ شد تقریبا وگرد وباره این مقدار ک را ر فرض کردم ومقدار تفاضل را باضلع تحقیقی ھ فرض نمایم درینصــــــــورت

ھ = (۳۱ + ۵ر − ر^۲) / (۲ر − ۵) = (۳۱ + ۴۳ − ۷۳ ۹۶/۱۰۰) / (۱۷ ۲/۱۰ − ۵) = (۴/۱۰۰) / (۱۲ ۲/۱۰) = ۳۲/۱۰۰۰۰ تقریبا پس ک = ۸ ۶۰۳۲/۱۰۰۰۰ تقریبا اگر

بازاین مقدار را متبدل بحرف ر سازم پس مقدار ھ = ۷۷۸۰۸/۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ خواهد بود پس ک = ۸ ۶۰۳۲۰۷۷۸۰۸/۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

وهمچنین تاهرد ومرتبه که خواهند * مثال دوم ک^۳ + ک^۲ + ک = ۹۰ پس مقدار ک چه باشد

چون بحسب امتحان ضلع تقریبي چهاراست لهذا ر = ۴ و ر + ھ = ک فرض کردم پس

ک^۳ = ر^۳ + ۳ ر^۲ھ + ۳ رھ^۲ + ھ^۳

ک^۲ = ر^۲ + ۲ رھ + ھ^۲

ک = ر + ھ

ر^۳ + ۳ ر^۲ھ + ر^۲ + ۲ رھ + ر + ھ = ۹۰

بعد اسقاط مضاعفات ھ

بلکه ۳ ر^۲ھ + ۲ رھ + ھ = ۹۰ − ر^۳ − ر^۲ − ر پس ھ = (۹۰ − ر^۳ − ر^۲ − ر) / (۳ر^۲ + ۲ر + ۱) = (۹۰ − ۶۴ − ۱۶ − ۴) / (۴۸ + ۸ + ۱)

= ۶/۵۷ = ۱/۱۰ پس ک = ۴ ۱/۱۰ تقریبا وهرگاه ۴ ۱/۱۰ رامتبدل بحرف ر ساختم پس ھ = (۹۰ − ر^۳ − ر^۲ − ر) / (۳ر^۲ + ۲ر + ۱)

$= \frac{۴\frac{۱}{۱۰} - ۱۶\frac{۸۱}{۱۰۰} - ۶۸\frac{۹۲۱}{۱۰۰۰} - ۹۰}{۱ + ۸\frac{۲}{۱۰} + ۵۰\frac{۴۳}{۱۰۰}} = \frac{۲۸۳}{۱۰۰۰۰۰}$ پس $\text{ک} = ۴\frac{۱۰۲۸۳}{۱۰۰۰۰۰}$ تقریبا وهو المطلوب *

طریق دیگر معادلهٔ اعظم برای $\overline{\text{ھ}}$ فرض کنم بدینصورت ($\text{م ھ} + \text{ب ھ}^{۲} + \text{س ھ}^{۳} + \text{د ھ}^{۴}$ وغیره = ز) اینجا $\overline{\text{ھ}}$ مقدار تفاضل است و $\overline{\text{م}}$ و $\overline{\text{ب}}$ و $\overline{\text{س}}$ و $\overline{\text{د}}$ وغیره عدد ماقبل $\overline{\text{ھ}}$ ومضاعات اواست و $\overline{\text{ز}}$ مقدار عدد معلوم که بیکطرف مقابله واقع شده در بنصورت اول مقدار $\overline{\text{ھ}}$ تقریبی $\frac{\text{م ز}}{\text{م}^{۲} + \text{ب ز}}$ خواهد بود وهرگاه $\text{س} = \frac{\text{ب}}{\text{م}} \frac{\text{س}}{\text{ب}}$ فرض کنم پس $\frac{(\text{م} + \text{س ز}) \times \text{ز}}{\text{م}^{۲} + (\text{ب} + \text{م س}) \times \text{ز}} =$ دوم مقدار

$\overline{\text{ھ}}$ تقریبی خواهد برآمد وهرگاه $\frac{\text{ب}^{۲}}{\text{م}} + \frac{\text{م د}}{\text{ب}^{۲}} - \frac{\text{ب س}}{\text{م س}} = \overline{\text{و}}$ فرض کنم پس

$\frac{\text{م ز} \times (\text{م} + \text{و ز})}{\text{م} \times (\text{م}^{۲} + (\text{ب} + \text{م و}) \times \text{ز}) \times (\text{و} - \text{س}) \times \text{ز}} =$ سوم مقدار تقریبی $\overline{\text{ھ}}$ خواهد برآمد *

مثال $\overline{\text{ک}^{۲} + ۲۰\,\text{ک} = ۱۰۰}$ پس مقدار ک چه باشد چون بحسب امتحان عدد چهار ضلع تقریبی است درینصورت $۴ + \text{ھ} = \text{ک}$ فرض کنم

$$\text{پس } \text{ک}^{۲} = ۱۶ + ۸\,\text{ھ} + \text{ھ}^{۲}$$

$$۲۰\,\text{ک} = ۸۰ + ۲۰\,\text{ھ}$$

$$۹۶ + ۲۸\,\text{ھ} + \text{ھ}^{۲} = ۱۰۰$$

بلکه $۲۸\,\text{ھ} + \text{ھ}^{۲} = ۴$ پس بموجب قاعدهٔ هذا $\text{م} = ۲۸$ و $\text{ب} = ۱$ و $\text{س} = ۰$ و $\text{د} = ۰$ و $\text{ز} = ۴$

ازین سبب $\text{ھ} = \frac{\text{م ز}}{\text{م}^{۲} + \text{ب ز}} = \frac{۱۱۲}{۷۸۸} = \frac{۲۸}{۱۹۷} = \frac{۱۴۲۱۳}{۱۰۰۰۰۰}$ واین اول مقدار $\overline{\text{ھ}}$ تقریبی است

وهرگاه $\text{س} = \frac{\text{ب}}{\text{م}} - \frac{\text{س}}{\text{ب}} = \frac{۱}{۲۸}$ پس $\text{ھ} = \frac{(\text{م} + \text{س ز}) \times \text{ز}}{\text{م}^{۲} + (\text{ب} + \text{م س}) \times \text{ز}} = \frac{۴ \times (\frac{۱}{۷} + ۲۸)}{۴ \times (۱ + ۱) + ۲۸ \times ۲۸}$

$= \frac{\frac{۱}{۷} + ۲۸}{۲ + \frac{۱}{۴} \times (۲۸)^{۲}} = \frac{۱۹۷}{۱۳۸۶} = \frac{۱۴۲۱۳۵۶۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰}$ واین مقدار دوم ھ تقریبی است وهرگاه $\text{و} =$

$\frac{\text{ب}^{۲}}{\text{م}} + \frac{\text{م د} - \text{ب س}}{\text{ب}^{۲} - \text{م س}} = \frac{۱}{۱۴}$ درینصورت $\text{ھ} = \frac{\text{م ز} \times (\text{م} + \text{و ز})}{\text{م} \times (\text{م}^{۲} + (\text{ب} + \text{م و}) \times \text{ز}) + (\text{و} - \text{س}) \times \text{ز}^{۲}}$

$= \frac{(\frac{۲}{۷} + ۲۸) \times ۴ \times ۲۸}{\frac{۴}{۷} + (۱۲ + ۷۸۴) \times ۲۸} = \frac{(\frac{۲}{۷} + ۲۸) \times ۲۸}{\frac{۱}{۷} + ۷۹۶ \times ۷} = \frac{۱۹۸ \times ۲۸}{۱ + ۷۹۶ \times ۴۹} = \frac{۵۵۴۴}{۳۹۰۰۵} = \frac{۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$

پس ك = ۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶/۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ۴ واین ضلع تقریبی مطلوبه است باید دانست که درهرجا مخرج ذواصفار بقدر ضعف عدد اعداد مخرج اول گرفته میشود تا اقرب التقریبی بهم رسد *

فائده باید دانست که این ترکیب برای استخراج ضلع تقریبی مضلعات اصم است وچون مضلعات مقدار ﻫ که در قاعدهٔ اولی گذاشته می شوند درینجا مضلعات آنرا هم گرفته اقرب التقریبی حاصل می سازند لیکن درین طریق که مقادیر اول و ثانی و ثالث که برای ﻫ مقرر کرده شده است از روی امتحان است پس ممکن است که برای دیگر اقرب التقریبی همچنین مقادیر ﻫ بسبب اعداد ماقبل مالمال ﻫ وغیر آن درست کنند لیکن احترازا عن الاطناب والاشکال که اکثر غلطی و سهو در درست کردن مقادیر متصور می شود بهمین قدر اکتفا کرده شد *

مسئلهٔ هشتم در استخراج ضلع تقریبی مضلع مفرد در عدد قاعده م = عدد یکه ضلع او مطلوب است فرض کنم و ر = ضلع تقریبی که بحسب امتحان بهم رسد و ﻫ = عدد منزل مضلع مطلوب الضلع فرض سازم وبعد ازان و = ﻫ رٌ / (م − رٌ) فرض نمایم پس ضلع مطلوب = ر + ر × (۶ و + ﻫ + ۱) / و × (۶ و + ۴ ﻫ − ۲) تقریبا واو مجهول = ر + ر × (۲ و + ﻫ) / و × (۲ و + ۲ ﻫ − ۱) + ۱/۶ × (ﻫ − ۱) × (۲ ﻫ − ۱) تقریبا خواهد بود ❊ مثال اول كٌ = ۲ پس جذر دو مطلوب است تقریبا چون جذر تقریبی آن بحسب امتحان ۱ ۴/۱۰) است لهذا م = ۲ و ر = ۱ ۴/۱۰ و ﻫ = ۲ و و = ۱ ۹۶/۱۰۰ × ۲ / (۲ − ۱ ۹۶/۱۰۰) = ۹۸

ودرینصورت ك = ر + ر × (۶ و + ﻫ + ۱) / و × (۶ و + ۴ ﻫ − ۲) = ۱ ۴/۱۰ + ۵۹۱ × ۱ ۴/۱۰ / ۵۹۴ × ۹۸ = ۱ ۴/۱۰ + ۱۹۷ / ۱۹۸ × ۷۰

= ۱ ۴/۱۰ + ۱۹۷ / ۱۳۸۶۰ = ۴۱۴۲۱۳۵۶/۱۰۰۰۰۰۰۰۰ ۱ = ضلع تقریبی مطلوب است ونیز اگر از روی مساوات دوم عمل نمایم پس ضلع تقریبی مساوی ۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶/۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ۱ خواهد بود چراکه ك = ر + ر × (۲ و + ﻫ) / و × (۲ و + ۲ ﻫ − ۱) + ۱/۶ × (ﻫ − ۱) × (۲ ﻫ − ۱) = ۱ ۴/۱۰ + ۱۹۸ × ۱ ۴/۱۰ / ۱۹۹ × ۹۸ + ۳/۶ = ۱ ۴۸۱۴۶۹۲/۱۱۷۰۱۵۰ = مطلوب اعنی ۴۱۴۲۱۳۵۶۲۳۶/۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ۱ ❊ مثال دوم كٌ = ۵۰۰ پس مقدار ك چه باشد چون بحسب

امتحان حصه ضلع تقریبی ۸ برآمد لهذا م = ۵۰۰ و ر = ۸ و ﻫ = ۳ و و = $\frac{۵۱۲ \times ۳}{- ۱۲}$ = − ۱۲۸

ازین سبب ک = ر + $\frac{ر \times (۲ و + ﻫ + ۱)}{و \times (۲ و + ۴ ﻫ − ۲)}$ = ۸ − $\frac{۶۳}{۱۰۰۰}$ = $\frac{۹۳}{۱۰۰}$ ۷ تقریبا خواه ک = ر +

$\frac{ر \times (۲ و + ﻫ)}{و \times (۲ و + ۲ ﻫ − ۱) + \frac{۱}{۲} \times (ﻫ − ۱) \times (۲ ﻫ − ۱)}$ + ۸ = $\frac{۸ \times − ۵۴۳}{− ۱۲۸ \times − ۲۵۱ + \frac{۱}{۲}}$ + ۸ = − $\frac{۱۲۱۴۴}{۱۹۴۷۷۸}$ =

۸ − $\frac{۶۰۷۲}{۹۶۳۸۹}$ = $\frac{۹۳۷۰۰۵۲۵۹۹۳۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰}$ ۷ = ضلع تقریبی مطلوبه است *

مسئلهٔ نهم در بهم رسانیدن ضلع تقریبی معادلهٔ (ایکش لونین شیل) اعنی مضلعیکه عدد منزل او مساوی ضلع اول او باشد *

قاعده اول دو عدد برای ضلع تقریبی بحسب امتحان انچه ممکن باشد بهم رسانند و کسر عدد منزل آنها راکه (لوگری تهم) گویند حاصل کنند و طریق حصول آن در مطلب علیحده مذکور شود انشاء الله تعالی و ازان هردو اعداد دو معادلهٔ دیگر حاصل کنند بدینطریق که مسطح مجهول في عدد منزل مجهول مساوی عدد منزل اعداد مقابلهٔ مطلوبه فرض کرده بعد ازان هردو اعداد مفروضه را در کسور اعداد منزل آنها ضرب ساخته با عدد منزل اعداد مقابلهٔ اعداد اولی مساوی سازند و هرچه خطا واقع شود زاید خواه ناقص بران علامت زاید یا ناقص گذارند بعد ازان تفاضل عددین مفروضین را در خطاء اصغر ضرب کرده حاصل را بر تفاضل خطائین قسمت سازند اگر خطائین متفقین باشند و بر مجموع آنها قسمت کنند اگر خطائین مختلفین بوند باید دانست که در گرفتن تفاضل مجموع خطائین لحاظ زاید و ناقص نمی کنند و بعد ازان خارج قسمت را با عدد متعلق خطاء اصغر جمع کنند اگر آن عدد بسیار اقل باشد و خواه از عدد اعظم تفریق کنند که حاصل جمع تقریبی خواهد بود و بعد ازان آنرا ضلع تقریبی اعظم را گرفته باز بدستور عمل نمایند که ضلع اقرب التقریبی حاصل گردد *

فائده این قاعده را (مسترجان برنیل) در سنه ۱۰۹۷ عیسوی ایجاد کرده است * مثال ک^{ک} = ۱۰۰ پس مقدار ک چه باشد تقریبا چون عدد منزل ۱۰۰ دو است بحسب منازل طبیعی درینصورت ک في عدد منزل ک = عدد منزل ۱۰۰ = ۲ خواهد بود و هرگاه بحسب امتحان معلوم میشود که مقدار ک اعظم از سه و اصغر از چهار است لهذا برای مقدار ک

دو عدد فرض کردم یکی $۳\frac{۵}{۱۰}$ دوم $۳\frac{۶}{۱۰}$ درینصورت عدد منزل ک = عدد منزل $۳\frac{۵}{۱۰}$ = $\frac{۵۴۴۰۶۸۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ پس ک × عدد منزل ک = $۱\frac{۹۰۴۴۳۸۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ وهرگاه مفروض = دو بود درینصورت خطاء اول ناقص − $\frac{۹۵۷۶۲۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ ونیز ک = عدد منزل $۳\frac{۶}{۱۰}$ = $\frac{۵۵۶۳۰۲۵}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ پس ک × عدد منزل ک = $۲\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ وچون مساوات مفروضه دواست لهذا خطاء ثاني زائد مساوي $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ گردید پس عدد اصغر وخطاء اصغر وعدد اعظم وخطاء اعظم را نوشته فضل هردو عدد و مجموع الخطائين گرفتم بدينصـــــــورت

عـــدد اصغر $۳\frac{۵}{۱۰}$ خطـــــــــاء اعظم − $\frac{۹۵۷۶۲}{۱۰۰۰۰۰۰}$

عـــدد اعظم $۳\frac{۶}{۱۰}$ خطـــــــــاء اصغر + $\frac{۲۶۸۹}{۱۰۰۰۰۰۰}$

فضل العددين $\frac{۱}{۱۰}$ مجموع الخطائين نسبت خطائين مختلفين − $\frac{۹۸۴۵۱}{۱۰۰۰۰۰۰}$

$$= \frac{\frac{۲۶۸۹}{۱۰۰۰۰۰۰} \times \frac{۱}{۱۰}}{\frac{۹۸۴۵۱}{۱۰۰۰۰۰۰}}$$

بحسب ضرب فضل العددين في اصغر الخطائين و قسمته علی مجموع الخطائين = $\frac{۲۷۳}{۱۰۰۰۰۰}$ = خارج قسمت مطلوبه بعد ازان خارج را ازعدد اعظم تفریق کردم بدينصورت شد عدد اعظم $۳\frac{۶۰۰۰۰}{۱۰۰۰۰۰}$ خارج قسمت که ساقط کرده شد اعنی − $\frac{۲۷۳}{۱۰۰۰۰۰}$ = $۳\frac{۵۹۷۲۷}{۱۰۰۰۰۰}$ = ک تقریبا ونیز هرگاه ک = $۳\frac{۵۹۷}{۱۰۰۰}$ بنویسم و مقدار عدد منزل آنرا مساوي $\frac{۵۵۵۹۴۰۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ متعين كنم پس ک في عدد منزل ک = $۱\frac{۹۹۹۷۱۷۶}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ واین مساوات دیگر شد درینصورت خطاء اصغر بحسب مساوات دو $\frac{۲۸۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ وچون هرگاه ک = $۳\frac{۶}{۱۰}$ که اول فرض شده بود واز روی آنهم خطاء واقع شده بود + $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$ لهذا باز بطریق اول فضل عددين و مجموع خطائين گرفتم بدينصـــــــورت شد

عـــدد اعظم $۳\frac{۶۰۰}{۱۰۰۰}$ خطـــاء اعظم + $\frac{۲۶۸۹۰}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

عـــدد اصغر $۳\frac{۵۹۷}{۱۰۰۰}$ خطـــاء اصغر − $\frac{۲۸۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

فضل العددين $\frac{۳}{۱۰۰۰}$ مجموع الخطائين $\frac{۲۹۷۱۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}$

$$= \frac{\frac{۲۸۲۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰} \times \frac{۳}{۱۰۰۰}}{\frac{۲۹۷۱۴}{۱۰۰۰۰۰۰۰}} = \frac{۲۸۵}{۱۰۰۰۰۰۰}$$

= خارج قسمت وهرگاه آنرا با عدد اقل جمع کردم

بدینصـــــــــــــــــــورت شد $3\frac{597000}{1000000}$

خارج قسمت $\frac{285}{1000000}$

مجموع $3\frac{597285}{1000000}$

فائده این نحیف میگوید که از بیان امثله معلوم میشود که اول دانستن عدد منزل طبیعی جمیع اعداد برای این قاعده ضرور است وآنرا (مستر برجس) نامی در کتاب علیحده مفصل بیان کرده است ازان معلوم میتواند شد چنانچه حقیقت آن در بیان (لوگریتهم) مذکور خواهد شد انشاء الله تعالی *

بیان سیوم در استخراج مسائل که عدد متعدد درجواب آن واقع میتواند شد ومقصود استخراج عدد صحیح بود ودران نیز چند مسائل است *

مسئله اول در استخراج دو مجهول که دریک معادله مع اعداد معلوم واقع شوند بشرطیکه مصلعات آنها دران نباشد *

قاعده اول مقدار یک مجهول ازان معادله در حروف حاصل سازند وآنرا مساوی صحیح بدین نشان نویسند (و) بعد ازان اعداد صحیح راکه دران مساوات واقع شود خواه از روی قسمت برآید ساقط کرده باقی راکه ضرورة مشتمل بر مقدار یک مجهول ومساوی صحیح خواهد بود ثبت نمایند وبعد ازان آن باقی را خواه مضروبات آن باقی را در هر عددی که مناسب باشد از مضروب آن مجهول خواه در عددیکه مشتمل آن باقی است وهم مقسوم بران مضروب فیه باشد خواه آنرا در عددی دیگر مناسب ضرب کرده تفریق سازند واز باقی خواه از مضروبات باقی اعداد صحیح را ساقط کرده باز بدستور تفریق کنند پس در تفریق آخر آنچه باقیماند ومشتمل بر یک مجهول باشد آنرا مساوی با واحد فرض کنند وترفیع ساخته عدد مجهول استخراج نمایند وهرگاه یک مجهول بهم رسید مجهول ثانی نیز بهم خواهد رسید *

فائده بنای قاعده هذا برین است که مجموع دو عدد صحیح خواه تفاضل بینهما خواه حاصل ضرب آن هر دو در دیگر اعداد صحیح همیشه عدد صحیح واقع میشود ونیز از روی قسمت عدد صحیح بر صحیح خارج عدد صحیح خواه صحیح مع الکسر از مقدار مقسوم علیه حاصل میشود لهذا از خارج قسمت وغیره اعداد صحیح را ساقط می کنند چراکه مقصود استخراج صحیح است

وکسور که باقي مي ماند آنرا هم مساوي صحیح اعتبار می کنند چراکه مجموع صحیح مفروض
شده و هرگاه از صحیح صحیح را ساقط کنند باقي هم صحیح می ماند * مثال اول ۱۹ ک =
۱۴ ے − ۱۱ پس مقدار ک وی چه باشد * جواب چون ک = $\frac{۱۴ے - ۱۱}{۱۹}$ = صحیح
ونیز $\frac{۱۹ے}{۱۹}$ = صحیح وبحسب تفریق $\frac{۱۹ے}{۱۹}$ − $\frac{۱۴ے - ۱۱}{۱۹}$ = $\frac{۵ے + ۱۱}{۱۹}$ = صحیح
وهرگاه این را درچهار ضرب کردم پس $\frac{۵ے + ۱۱}{۱۹}$ × ۴ = $\frac{۲۰ے + ۴۴}{۱۹}$ = $\frac{۲۰ے + ۶}{۱۹}$
+ ۲ = صحیح وبعد اسقاط دو که عدد صحیح است $\frac{۲۰ے + ۶}{۱۹}$ = صحیح وازین سبب باز
بحسب تفریق $\frac{۲۰ے + ۶}{۱۹}$ − $\frac{۱۹ے}{۱۹}$ = $\frac{ے + ۶}{۱۹}$ = صحیح درینصورت ے + ۶ = ۱۹
چراکه طرف آخر مقابله را که لفظ صحیح است بواحد تغییر کردم پس ے = ۱۳
ودرینصورت ک = ۹ وهوالمطلوب * مثال دوم ۳ ک = ۸ ے − ۱۶ پس مقدار ک
وی چه باشد چون ک = $\frac{۸ے - ۱۶}{۳}$ = ۲ ے − ۵ + $\frac{۲ے - ۱}{۳}$ = صحیح وبعد
اسقاط اعداد صحیح $\frac{۲ے - ۱}{۳}$ = صحیح وبحسب الضرب $\frac{۲ے - ۱}{۳}$ × ۲ = $\frac{۴ے - ۲}{۳}$ =
صحیح وهرگاه $\frac{۳ے}{۳}$ = صحیح ازین سبب $\frac{۴ے - ۲}{۳}$ − $\frac{۳ے}{۳}$ = $\frac{ے - ۲}{۳}$ = صحیح وهرگاه
صحیح را واحد فرض کردم پس ے = ۳ + ۲ = ۵ پس ک = ۸ وهوالمطلوب * مثال سیوم
۹ ک + ۱۳ ے = ۲۰۰۰ پس مقدار ک وی چه باشد چون ک = $\frac{۲۰۰۰ - ۱۳ے}{۹}$
= ۲۲۲ − ے + $\frac{۲ - ۴ے}{۹}$ = صحیح وبعد اسقاط اعداد صحیح $\frac{۲ - ۴ے}{۹}$ = صحیح
وبحسب الضرب $\frac{۲ - ۴ے}{۹}$ × ۲ = $\frac{۴ - ۸ے}{۹}$ = صحیح وهرگاه $\frac{۹ے}{۹}$ = صحیح پس
$\frac{۹ے}{۹}$ + $\frac{۴ - ۸ے}{۹}$ = $\frac{۴ + ے}{۹}$ = صحیح وهرگاه صحیح را واحد فرض کردم وترفیع
نمودم ے = ۹ − ۴ = ۵ پس ک = ۲۱۵ ودرینجا اگر عدد نه را با مقداري مرة بعد اولی
جمع کنند وهمچنان عدد سیزده را از مقدار ک ساقط نمایند پس دیگر مقادیر بموجب تفصیل

ذیل حاصل خواهند شـــــــــــــــــــــــــد

ک = (۲۱۵)(۲۰۲)(۱۸۹)(۱۷۶)(۱۶۳)(۱۵۰)(۱۳۷)(۱۲۴)(۱۱۱)(۹۸)(۸۵)(۷۲)(۵۹)(۴۶)(۳۳)(۲۰)(۷)

ے = (۵)(۱۴)(۲۳)(۳۲)(۴۱)(۵۰)(۵۹)(۶۸)(۷۷)۸۶(۹۵)(۱۰۴)(۱۱۳)(۱۲۲)(۱۳۱)(۱۴۰)(۱۴۹)

مسئله دوم در استخراج مجهول مفرد بعدد صحیح بشرطیکه سائل مجهول را مقسوم بر اعدادی چند بیان کرده وباقیات آنرا که از روی قسمت واقع شده باشد اظهار سازد * مثلاً گوید کدام عدد است که اگر آنرا برهفده قسمت کنند باقی هفت ماند واگر بربست وشش قسمت کنند باقی سیزده افتد وهکذا وطریقش آنست که مجهول را ک فرض کنند وهریک باقیات را ازان جدا جدا تفریق کرده برهریک مقسوم علیه منسوب نمایند که آن همه مساوی اعداد صحیح خواهد بود بعد ازان مقدار اول را که بصورت کسر است مساوی ب فرض سازند ومقدار ک حاصل کنند وآن مقدار را درصورت دوم با ک بدل ساخته مقدار ب بموجب مسئلهٔ اولی از فرض مساوات رَ حاصل کرده باز مقدار ک ازان حاصل سازند وآنرا درمقدار سیوم بجای ک نوشته مقدار رَ حاصل کنند وبازازان مقدار ک حاصل نمایند پس آنرا درمقدار سیوم بجای ک آورده مساوی سه فرض کنند وهمچنین تا هرجا که بخواهند که عدد مطلوب خارج شود واستخراج هریکی ازمقادیر بَ و رَ و سه بموجب مسئله اولی بعمل آرند مثال کدام عدد است که اگر آنرا بر هفده قسمت کنند هفت باقی ماند واگر بربیست وشش قسمت نمایند سیزده باقیماند پس عدد مجهول را ک فرض کردم درینصورت (ک − ۷)/۱۷ و (ک − ۱۳)/۲۶ = وَ وهرگاه (ک − ۷)/۱۷ = ب فرض کنم ک = ۱۷ ب + ۷ وهرگاه این مقدار را درصورت دوم بجای ک آوردم (۱۷ ب − ۶)/۲۶ = وَ شد وچون ۲۶ ب/۲۶ نیز = وَ است پس ۲۶ ب/۲۶ − (۱۷ ب − ۶)/۲۶ = (۹ ب + ۶)/۲۶ = وَ بلکه بحسب الضرب (۹ ب + ۶)/۲۶ × ۳ = (۲۷ ب + ۱۸)/۲۶ = وَ وبعد حذف عدد صحیح که عبارت از بَ است (ب + ۱۸)/۲۶ = رَ فرض کردم درینصورت ب = ۲۶ ر − ۱۸ وهرگاه رَ را = ۱ فرض کردم پس ب = ۸ شد وضرورةً ک = ۱۷ × ۸ + ۷ = ۱۴۳ وهو المطلوب ** مثال دوم کدام عدد است که هرگاه

آنرا بریازده قسمت کنند باقي سه ماند واگر برنوزده قسمت نمایند پنج باقیماند واگر بربیست ونه قسمت نمایند باقي ده ماند پس مجهول را ک فرض کردم ونوشتم (ک − ۳)/۱۱ و (ک − ۵)/۱۹ و (ک − ۱۰)/۲۹ = و وهرگاه (ک − ۳)/۱۱ = ب فرض کردم پس ک = ۱۱ ب + ۳ شد واین مقدار را درصورت دوم با ک بدل ساختم (۱۱ ب − ۲)/۱۹ شد وبحسب ضرب (۱۱ ب − ۲)/۱۹ × ۲ = (۲۲ ب − ۴)/۱۹ = ب + (۳ ب − ۴)/۱۹ = و وبعد حذف ب که صحیح است (۳ ب − ۴)/۱۹ = و ماند وبحسب ضرب (۳ ب − ۴)/۱۹ × ۶ = (۱۸ ب − ۲۴)/۱۹ = (۱۸ ب − ۵)/۱۹ − ۱ = و ودرینصورت (۱۸ ب − ۵)/۱۹ = و وچون (۱۹ ب)/۱۹ = و پس (۱۹ ب)/۱۹ − (۱۸ ب − ۵)/۱۹ = (ب + ۵)/۱۹ = و وهرگاه این مقدار را = ر فرض کنم پس ب = ۱۹ ر − ۵ گردید و ک = (۱۹ ر − ۵) × ۱۱ + ۳ = ۲۰۹ ر − ۵۲ شد وبحسب تبدیل مقدار هذا درصورت سیوم بجای ک (۲۰۹ ر − ۶۲)/۲۹ = ۷ ر − ۲ + (۶ ر − ۴)/۲۹ = و وبحسب حذف مقدار صحیح (۶ ر − ۴)/۲۹ = و وبحسب ضرب (۶ ر − ۴)/۲۹ × ۵ = (۳۰ ر − ۲۰)/۲۹ = ر + (ر − ۲۰)/۲۹ = و وبحسب حذف مقدار صحیح (ر − ۲۰)/۲۹ = و وهرگاه این مقدار را مساوي س فرض کنم پس ر = ۲۹ س + ۲۰ پس اگر س را = صفر فرض نمایم ر = ۲۰ میشود وضرورة ک = ۲۰۹ × ۲۰ − ۵۲ = ۴۱۲۸ میشود وهو المطلوب *

تنبیه این ضعیف میگوید که درین سؤال س را مساوي صفر فرض کردن خلاف ماتقرر سابق است واگر بموجب مسئله اول س رامساوي واحد فرض کنند نیز مطلوب حاصل میشود لیکن عدد دیگر که اعظم ازین عدد حاصل است بهم میرسد بدینصورت ر = ۲۹ + ۲۰ = ۴۹ پس ک = ۲۰۹ × ۴۹ − ۵۲ = ۱۰۱۸۹ وهو المطلوب *

بیان چهارم در (دیفنتن) معادله وآن عبارت است از سؤالاتیکه مشتمل بر مجذورات خواه مکعبات وغیره مضلعات اعداد مجهول باشند ودرجواب آن اعداد متعدده واقع میتواند شد واین را (دیفینوس) نامی دراسکندریه مصر قریب صدی سیوم عیسوي ایجاد

کرده است و آن اول کاتب فن جبر و مقابله و از قدما است و این سؤالات بسیار دشوار و دقیق اند که اکثر در کتب جبر و مقابله بسبب دقتی که دارد مذکور نیستند و بر کسی از علمای این فن که بسیار عقیل بودند با وجود جد و جهد و مهارت طریق این منکشف نشده بود (دیفینوس) از غایت تفرس و تیزفهمی آنرا برآورده و هرگاه من بکمال تفکر دران مسائل خوض میکنم خود را ناقص می یابم وار تیزفهمی و دانشمندی که در خصوص این مسائل از و بعمل آمده کمال حیرت میشود که چگونه باصول این مسائل بی پرده و در هر سؤال بعضی جا اسقاط و در بعضی جا ازیادت و بطریق نو بهم رسانیدن معادلهٔ دیگر و تفریق و جمع و استثنای کدام اعداد حسب مناسب مقام هرجا بعمل آورده و (دیفینوس) موجد فن جبر و مقابله نیست بلکه او هم بوضع قدیمی این علم عمل می نمود لیکن فن جبر و مقابله که پیش از وفات (دیفینوس) در عالم رواج داشت بسبب ویرانی خواه فساد نادانی بزبان یا بسبب اشکال عبارت حکمای متقدمین ضایع و مندرس شده بود و در فارس محاسبین بتلاش بسیار سیزده کتاب درین فن بهم رسانیده تعلیم و تعلم می نمودند لیکن جمیع آن کتب ازین مسائل خالی بود و در سنه ۱۶۲۱ عیسوی این فن در مندراج هند رواج یافته اکثر کسان اینجا در بعض بعض جا توضیح و تشریح نمودند و باید دانست که از قاعده و ترکیب مفصلهٔ ذیل اگرچه از روی حضور طبعت و فکر بسیار حل سؤالات میشود لیکن قاعدهٔ عام متعین نمی تواند شد که در هر سؤال کافی باشد لهذا برای استخراج این قسم سؤالات تیزفهمی و ذکای متعلم این فن ضرور است *

قاعده برای ضلع مجذور خواه ضلع کعب مطلوبه یک حرف یا زیاده ازان فرض کنند بحیثیتیکه مجهول دیگر از وصل مقدار مجهول اول با عدد معلوم خواه مضلعات آن مفروض شود تاکه در مقابلهٔ مقدار یک مجهول افتد پس مسئله صراحةً رجوع بمسائل گذشته خواهد نمود ولیکن اگر مقدار مجهول مجذور خواه مضلع اعظم بود پس برای ضلع اول حرف نو ضرورةً فرض کرده خواهد شد چنانکه بالا مذکور شده مثال اول میخواهم که عدد صد را که مجذور است دو حصه کنم بحیثیتیکه هر دو مجذور عددی باشند پس مجهول اول را ک۲ فرض کردم وثانی ۱۰۰ — ک۲ گردید چون هر دو مجذور مجهول اند لهذا ضلع مجذور اول ک است پس ضلع مجذور ثانی ۲ ک — ۱۰ فرض کردم ازین سبب ۱۰۰ — ک۲ = (۲ک — ۱۰)۲

= ۴ ک^{2} − ۴۰ ک + ۱۰۰ درینصورت بحسب اسقاط متداخلین وتبدیل طرف مستثنی ۵ ک^{2} = ۴۰ ک پس ک = ۸ بنا برآن ۲ ک − ۱۰ = ۶ پس ۶۴ و ۳۶ حصهای مطلوب است *

فائده اگرضلع مجذوردوم را ک − ۱۰ فرض کنم پس ک^{2} − ۲۰ ک + ۱۰۰ = ۱۰۰ − ک^{2} میشود درینصورت ک که ضلع مجذوراول است مساوي ده خواهدبود و ک − ۱۰ که ضلع مجذوردوم است مساوي صفرخواهد افتاد ازین جهت ک − ۱۰ برای ضلع دوم مفروض نشد واگر ۳ ک − ۱۰ خواه ۴ ک − ۱۰ خواه دیگرمقدارهمچنین مفروض شوند اکثری ازان مناسب واکثری ازان غیرمناسب خواهد بود پس لحاظ این امر برای فرض کردن ضروراست بطریق دیگرعلی العموم مقدارصد را = مر^{2} فرض کردم ومقداریک حصه ک^{2} ومقداردوم مر^{2} − ک^{2} وهرگاه ضلع مجذوردوم را رک − مر فرض کردم پس مر^{2} − ک^{2} = ر^{2}ک^{2} − ۲ مرک + مر وبعداسقاط متداخلین وتبدیل مستثنی ر^{2}ک^{2} + ک^{2} = ۲ مرک وهرگاه هردوطرف را بر ک قسمت کرده شود ر^{2}ک + ک = ۲ مر خواهدبود وهرگاه این مقابله رابر ر^{2} + ۱ قسمت کرده شود ک = $\frac{\text{۲ مر}}{\text{ر}^{2}+1}$ خواهدشد پس رک − مر = $\frac{\text{۲ مر}^{2}}{\text{ر}^{2}+1}$ − مر = $\frac{\text{۲ مر}^{2}}{\text{ر}^{2}+1}$ − $\frac{\text{مر}^{2}+\text{مر}}{\text{ر}^{2}+1}$ = $\frac{\text{مر}^{2}-\text{مر}}{\text{ر}^{2}+1}$ ازین سبب $\frac{(\text{۲ مر})^{2}}{\text{ر}^{2}+1}$ و $\frac{(\text{مر}^{2}-\text{مر})^{2}}{\text{ر}^{2}+1}$ این هردوحصهای مطلوبه اند پس مقدار مر ومقدار ر ازهراعدادیکه گرفته شود خواهد برآمد بطریق دیگراگرهردو ضلع مجذورین مجهولین را سه و ر فرض کنم بحیثیتیکه سه اعظم از ر باشد پس ۲ رسه و سه^{2} − ر^{2} و سه^{2} + ر^{2} این هرسه را مقدارعمود وضلع ووترمثلث قایم الزاویه فرض کنم وبحسب شکل عروس مقدارهردوضلع مجهولین بهم خواهد رسید بدینصورت (۲ رسه)^{2} + (سه^{2} − ر^{2})^{2} = (سه^{2} + ر^{2})^{2} بلکه (ر^{2} + سه^{2})^{2} − (۲ رسه)^{2} = (سه^{2} − ر^{2})^{2} خواه (سه + ر^{2})^{2} − (سه^{2} − ر^{2})^{2} = (۲ سه ر)^{2} پس مقدار سه و ر را بهرعددیکه تعبیرکنند بشرطیکه سه اعظم از ر باشد مطلوب خواهد برآمد *

تنبیه نحیف میگوید که این قاعدهٔ آخیره مشعراست براینمعني که هرگاه مجذورین بحیثیتیکه مجموع آنهانیزمجذور باشد خواه تفاضل بینهما مجذور بود بهم رسیدند پس بطریق

اربعهٔ متناسبه حصهٔ هر مجذوری که خواهند می توانند کرد خواه مجذور ثانی که تفاضل
مجذور داشته باشد بهم می توانند رسانید * مثلاً رمثال مذکور هرگاه ر + س بدو عددیکه
تعبیر کنند چنانکه س را = ۶ فرض کردم و ر را = ۲ پس (س² − ر²)² = ۱۰۲۴ + (۲ ر س)²
= ۵۷۶ = (س² + ر²)² = ۱۶۰۰ پس بطریق اربعهٔ متناسبه (۱۰۰ | ۱۶۰۰ / ۵۷۶) حاصل ضرب وسطین را
بر طرف معلوم قسمت کردم خارج ۳۶ بر آمد و آن یک حصه از صد مجذور است و همچنین
حصهٔ دوم ۶۴ مجذور است ** مثال دوم می خواهم که عدد معلوم را مثل ۱۳ که مجموع
دو مجذور اعداد معلوم است مثل ۹ و ۴ بدو حصه دیگر قسمت کنم که آن هر دو مجذور باشند
پس برای ضلع مجذور اول که حصهٔ اعظم است ر ک − ۳ فرض کردم و برای ضلع مجذور
دوم که اصغر است س ک − ۲ فرض نمودم بحیثیتیکه ر اعظم از س است درینصورت
(ر ک − ۳)² + (س ک − ۲)² = ر² ک² − ۶ ر ک + ۹ + س² ک² − ۴ س ک + ۴ =
(ر² + س²) × ک² − (۶ ر + ۴ س) ک + ۱۳ = ۱۳ بلکه بعد اسقاط متداخلین و تبدیل مستثنی
(ر² + س²) ک² = (۶ ر + ۴ س) ک و بحسب القسمة ک² = (۶ ر + ۴ س) ک ÷ (ر² + س²) و بحسب القسمة

علی ک خواهد شد ک = (۶ ر + ۴ س) ÷ (ر² + س²) پس ر ک − ۳ = (۶ ر² + ۴ ر س) ÷ (ر² + س²) − ۳ = (۳ ر² + ۴ ر س − ۳ س²) ÷ (ر² + س²)

= ضلع مجذور اعظم و نیز س ک − ۲ = (۶ ر س + ۴ س²) ÷ (ر² + س²) − ۲ = (۶ ر س − ۲ ر² + ۲ س²) ÷ (ر² + س²) = ضلع

مجذور دوم پس اگر ر = ۲ و س = ۱ فرض کرده شود درینصورت (۳ ر² + ۴ ر س − ۳ س²) ÷ (ر² + س²) =

۱۷/۵ = ضلع مجذور اعظم و (۶ ر س − ۲ ر² + ۲ س²) ÷ (ر² + س²) = ۶/۵ = ضلع مجذور اصغر و مجذور این اعداد

حصهای مطلوب است و نیز اگر ط² + ب² = عدد معلوم که مقسوم است فرض کرده شود
و بطریقیکه مذکور شد استخراج حصهای دیگر نمایند مسئلهٔ عام خواهد شد اعنی هر عدد را
بخواهند مقسوم فرض کنند بحیثیتیکه آن عدد مجموع عددین مجذورین باشد *

فائدهٔ این سؤال (دیفنیوس) استخراج کرده واین را اصول برای استخراج اکثر مسائل
دیگر ساخته واگر مقدار ر و سه سوای اعداد مفروضهٔ صدر بهر عدد دین مختلفین که تعبیر کنند
مطلوب حاصل میتواند شد * مثلاً ۳ م و ۲ ب خواه ۳+۲ (م+ب) و ۳−۲ (م−ب)
وغیرآن وازان مقدار ضلعهای هردو حصهٔ متعدد متعین میتواند شد وباید دانست که این مسئلهٔ
لطیف را (گرستي) نامی که از قدما است در کتاب خود بانواع واقسام طرق مبوب ومفصل
نموده بیان کرده است وازان برای دیگر حسابها اعانت نموده و (اندرسن) نامی و (انیت)
وغیره درفن مثلثات زیاده تفصیل آن کرده و (هرگنیوس) نامی بهمین حروف درجلد آخر
کتابی درفن ریاضي بیان نموده است ❊ مثال سیوم دربهم رسانیدن دو مجذور بشرطیکه
تفاضل بینهما معلوم باشد پس مقدار تفاضل معلوم ء فرض کردم ودوعدد غیرمعین را م و
ب فرض نمودم بحیثیتیکه م اعظم از ب است و ک ضلع مجذور اصغر فرض کردم
و ک+ب ضلع مجذور اعظم فرض نمودم درینصورت $(ک+ب)^{۲} - ک^{۲} = ک^{۲} +$
$۲بک + ب^{۲} - ک^{۲} = ۲بک + ب^{۲} = ء$ وهرگاه این معادله را بر ب قسمت کنم
پس $۲ک + ب = م$ درینصورت $ک = \frac{م-ب}{۲}$ = ضلع مجذور اصغر و $ک + ب =$
$\frac{م-ب}{۲} + ب = \frac{م+ب}{۲}$ = ضلع مجذور اعظم پس هرگاه تفاضل معلوم اعنی ء مساوي
شصت باشد پس $ء = ۶۰ = م \times ب = ۳۰ \times ۲$ فرض خواهم کرد درینصورت مقدار $م = ۳۰$
و $ب = ۲$ خواهد شد پس $ک = \frac{م-ب}{۲} = \frac{۳۰-۲}{۲} = ۱۴$ = ضلع مجذور اصغر و ک
$+ ب = \frac{م+ب}{۲} = \frac{۳۰+۲}{۲} = ۱۶$ = ضلع مجذور اعظم درینصورت ۱۹۶ = مجذور اصغر
و ۲۵۶ = مجذور اعظم وهمچنین هر تفاضلي معلوم که فرض کنند مضروبین آن حاصل ساخته
اعظم را م واصغر را ب فرض نمایند واستخراج مجهول سازند ❊ مثال چهارم بهم رسانیدن
دو عدد بحیثیتیکه اگر هریکی ازآنها با مجذور دیگری جمع کرده شود مجموع مجذور عددی
شود پس هردو عدد مجهول را ک و ے فرض کردم درینصورت $ک^{۲} + ے$ = مجذوري
است و $ے^{۲} + ک$ = مجذور دیگر است وهرگاه ضلع مجذور اول که $ک^{۲} + ے$

قل

است $ر-ک$ فرض کنم درینصورت $ک^{۲}+ے^{۲}=ر^{۲}-۲رک+ک^{۲}$ بلکه $ے^{۲}=ر^{۲}-۲رک$ بلکه $۲رک=ر^{۲}-ے^{۲}$ وبحسب القسمة $ک=\frac{ر^{۲}-ے^{۲}}{۲ر}$ وهرگاه ضلع مجذور دوم اعنی $ے^{۲}+$ $ک$ را $ے+س$ فرض کنم پس $ے^{۲}+\frac{ر^{۲}-ے^{۲}}{۲ر}=(ے+س)^{۲}$ بلکه $ر^{۲}-ے^{۲}=۴رسے$ $+۲رس^{۲}$ خواهد شد پس ضرورة $ے=\frac{ر^{۲}-۲رس^{۲}}{۴رس+۱}$ و $ک=\frac{ر^{۲}-ے^{۲}}{۲ر}=\frac{۲ر^{۲}س+س^{۲}}{۴رس+۱}$ وهرگاه $\bar{ر}$ و $\bar{س}$ هر عددی را فرض کنم بشرطیکه $\bar{ر}$ اعظم از $۲رس$ باشد وازان اعداد ضلع مجذور اعظم واصغر بموجب مرقوم الصدر حاصل کنم مطلوب برآید ¤ مثال پنجم بهم رسانیدن دو عدد بحیثیتکه مجموع آنها وتفاضل بینهما هرد و مجذور باشد پس هر دو عدد مطلوب را $ک$ و $ک^{۲}-ک$ فرض کردم چون درینجا مجموع عددین مجذور است پس صرف تفاضل بینهما که مجذور باشد مطلوب خواهد بود وازین سبب تفاضل بینهما که $ک^{۲}-۲ک$ است $=$ یک مجذور شد وهرگاه ضلع این مجذور را $ک-ر$ فرض کنم پس $ک^{۲}-۲رک+ر^{۲}=$ $ک^{۲}-۲ک$ خواهد بود بلکه $۲رک-۲ک=ر^{۲}$ درینصورت $ک=\frac{ر^{۲}}{۲ر-۲}$ پس $ک^{۲}-ک=\left(\frac{ر^{۲}}{۲ر-۲}\right)^{۲}-\frac{ر^{۲}}{۲ر-۲}$ پس عدد اول $\frac{ر^{۲}}{۲ر-۲}$ وعدد ثانی $\left(\frac{ر^{۲}}{۲ر-۲}\right)^{۲}=$ $\frac{ر^{۲}}{۲ر-۲}$ مطلوب گردید پس مقدار $\bar{ر}$ بهرعددیکه فرض کنم بشرطیکه اعظم از واحد باشد واین تحدیف میگویدکه اگر اعظم از اثنین باشد مطلوب خواهد برآمد چراکه اگر مقدار اثنین بود پس $\frac{ر^{۲}}{۲ر-۲}=۲$ خواهد بود و $\left(\frac{ر^{۲}}{۲ر-۲}\right)^{۲}-\frac{ر^{۲}}{۲ر-۲}=۴-۲=۲$ خواهد بود پس هر دو عدد متساویین برآمدند وتفاضل بینهما هیچ نماند فافهم ¤ مثال ششم بهم رسانیدن سه عدد بحیثیتکه مجموع آنها ومجموع دو دو از آنها همه مجذور باشند پس اول $۴ک$ وثانی را $ک^{۲}-۴ک$ وثالث را $۲ک+۱$) فرض کردم چراکه $۴ک+ک^{۲}-۴ک=ک^{۲}$ اعنی مجموع عدد اول وثانی مساوی مربع است ونیز $ک^{۲}-۴ک+۲ک+۱$) اعنی مجموع ثانی وثالث $=ک^{۲}-۲ک+۱=$ مجذور ونیز $۴ک+ک^{۲}-۴ک+۲ک+۱$) اعنی مجموع هر سه اعداد $=ک^{۲}+$

$۲ک+۱=$ مجذور پس این هرسه صورت بحسب سؤال درست میشود وباقی یک صورت اعنی مجموع اول وثالث که مساوی مجذور نمیشود لهذا آنرا نوشتیم بدینصورت $۴ک+۲ک+۱=۶ک+۱=م^۲$ بحسب السؤال والفرض پس $ک=\frac{م^۲-۱}{۶}$ وضرورة $\frac{۴م^۲-۴}{۶}$ و $\left(\frac{م^۲-۱}{۶}\right)^۲-\frac{۴م^۲-۴}{۶}$ و $\frac{۲م^۲-۲}{۶}+۱$ مساوی هرسه اعداد مفروضه اند بلکه $\frac{۲م^۲-۲}{۳}$ و $\frac{م^۴-۲۶م^۲+۲۵}{۳۶}$ و $\frac{م^۲+۲}{۳}$ مقدار هرسه اعداد مطلوبه است پس مقدار $م$ را بهرعدد یکه خواهم فرض کنم بحیثیتیکه اعظم از پنج باشد مطلوب خواهد برآمد * مثال هفتم بهم رسان سه مجذور را اعداد صحیح بحیثیتیکه مجموع دو دو از آن مجذور باشند پس هرسه مجذور را $ک^۲$ و $ے^۲$ و $ط^۲$ فرض کردم درینصورت بحسب السؤال $ک^۲+ے^۲=$ مجذوری و $ے^۲+ط^۲=$ مجذوری و $ک^۲+ط^۲=$ مجذوری وبحسب القسمت $\frac{ک^۲}{ط^۲}+۱=$ مجذوری و $\frac{ے^۲}{ط^۲}+۱=$ مجذوری و $\frac{ک^۲}{ط^۲}+\frac{ے^۲}{ط^۲}=$ مجذوری چراکه هرگاه مجذوری را بر مجذوری قسمت می کنند خارج قسمت هم مجذور میشود ضرورة هرگاه $\frac{ک}{ط}$ را $=\frac{س^۲-۱}{۲س}$ و $\frac{ے}{ط}$ را $=\frac{ر^۲-۱}{۲ر}$ فرض کنم درینصورت

$$\frac{ک^۲}{ط^۲}+۱=\frac{س^۴-۲س^۲+۱}{۴س^۲}+۱=\frac{س^۴+۲س^۲+۱}{۴س^۲}$$

بحسب التجنیس و

$$\frac{ے^۲}{ط^۲}+۱=\frac{ر^۴+۲ر^۲+۱}{۴ر^۲}$$

وهرگاه این هردو مجذور اند ازین سبب صرف $\frac{ک^۲}{ط^۲}+\frac{ے^۲}{ط^۲}=$ مجذور باقی میماند وچون

$$\frac{ک^۲}{ط^۲}+\frac{ے^۲}{ط^۲}=\left(\frac{س^۲-۱}{۲س}\right)^۲+\left(\frac{ر^۲-۱}{۲ر}\right)^۲=\frac{(س^۲-۱)^۲}{۴س^۲}+\frac{(ر^۲-۱)^۲}{۴ر^۲}=\frac{۴ر^۲\times(س^۲-۱)^۲+۴س^۲\times(ر^۲-۱)^۲}{۴ر^۲\times۴س^۲}$$

بلکه باعتبار صورت کسر وضلعین مضروب فیه $ر^۲\times(س^۲-۱)^۲+س^۲\times(ر^۲-۱)^۲=ر^۲\times(س+۱)^۲\times(س-۱)^۲+س^۲\times(ر+۱)^۲\times(ر-۱)^۲=$ با مجذور عددی وبسبب فرض کردن $ر-۱=س+۱$ بلکه $ر=س+۲$ خواهد شد $(س+۲)^۲\times(س+۱)^۲\times(س-۱)^۲+س^۲\times(س+۱)^۲\times(س+۳)^۲=$ مجذور بلکه $(س+۲)^۲\times(س-۱)^۲+س^۲\times(س+۳)^۲$

= ۲ سه^۴ + ۸ سه^۳ + ۶ سه^۲ − ۴ سه + ۴ = مجذور عددی و هرگاه مقدار جذر آنرا مساوی ۵/۴ سه^۲
− سه + ۲ فرض کنم پس ۲ سه^۴ + ۸ سه^۳ + ۶ سه^۲ − ۴ سه + ۴ = (۵/۴ سه^۲ − سه + ۲)^۲ = ۲۵/۱۶ سه^۴ − ۵/۲ سه^۳ +
۶ سه^۲ − ۴ سه + ۴ و بحسب اسقاط متداخلین ۲ سه^۴ + ۸ سه^۳ = ۲۵/۱۶ سه^۴ − ۵/۲ سه^۳ و بحسب القسمة
علی سه^۳ میشود ۲ سه + ۸ = ۲۵/۱۶ سه − ۵/۲ بلکه ۷/۱۶ سه = − ۲۱/۲ پس سه = − ۲۴ پس ضرورةً ر = −
۲۴ و ک/ط = (سه^۲ − ۱)/(۲ سه) = ۵۷۵/−۴۸ و ے/ط = (ر^۲ − ۱)/(۲ ر) = ۴۸۳/−۴۴ پس ک = − ۵۷۵ ط/۴۸ و
ے = − ۴۸۳ ط/۴۴ و بدین سبب برای جواب اعداد صحیح فرض می‌کنم ط = ۵۲۸
وازین سبب ک = ۶۳۲۵ و ے = ۵۷۹۶ و باید دانست که درینجا چند سؤال دیگر است
که صاحب کتاب صرف جواب آن نوشته است و بیان طریق عمل و استخراج آنرا فروگذاشته
هرچند اکثری ازان بادنی تامل متخیل میشوند و بعضی ازان تامل طلب است لهذا بالتفصیل
طریق استخراج بعضی ازان نوشته میشود و باقی را برای امتحان طبع ناظرین و متعلمین تبعاً
لصاحب الکتاب فروگذاشته ام تا هرکس را که توفیق دهد استخراج نماید ٭ سؤال اول
بهم رسان عدد ک بحیثیتیکه ک + ۱ و ک − ۱ هردو مجذور اعداد شوند ٭ جواب ک
+ ۱ = مر^۲ فرض کردم پس ک − ۱ = مر^۲ − ۲ = مجذور و هرگاه ضلع آنرا) ۲ − مر فرض
نمودم پس ۴ − ۴ مر + مر^۲ = مر^۲ − ۲ بلکه ۶ = ۴ مر پس مر = ۱ ۱/۲ و ۲ − مر = ۱/۲ و ک = ۱ ۱/۴
= ۵/۴ ٭ سؤال دوم بهم رسان مقدار ک بحیثیتیکه ک + ۱۲۸ و ک + ۱۹۲ هردو مجذور
باشند ٭ جواب ک + ۱۹۲ = مر^۲ فرض کردم پس ک + ۱۲۸ = مر^۲ − ۶۴ شد و هرگاه جذر
آنرا) ۳۲/مر − مر فرض کردم درینصورت ۱۰۲۴ − ۶۴ مر + مر^۲ = مر^۲ − ۶۴ بلکه ۱۰۸۸ =
۶۴ مر بلکه مر = ۱۷ پس ک = مر^۲ − ۱۹۲ = ۲۸۹ − ۱۹۲ = ۹۷ ٭ سؤال سوم بهم رسان
مقدار ک بحیثیتیکه ک^۲ + ک و ک^۲ − ک هردو مجذور باشند ٭ جواب ک^۲ − ک = مر^۲
فرض کردم پس ک^۲ + ک = مر^۲ + ۲ ک و هرگاه ضلع آنرا) ۷ مر فرض نمودم پس ۴۹ مر^۲
= مر^۲ + ۲ ک بلکه ۴۸ مر^۲ = ۲ ک بلکه ۲۴ مر^۲ = ک گردید درینصورت ۵۷۶ مر^۴ − ۲۴ مر^۲
= ک^۲ − ک = مر^۲ شد بلکه ۵۷۶ مر^۴ = ۲۵ مر^۲ بلکه بحسب تجذیر ۲۴ مر^۲ = ۵ مر بلکه مر^۲ =
۵/۲۴ مر بلکه مر = ۵/۲۴ و درینصورت ک = ۲۴ مر^۲ = ۲۵/۲۴ ٭

فائده باید دانست که درین سؤال جذر $(\text{مر}^2 + 2\,\text{ک})$ را (۷ مر) فرض کرده شده است چراکه اگر از مربع هفت واحد ساقط کنند تنصیف صحیح می پذیرد واگر بر مربع آن واحد بیفزایند مساوی ضعف المجذور آخر میشود پس اگر بهمین صفت اعداد دیگر فرض کنند نیز ممکن است چنانچه اگر ا ۴ مر فرض کنم عدد دیگر بحسب المطلوب خواهد برآمد ٭ سؤال چهارم بهم رسان سه مجذور متساوی التفاضل ٭ جواب مجذور اول واحد فرض کردم ومقدار تفاضل را ک پس $\text{ک} + 1 =$ مجذور ثانی و $2\,\text{ک} + 1 =$ مجذور ثالث لهذا) $2\,\text{ک} + 1$ را $= \text{مر}^2$ فرض نمودم پس $\text{ک} + 1 = \text{مر}^2 - \text{ک} =$ مجذور شد وهرگاه جذر آنرا $\text{مر} - 2$ فرض کردم پس $\text{مر}^2 - 4\,\text{مر} + 4 = \text{مر}^2 - \text{ک}$ بلکه $\text{ک} + 4 = 4\,\text{مر}$ بلکه $\text{ک} = 4\,\text{مر} - 4$ بلکه $2\,\text{ک} + 1 = 8\,\text{مر} - 7 = \text{مر}^2$ بلکه $\text{مر} = 4 + \sqrt{16 - 7} = 4 + 3 = 7$ پس $\text{ک} = 24$ وازین سبب مجذور اول ۱ ومجذور ثانی ۲۵ ومجذور ثالث ۴۹ ٭ سؤال پنجم بهم رسان مقدار ک و ے بحیثیتیکه $\text{ک} + \text{ے}$ و $\text{ے}^2 + \text{ک}$ و $\text{ک}^2 + \text{ے}$ هرسه مجذور باشند ٭ جواب فرض کردم $\text{ک} = \frac{\text{ر}}{\text{ز}^2}$ و $\text{ے} = \frac{\text{سہ}^2 - \text{ر}}{\text{ز}^2}$ تامجموع هردو مجذور باشد بحسب السؤال درینصورت $\text{ک}^2 + \text{ے} = \frac{\text{ر}^2}{\text{ز}^4} + \frac{\text{سہ}^2 - \text{ر}}{\text{ز}^2} =$ مجذور و $\text{ے}^2 + \text{ک} = \frac{\text{سہ}^4 - 2\,\text{ر}\text{سہ}^2 + \text{ر}^2}{\text{ز}^4} + \frac{\text{ر}}{\text{ز}^2} =$ مجذور بحسب السؤال وضلع مجذور اول $\frac{2\,\text{ر}}{\text{ز}^2}$ فرض کردم پس $\frac{4\,\text{ر}^2}{\text{ز}^4} = \frac{\text{ر}^2}{\text{ز}^4} + \frac{\text{سہ}^2 - \text{ر}}{\text{ز}^2}$ بلکه بعد اسقاط متداخلین $\frac{3\,\text{ر}^2}{\text{ز}^4} = \frac{\text{سہ}^2 - \text{ر}}{\text{ز}^2}$ وبحسب الترفیع کسر اول $\frac{3\,\text{ر}^2}{\text{ز}^4} = \text{سہ}^2 - \text{ر}$ بلکه $3 = \text{سہ}^2 - \text{ر}$ بلکه $\text{سہ}^2 = \text{ر} + 3$ وهرگاه جذر مجذور ثانی را $\frac{\text{سہ}^2 + \text{ر}}{\text{ز}^2}$ فرض نمایم درینصورت $\frac{\text{سہ}^4 + 2\,\text{ر}\text{سہ}^2 + \text{ر}^2}{\text{ز}^4} = \frac{\text{سہ}^4 - 2\,\text{ر}\text{سہ}^2 + \text{ر}^2}{\text{ز}^4} + \frac{\text{ر}}{\text{ز}^2} = \frac{\text{سہ}^4 - 2\,\text{ر}\text{سہ}^2 + \text{ر}^2 + \text{ر}\text{ز}^2}{\text{ز}^4}$ وبلکه $\text{سہ}^4 + 2\,\text{ر}\text{سہ}^2 + \text{ر}^2 = \text{سہ}^4 - 2\,\text{ر}\text{سہ}^2 + \text{ر}^2 + \text{ر}\text{ز}^2$ وبحسب اسقاط متداخلین ونقل مستثنی $4\,\text{ر}\text{سہ}^2 = \text{ر}\text{ز}^2$ وبحسب القسمة علی ر میشود $4\,\text{سہ}^2 = \text{ز}^2$ وچون $\text{سہ}^2 = \text{ر} + 3$ بود درینصورت $\text{ز}^2 = 4\,\text{ر} + 12$ بلکه $\text{ز} = 4 + 2 = 6$ پس $\text{سہ}^2 = 9$ بلکه $\text{سہ} = 3$ لهذا $\text{ک} = \frac{\text{ر}}{\text{ز}^2} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ و $\text{ے} = \frac{\text{سہ}^2 - \text{ر}}{\text{ز}^2} = \frac{9 - 6}{36} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ وهو المطلوب ٭

سؤال ششم بهم رسان سه اعداد علی نسبت عددی بحیثیتیکه مجموع دو دو ازان مجذور باشد ٭

جواب عدد اول ک فرض کردم وقدر تفاضل را ب پس هر سهٔ اعداد ک و ک + ب و ک
+ ۲ ب شد درینصورت ۲ ک + ب = مجذور و ۲ ک + ۲ ب = مجذور و ۲ ک + ۳ ب =
مجذور بحسب السؤال واز ینجا ظاهر شد که هر سه مجذور هم علی نسبت عددی اند وقدر تفاضل
نیز ما بینهما مساوی است ونیز قدر تفاضل اقل از مجذور اصغر است لهذا مجذور اول را م^2
ومجذور ثانی را = (م + س)^2 ومجذور ثالث = (م + ر)^2 فرض کردم درینصورت ۲ ک + ب
= م^2 و ۲ ک + ۲ ب = م^2 + ب = م^2 + ۲ م س + س^2 بلکه ب = ۲ م س + س^2 ونیز ۲ ک + ۳ ب
= م^2 + ۲ ب = م^2 + ۲ م ر + ر^2 بلکه ب = م ر + ر^2/۲ = ۲ م س + س^2 وهرگاه ر = ۲ س − ۲
فرض کرده مقدار ر را تبدیل کردم پس ۲ م س + س^2 = ۲ م س − ۲ م + ۲ س^2 − ۴ س + ۲
گردید وبعد اسقاط متداخلین وتبدیل مستثنی ۲ م = س^2 − ۴ س + ۲ بلکه م = (س^2 − ۴ س + ۲)/۲
وچون ضرور است که م^2 اعظم از ۲ م س + س^2 باشد لهذا مقدار س را ده فرض کردم چراکه در
اعداد اقل ازان ممکن نبود که م^2 اعظم از ۲ م س + س^2 بود پس م = ۳۱ و ب = ۷۲۰ گردید
درینصورت ۲ ک + ب = م^2 = ۹۶۱ بلکه ک = (م^2 − ب)/۲ = (۹۶۱ − ۷۲۰)/۲ = ۲۴۱/۲ = ۱۲۰½
وآن عدد اول است پس عدد ثانی ک + ب = ۸۴۰½ وعدد ثالث ک + ۲ ب = ۱۵۶۰½ وهو
المطلوب ودرینصورت م^2 = ۹۶۱ و (م + س)^2 = ۱۶۸۱ و (م + ر)^2 = ۲۴۰۱ واگر س = ۱۲ فرض کنم
پس م = ۴۹ و م + س = ۶۱ و م + ر = ۷۱ پس ک = ۵۴۰½ و ک + ب = ۱۸۶۰½ و ک +
۲ ب = ۳۱۸۰½ وهمچنین اگر س = ۱۴ فرض کنم پس م = ۷۱ و م + س = ۸۵ و م + ر = ۹۷ وهکذا هر
عددی برای س فرض کنند بشرطیکه زوج باشد مطلوب حاصل خواهد شد وچون صاحب
انگریزی درجواب سؤال هذا صرف هر سه اعداد اول را نوشته است که در نتیجه بسبب فرض س = ۱۰
حاصل شده لهذا معلوم نیست که او هم بهمین طریق استخراج نموده یا بطریق دیگر جواب بطریق
دیگر عدد اول م^2/۲ − ک ومقدار تفاضل ۲ ک وعدد دوم م^2/۲ + ک وعدد سوم م^2/۲ +
۳ ک فرض کردم پس مجموع اولین م^2 ومجموع ثانی وثالث م^2 + ۴ ک ومجموع ثالث
واول م^2 + ۲ ک پس جذر فرضی مجموع ثانی وثالث م + ر ومربع آن م^2 + ر^2 + ۲ م × ر =
م^2 + ۴ ک بلکه ر^2 + ۲ م ر = ۴ ک بلکه ر^2/۲ + م ر = ۲ ک وجذر مجموع ثالث واول ۲ ر − م

ومربع آن ۴ ر^۲ + مر^۲ − ۴ مر ر = مر^۲ + ۲ ک بلکه ۴ ر^۲ − ۴ مر ر = ۲ ک پس ر^۲/۲ + مر ر = ۴ ر^۲ − ۴ مر ر بلکه ر^۲ + ۲ مر ر = ۸ ر^۲ − ۸ مر ر بلکه ۱۰ مر ر = ۷ ر^۲ بلکه ۱۰ مر = ۷ ر پس مر = ۷ و ر = ۱۰ جواب بطریق دیگر عدد اعظم را = ۲ مر^۲ + ک^۲/۲ − ۴ مر ک وعدد ثاني = ۲ مر^۲ + ک^۲/۲ وعدد ثالث = ۲ مر^۲ + ک^۲/۲ + ۴ مر ک فرض نمودم وهرگاه اول وثاني را جمع نمایم مجذور میشود بدینصورت ۴ مر^۲ + ک^۲ − ۴ مر ک وجذر این = ۲ مر − ک وهرگاه ثاني وثالث را جمع نمایم هم مجذور میشود بدینصورت ۴ مر^۲ + ک^۲ + ۴ مر ک وجذر این = ۲ مر + ک وهرگاه عدد اول را باعدد ثالث جمع کنم بدینصورت میشود ۴ مر^۲ + ک^۲ واین مجذور نیست لهذا این را با مربع دیگر معادل کردم بدینصورت ۴ مر^۲ + ک^۲ = ط^۲ وبعدازان ک^۲ را = ۹ فرض کردم وغیر آن هم عدد مجذور فرض می تواند شد پس ۴ مر^۲ + ۹ = ط^۲ شد عمل مجذور نمودم یعنی اول عدد ۲ فرض کردم ومربع آن ۴ وچهار امثال آن گرفتم ۱۶ شد پس ۱۶ + ۹ = ۲۵ واین مجذور است لیکن استخراج عدد اول ازین ممکن نیست لهذا جذر صغیر را که ۲) است در جذر کبیر که ۵) است ضرب نموده تضعیف نمودم ۲۰ گردید بعدازان حاصل را برجذر مضاف قسمت کردم خارج ۶ ۲/۳ شد پس مر = ۶ ۲/۳ و ک = ۳ پس مر^۲ = ۴۴ ۴/۹ وضعف آن ۸۸ ۸/۹ وهرگاه ک^۲/۲ را که ۴ ۱/۲) است بران افزودم ۹۳ ۷/۱۸ حاصل جمع شد و مر × ک = ۲۰ و ۴ مر ک = ۸۰ وهرگاه ۸۰) را از حاصل جمع ساقط نمودم باقي ۱۳ ۷/۱۸ ماند واین عدد اول و ۹۳ ۷/۱۸ عدد ثاني و ۱۷۳ ۷/۱۸ عدد ثالث این هرسه اعداد مطلوب است ❊

سؤال هفتم بهم رسان سه مجذوراعداد درنسبت مضروبه اعنی مجذوراعظم مسطح مجذورین اصغرین باشد ∴ جواب ۱۲۲۵ و ۴۹ و ۲۵ ❊ سؤال هشتم بهم رسان سه عدد بحیثیتکه اگر مجذور هریکی ازانها با آن دوعدد دیگر جمع کرده شود هرسه مجموع مجذورها شوند ∴ جواب ۸/۳ و ۱۶/۳ و ۱ ❊ سؤال نهم بهم رسان دوعدد علی نسبت ۸ و ۱۵ بشرطیکه مجموع مجذور آنها هم مجذور عددی شود ∴ جواب ۵۷۶ و ۱۰۸۰ ❊ سؤال دهم بهم رسان چهارعدد بحیثیتکه اگریک مجذور معین (۱۰۰) جمع کرده شود باحاصل ضرب هریکی دودو ازانها هر مجموع مجذور عددی شود ∴

جواب ١٢ و ٣٢ و ٨٨ و ١٦٨ ٭ سؤال یازدهم بهم رسان دو عدد بحیثیکه تفاضل بینهما مثل تفاضل بین مجذورهما باشد و مجموع مجذورهرد و مجذور عددی شود ٭ جواب ٤/٧ و ٣/٧ ٭ سؤال دوازدهم بهم رسان سه عدد در نسبت هندسی بحیثیکه هریکی ازان زیاده کرده شود بریک عدد معلوم (١٩) مجذور عددی شود ٭ جواب ٨١ و ٩/٤ و ٢٥/١٢٩٦ ٭ سؤال سیزدهم بهم رسان دو عدد بحیثیکه اگر حاصل ضرب آنها جمع کرده شود با مجموع مجذورهای آنها

مجذور عددی شـــــــــــود ٭ جواب ٥ و ٣ ، ٨ و ٧ ، ١٦ و ٥ وغیره ٭

سؤال چهاردهم قسمت کن یک عدد معین (١٠) درکدام چهار حصه بحیثیکه مجموع هریکی سه ازان مجذور عددی شود ٭ جواب ١ و ٦ و ١٨٩/٢٨٩ و ٦٨١/٢٨٩ ٭ سؤال پانزدهم بهم رسان دو عدد بحیثیکه مجموع آنها اگر زیاده کرده شود بر تفاضل بینهما خواه بر تفاضل بین مجذورهما یا کم کرده شود آن مجموع خواه باقیها مجذورها شود ٭ جواب ٤١/٢٠ و ١/٢٠ ٭ سؤال شانزدهم بهم رسان مجذور سه اعداد بحیثیکه مجموع آنها مجذور عددی باشد ٭ جواب ٩ و ١٦ و ١٤٤ ٭ سؤال هفدهم بهم رسان سه اعداد بحیثیکه تفاضل هردو ازانها مجذور اعداد باشد ٭ جواب ٩٠٨٥٨٤ و ٣٤٢٢٥ و ٢٣٤٠٩ ٭ سؤال هجدهم سه حصه کن کعب بعضی عدد معلوم (٨) درسه کعب دیگر اعداد ٭ جواب ٦٤/٢٧ و ١٢٥/٢٧ و ١ ٭ سؤال نوزدهم دوکعب اعداد (٨ و ١) معلوم ومتعین است بهم رسان دوکعب دیگر اعداد که تفاضل بینهما مساوی مجموع کعبهای معلوم باشد ٭ جواب ٨٠٠٠/٣٤٣ و ٤٩١٣/٣٤٣ ٭ سؤال بیستم بهم رسان سه کعب اعدان بحیثیکه اگر از هریکی ازانها یک معلوم (١) منقوص شود مجموع باقی مجذور یک عدد شود ٭ جواب ٤٩١٣/٣٣٧٥ و ٢١٩٥٢/٣٣٧٥ و ٨ ٭

مطلب پانزدهم در (انٹرپولیشن وسمیشن)

اعنی جمع مقادیر سلسلهٔ متوالیه بدانکه این فن سلسلهٔ متوالیه موقوف علیه اکثر حسابها واز انواع مشکل ترین و دقیق ترین علم حساب است وجمع سلسلهٔ متوالیه دربعضی حسابها مشکل بلکه غیرممکن میشود لیکن بسبب تعین مقادیر تفاضلات متعین که در سلسلهٔ متوالیهٔ معینه باشد ازان تعیین مقادیر سلسلهٔ متوالیهٔ غیرمتعین سهل میشود وهمچنین تعیین مجموع غیرمتعین هم از

تعین مجموع معین حاصل می گردد و باید دانست که سلسلهٔ متوالیه بر دو نوع است یکی علی
نسبت عددی و دوم علی نسبت هندسی و اعداد تزاید در هر سلسله مختلف واقع می شود که
بعضی از ان علی نسبت عددی خواه نسبت هندسی باشد در بادی النظر جلد مفهوم میشود
و بعضی بعد تامل و فکر بسیار از معلوم کردن تفاضلات مابین اعداد سلسله و باز تفاضل تفاضلات
وهمچنین بعد از ان دریافت میشود چون سلسلهٔ اعداد علی نظم طبیعی غیر متناهی است
لهذا این همه سلسله ها غیر متناهی اند و ازینجهت برای جمع کردن سلسله های غیر متناهی قاعدهٔ
عام نمیتواند شد مگر برای هریک سلسله عموما از ملاحظهٔ طرفهای سلسله و بعض قرائن قاعده
بآسانی مفهوم می تواند شد و از برای آن نوع خاص سلسله مقداری متعین کرده می شود
و در اکثر سلسله بلحاظ غیر متناهی مقدار تقریبی بهم رسانیده میشود و بعد از ان بعدهٔ معینه که
جمع مطلوب باشد بزیادت یا نقصان مقدار تفاضل معلوم جمع سلسله حاصل میکنند و آن مقدار
معین را بلفظ مقدار یا بلفظ مجموع غیر معین تعبیر می کنند چنانکه در سلسلهٔ هندسی متناهی
نزولی قاعدهٔ مشهور است که مقدار نسبت را ر فرض کنند و عدد اعظم را ل وعدد اصغر را
م پس مجموع سلسله (رل ــ م) ÷ (ر ــ ۱) خواهد بود و اگر مقدار م را که عدد اصغر
است صفر فرض کنم که نهایت اصغر است ازین سبب مجموع مقدار سلسله مساوی رل ÷
(ر ــ ۱) خواهد بود و این دال است برینکه مجموع سلسلهٔ متوالیهٔ غیر ممکن التعیین همیشه
مساوی با خارج قسمت مذکور خواهد بود چراکه عددی غیر از ان مساوی مجموع مقدار
آن سلسلهٔ متوالیه نمی تواند شد لهذا بهرصورت ما حصل مجموع را از مقدار) رل ÷ (ر ــ ۱)
بموجب بیان ذیل اندازه می توان کرد و نیز اگر یک سلسلهٔ متوالیه از جمع کدام سلسلهٔ هندسی
باشد پس معلوم نمی تواند شد که این سلسله هندسی است یا عددی پس برای رفع خطأ
عمل مقدار تفاضلات اعداد سلسلهٔ مذکوره مرة بعد اخری حاصل سازند اگر ظاهر شود که اعداد
اول تفاضل در هر مرتبه علی نظم معین خواه بتزاید معین واقع میشود یقینا این سلسله متعلق سلسلهٔ
هندسی خواهد بود درینصورت رل ÷ (ر ــ ۱) برای جمع آن سلسله مناسب خواهد بود
خواه سلسلهٔ معین باشد یا غیر معین چنانکه از امثله که در آخر مذکور شوند از ان واضح خواهد بود
چراکه در سلسلهٔ نسبت عددی نظمهای تفاضل سمت نزولی دارد و در هندسی صعودی

باید دانست که از ل مراد مقدار معین است و آنرا اگر بحروف دیگر هم تعبیر نمایند میتواند شد چنانکه جائی م تعبیر میکنند وجائی عدد منزل مراد میشود وغیرآن وصاحب کتاب گوید که از خوبی این فن بسیار خوشنودم بسبب معلوم کردن یک مقدار معین که بدل میشود با مقدار تدریجی سلسلۂ غیرمتناهی کسور اعشاریه چنانکه $\frac{٢}{٣}$ که معین است $= \frac{٦٦٦٦}{١٠٠٠٠}$ وغیره $= \frac{٦}{١٠} + \frac{٦}{١٠٠} + \frac{٦}{١٠٠٠} + \frac{٦}{١٠٠٠٠}$ وغیره که مجموع غیرمتناهی است لیکن سلسلۂ هندسی تحقیقی ودرست است ابتدا از $\frac{٦}{١٠}$ وغیرآن مقدار معین ازده تا لکهه وعدد صورت کسر ومخرج معین است وعدۂ آن غیرمتناهی ومع هذا مساوی $\frac{٢}{٣}$) است خواه ماخوذ ومفروض عدد دیگر باشد عموما *

مسئلۂ اول دربهم رسانیدن مقدار اقل تفاضل منتظم در بعضی سلسلۂ معلوم *

قاعدۂ اول مقدار تفاضل دران سلسله حاصل کنند و آنرا تفاضل اول نام نهند و بعد ازان دران تفاضل هم که متوالی خواهد بود تفاضل حاصل کنند و این تفاضل از مقدار تفاضل اول اقل خواهد بود زیرا که تفاضل التفاضل است و بعد ازان تفاضل بین تفاضلات حاصل کنند وهمچنین تا هرجا که ممکن باشد وتفاضل هرمراتب را نظم اول ودوم وغیره نام نهند * مثلا تفاضل قلیل منتظم سلسلۂ هذا بهم رسانم ١ و ۴ و ٩ و ١٦ و ٢٥ و ٣٦ وغیره پس نوشتم بدینصورت

١ ۴ ٩ ١٦ ٢٥ ٣٦ وغیره

٣ ۵ ٧ ٩ ١١ تفاضل نظم اول

٢ ٢ ٢ ٢ تفاضل نظم دوم

٠ ٠ ٠ تفاضل نظم سوم

درینصورت اقل التفاضل منتظم دو یا صفر است * مثال دیگر بهم رسان تفاضل منتظم در سلسلۂ هذا) ١ ٨ ٢٧ ٦۴ ١٢۵ ٢١٦ وغیره * جواب بدینصورت

١ ٨ ٢٧ ٦۴ ١٢۵ ٢١٦ وغیره

٧ ١٩ ٣٧ ٦١ ٩١ تفاضل نظم اول

١٢ ١٨ ٢۴ ٣٠ تفاضل نظم دوم

٦ ٦ ٦ تفاضل نظم سوم

٠ ٠ تفاضل نظم چهارم

فائده هرگاه عدد اول نظمهای قلیل واقع شود اعنی تفاضلاتیکه بگیرند اعداد اول هرنظم تفاضلات متزائده واقع شوند درینصورت آن سلسلهٔ هندسی خواهد بود پس عدد منزل مضلعات عدد نسبت برای عمل مناسب خواهد بود *

مسئلهٔ دوم دربهم رسانیدن مقدار اول نظم تفاضل سلسلهٔ م ب س د ے وغیره که معلوم اند *

قاعده عدد عدهٔ نظم متوالیات را ن فرض کنند پس م − ن ب + ن × (ن−۱)/۲ س − ن × (ن−۱)/۲ × (ن−۲)/۳ د + ن × (ن−۱)/۲ × (ن−۲)/۳ × (ن−۳)/۴ ے وغیره هرگاه ن عدد زوج باشد و) − م + ن ب − ن × (ن−۱)/۲ س + ن × (ن−۱)/۲ × (ن−۲)/۳ د − ن × (ن−۱)/۲ × (ن−۲)/۳ × (ن−۳)/۴ ے وغیره هرگاه ن عدد فرد باشد * مثال بهم رسان مقدار اول تفاضل نظم سوم سلسلهٔ هذا) ۱ ۵ ۱۵ ۳۵ ۷۰ ؞ جواب فرض کردم م ب س د ے وغیره = ۱ ۵ ۱۵ ۳۵ ۷۰ وغیره بحسب الترتیب و ن = ۳ بحسب السؤال پس − م + ن ب − ن × (ن−۱)/۲ س + ن × (ن−۱)/۲ × (ن−۲)/۳ د = − م + ۳ب − ۳س + د = − ۱ + ۱۵ − ۴۵ + ۳۵ = ۴ مقدار اول تفاضل نظم سوم سلسلهٔ مذکوره وهو المطلوب * مثلاً اگر بدینصورت نویسم

۱ ۵ ۱۵ ۳۵ ۷۰

۴ ۱۰ ۲۰ ۳۵ تفاضل اول

۶ ۱۰ ۱۵ تفاضل دوم

۴ ۵ تفاضل سوم

بدانکه این سلسلهٔ جمع الجمع اعداد متوالیه است * مثال دیگر بهم رسان عدد اول نظم چهارم سلسلهٔ هذا) ۱ ۸ ۲۷ ۶۴ ۱۲۵ وغیره ؞ جواب فرض کردم م ب س د ے وغیره = ۱ ۸ ۲۷ ۶۴ ۱۲۵ و ن = ۴ بحسب السؤال پس م − ن ب + ن × (ن−۱)/۲ س − ن × (ن−۱)/۲ × (ن−۲)/۳ د + ن × (ن−۱)/۲ × (ن−۲)/۳ × (ن−۳)/۴ ے = م − ۴ب + ۶س − ۴د

+ ے = ۱ − ۳۲ + ۱۶۲ − ۲۵۶ + ۱۲۵ = ۰ وازین معلوم شد که مقدار اول نظم چہارم صفر است *

مسئلۂ سوم دربہم رسانیدن مقدار عدد اخیر سلسلۂ منتظم بہر عددی که خواہند *

قاعدہ اعداد سلسله را م و ب و س و د و ے وغیرہ فرض کنند وعدۂ اخیر را که عدد و مطلوب است ن فرض نمایند واعداد اول نظمهای تفاضل را) د' د'' د''' وهکذا پس $م + \frac{ن-۱}{۱} د' + \frac{ن-۱}{۱} \times \frac{ن-۲}{۲} د'' + \frac{ن-۱}{۱} \times \frac{ن-۲}{۲} \times \frac{ن-۳}{۳} د''' + \frac{ن-۱}{۱} \times \frac{ن-۲}{۲} \times \frac{ن-۳}{۳} \times \frac{ن-۴}{۴} د''''$ وغیرہ = عدد عدۂ ن که مطلوب است ۞ مثال بہم رسان عدد دوازدہم سلسلۂ هذا) ۲ ۶ ۱۲ ۲۰ ۳۰ وغیرہ که مضروبات متوالیہ اند ۞ جواب اول اعداد نظم تفاضل بموجب مسئلۂ اول براوردم بدینصورت

۲ ۶ ۱۲ ۲۰ ۳۰ وغیرہ
۴ ۶ ۸ ۱۰
۲ ۲ ۲
۰ ۰

چون عدد اول نظمهای تفاضل ۴ و ۲) است لهذا) ۴ = د' و ۲ = د'' و ن = ۱۲ فرض کردم پس بموجب قاعدۂ مذکور $م + \frac{ن-۱}{۱} د' + \frac{ن-۱}{۱} \times \frac{ن-۲}{۲} د'' = ۲ + ۱۱ د' + ۵۵ د''$ = ۲ + ۴۴ + ۱۱۰ = ۱۵۶ = عدد دوازدہم که مطلوب است ۞ مثال دوم بہم رسان عدد بیستم سلسلۂ هذا) ۱ ۳ ۶ ۱۰ ۱۵ ۲۱ وغیرہ که سلسلۂ جمع اعداد متوالیہ است ۞ جواب چون اعداد اول نظمهای تفاضل ۲ و ۱) است لهذا) ۲ = د' و ۱ = د'' و ن = ۲۰ فرض کردم پس بموجب قاعدۂ مذکور $م + \frac{ن-۱}{۱} د' + \frac{ن-۱}{۱} \times \frac{ن-۲}{۲} د'' = ۱ + ۱۹ د' + ۱۷۱ د''$ = ۱ + ۳۸ + ۱۷۱ = ۲۱۰ = مطلوب *

مسئلۂ چہارم دربہم رسانیدن مجموع سلسله اعنی جمع اعداد متوالیۂ ہر سلسله که باشد بہر عدۂ که خواہند *

قاعدہ اعداد اول نظمهای تفاضل را د' و د'' و د''' و د'''' وغیرہ بترتیب فرض کنند و عدد عدۂ را ن وعدد اول سلسله را م پس $ن م + ن \times \frac{ن-۱}{۲} د' + ن \times \frac{ن-۱}{۲} \times \frac{ن-۲}{۳} د''$

$+\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}\times\frac{\text{ن}-٢}{٣}\times\frac{\text{ن}-٣}{٤}\,\text{ء}''' + \text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}\times\frac{\text{ن}-٢}{٣}\times\frac{\text{ن}-٣}{٤}\times\frac{\text{ن}-٤}{٥}\,\text{ء}''''$

وغیره = مجموع سلسله تا عدهٔ ن مطلوبه ٭ مثال بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا) ١ ٢ ٣ ٤ که متوالی علی نظم طبیعی است تا عدهٔ ن ٭ جواب چون عدد اول تفاضل واحد خواه صفر است لهذا) $\text{م}=١$ و $\text{ء}'=١$ و $\text{ء}''=$ صفر فرض کردم پس بموجب قاعدهٔ مذکور $\text{ن}\,\text{م}+\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}\,\text{ء}'=\text{ن}+\frac{\text{ن}^٢-\text{ن}}{٢}=\frac{\text{ن}^٢+\text{ن}}{٢}=$ مجموع سلسله تا عدهٔ ن ٭ مثال دوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا) ١ ٤ ٩ ١٦ ٢٥ وغیره که مربعات متوالیه اند تا عدهٔ ن ٭ جواب چون عدد اول تفاضلات منتظمه بدینصورت است

٢٥	١٦	٩	٤	١
٩	٧	٥	٣	
٢	٢	٢		
٠	٠			

لهذا) $٣=\text{ء}'$ و $٢=\text{ء}''$ فرض کردم و $\text{م}=١$ پس بموجب قاعدهٔ مذکور $\text{ن}\,\text{م}+\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}\,\text{ء}'+\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}\times\frac{\text{ن}-٢}{٣}\,\text{ء}''=\text{ن}+٣\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}+٢\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}\times\frac{\text{ن}-٢}{٣}=\frac{٣\text{ن}^٢-\text{ن}}{٢}+\frac{\text{ن}^٣-٣\text{ن}^٢+٢\text{ن}}{٣}=\text{ن}\times\frac{(\text{ن}+١)\times(٢\text{ن}+١)}{٦}=$ مجموع مطلوب ٭ مثال سوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا) ١ ٨ ٢٧ ٦٤ ١٢٥ وغیره تا عدهٔ ن ٭ جواب چون عدد اول نظم تفاضلات بدینصورت است

١٢٥	٦٤	٢٧	٨	١
٦١	٣٧	١٩	٧	
٢٤	١٨	١٢		
٦	٦			
٠				

لهذا) $٧=\text{ء}'$) $١٢=\text{ء}''$) $٦=\text{ء}'''$) $\text{م}=١$ فرض کردم پس $\text{ن}\,\text{م}+\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}\,\text{ء}'+\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}\times\frac{\text{ن}-٢}{٣}\,\text{ء}''+\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}\times\frac{\text{ن}-٢}{٣}\times\frac{\text{ن}-٣}{٤}\,\text{ء}'''=\text{ن}+٧\text{ن}\times\frac{\text{ن}-١}{٢}+١٢\text{ن}\times$

$$\frac{\text{ه}-1}{2}\times\frac{\text{ه}-2}{3}+6\text{ه}\times\frac{\text{ه}-1}{2}\times\frac{\text{ه}-2}{3}\times\frac{\text{ه}-3}{4}=\frac{7\text{ه}^2-5\text{ه}}{2}+2\text{ه}^3-6\text{ه}^2$$

$$+\text{ه}^4+\frac{\text{ه}^4-6\text{ه}^3+11\text{ه}^2-6\text{ه}}{4}=\frac{\text{ه}^4+2\text{ه}^3+\text{ه}^2}{4}\ *$$

مسئلهٔ پنجم اگر سلسلهٔ کسور عدد منزل یک سلسلهٔ معلوم باشد که آن سلسلهٔ کسور متحد التفاضل بود و بخواهند که بوسیلهٔ آن (لُگارِثم) یعنی کسور عدد منزل بعض اعداد آن سلسله بدانند و طریقش آنست که تفاضل (لُگارِثم) را ک فرض کنند وعدد مطلوب را ے وتفاضل اعداد را) $\text{ء}'$ $\text{ء}''$ $\text{ء}'''$ وغیره وعدد اول را م فرض نمایند پس

$$\text{م}+\text{ک}\,\text{ء}'+\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\,\text{ء}''+\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\times\frac{\text{ک}-2}{3}\,\text{ء}'''+\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\times\frac{\text{ک}-2}{3}\times\frac{\text{ک}-3}{4}\,\text{ء}''''$$

وغیره = ے خواهد بود مثال سلسلهٔ (لُگارِثم) اعنی عدد کسور منزل معلوم است بدینصورت ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ وهمچنین اعداد آن معلوم است بدینصورت

$$8\frac{2418583}{10000000}\ \text{و}\ 8\frac{2490332}{10000000}\ \text{و}\ 8\frac{2560943}{10000000}\ \text{و}\ 8\frac{2630424}{10000000}$$

واگر بخواهم که عددی که (لُگارِثم) آن $11\frac{40}{90}$ باشد بدانم ٭ جواب چون درینجا $\text{ک}=11\frac{40}{90}-10=1\frac{40}{90}=1\frac{5}{9}$ وتفاضلات اعداد معلومه بدینصورت

$$8\frac{2418583}{10000000}\ \text{و}\ 8\frac{2490332}{10000000}\ \text{و}\ 8\frac{2560943}{10000000}\ \text{و}\ 8\frac{2630424}{10000000}$$

$$\frac{71779}{10000000}\qquad\frac{70611}{10000000}\qquad\frac{69481}{10000000}$$

$$-\frac{1168}{10000000}\qquad-\frac{1130}{10000000}$$

$$+\frac{38}{10000000}$$

پس $\frac{71779}{10000000}=\text{ء}'$ و $-\frac{1168}{10000000}=\text{ء}''$ و $+\frac{38}{10000000}=\text{ء}'''$ درینصورت

$$\text{ے}=\text{م}+\text{ک}\,\text{ء}'+\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\,\text{ء}''+\text{ک}\times\frac{\text{ک}-1}{2}\times\frac{\text{ک}-2}{3}\,\text{ء}'''=\text{م}+\frac{5}{3}\,\text{ء}'+$$

$$\frac{5}{9}\,\text{ء}''-\frac{5}{81}\,\text{ء}'''=8\frac{2418583}{10000000}+\frac{119631}{10000000}-\frac{649}{10000000}-\frac{2}{10000000}$$

= ۲۵۳۷۵۳۳/۱۰۰۰۰۰۰۰ ۸ = عدد (لُگارِثم) ۱۱ ۴۰/۹۰ بدانکه این قاعده موقوف است بردانستن (لُگارِثم) وبیان آن بیاید انشاء الله تعالی وموقوف است بردانستن (لُگارِثم) جمیع اعداد وآنرا بعضی از صاحبان انگلش درکتاب علحده استخراج کرده نوشته اند لیکن هنوز بنظر فقیر نرسیده لهذا کیفیت این قاعده مفصل بفهم نیامده *

مسئلهٔ ششم اگر اعدادی که (لُگارِثم) آن متساوی التفاضل باشد معلوم بود ومنجملهٔ آن عددی معلوم نباشد وبخواهند که بوسیلهٔ (لُگارِثم) آن اعداد را بدانند طریقش این است که اعداد متوالیه را مر و ب و سر و ء و ے فرض کنند وبعدازان نظرکنند که دران اعداد متوالیه چند اعداد معلوم اند پس بعدهٔ اعداد معلوم ازین نقشهٔ ذیل ارقام حاصل ساخته عدد مجهول را حاصـــــــــــــــــــــــــل سازند

اول   مر − ب = ۰

دوم   مر − ۲ ب + سر = ۰

سوم   مر − ۳ ب + ۳ سر − ء = ۰

چهارم   مر − ۴ ب + ۶ سر − ۴ ء + ے = ۰

پنجم   مر − ۵ ب + ۱۰ سر − ۱۰ ء + ۵ ے − ه = ۰

ششم   مر − ۶ ب + ۱۵ سر − ۲۰ ء + ۱۵ ے − ۶ ه + ح = ۰

هفتم   مر − ه ب + ه × (ه − ۱)/۲ سر − ه × (ه − ۱)/۲ × (ه − ۲)/۳ ء وغیره

مثال اعداد (لُگارِثم) معلوم است

(لوگری تهم)	۱۰۱	۱۰۲	۱۰۴	۱۰۵
اعداد (لوگری تهم)	۲ ۴۳۲۱۴/۱۰۰۰۰۰۰۰	۲ ۸۶۰۰۲/۱۰۰۰۰۰۰۰	۲ ۱۷۰۳۳۳/۱۰۰۰۰۰۰۰	۲ ۲۱۱۸۹۳/۱۰۰۰۰۰۰۰

اگر بخواهم که عدد (لُگارِثم) ۱۰۳ بدانم چون عدهٔ اعداد معلوم چهار است لهذا درنقشه معادلهٔ چهارم را گرفتم بدینصورت مر − ۴ ب + ۶ سر − ۴ ء + ے = ۰ چون عدد اول مر وعدد دوم ب وعدد سوم سر وعدد چهارم ء وعدد پنجم ے فرض کردم وعدد سوم یعنی سر مجهول

است دربنصورت مر − ۴ب − ۴د + ے = −۶ سر بلکه ۶ سر = ۴ب + ۴د − مر − ے بلکه

سر = (۴ × (ب + د) − (مر + ے)) / ۶ وچون مر = ۲ ۴۳۲۱۴/۱۰۰۰۰۰۰۰ و ب = ۲ ۸۶۰۰۲/۱۰۰۰۰۰۰۰

و د = ۲ ۱۷۰۳۳۳/۱۰۰۰۰۰۰۰ و ے = ۲ ۲۱۱۸۵۳/۱۰۰۰۰۰۰ پس ۴ × (ب + د) = ۱۶ ۱۰۲۵۳۴۰/۱۰۰۰۰۰۰۰

−(مر + ے) = − ۴ ۲۵۵۱۰۷/۱۰۰۰۰۰۰۰ ومجموع = ۱۲ ۷۷۰۲۳۳/۱۰۰۰۰۰۰۰ وهرگاه این را برشش

قسمت کردم خارج ۲ ۱۲۸۳۷۲/۱۰۰۰۰۰۰۰ عدد (لگارثم) ۱۰۳ که مطلوب است *

سؤالات

سؤال اول بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ ن ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ وغیره * جواب مجموع را) سر فرض کردم پس ۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ وغیره تا ن = سر بلکه ن × (ن − ۱) + (ن − ۲) + (ن − ۳) + (ن − ۴) وغیره تا واحد = سر بحسب مرتبهٔ نزولي وازین سبب (ن + ۱) + (ن + ۱) + (ن + ۱) + (ن + ۱) وغیره = ۲ سر بحسب الجمع صعودي ونزولي پس ضرورة (ن + ۱) × ن = ۲ سر پس سر = (ن² + ن) / ۲ = مجموع مطلوب **

سؤال دوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ ن ۱ ۳ ۵ ۷ ۹ ۱۱ * جواب مجموع را) سر فرض کردم چون ۱ ۳ ۵ ۷ وغیره تا (۲ن − ۱) = سر ونیز (۲ن − ۱) + (۲ن − ۳) + (۲ن − ۵) + (۲ن − ۷) + (۲ن − ۹) وغیره تا واحد = سر نزولا دربنصورت ۲ن + ۲ن + ۲ن + ۲ن تا عدهٔ ن = ۲ سر پس ضرورة ۲ن × ن = ۲ سر پس سر = ن² = مجموع مطلوب ** سؤال سوم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ ن مر + (مر + د) + (مر + ۲د) + (مر + ۳د) + (مر + ۴د) وغیره * جواب چون مر + (مر + د) + (مر + ۲د) + (مر + ۳د) + (مر + ۴د) وغیره تا (مر + (ن − ۱) × د) = سر ونیز مر + (ن د − د) + مر + (ن د − ۲د) + مر + (ن د − ۳د) + مر + (ن د − ۴د) تا مر نزولا = سر ازین سبب ۲ مر + (ن د − د) + ۲ مر + (ن د − د) + ۲ مر + (ن د − د) + ۲ مر + (ن د − د) تا عدهٔ ن = ۲ سر پس ضرورة (۲ مر + ن د − د) × ن = ۲ سر پس سر = ((۲ مر + ن د − د) × ن) / ۲ = مجموع مطلوب وبطریق دیگر چون مر + (مر + د) + (مر + ۲د)

+ (م + ۳ء) + (م + ۴ء) وغیره = $\left\{\begin{array}{l}(\text{۱+۱+۱+۱+۱ وغیره})\times\text{م}\\(\text{۰+۱+۲+۳+۴ وغیره})\times\text{ء}\end{array}\right.$ = س

ونیز ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیره = ن ونیز عدد منزل ن است پس (۰ + ۱ + ۲ + ۳ + ۴ وغیره = ن × $\frac{(\text{ن}-۱)}{۲}$ ازین سبب س = ن م + ن × $\frac{(\text{ن}-۱)}{۲}$ × ء = $\frac{(\text{۲م}+\text{ن ء}-\text{ء})}{۲}$ × ن چنانکه سابق بود * سؤال چهارم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ ن) ۱ ک $\text{ک}^{۲}$ $\text{ک}^{۳}$ $\text{ک}^{۴}$ وغیره * جواب مجموع را س فرض کردم چون ۱ + ک + $\text{ک}^{۲}$ + $\text{ک}^{۳}$ + $\text{ک}^{۴}$ وغیره تا $\text{ک}^{\text{ن}-۱}$ = س ونیز ک + $\text{ک}^{۲}$ + $\text{ک}^{۳}$ + $\text{ک}^{۴}$ وغیره تا $\text{ک}^{\text{ن}}$ = س ک) ازین سبب − ۱ + $\text{ک}^{\text{ن}}$ = س ک − س پس س = $\frac{\text{ک}^{\text{ن}}-۱}{\text{ک}-۱}$ = مجموع مطلوب واگر مقدار) ک کسر باشد پس مجموع سلسلهٔ مذکوره بدینطور متعین می‌شود ۱ + ک + $\text{ک}^{۲}$ + $\text{ک}^{۳}$ + $\text{ک}^{۴}$ وغیره = س ونیز ک + $\text{ک}^{۲}$ + $\text{ک}^{۳}$ + $\text{ک}^{۴}$ + $\text{ک}^{۵}$ وغیره تا $\text{ک}^{\text{ن}}$ = س ک) ازین سبب − ۱ + $\text{ک}^{\text{ن}}$ = س ک − س بلکه س − س ک = ۱ − $\text{ک}^{\text{ن}}$ پس س = $\frac{۱-\text{ک}^{\text{ن}}}{۱-\text{ک}}$ بلکه = $\frac{\text{ک}^{\text{ن}}-۱}{\text{ک}-۱}$ بلکه اگر ک = $\frac{۱}{\text{ر}}$ فرض کنم درینصورت س = $\frac{\text{ر}^{\text{ن}}-۱}{\text{ر}^{\text{ن}}}$ ÷ $\frac{\text{ر}-۱}{\text{ر}}$ = $\frac{\text{ر}^{\text{ن}+۱}-\text{ر}}{\text{ر}^{\text{ن}+۱}-\text{ر}^{\text{ن}}}$ = $\frac{(\text{ر}^{\text{ن}}-۱)\times\text{ر}}{(\text{ر}-۱)\times\text{ر}^{\text{ن}}}$ *

سؤال پنجم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ ن) $\text{م}^{۲}$ + $(\text{م}+\text{ء})^{۲}$ + $(\text{م}+\text{۲ء})^{۲}$ + $(\text{م}+\text{۳ء})^{۲}$ + $(\text{م}+\text{۴ء})^{۲}$ وغیره * جواب چون

$$\text{م}^{۲} = \text{م}^{۲}$$
$$(\text{م}+\text{ء})^{۲} = \text{م}^{۲} + ۲ \times \text{م ء} + \text{ء}^{۲}$$
$$(\text{م}+\text{۲ء})^{۲} = \text{م}^{۲} + ۲ \times ۲\,\text{م ء} + ۴\,\text{ء}^{۲}$$
$$(\text{م}+\text{۳ء})^{۲} = \text{م}^{۲} + ۲ \times ۳\,\text{م ء} + ۹\,\text{ء}^{۲}$$
$$(\text{م}+\text{۴ء})^{۲} = \text{م}^{۲} + ۲ \times ۴\,\text{م ء} + ۱۶\,\text{ء}^{۲}$$

ازین سبب س (اعنی مجمـــــــــــــــــــــــوع

$$= \begin{cases} (1+1+1+1 \ \text{وغیرہ}) \times \text{م}^2 \\ (0+1+2+3+4 \ \text{وغیرہ}) \times 2\,\text{م}\,\text{د} \\ (0+1+4+9+16 \ \text{وغیرہ}) \times \text{د}^2 \end{cases}$$

چون ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیرہ = ن و ۰ + ۱ + ۲ + ۳ + ۴ وغیرہ = $\frac{\text{ن}\times(\text{ن}-1)}{2\times1}$ و ۰ + ۱ + ۴ + ۹ + ۱۶ وغیرہ = $\frac{\text{ن}\times(\text{ن}-1)\times(2\text{ن}-1)}{3\times2\times1}$ دربنصورت $\text{س} = \text{ن}\times\text{م}^2 + \text{ن}\times(\text{ن}-1)\times\text{م}\,\text{د} + \frac{\text{ن}\times(\text{ن}-1)\times(2\text{ن}-1)}{3\times2\times1}\times\text{د}^2 = \text{ن}\,\text{م}^2 + \text{ن}\,\text{م}\,\text{د}\times(\text{ن}-1) + \frac{\text{ن}\,\text{د}^2\times(\text{ن}-1)\times(2\text{ن}-1)}{3\times2\times1}$ = مطلوب ۳ سؤال ششم بہم رسان مجموع سلسلۂ ہذا تا عدۂ ن $\text{م}^3 + (\text{م}+\text{د})^3 + (\text{م}+2\text{د})^3 + (\text{م}+3\text{د})^3 + (\text{م}+4\text{د})^3$ وغیرہ چـــــــــــــون

$$\text{م}^3 = \text{م}^3$$
$$(\text{م}+\text{د})^3 = \text{م}^3 + 3\times\text{م}^2\text{د} + 3\times\text{م}\,\text{د}^2 + \text{د}^3$$
$$(\text{م}+2\text{د})^3 = \text{م}^3 + 3\times2\,\text{م}^2\text{د} + 3\times4\,\text{م}\,\text{د}^2 + 8\,\text{د}^3$$
$$(\text{م}+3\text{د})^3 = \text{م}^3 + 3\times3\,\text{م}^2\text{د} + 3\times9\,\text{م}\,\text{د}^2 + 27\,\text{د}^3$$
$$(\text{م}+4\text{د})^3 = \text{م}^3 + 3\times4\,\text{م}^2\text{د} + 3\times16\,\text{م}\,\text{د}^2 + 64\,\text{د}^3$$

ازین سبب

$$\text{س} = \begin{cases} (1+1+1+1+1 \ \text{وغیرہ}) \times \text{م}^3 \\ (0+1+2+3+4 \ \text{وغیرہ}) \times 3\,\text{م}^2\text{د} \\ (0+1+4+9+16 \ \text{وغیرہ}) \times 3\,\text{م}\,\text{د}^2 \\ (0+1+8+27+64 \ \text{وغیرہ}) \times \text{د}^3 \end{cases}$$

چون ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیرہ = ن و ہمچنین (۰ + ۱ + ۲ + ۳ + ۴ وغیرہ) = $\frac{\text{ن}\times(\text{ن}-1)}{2\times1}$ ونیز ۰ + ۱ + ۴ + ۹ + ۱۶ وغیرہ = $\frac{\text{ن}\times(\text{ن}-1)\times(2\text{ن}-1)}{3\times2\times1}$ و ہمچنین

۰+۱+۸+۲۷+۶۴ وغیره = $\frac{\text{ن}^4+2\text{ن}^3+\text{ن}^2}{2\times 2}$ پس ضرورة $\text{س} = \text{ن}\times\text{م}^3 + \frac{\text{ن}\times(\text{ن}-1)}{1\times 2}\times 3\,\text{م}^2\text{ء}$

$+\ \frac{\text{ن}\times(\text{ن}-1)\times(2\text{ن}-1)}{1\times 2\times 3}\times 3\,\text{م}\,\text{ء}^2 + \frac{(\text{ن}^4+2\text{ن}^3+\text{ن}^2)}{2\times 2}\times\text{ء}^3$ = مطلوب ❋ سؤال هفتم

بهم رسان جمیع سلسلهٔ هذا تا عدة ن (۱ + ۳ + ۷ + ۱۵ + ۳۱ وغیره ❋ جواب چون این ارقام این سلسله صریحا مساوي اند با ۱ + (۱ + ۲) + (۱ + ۲ + ۴) + (۱ + ۲ + ۴ + ۸) وغیره جمع متوالیهٔ سلسلهٔ هندسي هذا است ۱+۲+۴+۸+۱۶ وغیره لهذا) م = ۱ و ر = ۲ فرض کردم ونوشتم $\text{م} + \text{م}\,\text{ر} + \text{م}\,\text{ر}^2 + \text{م}\,\text{ر}^3 + \text{م}\,\text{ر}^4$ وغیره = ۱ + ۲ + ۴ + ۸ + ۱۶ وغیره درینصورت مجموع سلسلهٔ مذکور بدینصورت شد

۱ $\quad \frac{\text{م}\,\text{ر}-\text{م}}{\text{ر}-1} = (\text{ر}-1)\times\frac{\text{م}}{\text{ر}-1}$

۲ $\quad \frac{\text{م}\,\text{ر}^2-\text{م}}{\text{ر}-1} = (\text{ر}^2-1)\times\frac{\text{م}}{\text{ر}-1}$

۳ $\quad \frac{\text{م}\,\text{ر}^3-\text{م}}{\text{ر}-1} = (\text{ر}^3-1)\times\frac{\text{م}}{\text{ر}-1}$

۴ $\quad \frac{\text{م}\,\text{ر}^4-\text{م}}{\text{ر}-1} = (\text{ر}^4-1)\times\frac{\text{م}}{\text{ر}-1}$

واین مقادیر سلسلهٔ جمع است اعني ۱ و ۳ و ۷ و ۱۵ وغیره ازین سبب

$$\text{س} = \frac{\text{م}}{\text{ر}-1}\times\left\{\begin{array}{l} +\ \text{ر}+\text{ر}^2+\text{ر}^3+\text{ر}^4 \ \text{وغیره} \\ -(1+1+1+1)\ \text{وغیره}\end{array}\right.$$

وچون ۱ + ۱ + ۱ + ۱ وغیره = ن ونیز $\text{ر}+\text{ر}^2+\text{ر}^3$ وغیره = $(\text{ر}^{\text{ن}}-1)\times\frac{\text{ر}}{\text{ر}-1}$

درینصورت $\text{س} = \left((\text{ر}^{\text{ن}}-1)\times\frac{\text{ر}}{\text{ر}-1}-\text{ن}\right)\times\frac{\text{م}}{\text{ر}-1}$ وهو المطلوب *

فائده ازین قاعده جمع جمیع متوالیات سلسلهٔ هندسي سهل مي شود ❋ سؤال هشتم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ن) $\frac{1}{1}+\frac{3}{2}+\frac{7}{4}+\frac{15}{8}+\frac{31}{16}$ وغیره چون این ارقام جمع

متوالیات سلسلهٔ هندسی هذا است $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ وغیره لهذا) م = ۱ و ر = ۲

پس $م + \frac{م}{ر} + \frac{م}{ر^2} + \frac{م}{ر^3} + \frac{م}{ر^4}$ وغیره $= \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$ وغیره

بحسب الفرض چون مجموع این سلسله بموجب ذیل می شود

$$۱ \quad \frac{(ر-1)\times م}{1\times(ر-1)} = \frac{م}{ر-1}\times(ر-1)$$

$$۲ \quad \frac{(ر-1)\times م}{ر\times(ر-1)} = \frac{م}{ر-1}\times(ر-\frac{1}{ر})$$

$$۳ \quad \frac{(ر-1)\times م}{ر^2\times(ر-1)} = \frac{م}{ر-1}\times(ر-\frac{1}{ر^2})$$

وغیره

ازین سبب $س = \frac{م}{ر-1} \times \left\{ \begin{array}{l} ر + ر + ر + ر \text{ وغیره} \\ -\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{ر} + \frac{1}{ر^2} + \frac{1}{ر^3}\right) \text{ وغیره} \end{array} \right.$

وچون $ر + ر + ر = ن\,ر$ و $\frac{1}{1} + \frac{1}{ر} + \frac{1}{ر^2} + \frac{1}{ر^3}$ وغیره $= \frac{ر^{ن} - ن}{(ر-1)\times(ر^{ن}-1)}$ ازین جهت

$س = \frac{م}{ر-1} \times \left(ن\,ر - \frac{ر^{ن} - ن}{(ر-1)\times(ر^{ن}-1)} \right)$ وهو المطلوب ٭ سؤال نهم بیان سلسلهٔ مجموع

متوالی هذا بعدهٔ غیر معین $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10}$ وغیره که سلسلهٔ مخرج اعداد مثلثات متوالی

است ؛ جواب فرض کردم $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10}$ وغیره $=$ س بلکه $\frac{1}{1\times1} + \frac{1}{3\times1} + \frac{1}{3\times2}$

$+ \frac{1}{5\times4}$ وغیره $=$ س پس $\frac{1}{2\times1} + \frac{1}{3\times2} + \frac{1}{4\times3} + \frac{1}{5\times4}$ وغیره $= \frac{س}{2}$ بلکه $\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right)$

$+ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)$ وغیره $= \frac{س}{2}$ بلکه $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \text{ وغیره} \\ -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \text{ وغیره} \end{array} \right. = \frac{س}{2}$

و ازین سبب $\frac{س}{2} = \frac{1}{1}$ بلکه س $= ۲ =$ مجموع مطلوب واین جمع تقریبی است که

بهیچ عدة زیادة ازین نخواهد شد * سؤال دهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدة ه) $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}$ وغیره * جواب فرض کردم) ر $=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ه}}$ پس ر $-\frac{1}{1}=$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ه}}$ و ر $-\frac{1}{1}+\frac{1}{\text{ه}+1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ه}+1}$ وازین سبب $\frac{1}{1}-\frac{1}{\text{ه}+1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ه}}-\frac{1}{\text{ه}+1}$ بلکه $\frac{\text{ه}}{\text{ه}+1}=$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}$ وغیره تا $\frac{1}{\text{ه}\times(\text{ه}+1)}$ و درینصورت $\frac{2\text{ه}}{\text{ه}+1}=\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+$ $\frac{1}{10}$ وغیره تا $\frac{2}{\text{ه}\times(\text{ه}+1)}$ بلکه $\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}$ وغیره تا $\frac{2}{\text{ه}\times(\text{ه}+1)}$ خواه عدة

$\text{ه}=\frac{2}{\text{ه}+1}=$ مجموع مطلوب *

فائدة بدانکه این سلسله وسلسلهٔ دیگر مرکب ازان مسمی بسلسلهٔ (اسپریکل) اعني دوطرفین است واین سلسلهٔ عددي است مثـــــــــــــــــــــــــــل

نظم اول	۱	۱	۱	۱	۱ وغیره
نظم دوم	۱	۲	۳	۴	۵ وغیره
نظم سوم	۱	۳	۶	۱۰	۱۵ وغیره
نظم چهارم	۱	۴	۱۰	۲۰	۳۵ وغیره
نظم پنجم	۱	۵	۱۵	۳۵	۷۰ وغیره

اعداد این بدین تفصیل است

واین سلسله ممتاز است باسم خاص نظم طبیعي وهمچنین سلسلهٔ کسر نزولي موسوم است

قله

به(دیورنیک) اعني مختلف مثل $۱ - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۴}$ وغیره وهمچنین سلسلهٔ اعداد متساوي
به(نیوترل) است اعني متساوي مثل $۱ - ۱ + ۱ - ۱$ وغیره ∴ سؤال یازدهم بهم رسان
مجموع سلسلهٔ هذا بعدهٔ غیر معین $\frac{۱}{۱×۲×۳} + \frac{۱}{۲×۳×۴} + \frac{۱}{۳×۴×۵} + \frac{۱}{۴×۵×۶}$ وغیره ∴
جواب فرض کردم $ر = \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵}$ وغیره الی غیر معین پس $ر - \frac{۱}{۱} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} +$
$\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵}$ وغیره بحسب استثنا ونیز) $۱ = \frac{۱}{۱×۲} + \frac{۱}{۲×۳} + \frac{۱}{۳×۴} + \frac{۱}{۴×۵}$ وغیره بحسب
تفریق بلکه $۱ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲×۳} + \frac{۱}{۳×۴} + \frac{۱}{۴×۵} + \frac{۱}{۵×۶}$ وغیره و $\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۱×۴×۳} + \frac{۶}{۲×۹×۴}$
$+ \frac{۸}{۳×۱۶×۵}$ بحسب التفریق بلکه $\frac{۱}{۲} = \frac{۲}{۱×۲×۳} + \frac{۲}{۲×۳×۴} + \frac{۲}{۳×۴×۵} + \frac{۲}{۴×۵×۶}$
وغیره وازین سبب $\frac{۱}{۲} ÷ ۲ = \frac{۱}{۱×۲×۳} + \frac{۱}{۲×۳×۴} + \frac{۱}{۳×۴×۵}$ وغیره که جمع غیر معین
است وچون $\frac{۱}{۲} ÷ ۲ = \frac{۱}{۴}$) ازین سبب $\frac{۱}{۱×۲×۳} + \frac{۱}{۲×۳×۴} + \frac{۱}{۳×۴×۵}$ وغیره $= \frac{۱}{۴} =$
مجموع مطلوب ∴ سؤال دوازدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا تا عدهٔ ن) $\frac{۱}{۱×۲×۳} +$
$\frac{۱}{۲×۳×۴} + \frac{۱}{۳×۴×۵} + \frac{۱}{۴×۵×۶}$ وغیره ∴ جواب فرض کردم $ر = \frac{۱}{۱×۲} + \frac{۱}{۲×۳} +$
$\frac{۱}{۳×۴} + \frac{۱}{۴×۵}$ وغیره تا $\frac{۱}{ن×(ن+۱)}$ پس $ر - \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲×۳} + \frac{۱}{۳×۴} + \frac{۱}{۴×۵}$ تا $\frac{۱}{ن×(ن+۱)}$
بحسب الاستثنا دریصورت $ر - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{(ن+۱)×(ن+۲)} = \frac{۱}{۲×۳} + \frac{۱}{۳×۴} + \frac{۱}{۴×۵} +$
$\frac{۱}{۵×۶}$ وغیره تا $\frac{۱}{(ن+۱)×(ن+۲)}$ ازین سبب $\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{(ن+۱)×(ن+۲)} = \frac{۲}{۱×۲×۳}$
$+ \frac{۲}{۲×۳×۴} + \frac{۲}{۳×۴×۵}$ وغیره تا عدهٔ ن بحسب التفریق وهرگاه $\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲(ن+۱)×(ن+۲)}$
$= \frac{۱}{۱×۲×۳} + \frac{۱}{۲×۳×۴} + \frac{۱}{۳×۴×۵}$ وغیره تا عدهٔ ن بحسب القسمة پس ضرورة
$\frac{۱}{۱×۲×۳} + \frac{۱}{۲×۳×۴} + \frac{۱}{۳×۴×۵}$ وغیره تا عدهٔ $ن = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲(ن+۱)×(ن+۲)} =$

مجموع مطلوب ❁ سؤال سیزدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا بعدة غیرمعین $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ $-\frac{1}{16}$ وغیره ∴ جواب فرض کردم $ک=\frac{1}{2}$ و سه اعني مجموع $=\frac{ر}{1+ک}$ پس اینجا $\frac{ر}{1+ک}=ک-ک^{2}+ک^{3}-ک^{4}+ک^{5}$ وغیره درینصورت $ر=(1+ک)\times$ $(ک-ک^{2}+ک^{3}-ک^{4})$ وغیره پس بحسب الضرب بدینصورت شد

$ک-ک^{2}+ک^{3}-ک^{4}+ک^{5}$ وغیره مضروب

$1+ک$ مضروب فیه

$ک-ک^{2}+ک^{3}-ک^{4}+ک^{5}$ وغیره

$+ک^{2}-ک^{3}+ک^{4}-ک^{5}+ک^{6}$ وغیره

وازین سبب $ر=ک$ پس $ک-ک^{2}+ک^{3}-ک^{4}-ک^{5}+ک^{6}$ وغیره $=\frac{ک}{1+ک}$ باکه $\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{16}$ وغیره $=\frac{1}{2}\div(1+\frac{1}{2})=\frac{1}{3}=$ مجموع مطلوب واین ضعیف میگوید که ازین قاعده ظاهرمی شود که اگر بخواهند عدة معینه فرض کرده جمع این سلسلهٔ متعین نمایند درینصورت رقم اخیر از دو حال خالي نیست مثبت خواهد افتاد خواه منفي اگر عدة معینهٔ اخیره مثبت باشد پس مجموع $=\frac{ک+ک^{ن+1}}{1+ک}$ واگر عدة اخیرمنفي باشد پس مجموع $=\frac{ک-ک^{ن+1}}{1+ک}$ خواهد بود ❁ سؤال چهاردهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا بعدة غیرمعین $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}$ $+\frac{5}{32}$ ∴ جواب فرض کردم $ک=\frac{1}{2}$ و سه $=\frac{ر}{(1-ک)^{2}}$ پس $\frac{ر}{(1-ک)^{2}}=ک+$ $2ک^{2}+3ک^{3}+4ک^{4}+5ک^{5}$ وغیره درینصورت $ر=(1-ک)^{2}\times(ک+2ک^{2}+3ک^{3}+$ $4ک^{4}+5ک^{5}$ وغیره) پس بحسب الضرب بدینصورت شد

$ک+2ک^{2}+3ک^{3}+4ک^{4}+5ک^{5}$ وغیره مضروب

$1-2ک+ک^{2}$ مضروب فیه

$ک-6ک^{6}+5ک^{7}$ حاصل ضرب

ازین سبب $\text{ک} = \text{ر}$ بلکه $\text{ک} + ۲\text{ک}^{۲} + ۳\text{ک}^{۳} + ۴\text{ک}^{۴}$ وغیره $= \frac{\text{ک}}{(۱-\text{ک})^{۲}}$ بلکه $\frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۴} + \frac{۳}{۸} + \frac{۴}{۱۶}$ وغیره $= \frac{\frac{۱}{۲}}{(۱-\frac{۱}{۲})^{۲}} = ۲ =$ مجموع مطلوب ٭٭ سؤال پانزدهم بهم رسان مجموع سلسلهٔ هذا بعدة غیر معین $\frac{۱}{۳} + \frac{۴}{۹} + \frac{۹}{۲۷} + \frac{۱۶}{۸۱}$ وغیره ٭ جواب فرض کردم $\text{ک} = \frac{۱}{۳}$ و $\frac{\text{ر}}{(۱-\text{ک})^{۳}} = \text{ک} + ۴\text{ک}^{۲} + ۹\text{ک}^{۳} + ۱۶\text{ک}^{۴}$ وغیره پس $\text{ر} = (۱-\text{ک})^{۳} \times (\text{ک} + ۴\text{ک}^{۲} + ۹\text{ک}^{۳} + ۱۶\text{ک}^{۴}$ وغیره$) = \text{ک} + \text{ک}^{۲}$ ازین سبب $\text{ک} + \text{ک}^{۲} = \text{ر}$ پس ضرورة $\text{ک} + ۴\text{ک}^{۲} + ۹\text{ک}^{۳} + ۱۶\text{ک}^{۴}$ وغیره $= \text{ک} \times \frac{(۱+\text{ک})}{(۱-\text{ک})^{۳}}$ بلکه $\frac{۱}{۳} + \frac{۴}{۹} + \frac{۹}{۲۷} + \frac{۱۶}{۸۱}$ وغیره

$$= \frac{۱}{۳} \times \frac{(۱+\frac{۱}{۳})}{(۱-\frac{۱}{۳})^{۳}} = ۱ + \frac{۱}{۲} = \text{مجموع مطلوب} ٭$$

فائده باید دانست که استخراج این طریق اکثر استادان این فن ایجاد کرده اند وابتدای آن از ارشمیدس حکیم است وبعد ازان دیگران بموجب تفصیل ذیل استخراج کردند [اربیس] [دالمبرت] [بارو] [برجس] [انجلس] [دانیل] [جان برنولي] [جدس برنولي] [فارمت] [دیسکرتیس] [کلبوبت] [کندریت] [کرتیس] وغیره ٭

مطلب شانزدهم در [لگارثم] بدانکه [لگارثم]

عدد منزل را گویند که از روی مجموع یا تفاضل عددین منزلین مضلعین حاصل میشود وآن مساوی عدد منزل مسطح مضلعین یا خارج قسمت مضلعین مذکورین میباشد وتوضیحش اینست که سلسلهٔ اعداد علی نظم طبیعی عدد منزل سلسلهٔ هندسي است که ابتدا از واحد باشد

مثل
۰	۱	۲	۳	۴	وغیره ٭
۱	۲	۴	۸	۱۶	وغیره ٭

خواه
۰	۱	۲	۳	۴	وغیره ٭
۱	۳	۹	۲۷	۸۱	وغیره ٭

خواه
۰	۱	۲	۳	۴	وغیره ٭
۱	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰۰	وغیره ٭

چرا که سلسلهٔ هندسي سلسلهٔ مضلعات عددی است که ابتدا از واحد باشد و سلسلهٔ عددی سلسلهٔ عدد منزل مضلعات است ابتدا از صفر وازانجا ظاهر می شود که سلسلهٔ عدد منزل

هندسي اعداد غیرمتناهي مساوي سلسلهٔ عددی که علی نظم طبیعي است می شود چنانکه درین امثله اول سلسلهٔ هندسی تضعیف است که مشتمل مضاعفات عدد دو است وسلسلهٔ دوم مشتمل مضاعفات عدد سه وسوم مشتمل مضاعفات عدد ده پس هرگاه عدد رقم دوم که محاذی واحد از سلسلهٔ عددی افتاده تغیر یابد بهمان نسبت تمام سلسلهٔ هندسي تغیرخواهد یافت ونیز ظاهر است که هرگاه بموجب خاصهٔ این سلسله عددین منزلین را جمع نمایند مجموع مساوی عدد منزل حاصل الضرب عددین سلسلهٔ هندسي که محاذی عددین منزلین مذکورین است خواهد بود مثل مجموع دو وسه که پنج است مساوی عدد منزل مسطح ۴×۸ که ۳۲ باشد می شود وهمچنین اگر یک عدد منزل را از عدد منزل دیگر نقصان کنند باقي مساوی عدد منزل خارج قسمت عددین هندسیین که محاذی آن هر دو بود خواهد بود * مثلاً چهار را از شش ساقط کنند باقي دو می ماند وآن مساوي عددمنزل خارج قسمت $\frac{64}{16}$ است ونیز هرگاه عددی را از سلسلهٔ عددی در عددی دیگر از همان سلسله ضرب سازند پس هر عدد از سلسلهٔ هندسي که محاذي عدد حاصل ضرب باشد مساوي مضلع عددي در سلسلهٔ هندسي که محاذي احدالمضروبین است خواهد بود که عدد منزل آن مضلع مساوی مضروب آخر باشد * مثلاً دو را در سه اگر ضرب کنند حاصل ضرب شش در سلسلهٔ عددی محاذی شصت و چهار می شود وآن مساوی مضلع سوم عدد چهار است خواه مضلع دوم عدد هشت وهمچنین اگر کدام عدد منزل را که عبارت از عدد سلسلهٔ عددی است بر عدد منزل دیگر قسمت کنند پس عددی که در سلسلهٔ هندسي محاذي عدد خارج قسمت خواهد بود مساوی ضلع اول عدد محاذی مقسوم بلحاظ مقسوم علیه خواهد شد * مثلاً عدد منزل شصت وچهار را که شش است برد وقسمت کنند خارج سه خواهد بود پس عدد هشت که محاذي خارج قسمت در سلسلهٔ هندسي است مساوي ضلع اول شصت وچهار که محاذی مقسوم است بلحاظ مقسوم علیه یعنی دو می شود اعنی ضلع مجذور شصت وچهار مساوی هشت است چراکه عدد دو دال بر منزل مجذور است بدانکه سلسلهٔ اعشاریه که در صدر مرقوم گردیده برای اعمال (لگارثم) که بعد ازین مذکور می شود نهایت مناسب است ودر کسور اعشاریه برای تعیین مخرج اصفار بقدر فصل عدهٔ مخرج بر عدهٔ کسر در یسار صورت می نویسند * مثلاً یک عشر بدینصورت ۰۱

وچهارصدم ۰۰۴ ودوازده صدم ۰۰۱۲ وهکذا وچون معلوم شد که درنقشهٔ (لگارتم) صفر عدد منزل واحد است وعدد منزل ده واحد وعدد منزل یک صد دو وعدد منزل یک هزار سه است پس باید دانست که سلسلهٔ نزولی همچنین — ۱ عدد منزل یک عشر و — ۲ عدد منزل یک صدم و — ۳ عدد منزل یک هزارم وهکذا خواهد بود وبسبب این اعداد متوالیه عدد منزل بعضی اعداد که درمیان واحد وده واقع اند ضرورة صفر وبعضی کسور خواهد بود وهمچنین عدد منزل اعداد مابین ده وصد واحد وبعضی کسور خواهد بود وهمچنین بعد ازان وهرگاه این اعداد (لگارتم) صحیح بهم رسند آنرا (انڈیکس) اعنی عدد منزل گویند والا (لگارتم) اعنی کسور عدد منزل واکثر اوقات کسر را برای سهل عمل فروگذاشت می کنند وباید دانست که هرگاه کدام عدد منزل را بر عدد منزل دیگر قسمت کنم بحیثیتیکه خارج قسمت صحیح نباشد بلکه کسر خواه صحیح مع الکسر شود پس عدد محاذی آن خارج قسمت در سلسلهٔ هندسی ضرورة ضلع اول مضلع که عدد منزل آن مقسوم باشد بلحاظ عدد منزل مقسوم علیه خواهد بود وهرگاه آن مضلع بلحاظ مقسوم علیه اصم باشد ضلع اول آن صحیح نخواهد شد بلکه اقرب التقریبی خواهد برامد درینصورت (لگارتم) اعداد متوالیه علی نظم طبیعی ممکن نیست که تحقیقا بهم رسد زیرا که اعداد متوالیه علی نظم طبیعی را در سلسلهٔ هندسی معین درآوردن دشوار وغیر ممکن است مگر بغور وتامل بسیار وبعض حیلهٔ (لگارتم) بعض اعداد معین تقریبا میتوانند برامد وآن حیله این است که مثلا عموما کسری غیر معین صغیر را) ک فرض کنم ویک سلسلهٔ هندسی شروع از واحد نمایم بدینصورت ۱ + (۱ + ک)^{۱} + (۱ + ک)^{۲} + (۱ + ک)^{۳} + (۱ + ک)^{۴} وغیره ومراد از غیر معین آن است که هرجا کسور بگر غیر اولی خواهد بود

چنانکه درین سلسله $\frac{۰}{۱}$ $\frac{۱}{۱۰}$ $\frac{۲}{۱۰۰}$ $\frac{۳}{۱۰۰۰}$ $\frac{۴}{۱۰۰۰۰}$ وغیره اگر واحد را که عدد منزل ده است

برچهار قسمت کنم پس خارج قسمت که یک ربع است عدد منزل جذر الجذر ده خواهد بود وآن یک صحیح وکسر است درینصورت عدد ده در مرتبهٔ مال مال خواهد افتاد ومقدار ک کسری معین خواهد بود وهمچنین اگر واحد را بر دو قسمت کنم پس خارج که نصف است عدد منزل جذر ده خواهد بود که آن صحیح وکسری است درینصورت ده در مرتبهٔ مال

خواهد افتاد ومقدار) ک کسری دیگر غیر اولی خواهد بود وهمچنین اگر یک ربع ویک نصف را جمع کنم پس سه ربع عدد منزل مسطح جذر الجذر ده فی جذر ده خواهد بود پس بطریقهای مذکور اعداد کسر خارج کنم ضرورة بعضی ارقام سلسلهٔ ک که کسر غیر معین است قریب با اعداد طبیعی که بعضی زائد وبعضی ناقص باشد خواهد افتاد درینصورت هرگاه بجای ارقام سلسلهٔ ک که کسر غیر معین وقریب با اعداد طبیعی است آن اعداد طبیعی رابنهم سلسلهٔ عددی تقریبا مبدل بسلسلهٔ هندسی خواهد بود بالترتیب که موسوم بغیر معین است پس (لگارثم) جمیع اعداد طبیعی درست میتواند شد لیکن چون سلسلهٔ اعداد طبیعی بالذات سلسلهٔ هندسی نیست الا تقریبا پس (لگارثم) آنهم تقریبی خواهد شد که از تحقیقی قدری تفاوت باشد وظاهر است که تا آن کسر غیر معین متعین نشود درستی (لگارثم) تحقیقی نمی تواند شد پس ضرور است که یک کسر معین تقریبی درسلسلهٔ $۱ + (۱ + ک)^{۱} + (۱ + ک)^{۲}$ وغیره درست کرده شود که هرگاه آنرا با اعداد طبیعی وصل کنند خواه تفاضل بگیرند (لگارثم) تحقیقی حاصل شود چراکه آن کسر اصغر که ک است قریب کنندهٔ تقریبی است وچون عدد مرکب ازان که ۱ + ک باشد زائد از ک است لهذا ضرور شدکه (لگارثم) بعضی اعداد معین که قریب با اعداد طبیعی است واسطه گردد که ازان بطریق ضرب وقسمت مذکورهٔ صدر مقدار) ک حاصل گردد وازین طریق معلوم می شود که ممکن است پیدا شدن (لگارثم) همهٔ اعداد طبیعی ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیره بسبب تعین همان کسر صغیرهٔ ک وساختن سلسلهٔ آن مثل $۱ + (۱ + ک)^{۱}$ وغیره وگرفتن اعداد طبیعی مقابلهٔ الفاظ آن سلسله وعدد منزل آنها از (لگارثم) تقریبا واگرچه درین طریق ساختن (لگارثم) مقابل هریک اعداد ودرجهٔ درست عمل کثیر می باید ونهایت محنت ودقت طلب بلکه غیر ممکن است لیکن موجدان این فن شریف این تمهید را که مشتمل بر اصول اعداد منزل سلسلهٔ هندسی ومعرفت وخواص آن سلسله است بیان کرده اند لیکن اگر موافق این نقشه عمل نمایند بلاشبهه (لگارثمش) اعداد بهم می تواند رسید مخترع (لگارثم) بلا شبههٔ حقیقیه (لارد نیپر) امیر الامرای مقام (مارجسترا سکات لند) است وبالتحقیق معلوم شده که نهایت بکار آمد وبسیار خوب ایجاد شده است درزمانهٔ متأخر واین نقشهٔ اعداد اول بسبب لارد موصوف درمقام (اڈن برا) بسال ۱۶۱۴ عیسوی دریک نسخهٔ مسمی به (کنین منسیکم

لگارثموم) چهاپه شده بود وچون معلوم شد که بسیار مفید است وبسعي بسيار چنانک باید واضح شده است لهذا في الفور جميع فضلاي يورپ آنرا گرفتند و (مستر هنري برجس) ازقوم (سیوان) که مدرس علم هندسه در شهر (آکسفرڈ) بود هرگاه خبر آن شنید برای ملاقات آن مخترع شریف ازملک خود برامده نزد او رفت وآن هردو في الفور بالاتفاق متعهد این امر دشوار شدند که یک نقشهٔ نو درین مطلب درست سازند که ازنقشهٔ اولی مختصر وحسب دلخواه شود لیکن (لاردني پر) پیش ازتمام نقشهٔ نو فوت کرد وهمه بار آن بر (مستر برجس) افتاد واو به محنت عجیب وعلم کثیر آن نقشه و (کنبن) را درست ساخت وبموجب همان نقشهٔ نو برای همه اعداد ازواحد تا ۲۰۰۰۰ واز ۹۰۰۰۰ تا ۱۰۱۰۰۰ تا چهارده منزل درست نمود وبمقام لندن درسنه ۱۶۲۴ دریک رسالهٔ مسمی (ارتهمتکا لگارثمکا) مع احکام حاصل ساختن اعداد مابین هزارها درست کرده چهاپه نمود وهمان (کنبن) اعنی رسالهٔ بارد یگر دو ملک (هالي لانڈ) بمقام (ادرین) و (لکپ) درسال ۱۶۲۸ عیسوي چهاپه شده مع (لگارثم) کسورتا منزل دهم که (مستر برجس) فروگذاشته بود لیکن حساب آن مثل حساب (لگارثم) صحاح که (مستر برجس) نوشته بود تقریبا وبعد ازان (لگارثم) بااعداد صحیح طبیعي تقریبا براورده تا منزل پانزدهم براورده شد مطابق حساب سابق واین حساب را با حساب سابق یکجا نموده (مستر هنري گیلي برانڈ) بعد فوت (مستر برجس) درسنه ۱۶۳۳ چهاپه نموده موسوم (بیرک موهتریانیس) گردانید وبعد ازان (مستر والف) که بسیار ریاضي دان بود (لگارثم) هریک عشر را حساب کرده بود لیکن به سبب فوت او که جوان فوت نموده مشهور نشد وچون درحساب دیگر اعداد که سابق حساب آن نشده اکثر غلطي میشد لهذا (مستر کارتن) قواعد حساب همه اعداد که (لگارثم) تا هرجا که بخواهند حاصل سازند مقرر نموده درسنه ۱۷۴۲ چهاپه نموده *

مسئله دربهم رسانیدن (لگارثم) بعضی اعداد طبیعي مثل ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیره مطابق قاعدهٔ (لاردني پر) *

قاعده اول سلسلهٔ هندسي ۱ و ۱۰ و ۱۰۰ و ۱۰۰۰ وغیره فرض کنند ومطابق آن برای (لگارثم) سلسلهٔ عددی بنویسند ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وغیره بعد ازان عدد وسط هندسي بهم رسانند مابین ۱ و ۱۰ وخراه مابین ۱۰ و ۱۰۰ وغیره (ولگارثم) آن حاصل کنند چنانکه ازمثال معلوم

گردد وبعد ازان ازان وسط وسط دیگر حاصل کنند وهمچنین بعد ازان تاآنکه وسط اخیر حاصل گردد
وبعد ازان اگر آن وسط اخیر بحسب مطلوب نباشد ازان وسط ووسط ماقبل او وسط نو حاصل کنند حتی
که مطابق عدد مطلوب شود مثال (لگارثم) عدد نه بهم رسان ؛ جواب چون اعداد یکه عدد
نه درمیان آن واقع شده ۱ و ۱۰ است و (لگارثم) ۱ صفر است و (لگارثم) ۱۰ واحد
است لهذا) (۰+۱)/۲ = ۰٫۵) این وسط عددی است وهمچنین √(۱×۱۰) = √۱۰ = ۳٫۰۱۶۲۲۷۷۷
= وسط هندسی هرگاه (لگارثم) ۳٫۰۱۶۲۲۷۷۷ هست ۰٫۵ پس ازین وسط دوم مابین
(لگارثم) ۱۰ حاصل ساختم بدینصورت (۱+۰٫۵)/۲ = ۰٫۷۵ = وسط عددی وهمچنین
√(۱۰×۳٫۰۱۶۲۲۷۷۷) = ۵٫۰۶۲۳۴۱۳۲ = وسط هندسی وهرگاه (لگارثم) ٤٫۰۶۲۳۴۱۳۲
هست ۰٫۷۵ پس وسط سوم بدینصورت شد (۱+۰٫۷۵)/۲ = ۰٫۸۷۵ = وسط عددی وهمچنین
√(۱۰×۵٫۰۶۲۳۴۱۳۲) = ۷٫۰۴۹۸۹۴۲۱ = وسط هندسی وهرگاه (لگارثم)
۷٫۰۴۹۸۹۴۲۱ هست ۰٫۸۷۵ ودرینصورت وسط چهارم (۱+۰٫۸۷۵)/۲ = ۰٫۹۳۷۵ =
وسط عددی وهمچنین √(۱۰×۷٫۰۴۹۸۹۴۲۱) = ۸٫۰۶۵۹۶۴۳۲ = وسط هندسی
ودرینصورت وسط پنجم (۱+۰٫۹۳۷۵)/۲ = ۰٫۹۶۸۷۵ = وسط عددی وهمچنین
√(۱۰×۸٫۰۶۵۹۶۴۳۲) = ۹٫۰۳۰۸۷۲۰۴ = وسط هندسی وچون وسط پنجمین زائد
از نه شد لهذا ازوسط چهارمین وپنجمین وسط ششمین حاصل کردم بدینصورت
(۰٫۹۳۷۵ + ۰٫۹۶۸۷۵)/۲ = ۰٫۹۵۳۱۲۵ = وسط عددی وهمچنین
√(۸٫۰۶۵۹۶۴۳۲×۹٫۰۳۰۸۷۲۰۴) = ۸٫۹۷۶۸۷۱۳ = وسط هندسی وهرگاه (لگارثم)
۸٫۰۹۷۶۸۷۱۳ هست ۰٫۹۵۳۱۲۵ پس اگر همچنین استخراج وسائط دیگر نمایم در وسط
بیست وپنجم (لگارثم) ۸٫۹۹۹۹۹۸ خواهد بود ۰٫۹۵۴۲۴۲۵ وآنرا (لگارثم) برای
نه مقرر کرده خواهد شد چرا که تفاوت صرف ۱/۵۰۰۰۰۰۰ گردید واین کسر بسیار قلیل
است فافهم *

فائده باید دانست که صاحب کتاب مسائل چند برای استخراج (لگارثم) و دیگر ترکیبات بیان نموده لیکن چون منحصر بر دانستن دیگر کتاب ها که نام آنها در احوال موجدان در صدر بیان کرده شده است بود و آن کتب درینجا یافته نشد لهذا نوشتن آن مسائل عبث معلوم گردید بنابران بهمین قدر اکتفا نموده ختم کردم *

مطلب هفدهم در حل سؤالات بطریق جبر و مقابلهٔ انگریزی که تفضل حسین خان مرحوم بعربي ترجمه کرده بودند از ان چند سؤالات که ترکیب آن مشکل بود درینجا ثبت افتاد *

سؤال اول شخصي ۵۵۰ درهم ترکه گذاشت و وصیت کرد برای چهار شخص مثل زید و عمرو و بکر و خالد بدینصورت که یک حصه زید و دو حصه عمرو سه حصه بکر و پنج حصه خالد ٭ جواب مقدار یک حصه را م فرض کردم و مجموع حصص یازده شدند پس ۱۱م = ۵۵۰ فبالضرورة م = ۵۵۰/۱۱ = ۵۰ ٭٭ سؤال دوم می خواهم که عدد ۹۲ را چهار حصه کنم بشرطیکه حصهٔ اول از دوم بقدر ۱۰ زائد باشد و از سوم بقدر ۱۸ و از چهارم بقدر ۲۴ زائد بود ٭ جواب حصهٔ اول را = م فرض کردم پس حصهٔ دوم = م − ۱۰ و حصهٔ سوم = م − ۱۸ تقریبا حصهٔ چهارم = م − ۲۴ گردید و مجموع هر چهار ۴م − ۵۲ = ۹۲ شد بحسب السؤال مطابق بالضرورة ۴م = ۱۴۴ بلکه م = ۱۴۴/۴ = ۳۶ گردید ٭٭ سؤال سوم مبلغی ۱۴۳ درمیان پنج اشخاص منقسم گردید بحیثیتکه حصهٔ ثاني از حصهٔ اول بقدر ۱۰ کم است و حصهٔ ثالث از حصهٔ ثاني بقدر ۱۶ زیاده است و حصهٔ رابع از حصهٔ ثالث بقدر ۵ کم است و حصهٔ خامس از حصهٔ رابع بقدر ۱۵ زیاده است و نیز حصهٔ خامس مساوي مجموع حصهٔ اول و دوم است پس مقدار مجهول و مقدار حصص هر یک چه باشد ٭ جواب حصهٔ اول را م فرض کردم پس حصهٔ ثاني م − ۱۰ باشد و حصهٔ ثالث م + ۶ و حصهٔ رابع م + ۱ و حصهٔ خامس م + ۱۶ گردید بحسب السؤال چون حصهٔ خامس مساوي مجموع حصهٔ اول و دوم است درینصورت م + ۱۶ = ۲م − ۱۰ بلکه ۱۶ = م − ۱۰ بلکه ۲۶ = م که حصهٔ اول است درینصورت حصهٔ ثاني ۱۶ و حصهٔ ثالث ۳۲ و حصهٔ رابع ۲۷ و حصهٔ خامس ۴۲ و مجموع مبلغ ۱۴۳ گردید ٭٭ سؤال چهارم می خواهم که ۷۵ را منقسم بدو قسم سازم بشرطیکه سه امثال قسم اعظم از هفت امثال قسم اصغر بقدر ۱۵ زیاده باشد ٭

جواب قسم اعظم را م فرض کردم پس اصغر ٧٥ − م باشد پس ٣م − ١٥ = ٥٢٥ − ٧م
شد بحسب السؤال بلکه ١٠م = ٥٤٠ شد پس بالضرورة م = ٥٤٠/١٠ = ٥٤ وآن مقدار
اعظم است پس مقدار اصغر ٢١ برامد ❊ سؤال پنجم می خواهم که عدد ٦٠ را بدو قسم منقسم
کنم بحیثیتیکه تفاضل مابین قسم اعظم وعدد ٦٤ مساوي ضعف تفاضل مابین اصغر و ٣٨ باشد ❊
جواب اعظم را م فرض کردم پس اصغر ٦٠ − م شد وتفاضل اعظم علی ٦٤ = ٦٤ − م
وتفاضل اصغر علی ٣٨ = ٣٨ − ٦٠ + م بلکه = م − ٢٢ درینصورت ٦٤ − م = ٢م − ٤٤
پس ١٠٨ = ٣م بلکه م = ٣٦ = اعظم درینصورت اصغر = ٢٤ ❊ سؤال ششم
شخصی ازپدر خود سؤال کرد که عمر من چند سال است پدرش گفت که چهار سال
قبل ازین ١/٤ عمر من بود والحال عمر تو ١/٣ عمر من است پس عمر هردو چه قدر باشد ❊
جواب عمر پسر را م فرض کردم پس عمر پدرش ٣م وقبل چهار سال عمر پسر م − ٤
بود وعمر پدرش ٣م − ٤ درینصورت ٤م − ١٦ = ٣م − ٤ بحسب السؤال بلکه م = ١٢
= عمر پسر و ٣م = ٣٦ = عمر پدرش ❊ سؤال هفتم شخصی قسم اعلی ازجنس گندم راکه
قیمتش في وسق چهار دینار بود باقسم ادنی که قیمتش في وسق دو ونیم دینار بود باهم مخلوط کرد
ووزن مجموع هردو نود وسق شد وقیمتش في وسق سه دینار ویک سدس قرار یافت پس چند
وسق از اعلی وچند وسق از ادنی بود ❊ جواب وزن جنس اعلی را م فرض کردم پس
وزن جنس ادنی ٩٠ − م شد وقیمت جنس اعلی = ٤م وقیمت جنس ادنی = ٢٢٥ − ٢ ١/٢ م
ومجموع ١ ١/٢ م + ٢٢٥ = ٢٨٥ شد بحسب السؤال چراکه قیمت مجموع که نود است
في وسق سه دینار ویک سدس قرار یافته پس ٣م + ٤٥٠ = ٥٧٠ بلکه ٣م = ١٢٠
پس م = ٤٠ = وزن جنس اعلی پس ٥٠ = وزن جنس ادنی ❊ سؤال هشتم شخصی
یکی از اهل صنعت را برای چهل روز باجرت گرفت بدین شرط که هرروزیکه کار
خواهد کرد سه دینار ویک ثلث اجوره في یوم خواهد گرفت وهرروزیکه غیر حاضر خواهد شد
یک دینار ویک ثلث في یوم جرمانه خواهد بود وبعد اتمام چهل روز شصت وسه دینار
ویک ثلث باهل صنعت وصول شد پس چند روز کار کرد وچند روز غیر حاضر ماند ❊ جواب
ایام عمل را م فرض کردم پس ایام غیر حاضري ٤٠ − م شد ووجه اجرت ایام عمل ٣ ١/٣ م

وجرمانهٔ غیرحاضري ۵۳ $\frac{۱}{۳}$ — ۱ $\frac{۱}{۳}$ م شد پس ۳ $\frac{۱}{۳}$ م — ۵۳ $\frac{۲}{۳}$ + ۱ $\frac{۱}{۳}$ م = ۹۳ $\frac{۱}{۳}$ شد
بلکه ۴ $\frac{۲}{۳}$ م — ۵۳ $\frac{۱}{۳}$ = ۹۳ $\frac{۱}{۳}$ بلکه ۴ $\frac{۲}{۳}$ م = ۱۱۶ $\frac{۲}{۳}$ بلکه ۱۴ م = ۳۵۰ پس م = $\frac{۳۵۰}{۱۴}$
= ۲۵ = ایام عمل پس ۱۵ = ایام غیرحاضري ۞ سؤال نهم شخصی ۲۵۲ درهم
خیرات به فقراکرد بحیثیتیکه في کس از رجال را) ۱۲ درهم وفي کس از نساء را) ۶ درهم وفي کس از
اطفال را) ۳ درهم داد و عدد نساء دومثل عدد رجال الا ۲ بود وعدد اطفال سه مثل عدد
نساء الا ۴ بود پس چه قدر عدد جمیع فقرا وچه چه قدر حصهٔ رجال ونسوان واطفال بتفصیل رسید ؛
جواب عدد رجال را م فرض کردم پس عدد نساء ۲ م — ۲ شد وعدد اطفال که سه مثل
عدد نساء — ۴) اعني ۶ م — ۶ — ۴ بلکه ۶ م — ۱۰ گردید پس ۱۲ م + (۱۲ م — ۱۲) +
(۱۸ م — ۳۰) = ۲۵۲ شد بلکه ۴۲ م = ۲۹۴ بلکه م = $\frac{۲۹۴}{۴۲}$ = ۷ گردید که عدد رجال است وازین سبب
باقي جمع معلوم مي تواند گردید ۞ سؤال دهم عددي بهم رسان که کعب ثلث آن مساوي
مال مال ربع آن باشد ؛ جواب مجهول را م فرض کردم پس ثلث آن = $\frac{م}{۳}$ وکعب این
$\frac{م^{۳}}{۲۷}$ وهمچنین ربع آن = $\frac{م}{۴}$ ومال مال این $\frac{م^{۴}}{۲۵۶}$ پس $\frac{م^{۳}}{۲۷}$ = $\frac{م^{۴}}{۲۵۶}$ بحسب السؤال بلکه
۲۵۶ $م^{۳}$ = ۲۷ $م^{۴}$ بحسب الترفیع بلکه ۲۵۶ = ۲۷ م بحسب القسمة علی $م^{۳}$ پس م =
$\frac{۲۵۶}{۲۷}$ = ۹ $\frac{۱۳}{۲۷}$ ۞ سؤال یازدهم کدام دو عدد اند که نسبت اصغر بطرف اعظم مثل نسبت ۳
الی ۴) است ونسبت مجموع آنها بطرف مجموع مربعین آنها مثل نسبت ۷ بطرف ۵۰
است ؛ جواب اصغر را) ۳ م واکبر را) ۴ م فرض کردم پس مجموع آنها ۷ م شد چون
مربع اصغر ۹ $م^{۲}$ ومربع اکبر ۱۶ $م^{۲}$ ومجموع ۲۵ $م^{۲}$ پس نسبت ۷ م : ۲۵ $م^{۲}$ :: ۷ : ۵۰
ودرینصورت بحسب مساوات مسطح الطرفین بامسطح الوسطین ۳۵۰ م = ۱۷۵ $م^{۲}$ بلکه
۳۵۰ = ۱۷۵ م بحسب قسمت علی م بلکه م = $\frac{۳۵۰}{۱۷۵}$ = ۲ پس اصغر = ۶ واکبر = ۸ ۞
سؤال دوازدهم کدام دو عدد اند که نسبت اصغر بطرف اعظم مثل نسبت ۷ بطرف ۹) است
ومربع مجموع آن دو مساوي بمکعب تفاضل آن هردو است ؛ جواب اصغر را) ۷ م واکبر را
۹ م فرض کردم پس تفاضل بینهما ۲ م شد ومجموع آنها ۱۶ م ومربع آن ۲۵۶ $م^{۲}$ است
ومکعب تفاضل ۸ $م^{۳}$ پس ۲۵۶ $م^{۲}$ = ۸ $م^{۳}$ شد بحسب السؤال بلکه ۲۵۶ = ۸ م گردید بحسب

قسمت علی م² بلکه م = ٢٥٦/٨ = ٣٢ شد پس اصغر = ٢٢٤ واکبر = ٢٨٨ گردید ❊

سؤال سیزدهم میخواهم که عدد ١٠٠ را دو قسم کنم بشرطیکه تفاضل بین مربعین هردو ١٠٠٠ باشد ❊ جواب اکبر را) م فرض کردم پس اصغر = ١٠٠ ــ م شد ومربع اکبر م² ومربع اصغر ١٠٠٠٠ ــ ٢٠٠ م + م² گردید وتفاضل بینهما ٢٠٠ م ــ ١٠٠٠٠ = ١٠٠٠ شد بحسب السؤال بلکه ١١٠٠٠ = ٢٠٠ م فبالضرورة م = ١١٠٠٠/٢٠٠ = ٥٥ = اکبر پس ٤٥ = اصغر ❊

سؤال چهاردهم زید وعمرو پانصد روپیه را تجارت کردند ویک صد وشصت روپیه انتفاع شد وهرگاه انتفاع را باهم تقسیم کردند حصهٔ زید از حصهٔ عمرو بقدر سی ودو روپیه زائد گردید پس مال زید ومال عمرو بالتفریق چه قدر باشد ❊ جواب مال زید را م فرض کردم پس مال عمرو = ٥٠٠ ــ م شد درینصورت انتفاع حصهٔ زید = ١٦٠م/٥٠٠ = ١٦م/٥٠ وانتفاع حصهٔ عمرو = ١٦٠ ــ ١٦م/٥٠ زیراکه نسبت مال زید اعنی م بطرف انتفاع زید مثل نسبت ٥٠٠ الی ١٦٠) است پس مسطح الطرفین را هرگاه بروسط معلوم قسمت کردم خارج مقدار انتفاع زید شد وعلی هذا انتفاع عمرو درینصورت ١٦م/٥٠ ــ ٣٢ = ١٦٠ ــ ١٦م/٥٠ بلکه ٣٢م/٥٠ = ١٩٢ بلکه ٣٢م = ٩٦٠٠ بلکه م = ٩٦٠٠/٣٢ = ٣٠٠ = مال زید پس ٢٠٠ = مال عمرو ❊ سؤال پانزدهم مبلغی درمیان زید وعمرو قسمت یافته بطوریکه نسبت حصهٔ زید بطرف حصهٔ عمرو مثل نسبت پنج بطرف سه است ونیز حصهٔ زید از پنج تسع مجموع مبلغ بقدر پنجاه روپیه زائد است پس حصهٔ هریک ومقدار مجموع مبلغ چه باشد ❊ جواب حصهٔ زید را) ٥م فرض کردم وحصهٔ عمرو را) ٣م پس مجموع = ٨م شد وپنج تسع آن ٤٠/٩ م است درینصورت ٥م = ٤٠/٩ م + ٥٠ بلکه ٤٥م = ٤٠م + ٤٥٠ بلکه ٥م = ٤٥٠ = حصهٔ زید درینصورت ٣م = ٢٧٠ = حصهٔ عمرو ومجموع = ٧٢٠ ❊

سؤال شانزدهم متروکهٔ شخصی درمیان چهار پسرانش تقسیم یافت بطوریکه حصهٔ اول یک نصف متروکه الا ٨٠٠ دینار وحصهٔ ثانی یک ربع متروکه و ١٢٠ دینار وحصهٔ ثالث نصف حصهٔ اول وحصهٔ رابع دو ثلث حصهٔ ثانی است پس مجموع چه باشد ❊ جواب مجموع را م فرض کردم پس حصهٔ اول = م/٢ ــ ٨٠٠ وحصهٔ دوم = م/٤ + ١٢٠ وحصهٔ سوم = م/٤

۴۰۰ ـ وحصهٔ چهارم = م/۶ + ۸۰ درینصورت م/۳ + م/۴ + م/۵ + م/۶ ـ ۱۲۰۰ + ۲۰۰ = م بلکه ۱/۶۰ م = م + ۱۰۰۰ بلکه م/۶۰ = ۱۰۰۰ پس م = ۶۰۰۰۰ = مجموع ترکه پس ۲۲۰۰۰ = حصهٔ اول و ۱۶۲۰۰ = حصهٔ ثانی و ۱۱۰۰۰ = حصهٔ ثالث و ۱۰۸۰۰ = حصهٔ رابع *

سؤال هفدهم شخصی پرسید که از وقت نصف النهار تا این وقت چند ساعت گذشته وجواب یافت که اگر ۳/۸ ساعات باقیه تا نصف اللیل را درچهار ضرب سازند واز حاصل ۱۲ ساعت نقصان کنند باقی ۴ ساعت الا نصف گذشته میماند * جواب ساعت گذشته را م فرض کردم پس باقی ۱۲ ـ م ماند و ۳/۸ آن (۳۶ ـ ۳م)/۸ است درینصورت (۱۴۴ ـ ۱۲م)/۸ ـ ۱۲ = ۴ ـ م/۲ شد بحسب السؤال بلکه ۱۴۴ ـ ۱۲م ـ ۹۶ = ۳۲ ـ ۴م بلکه ۱۴۴ = ۱۲۸ + ۸م بلکه ۱۶ = ۸م بلکه م = ۲ = ساعت گذشته و ۱۰ = ساعت باقی نصف اللیل *

سؤال هجدهم شخصی مبلغی برسود معین فی ماه از شخصی قرض گرفته ودرهشت ماه مجموع مبلغ اصل وسود ۲۹۷ ۳/۵ روپیه شد وبعد پانزده ماه مجموع اصل وسود ۳۰۶ گردید پس مقدار اصل ومقدار سود فی ماه چه باشد * جواب مبلغ اصل را م فرض کردم پس سود هشت ماه = ۲۹۷ ۳/۵ ـ م گردید وسود پانزده ماه = ۳۰۶ ـ م شد پس نسبت ۸) الی ۱۵ مثل نسبت ۲۹۷ ۳/۵ ـ م الی ۳۰۶ ـ م باشد وبالضرورة ۴۴۶۴ ـ ۱۵م = ۲۴۴۸ ـ ۸م گردید بلکه ۷م = ۲۰۱۶ بلکه م = ۲۰۱۶/۷ = ۲۸۸ = مجهول ونیز مقدار سود هشت ماه = ۹ ۳/۵ ومقدار سود ۱۵ ماه = ۱۸ گردید پس نسبت ۲۸۸×۱۵ بطرف ۱۸ مثل نسبت ۱۰۰×۱۲ که عدد ماههای سال است بطرف مجهول خواهد بود درینصورت اگر مسطح الوسطین را که (۲۱۶۰۰) است برطرف معلوم که (۴۳۲۰) است قسمت کنم خارج = ۲۱۶۰۰/۴۳۲۰ = ۵ = مقدار سود سالیانه فی صد گردید واگر ۱۸×۱۰۰ را مسطح وسطین مقرر سازم حاصل = ۵/۱۲ = مقدار سود ماهیانه فی صد شود *

سؤال نوزدهم ملاحی بالتجربه معلوم کرد که کشتی در وسط دریا باستعانت ملاح وقتی در ۱ ۱/۴ ساعت پنج میل میرود ودر کناره که قوت آب نصف قوت وسط است وهمچنان در وقت بازگشتن در یک ونیم ساعت پنج میل می رود پس مقدار جریان آب در وسط بیک ساعت چه مقدار باشد * جواب چون ظاهر است

که نسبت $\frac{3}{4}$ الی ۱) که مقدار ساعت است اعنی نسبت ۳) الی ۴
مثل نسبت ۵ که مقدار میل است الی مقدار سیر سفینه در وسط بیک ساعت خواهد بود
درینصورت $6\frac{2}{3}$ میل مقدار سیر بیک ساعت در وسط شد وهمچنین نسبت یک ونیم ساعت الی (۱
اعنی ۶) الی ۴ مثل نسبت ۵) الی مقدار سیر سفینه فی الساحل بیک ساعت است درینصورت
$3\frac{1}{3}$ میل مقدار سیر سفینه فی الساحل بیک ساعت گردید وهرگاه مقدار جریان آب
فی الوسط را که بیک ساعت واقع شود م فرض کنم درینصورت $6\frac{2}{3}$ میل − م
مقدار حرکت سفینه که دریک ساعت صرف باستعانت ملاح در وسط شود خواهد بود وهمچنین
$3\frac{1}{3} + \frac{م}{2}$ مقدار حرکت صرف باستعانت ملاح در ساحل بیک ساعت خواهد شد چراکه
در وقت رفتن چون حرکت مد وتحریک ملاح بیک جانب است درینصورت مقدار تحریک
ملاح بقدر فضل حرکت سفینه علی جریان آب خواهد بود و وقت معاودت حرکت مد مخالف
تحریک ملاح است پس تحریک ملاح بقدر مجموع حرکت سفینه و جریان آب خواهد شد
زیراکه هر قدر جریان آب سفینه را بجانب مخالف می کشد تحریک ملاح آنرا بازمی آرد
ولهذا) $6\frac{2}{3}$ میل − م = $3\frac{1}{3}$ میل + $\frac{م}{2}$ شد که هردو مقدار تحریک ملاح است
دریک ساعت بلکه $3\frac{1}{3}$ میل = $1\frac{1}{2}$ م شد بلکه ۳ م = $6\frac{2}{3}$ میل
بلکه ۹ م = ۲۰ میل گردید بلکه م = $2\frac{2}{9}$ میل شد ❊ سؤال بیستم میخواهم که عدد
۳۶ را منقسم بسه قسم سازم بشرطیکه نصف قسم اول وثلث قسم ثانی وربع قسم ثالث مساوی
یک دیگر باشد ❊ جواب قسم اول را) م فرض کردم پس قسم ثانی = $1\frac{1}{2}$ م شد و
قسم ثالث = ۲ م گردید ومجموع آن اعنی $4\frac{1}{2}$ م = ۳۶ شد بلکه ۹ م = ۷۲ بلکه
م = ۸ = قسم اول و ۱۲ = قسم ثانی و ۱۶ = قسم ثالث شد ❊ سؤال بیست ویکم
میخواهم که عدد ۹۰ را منقسم بچهار قسم سازم بشرطیکه اگر بر قسم اول ۵ بیفزایم واز
قسم ثانی چهار ساقط نمایم وقسم ثالث را درسه ضرب سازم وقسم رابع را تنصیف کنم حاصل
هریک متساوی باشد ❊ جواب قسم رابع را) م فرض کردم پس $\frac{م}{6}$ = قسم ثالث چراکه

نصف م مساوي سه امثال قسم ثالث است بحسب السؤال و $\frac{م}{۲}$ + ۴ = قسم ثاني و
$\frac{م}{۲}$ − ۵ = قسم اول شد و مجموع آن ۲ $\frac{۱}{۶}$ م − ۱ = ۹۰ بلكه ۱۳ م − ۶ = ۵۴۰ بلكه
۱۳ م = ۵۴۶ بلكه م = $\frac{۵۴۶}{۱۳}$ = ۴۲ = قسم رابع و ۷ = قسم ثالث و ۲۵ = قسم ثاني و ۱۶ =
قسم اول ۞ سؤال بيست ودوم راعي غنم اصناف متعددهٔ اغنام را بعوض $\frac{۱۵}{۴۰}$ ۳۳ دينار
فروخت بدينطور كه في غنم قسم اول $\frac{۱۹}{۴۰}$ و في غنم قسم ثاني $\frac{۱۱}{۲۰}$ و في غنم قسم
ثالث $\frac{۲۵}{۴۰}$ و حال آنكه مقدار قسم اول ثلث مجموع بود و مقدار ثاني ربع مجموع پس عدد
مجموع اقسام چه باشد ؛ جواب (مجموع اغنام را) م فرض كردم پس $\frac{م}{۳}$ × $\frac{۱۹}{۴۰}$ = $\frac{۱۹}{۱۲۰}$ م =
قيمت قسم اول و $\frac{م}{۴}$ × $\frac{۱۱}{۲۰}$ = $\frac{۱۱}{۸۰}$ م = قيمت قسم ثاني و $\frac{۵}{۱۲}$ م × $\frac{۲۵}{۴۰}$ = $\frac{۱۲۵}{۴۸۰}$ م = قيمت
قسم ثالث درينصورت $\frac{۷۶}{۴۸۰}$ م + $\frac{۶۶}{۴۸۰}$ م + $\frac{۱۲۵}{۴۸۰}$ م = ۳۳ $\frac{۱۵}{۴۰}$ دينار بلكه $\frac{۲۶۷}{۴۸۰}$ م
= $\frac{۱۵}{۴۰}$ ۳۳ دينار بلكه ۲۶۷ م = ۱۶۰۲۰ بلكه م = $\frac{۱۶۰۲۰}{۲۶۷}$ = ۶۰ ۞ سؤال
بيست وسوم شخصي پارچه از قسم خز خريد كرد بحساب في ذراع $\frac{۱}{۶}$ ۳ دينار و ثلث
مجموع را بقيمت في ذراع ۴ دينار فروخت و ربع مجموع بقيمت في ذراع $\frac{۲}{۳}$ ۳ دينار فروخت
وخمس مجموع را بقيمت في ذراع $\frac{۱}{۲}$ ۳ دينار فروخت و باقي را بقيمت في ذراع $\frac{۱}{۳}$ ۳ دينار
فروخت وانتفاع از بيع $\frac{۱}{۶}$ ۱۵ دينار حاصل شد پس پارچه مذكور چند ذراع بود ؛ جواب
عدد ذراع را) م فرض كردم پس قيمت خريد = $\frac{۱}{۶}$ ۳ م وچون مخرج مشترك ۶۰) است
درينصورت مقدار ذراع اول $\frac{۲۰}{۶۰}$ م و ذراع ثاني $\frac{۱۵}{۶۰}$ م و ذراع ثالث $\frac{۱۲}{۶۰}$ م و ذراع
رابع $\frac{۱۳}{۶۰}$ م گرديد پس قيمت اول $\frac{۲۰}{۶۰}$ م × ۴ = $\frac{۸۰}{۶۰}$ م و قيمت ثاني $\frac{۱۵}{۶۰}$ م × $\frac{۲}{۳}$ ۳
= $\frac{۵۵}{۶۰}$ م و قيمت ثالث $\frac{۱۲}{۶۰}$ م × $\frac{۱}{۲}$ ۳ = $\frac{۴۲}{۶۰}$ م و قيمت رابع $\frac{۱۳}{۶۰}$ م × $\frac{۱}{۳}$ ۳
= $\frac{۴۳\frac{۱}{۳} م}{۶۰}$ پس مجموع $\frac{۸۰ م + ۵۵ م + ۴۲ م + ۴۳\frac{۱}{۳} م}{۶۰}$ گرديد بلكه
$\frac{۲۲۰\frac{۱}{۳} م}{۶۰}$ − $\frac{۱}{۶}$ ۳ م = $\frac{۱}{۶}$ ۱۵ بلكه $\frac{۱}{۳}$ ۲۲۰ م − ۱۹۰ م = ۹۱۰ بلكه

۶۶۱ مر ــ ۵۷۰ مر = ۲۷۳۰ بلکه ۹۱ مر = ۲۷۳۰ بلکه مر = $\frac{۲۷۳۰}{۹۱}$ = ۳۰ = مجموع
ذراع خرید ٭ سؤال بیست وچهارم خماري دوقسم شراب را باهم مخلوط نمود که قیمت
قسم اول في رطل ۸ درهم وقیمت ثاني في رطل ۳ درهم بود ومجموع را بحساب في رطل
۹ درهم فروخت وانتفاع في صد ۳۰ درهم حاصل نمود پس چه قدر ازقسم اعلی وچه قدر
ازقسم ادنی ممزوج کرد ٭ جواب مقدارقسم اول را) مر ومقدارقسم ادنی را) ک فرض کردم
پس ۸ مر + ۳ ک مقدار اصل قیمت شد وقیمت فروخت ۹ مر + ۹ ک گردید بحسب
السؤال درینصورت ۹ مر + ۹ ک ــ ۸ مر ــ ۳ ک) = انتفاع بلکه مر + ۶ ک مقدار
انتفاع شد پس ۸ مر + ۳ ک : مر + ۶ ک :: ۱۰۰ : ۳۰ گردید بحسب السؤال ومسطح
الطرفین را معادل مسطح الوسطین کردم ۲۴۰ مر + ۹۰ ک = ۱۰۰ مر + ۶۰۰ ک
بلکه ۱۴۰ مر = ۵۱۰ ک بلکه ۱۴ مر = ۵۱ ک شد درینصورت ۵۱ = مر = قسم اول
و ۱۴ = ک = قسم ثاني ٭ سؤال بیست وپنجم کدام دو عدد اند که نسبت یکی بطرف
دیگری مثل نسبت ۴ بطرف ۵ باشد وهرگاه ازهر دو عدد دو عدد آخر را ساقط کنم که علی
نسبت ۶) الی ۷ باشد نسبت باقیین علی نسبت ۲) الی ۳ ومجموع آن هر دو باقیین ۲۰
شود ٭ جواب یکی را) ۴ مر وآخر را) ۵ مر فرض کردم وعدد آن مسقطه را) ۶ ک و ۷ ک
فرض کردم پس باقیین (۴ مر ــ ۶ ک) و (۵ مر ــ ۷ ک) ومجموع آن ۹ مر ــ ۱۳ ک = ۲۰ شد
بحسب السؤال وچون ۴ مر ــ ۶ ک : ۵ مر ــ ۷ ک :: ۲ : ۳) است درینصورت ۱۲ مر
ــ ۱۸ ک = ۱۰ مر ــ ۱۴ ک گردید بحسب مساوات مسطح الطرفین بامسطح الوسطین بلکه
۲ مر = ۴ ک شد بلکه مر = ۲ ک وچون ۹ مر ــ ۱۳ ک = ۲۰ بود ومقدار مر را تبدیل کردم
پس ۱۸ ک ــ ۱۳ ک = ۲۰ بلکه ۵ ک = ۲۰ بلکه ک = ۴ گردید و ۹ مر ــ ۵۲ = ۲۰ بلکه ۹ مر =
۷۲ بلکه مر = ۸ درینصورت عددان مفروضان ۳۲ و ۴۰ شد وعددان مسقطه ۲۴ و ۲۸
وعددین باقیین ۸ و ۱۲ حاصل شدند ٭ سؤال بیست وششم مزارعي ۳۰ وسق گندم
و ۴۰ وسق جو بعوض ۲۷۰ دینار فروخت وبار دیگر ۵۰ وسق گندم و ۳۰ وسق جو
بهمان نرخ بعوض ۳۴۰ دینار فروخت پس قیمت گندم في وسق وقیمت جو في وسق چه باشد ٭

قلط

جواب مقدار قیمت گندم في وسق را) م و مقدار قیمت جو في وسق را) ک فرض کردم پس ۳۰ م + ۴۰ ک = ۲۷۰ و همچنین ۵۰ م + ۳۰ ک = ۳۴۰ و هرگاه معادلهٔ اولی را در سه و معادلهٔ ثاني را در چهار ضرب کردم ۹۰ م + ۱۲۰ ک = ۸۱۰ و ۲۰۰ م + ۱۲۰ ک = ۱۳۶۰ گردید و هرگاه حاصل ضرب معادلهٔ اولی را از حاصل ضرب معادلهٔ ثاني ساقط کردم ۱۱۰ م = ۵۵۰ شد بلکه م = $\frac{۵۵۰}{۱۱۰}$ = ۵ = قیمت گندم في وسق شد و درینصورت ۴۰ ک + ۱۵۰ = ۲۷۰ شد بلکه ۴۰ ک = ۱۲۰ بلکه ک = $\frac{۱۲۰}{۴۰}$ = ۳ = قیمت جو في وسق گردید ٭

سؤال بیست و هفتم مزارعي با ۲۸ وسق جو که قیمت آن في وسق ۲ $\frac{۱}{۳}$ بود قدری از جنس رائي که قیمت آن في وسق ۳ دینار است و قدری از گندم که قیمت آن في وسق چهار دینار است مخلوط کرد و وزن مجموع یک صد وسق شد و قیمت مخلوط في وسق ۳ $\frac{۱}{۳}$ دینار قرار یافت پس چه قدر از جنس رائي و چه قدر از جنس گندم مخلوط نمود ٭ جواب عدد وسق رائي را) م و وسق گندم را) ک فرض کردم و چون جو ۲۸ وسق بود پس قیمت جو ۶۵ $\frac{۱}{۳}$ و قیمت رائي ۳ م و قیمت گندم ۴ ک شد و چون قیمت مجموع بحسب السؤال ۳۳۳ $\frac{۱}{۳}$) است پس ۳ م + ۴ ک + ۶۵ $\frac{۱}{۳}$ = ۳۳۳ $\frac{۱}{۳}$ شد بلکه ۳ م + ۴ ک = ۲۶۸ گردید و چون ۲۸ + م + ک = ۱۰۰ بحسب الوزن بلکه م + ک = ۷۲ بلکه ۴ م + ۴ ک = ۲۸۸ بحسب الضرب في چهار هرگاه معادلهٔ اولی را ازین معادله ساقط کردم م = ۲۰ = وسق رائي و درینصورت ک = ۵۲ = وسق گندم ٭

سؤال بیست و هشتم زید و عمرو و بکر در عملي معین از حرفهٔ ۴۰ دینار در شش روز اجرت یافتند و زید و بکر در همان عمل ۵۴ دینار در نه روز یافتند و عمرو و بکر بهمان عمل در پانزده روز ۸۰ دینار یافتند پس هریک علی الانفراد في یوم چه یافتند ٭ جواب مقدار یومیهٔ زید را) م و یومیهٔ عمرو را) ک و یومیهٔ بکر را) ط فرض کردم پس ۶ م + ۶ ک = ۴۰ و ۹ م + ۹ ط = ۵۴ و ۱۵ ک + ۱۵ ط = ۸۰ و بحسب القسمة م + ک = $\frac{۴۰}{۶}$ = ۶ $\frac{۲}{۳}$ و م + ط = $\frac{۵۴}{۹}$ = ۶ و ک + ط = $\frac{۸۰}{۱۵}$ = ۵ $\frac{۱}{۳}$ و بحسب التفریق م = ۶ $\frac{۲}{۳}$ − ک و م = ۶ − ط درینصورت ۶ $\frac{۲}{۳}$ − ک = ۶ − ط بلکه ط + $\frac{۲}{۳}$ = ک و چون ک + ط = ۵ $\frac{۱}{۳}$

ومقدار) ک را تبدیل کردم پس ۲ط + ۲/۳ = ۵ ۱/۳ بلکه ۶ط + ۲ = ۱۶ بلکه ط = ۱۴/۶ = ۲ ۱/۳
پس ک = ۳ و م = ۳ ۲/۳ * سؤال بیست ونهم کدام سه عدد اند که مجموع نصف اول وثلث
ثاني وربع ثالث ۶۲) است ومجموع ۱/۳) اول و ۱/۴ ثاني و ۱/۵ ثالث ۴۷ مي شود ومجموع
۱/۴) اول و ۱/۵ ثاني و ۱/۶ ثالث ۳۸ مي شود * جواب آن هر سه اعداد را) م و ک و ط
فرض کردم درینصورت م/۲ + ک/۳ + ط/۴ = ۶۲ و م/۳ + ک/۴ + ط/۵ = ۴۷ و م/۴ +
ک/۵ + ط/۶ = ۳۸ بحسب السؤال بلکه ۱۲م + ۸ک + ۶ط = ۱۴۸۸ و ۲۰م +
۱۵ک + ۱۲ط = ۲۸۲۰ و ۳۰م + ۲۴ک + ۲۰ط = ۴۵۶۰ وهرگاه معادلۀ اولی را
تضعیف کردم ۲۴م + ۱۶ک + ۱۲ط = ۲۹۷۶ شد وازان ثاني را اساقط کردم باقي
۴م + ک = ۱۵۶ ماند وهمچنین معادلۀ ثاني را درپنج ضرب کردم ۱۰۰م + ۷۵ک + ۶۰ط
= ۱۴۱۰۰ شد ومعادلۀ ثالث را درسه ضرب کردم ۹۰م + ۷۲ک + ۶۰ط = ۱۳۶۸۰
گردید پس این را از حاصل ضرب معادلۀ ثاني ساقط نمودم باقي ۱۰م + ۳ک = ۴۲۰ شد
پس باقي اول را درسه ضرب نمودم ۱۲م + ۳ک = ۴۶۸ شد وباقي ثاني را ازان ساقط
نمودم باقي ۲م = ۴۸ ماند وازین سبب م = ۲۴ شد وچون ۴م + ک = ۱۵۶ بود درینصورت
ک + ۹۶ = ۱۵۶ بلکه ک = ۶۰ گردید وچون ۱۲م + ۸ک + ۶ط = ۱۴۸۸ بود
پس ۲۸۸ + ۴۸۰ + ۶ط = ۱۴۸۸ بلکه ۶ط = ۷۲۰ بلکه ط = ۷۲۰/۶ = ۱۲۰ گردید وهو
المطلوب * سؤال سي ام می خواهم که عدد ۹۰ را سه قسم سازم بحیثیتیکه اگر برضعف
قسم اول چهل بیفزایم وبرسه امثال قسم ثاني ۲۰ بیفزایم وبرچهار امثال قسم ثالث ۱۰
بیفزایم همه متساوي شوند * جواب قسم اول را) م وقسم ثاني را) ک وقسم ثالث را ط
فرض کردم پس م + ک + ط = ۹۰ و ۲م + ۴۰ = ۳ک + ۲۰ = ۴ط + ۱۰ پس م =
۱ ۱/۲ ک − ۱۰ وط = ۳/۴ ک + ۲ ۱/۲ درینصورت ۱ ۱/۲ ک − ۱۰ + ۳/۴ ک + ۲ ۱/۲ + ک = ۹۰
بلکه ۳ ۱/۴ ک − ۷ ۱/۲ = ۹۰ بلکه ۱۳ک − ۳۰ = ۳۶۰ بلکه ۱۳ک = ۳۹۰ بلکه ک = ۳۰
وچون ۲م + ۴۰ = ۳ک + ۲۰ بلکه ۲م + ۴۰ = ۹۰ + ۲۰ بلکه ۲م = ۷۰ بلکه م = ۷۰/۲ = ۳۵

وچون $\text{م}+\text{ک}+\text{ط}=۹۰$ بلکه $۳۵+۳۰+\text{ط}=۹۰$ بلکه $\text{ط}=۲۵$ گردید ۞ سؤال سی ویکم کدام سه عدد اند که مجموع اول مع نصف الباقین وثانی مع ثلث الآخرین وثالث مع ربع الآخرین مساوی یک دیگر اند که ۵۱) است ۞ جواب اول را م وثانی را ک و ثالث را ط فرض کردم پس $\text{م}+\frac{\text{ک}+\text{ط}}{۲}=۵۱$ ونیز $\text{ک}+\frac{\text{م}+\text{ط}}{۳}=۵۱$ ونیز $\text{ط}+\frac{\text{م}+\text{ک}}{۴}=۵۱$ وبرین تقدیر $\text{م}+\frac{\text{ک}+\text{ط}}{۲}=\text{ک}+\frac{\text{م}+\text{ط}}{۳}$ بلکه $۶\text{م}+۳\text{ک}+۳\text{ط}=۶\text{ک}+۲\text{م}+۲\text{ط}$ بلکه $۴\text{م}+\text{ط}=۳\text{ک}$ بلکه $\text{م}=\frac{۳\text{ک}-\text{ط}}{۴}$ ونیز چون $\text{م}+\frac{\text{ک}+\text{ط}}{۲}=\text{ط}+\frac{\text{م}+\text{ک}}{۴}$ بلکه $۸\text{م}+۴\text{ک}+۴\text{ط}=۸\text{ط}+۲\text{م}+۲\text{ک}$ بلکه $۶\text{م}+۲\text{ک}=۴\text{ط}$ بلکه $\text{م}=\frac{۴\text{ط}-۲\text{ک}}{۶}$ بلکه $۱۸\text{ک}-۶\text{ط}=۱۶\text{ط}-۸\text{ک}$ بلکه $۲۶\text{ک}=۲۲\text{ط}$ بلکه $۱۳\text{ک}=۱۱\text{ط}$ بلکه $\text{ک}=\frac{۱۱\text{ط}}{۱۳}$ پس $\text{م}=\frac{\frac{۳۳\text{ط}}{۱۳}-\text{ط}}{۴}$ چون $\text{م}+\frac{\text{ک}+\text{ط}}{۲}=۵۱$ درینصورت $\frac{\frac{۳۳\text{ط}}{۱۳}-\text{ط}}{۴}+\frac{\frac{۱۱\text{ط}}{۱۳}+\text{ط}}{۲}=۵۱$ بلکه $\frac{۳۳\text{ط}}{۱۳}-\text{ط}+\frac{۲۲\text{ط}}{۱۳}+۲\text{ط}=۲۰۴$ بلکه $۳۳\text{ط}-۱۳\text{ط}+۲۲\text{ط}+۲۶\text{ط}=۲۶۵۲$ پس $۶۸\text{ط}=۲۶۵۲$ بلکه $\text{ط}=\frac{۲۶۵۲}{۶۸}=۳۹$ = اول د چون $\text{ک}=\frac{۱۱\text{ط}}{۱۳}$ پس $\text{ک}=\frac{۳۹\times۱۱}{۱۳}=\frac{۴۲۹}{۱۳}=۳۳$ = ثانی وچون $\text{م}+\frac{\text{ک}+\text{ط}}{۲}=۵۱$ پس $\text{م}+\frac{۳۳+۳۹}{۲}=۵۱$ بلکه $\text{م}+۳۶=۵۱$ بلکه $\text{م}=۱۵$ = ثالث ۞

سؤال سی ودوم مبلغی معین در سه شخص مثل زید و عمرو و بکر تقسیم یافت بحیثیکه حصهٔ زید بر چهار سبع مجموع حصهٔ عمرو و بکر سی درهم زائد است وحصهٔ عمرو از سه ثمن مجموع حصهٔ زید و بکر نیز سی درهم زائد است وحصهٔ بکر از دو تسع مجموع زید و عمرو سی درهم زائد است پس مقدار حصهٔ هر واحد چه باشد ۞ جواب حصهٔ زید را م وحصهٔ عمرو را ک وحصهٔ بکر را ط فرض کردم پس $\text{م}-\frac{۴\text{ک}+۴\text{ط}}{۷}=۳۰$ و $\text{ک}-\frac{۳\text{م}+۳\text{ط}}{۸}=۳۰$ و $\text{ط}-\frac{۲\text{م}+۲\text{ک}}{۹}=۳۰$ وحسب التوزیع $۷\text{م}-۴\text{ک}-۴\text{ط}=۲۱۰$ و $۸\text{ک}-۳\text{م}-۳\text{ط}$

= ٢٤٠ و ٩ ط − ٢ م − ٢ ك = ٢٧٠ ومعادلهٔ اولی را در سه ومعادلهٔ ثانی را در چهار ضرب
کردم ٢١ م − ١٢ ك − ١٢ ط = ٦٣٠ و ٣٢ ك − ١٢ م − ١٢ ط = ٩٦٠ وحاصل
معادلهٔ اولی را از حاصل معادلهٔ ثانی ساقط نمودم ٤٤ ك − ٣٣ م = ٣٣٠ بالكه ٤٤ ك
= ٣٣٠ + ٣٣ م بالكه ك = (٣٣٠ + ٣٣ م)/(٤٤) وچون م − (٤ ك + ٤ ط)/(٧) = ك
− (٣ م + ٣ ط)/(٨) بحسب المساوات پس ٥٦ م − ٣٢ ك − ٣٢ ط = ٥٦ ك − ٢١ م − ٢١ ط
بحسب الترفيع بالكه ٧٧ م = ٨٨ ك + ١١ ط بلكه ك = (٧٧ م − ١١ ط)/(٨٨) وچون اول ك =
(٣٣٠ + ٣٣ م)/(٤٤) بود پس بحسب مساوات معادله كردم (٣٣٠ + ٣٣ م)/(٤٤) = (٧٧ م − ١١ ط)/(٨٨)
بلكه ٦٦٠ + ٦٦ م = ٧٧ م − ١١ ط بلكه ٦٠ + ٦ م = ٧ م − ط
بلكه ٦٠ = م − ط بلكه م = ٦٠ + ط ومقدار م را در معادلهٔ اول به ك تبديل كردم پس
ك = (٣٣٠ + ١٩٨٠ + ٣٣ ط)/(٤٤) شد وچون ٩ ط − ٢ م − ٢ ك = ٢٧٠ بود وهرگاه
مقدار م و ك را تبديل كردم ٩ ط − ١٢٠ − ٢ ط − (٤٦٢٠ + ٦٦ ط)/(٤٤) = ٢٧٠ بلكه
٣٩٦ ط − ٥٢٨٠ − ٨٨ ط − ٤٦٢٠ − ٦٦ ط = ١١٨٨٠ بلكه ٢٤٢ ط = ٢١٧٨٠ بلكه
ط = (٢١٧٨٠)/(٢٤٢) = ٩٠ پس م = ١٥٠ و ك = ١٢٠ ٭ سؤال سی وسوم زيد وعمرو معا
عملی از صناعت را در ٨ يوم كامل می‌كنند وزيد وبكر معا همان عمل را در ٩ يوم با تمام
می رسانند وعمرو وبكر معا همان عمل را در ١٠ يوم تمام می سازند پس هريكی علی الانفراد
درچند روز باتمام توانند رسانيد ٭ جواب مجموع عمل را) ه فرض كردم وعمل فی يوم زيد
وعمرو وبكر را) م و ك و ط علی الترتيب فرض كردم ٨ م + ٨ ك = ه و ٩ م + ٩ ط = ه
و ١٠ ك + ١٠ ط = ه ودرينصورت ٨ م + ٨ ك = ٩ م + ٩ ط بلكه ٨ ك = م + ٩ ط
بلكه ك = (م + ٩ ط)/(٨) وهمچنين ٩ م + ٩ ط = ١٠ ك + ١٠ ط بلكه ٩ م = ١٠ ك + ط
بلكه ١٠ ك = ٩ م − ط بلكه ك = (٩ م − ط)/(١٠) بالكه (م + ٩ ط)/(٨) = (٩ م − ط)/(١٠) بلكه ١٠ م
+ ٩٠ ط = ٧٢ م − ٨ ط بلكه ٩٨ ط = ٦٢ م بلكه ط = (٦٢ م)/(٩٨) ومقدار ط را درمقدار ثانی

به ک تبدیل نمودم پس ک = $\frac{۹م - \frac{۶۲}{۹۸}م}{۱۰}$ وچون ۸م + ۸ک = ه وهرگاه مقدار

ک راتبدیل نمودم پس ۸م + $\frac{۷۲م - \frac{۴۹۶}{۹۸}م}{۱۰}$ = ه بلکه ۱۴۲م − $\frac{۴۹۶}{۹۸}$م = ۱۰ه

بلکه ۱۴۸۹۶م − ۴۹۶م = ۹۸۰ه بلکه ۱۴۴۰۰م = ۹۸۰ه بلکه ه = $\frac{۱۴۴۰۰م}{۹۸۰}$ =

۱۴$\frac{۳۴}{۴۹}$م وبطریق دیگرچون ۹۸ط = ۶۲م بلکه ۴۹ط = ۳۱م بلکه ط = $\frac{۳۱م}{۴۹}$ وچون

۹م + ۹ط = ه درینصورت بحسب تبدیل ط) ۹م + $\frac{۲۷۹م}{۴۹}$ = ه بلکه ۷۲۰م = ۴۹ه

بلکه ۱۴$\frac{۳۴}{۴۹}$م = ه ونیزچون ۴۹ط = ۳۱م بود پس م = $\frac{۴۹ط}{۳۱}$ گردید وهرگاه ۹م

+ ۹ط = ه بود وبحسب التبدیل $\frac{۴۴۱ط}{۳۱}$ + ۹ط = ه شد بلکه ۷۲۰ط = ۳۱ه گردید بلکه

ه = $\frac{۷۲۰}{۳۱}$ط = ۲۳$\frac{۷}{۳۱}$ط شد وچون ۹م = ۱۰ک + ط بود پس م = $\frac{۱۰ک + ط}{۹}$

وچون ۸م + ۸ک = ۱۰ک + ۱۰ط بود پس ۸م = ۲ک + ۱۰ط بلکه م = $\frac{۲ک + ۱۰ط}{۸}$

شد درینصورت $\frac{۱۰ک + ط}{۹}$ = $\frac{۲ک + ۱۰ط}{۸}$ شد بلکه ۸۰ک + ۸ط = ۱۸ک + ۹۰ط

بلکه ۶۲ک = ۸۲ط بلکه ۳۱ک = ۴۱ط شد بلکه ط = $\frac{۳۱ک}{۴۱}$ شد وچون ۱۰ک +

۱۰ط = ه بود مقدار ط راتبدیل کردم پس ۱۰ک + $\frac{۳۱۰ک}{۴۱}$ = ه بلکه ۷۲۰ک =

۴۱ه بلکه ه = $\frac{۷۲۰}{۴۱}$ک = ۱۷$\frac{۲۳}{۴۱}$ک وازین سبب معلوم شد که زید در ۱۴$\frac{۳۴}{۴۹}$ یوم

وعمرو در ۱۷$\frac{۲۳}{۴۱}$ یوم وبکر در ۲۳$\frac{۷}{۳۱}$ یوم عمل را علی الانفراد باتمام خواهند رسانید و

بطریق دیگر که ازین هم سهل است چون ۸م + ۸ک = ه و ۹م + ۹ط = ه و ۱۰ک +

۱۰ط = ه پس بحسب قسمت معادلهٔ اولی م + ک = $\frac{ه}{۸}$ ومعادلهٔ ثانی م + ط = $\frac{ه}{۹}$

ومعادلهٔ ثالث ک + ط = $\frac{ه}{۱۰}$ وهرگاه معادلهٔ اولی را ازمعادلهٔ ثانی ساقط کردم باقی ک

− ط = م/۸ − م/۹ = م/۷۲ وهرگاه این معادله را با معادلهٔ ثالث جمع نمودم پس ۲ ک = م/۱۰ + م/۷۲ = ۸۲م/۷۲۰ وبالضرورة ک = ۴۱م/۷۲۰ بلکه ۷۲۰ ک = ۴۱م بلکه م = ۷۲۰ک/۴۱ = ۱۷ ۲۳/۴۱ ک وچون م + ک = م/۸ بود وهرگاه مقدار) ک را تبدیل نمودم پس م + ۴۱م/۷۲۰ = م/۸ بلکه م = ۹۰م/۷۲۰ − ۴۱م/۷۲۰ = ۴۹م/۷۲۰ بلکه ۷۲۰ م = ۴۹م بلکه م = ۷۲۰م/۴۹ = ۱۴ ۳۴/۴۹ م گردید ونیز چون ک + ط = م/۱۰ بود پس ط + ۴۱م/۷۲۰ = م/۱۰ بلکه ط = ۷۲م/۷۲۰ − ۴۱م/۷۲۰ = ۳۱م/۷۲۰ بلکه ۷۲۰ ط = ۳۱م بلکه م = ۷۲۰ط/۳۱ = ۲۳ ۷/۳۱ ط شد وهو المطلوب (۲) ❊ سؤال سی وچهارم زید وعمرو بکر معا عملی از صناعت را در نه روز تمام می‌کنند وزید وعمرو وخالد در ده روز انجام می سازند وزید وبکر وخالد در یازده روز با تمام می رسانند وعمرو وبکر وخالد در دوازده یوم اتمام می نمایند پس اگر هرچهار معا کار کنند درچند روز انجام نمایند ❊ جواب عمل فی یوم زید را م وعمرو را ک وبکر را ط وخالد را ء فرض کردم ومقدار عمل صناعت را م فرض نمودم پس ۹ م + ۹ ک + ۹ ط = م و۱۰ م + ۱۰ ک + ۱۰ ء = م و ۱۱ م + ۱۱ ط + ۱۱ ء = م و۱۲ ک + ۱۲ ط + ۱۲ ء = م بحسب السؤال شد وبحسب التقسیم م + ک + ط = م/۹ وم + ک + ء = م/۱۰ وم + ط + ء = م/۱۱

(۲) مصحح میگوید بلکه طریق حسن که زود بفهم طالب درآید این است از انجاکه ظاهر است که زید وعمرو در یکروز ثمن عمل بانجام رسانیدند وزید وبکر دریکروز تسع عمل باتمام رسانیدند وعمرو وبکر دریکروز از عشر عمل فراغت نمودند پس عمل یکروزه هرواحد از زید وعمرو وبکر را م و ک و ط علی الترتیب فرض کردم درینصورت م + ک = ۱/۸ عمل و م + ط = ۱/۹ عمل و ک + ط = ۱/۱۰ عمل چون معادلهٔ ثالث را از معادلهٔ ثانی ساقط کردم م − ک = ۱/۹۰ باقی ماند چون این معادله را با معادلهٔ اولی جمع کردم مجموع ۲ م = ۹۸/۷۲۰ بلکه م = ۴۹/۷۲۰ = عمل یکروزه زید پس ک + ۴۹/۷۲۰ = ۱/۸ بلکه ک = (۹۰ − ۴۹)/۷۲۰ = ۴۱/۷۲۰ = عمل یکروزه عمرو و ط + ۴۱/۷۲۰ = ۱/۱۰ بلکه ط = (۷۲ − ۴۱)/۷۲۰ = ۳۱/۷۲۰ = عمل یکروزه بکر پس معلوم شد که مجموع ایام عمل کامل زید = ۷۲۰/۴۹ = ۱۴ ۳۴/۴۹ وایام عمل کامل عمرو = ۷۲۰/۴۱ = ۱۷ ۲۳/۴۱ وایام عمل کامل بکر = ۷۲۰/۳۱ = ۲۳ ۷/۳۱ *

و ک + ط + ی = ۳/۱۲ وهرگاه این هرچهار معادله را جمع نمودم ۳ مر + ۳ ک + ۳ ط + ۳ ی

= ۳/۹ + ۳/۱۰ + ۳/۱۱ + ۳/۱۲ = ۳۴٥۷۸/۱۱۸۸۰ بلکه مر + ک + ط + ی = ۳۱٥۲۶/۱۱۸۸۰ بلکه

۱۱۸۸۰ مر + ۱۱۸۸۰ ک + ۱۱۸۸۰ ط + ۱۱۸۸۰ ی = ۳۱٥۲۶ بلکه ۳ =

(مر + ک + ط + ی) × ۱۱۸۸۰ / ۱٥۲۶ = ۷ ٥۹۹/۷٦۳ × (مر + ک + ط + ی) پس معلوم شد که در

۷ ٥۹۹/۷٦۳ یوم هرچهار معا انجام می توانند کرد ٥ سؤال سی وپنجم (۳) کدام عدد است که نسبت

جذر آن بطرف ضلع کعب آن مثل نسبت ٥) الی ۲ باشد ⁂ جواب چون از سؤال معلوم شد

که عدد مجهول بذات خود مجذور است وهم کعب لهذا آنرا در منزل کعب کعب مر فرض کردم

پس جذر آن مر۳ وضلع کعب آن مر۲ شد درینصورت مر۳ : مر۲ :: ٥ : ۲ بحسب السؤال

بلکه ۲ مر۳ = ٥ مر۲ بحسب مسطح الطرفین والوسطین بلکه ۲ مر = ٥ بحسب القسمة علی مر۲

بلکه مر = ۲ ۱/۲ گردید ولهذا) مر٦ = ۲۴۴ ۹/٦۴ = عدد مجهول واگر کسور را عشاریه تعبیر کنند

= ۲۴۴ ۱۴۰٦۲٥/۱۰۰۰۰۰۰ ٥ سؤال سی وششم کدام دو عدد علی نسبت ۳) الی ٥) اند ونسبت

منزل پنجم اول بطرف منزل سوم ثانی مثل نسبت ۹۷۲) الی ۱۲٥) است ⁂ جواب اول را

۳ مر وثانی را) ٥ مر فرض کردم چون منزل پنجم اول ۲۴۳ مر٥ ومنزل سوم ثانی ۱۲٥ مر۳

است پس ۲۴۳ مر٥ : ۱۲٥ مر۳ :: ۹۷۲ : ۱۲٥ شد بحسب السؤال بلکه ۲۴۳ مر٥ × ۱۲٥ =

۱۲٥ مر۳ × ۹۷۲ بحسب مساوات مسطح الطرفین والوسطین بلکه ۲۴۳ مر۲ = ۹۷۲ بحسب القسمة

علی ۱۲٥ مر۳ بلکه مر۲ = ۹۷۲/۲۴۳ = ۴ بلکه مر = ۲ وازین سبب ٦ = عدد اول و ۱۰ = عدد ثانی ٥

سؤال سی وهفتم کدام سه عدد اند که نسبت ما بین آنها مثل نسبت ۱/۲ و ۱/۳ و ۱/۴) است

---

(۳) بلکه طریق شایسته این است که عمل یکروزه هر واحد از زید وعمرو وبکر وخالد را مر و ک و ط و ی فرض کنم پس مر + ک + ط = ۱/۹ عمل و مر + ک + ط + ی = ۱/۱۰ عمل و مر + ط + ی = ۱/۱۱ عمل و ک + ط + ی = ۱/۱۲ عمل وبذریعه مجموع این چهار معادله مر + ک + ط + ی = ۷٦۳/٥۹۴۰ = عمل هرچهار در یکروز پس ایام عمل کامل ایشان معا = ٥۹۴۰/۷٦۳ = ۷ ٥۹۹/۷٦۳ شد ⁂

علی الترتیب ومجموع مربعات آنها ۵۴۹) است ∴ جواب عدد اول را) م فرض کردم
درینصورت عدد ثانی $\frac{۲\text{م}}{۳}$ زیراکه نسبت $\frac{۱}{۲} : \frac{۱}{۳} :: \text{م} : \frac{۲\text{م}}{۳}$ است ونیز عدد ثالث $\frac{\text{م}}{۲}$
گردید زیراکه $\frac{۱}{۳} : \frac{۱}{۴} :: \frac{۲\text{م}}{۳} : \frac{\text{م}}{۲}$ پس مربع اول $\text{م}^۲$ ومربع ثانی $\frac{۴\text{م}^۲}{۹}$ ومربع ثالث
$\frac{\text{م}^۲}{۴}$ گردید ومجموع آن $\frac{۶۱\text{م}^۲}{۳۶} = ۵۴۹$ شد بحسب السؤال بلکه $۶۱\ \text{م}^۲ = ۱۹۷۶۴$
بلکه $\text{م}^۲ = \frac{۱۹۷۶۴}{۶۱} = ۳۲۴$ بلکه $\text{م} = ۱۸$ = عدد اول پس ۱۲ = عدد ثانی و ۹ =
عدد ثالث خواهد بود وبطریق دیگر اگر از روی مخرج مشترک اعداد کسور نسبت بگیرم
۶ و۴ و۳ میشود پس اول را) ۶ م وثانی را) ۴ م وثالث را) ۳ م فرض نمایم درینصورت
مربع اول $۳۶\ \text{م}^۲$ ومربع ثانی $۱۶\ \text{م}^۲$ ومربع ثالث $۹\ \text{م}^۲$ می شود ومجموع $۶۱\ \text{م}^۲ = ۵۴۹$
بلکه $\text{م}^۲ = \frac{۵۴۹}{۶۱} = ۹$ بلکه $\text{م} = ۳$ وازین سبب اعداد مجهول ۱۸ و ۱۲ و ۹ خارج شد ❀

سؤال سی وهشتم کدام دو عدد اند که مجموع آنها * مثلاً ۲۰ ومجموع مکعبین آنها * مثلاً
۲۲۴۰ باشد پس استخراج آن علی العموم بچه نوع باشد ∴ جواب عدد مجموع عددین را) ع
ومجموع مکعبین را) ب وعدد اعظم را م فرض کردم پس اصغر ع − م شد چراکه ظاهر
است که مجموع م و ع − م = ع) است ومکعب هردو نمودم مکعب اعظم $\text{م}^۳$ ومکعب
اصغر $\text{ع}^۳ - ۳\text{ع}^۲\text{م} + ۳\text{ع}\text{م}^۲ - \text{م}^۳$ ومجموع هردو $\text{ع}^۳ - ۳\text{ع}^۲\text{م} + ۳\text{ع}\text{م}^۲ = \text{ب}$ بلکه $۳\text{ع}\text{م}^۲$
$- ۳\text{ع}^۲\text{م} = \text{ب} - \text{ع}^۳$ بلکه $\text{م}^۲ - \text{ع}\text{م} = \frac{\text{ب}}{۳\text{ع}} - \frac{\text{ع}^۳}{۳\text{ع}}$ بلکه $\text{م}^۲ - \text{ع}\text{م} = \frac{\text{ب}}{۳\text{ع}} - \frac{\text{ع}^۲}{۳}$ بلکه
$\text{م}^۲ - \text{ع}\text{م} + \frac{\text{ع}^۲}{۴} = \frac{\text{ب}}{۳\text{ع}} - \frac{\text{ع}^۲}{۳} + \frac{\text{ع}^۲}{۴}$ بلکه $\text{م}^۲ - \text{ع}\text{م} + \frac{\text{ع}^۲}{۴} = \frac{\text{ب}}{۳\text{ع}} - \frac{\text{ع}^۲}{۱۲}$ بلکه م
$- \frac{\text{ع}}{۲} = \sqrt{\frac{\text{ب}}{۳\text{ع}} - \frac{\text{ع}^۲}{۱۲}}$ بلکه $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{ب}}{۳\text{ع}} - \frac{\text{ع}^۲}{۱۲}} + \frac{\text{ع}}{۲}$ بحسب العموم وبحسب العدد
المذکور) $\text{م} = \sqrt{\frac{۲۲۴۰}{۶۰} - ۳۳\frac{۱}{۳}} + ۱۰ = \sqrt{۳۷\frac{۱}{۳} - ۳۳\frac{۱}{۳}} + ۱۰ = \sqrt{۴} + ۱۰ = ۱۲$ ❀

سؤال سی ونهم عدد ۲۴۰ را می خواهم که دو قسم کنم بشرطیکه نسبت قسم اعظم مقسوم علی
الاصغر بطرف اصغر مقسوم علی الاکبر مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵ باشد ∴ جواب قسم
اعظم را م فرض کردم پس قسم اصغر ۲۴۰ − م شد ونسبت $\frac{\text{م}}{۲۴۰-\text{م}}$ بطرف $\frac{۲۴۰-\text{م}}{\text{م}}$

مثل نسبت ۱۴۷ بطرف ۷۵) است بحسب السؤال وهرگاه برای تسهیل عمل ۲۴۰ را ص و ۱۴۷ را س و ۷۵ را ق فرض کردم درینصورت م/(ص − م) : (ص − م)/م :: س : ق است بلکه ق م/(ص − م) = س × (ص − م)/م بحسب مسطح الطرفین ومسطح الوسطین بلکه ق م² = س × (ص − م)² بلکه ق م²/س = (ص − م)² بلکه م √(ق/س) = ص − م بحسب التجذیر وچون √(ق/س) = √(۷۵/۱۴۷) = ۵/۷ پس ۵/۷ م = ص − م بلکه ۵ م = ۷ ص − ۷ م بلکه ۱۲ م = ۷ ص بلکه م = ۷ ص/۱۲ = ۱۶۸۰/۱۲ = ۱۴۰ ؛

سؤال چهارم دو مزدور باجرت فی یوم مختلف مشغول کاری شدند وایام شغل اول شش یوم زیاده از ایام شغل ثانی گردید واول وجه اجرت ۹۶ دینار وثانی ۵۴ دینار یافت لیکن اگر ثانی بقدر ایام اول واول بقدر ایام ثانی عمل می نمود وجه اجرت هردو متساوی میشد پس مقدار ایام عمل هریکی ومقدار یومیهٔ هریکی چه باشد ؛ جواب ایام شغل اول را م فرض کردم پس ایام شغل ثانی م − ۶ باشد ومقدار یومیهٔ اول ۹۶/م ومقدار یومیهٔ ثانی ۵۴/(م − ۶) گردید ولهذا اگر ثانی بقدر ایام اول عمل می نمود ۵۴/(م − ۶) × م می یافت واگر اول بقدر ایام ثانی کار می کرد ۹۶/م × (م − ۶) حاصل می نمود وچون این هردو وجه بحسب السؤال متساوی اند پس ۵۴ م/(م − ۶) = ۹۶ × (م − ۶)/م بلکه ۵۴ م² = ۹۶ × (م − ۶)² بلکه ۹ م² = ۱۶ × (م − ۶)² بلکه ۳ م = ۴ × (م − ۶) بحسب التجذیر بلکه ۳ م = ۴ م − ۲۴ بلکه م = ۲۴ = ایام عمل اول پس ۹۶/۲۴ = ۴ = یومیهٔ اول ونیز ۵۴/(۲۴ − ۶) = ۵۴/۱۸ = ۳ = یومیهٔ ثانی ؛ سؤال چهارم یکم زید وعمرو در وقت معین از موضعین خودها که مسافت بینهما ۳۲۰ میل بود برای ملاقات یکدیگر روانه شدند وعمرو هر روز هشت میل زیاده از زید قطع منزل می کرد وعدد ایام که دران ملاقات هردو واقع شد مساوی نصف عدد امیال قطع هر روزهٔ زید بود پس آنها در چند روز باهم ملاقات کردند ؛ جواب عدد ایام تلاقی طرفین را م فرض کردم پس مقدار مسافت هر روزهٔ زید ۲ م شد ومقدار مسافت هر روزهٔ عمرو ۲ م + ۸ گردید وچون ۲ م × م = ۲ م² = امیال که زید آنرا قطع کرده وهمچنین (۲ م + ۸) × م

بحسب السؤال ۳۲۰ = ۸م + ۴م^۲ پس مجموع امیال که عمرو آنرا قطع نمود = ۸م + ۲م^۲ =
بلکه م^۲ + ۲م = ۸۰ بلکه م^۲ + ۲م + ۱ = ۸۱ بلکه م + ۱ = ۹ بلکه م = ۸ = عدد ایام ملاقات
طرفین پس ۱۶ = مقدار قطع مسافت هر روزهٔ زید و ۱۲۸ = امیال مقطوعهٔ زید و ۲۴ = قطع
مسافت هر روزهٔ عمرو و ۱۹۲ = امیال مقطوعهٔ عمرو ❊ سؤال چهل و دوم دو شخص مثل
زید و عمرو بیک وقت معین بجای معین روانه شدند که فاصلهٔ نود میل است و زید یک میل
زیاده از عمرو در یک ساعت قطع راه می‌نمود و یک ساعت قبل از عمرو بمقام مطلوب رسید پس
هریک در یک ساعت چه قدر میل قطع کرد ∴ جواب عدد امیال قطع زید که در یک ساعت
می‌کرد م فرض کردم پس عدد امیال قطع عمرو فی ساعت واحد م − ۱ شد و درینصورت
هرگاه نود میل را ه فرض نمودم عدد ساعات قطع زید ه/م و عدد ساعات عمرو ه/(م − ۱) شد
پس ه/م + ۱ = ه/(م − ۱) بحسب السؤال بلکه ه م + م^۲ − ه − م = ه م بلکه ه م + م^۲
= ه م + ه + م بلکه م^۲ − م = ه بلکه م^۲ − م + ۱/۴ = ه + ۱/۴ بلکه م − ۱/۲ = √(ه + ۱/۴)
بلکه م = √(ه + ۱/۴) + ۱/۲ وچون ه عبارت از نود میل است پس √(۹۰ + ۱/۴) = ۹ ۱/۲ پس
م = ۹ ۱/۲ + ۱/۲ = ۱۰ = عدد امیال قطع زید فی ساعة واحدة و ۹ = عدد امیال قطع عمرو
فی ساعة واحدة ❊ سؤال چهل و سوم کدام دو عدد اند که اگر مجموع آنها را در اکبر ضرب کنند
حاصل مساوی صد امثال اصغر شود و اگر در اصغر ضرب نمایند حاصل مساوی ۶۴ مثال اکبر
گردد ∴ جواب اکبر را م و اصغر را ک فرض کردم پس (م + ک) × م = ۱۰۰ ک
و (م + ک) × ک = ۶۴ م بلکه م^۲ + م ک = ۱۰۰ ک و ک^۲ + م ک = ۶۴ م وهرگاه
معادلهٔ اولی را در ک و معادلهٔ ثانی را در م ضرب نمودم م^۲ ک + م ک^۲ = ۱۰۰ ک^۲
و م ک^۲ + م^۲ ک = ۶۴ م^۲ وچون جملهٔ اولی در هردو معادله متساوی است درینصورت
۱۰۰ ک^۲ = ۶۴ م^۲ بلکه ۱۰ ک = ۸ م بحسب التجذیر بلکه ۵ ک = ۴ م پس ک = ۴م/۵
وهرگاه مقدار ک را تبدیل کردم پس ۱۶/۲۵ م^۲ + ۴م^۲/۵ = ۶۴ م بلکه ۳۶/۲۵ م^۲ = ۶۴ م بلکه
۳۶/۲۵ م = ۶۴ بلکه ۳۶ م = ۱۶۰۰ بلکه م = ۱۶۰۰/۳۶ = ۴۰۰/۹ = ۴۴ ۴/۹ پس ک = ۳۵ ۵/۹ ❊

سؤال چهل وچهارم هرگاه دوعدد بحیثیتی باشند که مسطح احدهما فی الآخر مساوی مربع تفاضل مابینهما بود پس نسبت بین العددین المذکورین چه خواهد بود ؛ جواب هرگاه اصغر را ک فرض کنم ومقدار نسبت را م نسبت ک اعنی اصغر بطرف اعظم مثل نسبت واحد بطرف م است بحسب الفرض ودرینصورت ک م مقدار اعظم باشد بحسب اربعهٔ متناسبه و م ک − ک مقدار تفاضل مابینهما گردید پس م ک × ک = (م ک − ک)² بحسب السؤال بلکه م ک² = م² ک² − ۲ م ک² + ک² وهرگاه این معادله را بر ک² قسمت نمودم پس م = م² − ۲ م + ۱ شد بلکه م² − ۳ م = − ۱ بلکه م² − ۳ م + ۲ ۱/۴ = ۱ ۱/۴ = ۵/۴ بلکه م − ۱ ۱/۲ = √(۵/۴) = √۵/۲ بلکه م = (√۵ + ۳)/۲ وچون √۵ = ۲۲۳۶/۱۰۰۰ ۲ تقریبا درینصورت م = ۶۱۸/۱۰۰۰ ۲ تقریبا پس نسبت بین العددین المطلوبین مثل نسبت واحد بطرف ۲۶۱۸/۱۰۰۰ خواهد بود ۞ سؤال چهل وپنجم کدام دوعدد اند که مسطح انها ۳۰۰) است واگر بر اصغر ۱۰ بیفزایند واز اعظم هشت نقصان کنند پس مسطح آنها هم ۳۰۰ شود ؛ جواب اعظم را م واصغر را ک فرض کردم پس م ک = ۳۰۰ بحسب السؤال ونیز (م − ۸) × (ک + ۱۰) = ۳۰۰ بلکه م ک + ۱۰ م − ۸ ک − ۸۰ = ۳۰۰ بحسب السؤال درینصورت م ک = م ک + ۱۰ م − ۸ ک − ۸۰ بحسب مساوات جملتین آخرین بلکه ۸ ک + ۸۰ = ۱۰ م بلکه م = ۸ک/۱۰ + ۸ ودر معادلهٔ اولی هرگاه مقدار م را تبدیل کردم پس (۸ک/۱۰ + ۸) × ک = ۳۰۰ بلکه ۸ک²/۱۰ + ۸ ک = ۳۰۰ بلکه ۸ ک² + ۸۰ ک = ۳۰۰۰ بلکه ک² + ۱۰ ک = ۳۰۰۰/۸ = ۳۷۵ بلکه ک² + ۱۰ ک + ۲۵ = ۴۰۰ بلکه ک + ۵ = ۲۰ بلکه ک = ۱۵ پس م = ۳۰۰/۱۵ = ۲۰ ۞ سؤال چهل وششم کدام دوعدد اند که مجموع آنها ۱۰۰ ونسبت تفاضل بینهما بطرف مجموعهما مثل نسبت مسطحهما الی تفاضل مربعیهما باشد ؛ جواب ۵۰ را که نصف عدد معلوم است ص ونصف تفاضل عددین را م فرض کردم درینصورت ص + م = اعظم و ص − م = اصغر پس نسبت ۲ م که مقدار تفاضل است الی ۲ ص مثل نسبت (ص + م) × (ص − م) الی (ص + م)² − (ص − م)² است بلکه ۲ م : ۲ ص :: ص²

— مر^۲ : ۴ مر م بلکه ۸ مر^۲ م = ۲ م^۳ — ۲ مر^۲ م بحسب مسطح الطرفین والوسطین بلکه ۴ مر^۲ =

م^۲ — مر^۲ بحسب القسمة علی ۲ م بلکه ۵ مر^۲ = م^۲ بلکه مر^۲ = م^۲/۵ = ۲۵۰۰/۵ = ۵۰۰ بلکه مر

= √۵۰۰ = ۲۳ ۶/۱۰۰ تقریبا پس اعظم = ۲۷ ۳۶/۱۰۰ واصغر ۲۷ ۶۴/۱۰۰ ٭ سؤال چهل وهفتم کدام دو

عدد اند که مجموع آنها ۶۰ ونسبت مسطحهما بطرف مجموع مربعین آنها مثل نسبت ۲ الی ۵

باشد ٭ جواب عدد معلوم اعنی ۶۰ را م واعظم را مر وعدد نسبت را س و ق فرض کردم پس

اصغر م — مر ومسطح آنها م مر — مر^۲ وچون مربع اعظم مر^۲ ومربع اصغر م^۲ — ۲ م مر + مر^۲

پس مجموع مربعین ۲ مر^۲ + م^۲ — ۲ مر م گردید پس نسبت م مر — مر^۲ : ۲ مر^۲ + م^۲ — ۲ م مر

:: س : ق) است بحسب السؤال بلکه ق × (م مر — مر^۲) = س × (۲ مر^۲ + م^۲ — ۲ م مر) بلکه

ق م مر — ق مر^۲ = ۲ س مر^۲ + س م^۲ — ۲ س م مر وازین سبب ۲ س مر^۲ + ق مر^۲ — ۲ س م مر —

ق م مر = — س م^۲ پس اگر بحروف عمل کنم مر^۲ — م مر = — س م^۲/(۲ س + ق) بلکه مر^۲ — م مر + م^۲/۴ =

م^۲/۴ — س م^۲/(۲ س + ق) بلکه مر — م/۲ = √[م^۲/۴ — س م^۲/(۲ س + ق)] بلکه مر — م/۲ = √[(م^۲ × (ق — ۲ س)) / ((ق + ۲ س) × ۴)] بلکه

مر = م/۲ × √[(ق — ۲ س)/(ق + ۲ س)] + م/۲ واگر بعدد عمل کنم ۴ مر^۲ + ۵ مر^۲ — ۴ × ۶۰ مر — ۵ × ۶۰ مر =

— ۲ × ۳۶۰۰ بلکه ۹ مر^۲ — ۵۴۰ مر = — ۷۲۰۰ بلکه مر^۲ — ۶۰ مر = — ۸۰۰ بلکه مر^۲ — ۶۰ مر +

۹۰۰ = ۱۰۰ بلکه مر — ۳۰ = ۱۰ بلکه مر = ۴۰ = اعظم و ۲۰ = اصغر ٭ سؤال چهل وهشتم

کدام دو عدد اند که مسطح آنها ۳۲۰ ونسبت تفاضل مکعبین آنها بطرف مکعب تفاضل مابین

آنها چون نسبت ۶۱ الی الواحد است ٭ جواب عدد اعظم را مر واصغر را ک فرض کردم پس

تفاضل مابین آنها مر — ک وچون ۳۲۰ را م فرض نمودم پس مر ک = م بحسب السؤال

ونسبت مر^۳ — ک^۳ که تفاضل مکعبین است بطرف (مر — ک)^۳ مثل نسبت ۶۱ الی الواحد

است بحسب السؤال بلکه مر^۳ — ک^۳ : مر^۳ — ۳ مر^۲ ک + ۳ ک^۲ مر — ک^۳ :: ۶۱ : ۱

وهرگاه فصل النسبة گرفتم پس ۳ مر^۲ ک — ۳ ک^۲ مر : مر^۳ — ۳ مر^۲ ک + ۳ ک^۲ مر — ک^۳ ::

۶۰ : ۱ بلکه ۳ مر ک × (مر — ک) : (مر — ک)^۲ × (مر — ک) :: ۶۰ : ۱ وبحسب نسبت

منقسمه اگر مقدمین را بر م – ک قسمت کنم پس نسبت ٣ م ک : (م – ک)^٢ :: ٦٠ : ١
و چون م ک = ص) است پس ٣ ص : (م – ک)^٢ :: ٦٠ : ١ و بحسب مسطح الطرفین
والوسطین (م – ک)^٢ × ٦٠ = ٣ص بلکه (م – ک)^٢ = ٣ص/٦٠ بلکه (م – ک)^٢ = ص/٢٠ =
١٦ بلکه م – ک = ٤ = تفاضل مابین العددین و درینصورت م = ک + ٤ و چون م ک =
٣٢٠ بود و مقدار م را تبدیل کردم پس ک^٢ + ٤ک = ٣٢٠ شد بلکه ک^٢ + ٤ک + ٤ =
٣٢٤ بلکه ک + ٢ = ١٨ بلکه ک = ١٦ – اصغر و اعظم = ٢٠ و بطریق دیگر اگر نصف تفاضل
عددین را م فرض کنم و اعظم را ک + م پس اصغر ک – م شد پس ک^٢ – م^٢ = ص اعنی
٣٢٠ بحسب السؤال و نسبت (ک + م)^٣ – (ک – م)^٣ بطرف (٢م)^٣ مثل نسبت ٦١
بطرف واحد است و بحسب مسطح الطرفین والوسطین (ک + م)^٣ – (ک – م)^٣ = ٦١ ×
(٢م)^٣ بلکه ک^٣ + ٣ک^٢م + ٣کم^٢ + م^٣ – ک^٣ – ٣ک^٢م + ٣کم^٢ – م^٣) = ٦١ × ٨م^٣
بلکه ٦ک^٢م + ٢م^٣ = ٦١ × ٨م^٣ و هرگاه این معادله را بر ٢م قسمت نمودم ٣ک^٢ + م^٢ = ٦١ × ٤م^٢
و چون ک^٢ – م^٢ = ص بود و هرگاه سه امثال این معادله را از معادلهٔ حاصل نسبت ساقط نمودم
پس ٤م^٢ = ٦١ × ٤م^٢ – ٣ص بلکه ٤م^٢ + ٣ص = ٦١ × ٤م^٢ بلکه م^٢ + ٣ص/٤ = ٦١ م^٢ بلکه ٣ص/٤
= ٦٠ م^٢ بلکه م^٢ = ٣ص/(٦٠×٤) = ٩٦٠/٢٤٠ = ٤ بلکه م = ٢ = نصف تفاضل پس ٤ =
تفاضل و ازین سبب رجوع بعددین مذکورین میشود ﴿٥٥﴾ سؤال چهل و نهم مزارعی
وزنی معین از گندم بهفت دینار و چهار بیستم فروخت و بهمین مبلغ بعینه قدری
از جو فروخت لیکن قیمت جو فی من از قیمت گندم فی من بقدر سه چهارم کم
بود و وزن جو از وزن گندم بقدر ١٦ من زیاده بود پس چند من گندم و چند من
جو فروخت کرد ٭ جواب عدد قیمت معلوم را که (٧ ١/٥) است ص و تفاضل اوزان را
که ١٦ من است ب و تفاضل قیمت را که ٣/٤ است ط و عدد وزن گندم را م فرض کردم
پس م + ب عدد وزن جو شد و درینصورت ص/م = قیمت گندم فی من و ص/(م + ب) =
قیمت جو فی من و بدین سبب ص/م – ص/(م + ب) = ط بحسب السؤال بلکه ص م + ص ب –

۵مر = مر^{۲}ط + مرب ط بلکه ۵ب = مر^{۲}ط + مرب ط بلکه مر^{۲} + ب مر = $\frac{۵ب}{ط}$ بلکه مر^{۲} +

ب مر + $\frac{ب^{۲}}{۴}$ = $\frac{۵ب}{ط}$ + $\frac{ب^{۲}}{۴}$ = $\frac{۱۶ \times ۷\frac{۱}{۵}}{\frac{۳}{۴۰}}$ + ۶۴ بلکه مر^{۲} + ۱۶ مر + ۶۴ = ۱۶۰۰

بلکه مر + ۸ = ۴۰ بلکه مر = ۳۲ = وزن گندم و ۴۸ = وزن جو ❁ سؤال پنجاهم شخصی دوقطعۀ پارچه از صنفین مختلفین فروخت و قیمت پارچۀ اعلی چهار دینار فی ذراع زیاده از قیمت فی ذراع قسم ادنی است وقسم ادنی ده ذراع زیاده از قسم اعلی است وقیمت جنس اعلی ۳۶۰ دینار وقیمت جنس ادنی ۳۲۰ دینار گردید پس هر قسم چند ذراع بود ∴ جواب مقدار ذراع قسم اعلی را مر فرض کردم پس جنس ادنی مر + ۱۰ شد ودرینصورت $\frac{۳۶۰}{مر}$ = قیمت فی ذراع جنس اعلی و $\frac{۳۲۰}{مر + ۱۰}$ = قیمت فی ذراع جنس ادنی درینصورت $\frac{۳۶۰}{مر}$ − ۴ = $\frac{۳۲۰}{مر + ۱۰}$ بحسب السؤال بلکه ۳۶۰ مر + ۳۶۰۰ − ۴مر^{۲} − ۴۰ مر = ۳۲۰ مر بلکه ۳۲۰ مر + ۳۶۰۰ − ۴مر^{۲} = ۳۲۰ مر بلکه ۳۶۰۰ = ۴مر^{۲} بلکه مر^{۲} = ۹۰۰ بلکه مر = ۳۰ = ذراع جنس اعلی و ۴۰ = ذراع جنس ادنی ❁ سؤال پنجاه ویکم کدام دو عدد اند که مسطح آنها مساوی تفاضل مربعین آنها است ومجموع مربعین آنها مساوی تفاضل مکعبین آنها است ∴ جواب اصغر را مر واکبر را مرک قرار دادم درینصورت مر × مرک اعنی مسطح العددین = مر^{۲}ک^{۲} − مر^{۲} اعنی تفاضل مربعین و مر^{۲}ک^{۲} + مر^{۲} اعنی مجموع المربعین = مر^{۳}ک^{۳} − مر^{۳} اعنی تفاضل المکعبین بلکه مر^{۲}ک = مر^{۲}ک^{۲} − مر^{۲} وهرگاه این را بر مر^{۲} قسمت کردم پس ک = ک^{۲} − ۱ وچون مر^{۲}ک^{۲} + مر^{۲} = مر^{۳}ک^{۳} − مر^{۳} بود وهرگاه آنرا هم بر مر^{۲} قسمت نمودم ک^{۲} + ۱ = مرک^{۳} − مر وازین سبب ک + ۱ = ک^{۲} بلکه ک^{۲} − ک = ۱ بلکه ک^{۲} − ک + $\frac{۱}{۴}$ = $\frac{۵}{۴}$ پس ک − $\frac{۱}{۲}$ = $\sqrt{\frac{۵}{۴}}$ = $\sqrt{\frac{۵ \times ۱}{۴}}$ = $\frac{۱}{۲}$ × $\sqrt{۵}$ بلکه ک = $\frac{۱}{۲}$ × $\sqrt{۵}$ + $\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۱ + \sqrt{۵}}{۲}$ وچون ک^{۲} + ۱ = مرک^{۳} − مر بود وهرگاه این معادله را بر ک^{۳} − ۱ قسمت نمودم پس مر = $\frac{ک^{۲} + ۱}{ک^{۳} - ۱}$ وچون ک^{۲} = ک + ۱ بود پس ک^{۳} = ک^{۲} +

ک = ۲ ک + ۱ پس ک۲ − ۱ = ۲ ک وازین سبب م = (۲+ک)/(۲ک) = ک/(۲ک)

+ ۲/(۲ک) = ۱/۲ + ۱/ک = ۱/۲ + ۱/((۱ + √٥)/۲) = ۱/۲ + ۱/(۱/۲ + √٥/۲) = ۱/۲ + ۲/(۱ + √٥)

وهرگاه مقسوم ومقسوم علیه را در √٥ − ۱ ضرب نمودم پس م = ۱/۲ + (۲(√٥ − ۲))/۴ = ۱/۲ +

√٥/۲ − ۱/۲ = √٥/۲ = ۱/۲ √٥ وچون ک = (۱ + √٥)/۲ و م = ۱/۲ √٥ است پس م ک =

(√٥ × (√٥ + ۱))/(۲ × ۲) = (٥ + √٥)/۴ = عدد اکبر ۞ سؤال ایجاد ودوم شخصی

از شهر لندن روانه شهر بارک شد وشخصی دیگر همان وقت از شهر بارک روانه لندن گردید ودر راه باهم ملاقی شدند وبعد از ملاقات در نه ساعت لندنی ببارک رسید ودر شانزده ساعت بارکی بلندن درآمد پس میخواهم که هریک در چند ساعت قطع مسافت نمودند ۞ جواب عدد ساعات قبل ملاقات را م فرض کردم پس عدد ساعات لندنی م + ۹ و عدد ساعات بارکی م + ۱۶ پس ظاهر است که هرقدر مسافت را لندنی در م ساعت قطع نمیده بارکی در شانزده ساعت قطع کرد وهر مسافت را که بارکی در م ساعت قطع کرده لندنی در ۹ ساعت قطع ساخته پس ۱۶ : م :: م : ۹ است ازین سبب م۲ = ۱۴۴ پس م = ۱۲ ولهذا عدد ساعات لندنی ۲۱ وعدد ساعات بارکی ۲۸ گردید ۞ سؤال ایجاد وسوم مبلغ ۱۹۰ روپیه بر سه شخص تقسیم یافت وحصهٔ هریکی علی تناسب عددی بود یعنی نسبت حصهٔ اول بطرف حصهٔ ثانی مثل نسبت حصهٔ ثانی بطرف ثالث بود وحصهٔ ثالث از حصهٔ اول بقدر ٥۰ زیده است پس مقدار حصهٔ هریک چه باشد ۞ جواب حصهٔ اول را م فرض کردم پس حصهٔ ثالث م + ٥۰ شد وحصهٔ ثانی ۱۹۰ − ۲ م − ٥۰ بلکه ۱۴۰ − ۲ م شد وچون در ثلثهٔ متناسبه مسطح اول فی ثالث مساوی مربع ثانی می شود در ینصورت م۲ + ٥۰ م = (۱۴۰ − ۲ م)۲ بلکه م۲ + ٥۰ م = ۱۹۶۰۰ − ٥٦۰ م + ۴ م۲ بلکه ۶۱۰ م = ۱۹۶۰۰ + ۳ م۲ بلکه ۳ م۲ − ۶۱۰ م = − ۱۹۶۰۰ بلکه م۲ − ۶۱۰ م = − ۱۹۶۰۰ بلکه م۲

$-\frac{610}{3}\text{م}+\frac{93025}{9}=-\frac{19600}{3}+\frac{93025}{9}$ بلکه $\text{م}^2-\frac{610}{3}\text{م}+\frac{93025}{9}$
$=-\frac{58800}{9}+\frac{93025}{9}$ بلکه $\text{م}^2-\frac{610}{3}\text{م}+\frac{93025}{9}=\frac{34225}{9}$ بلکه
$\text{م}-\frac{305}{3}=\frac{185}{3}$ پس اگر جذر مثبت فرض کنم $\text{م}=\frac{490}{3}$ می‌شود وخارج قسمت
صحیح نمی براید لهذا جذر را منفي فرض کردم پس $\text{م}=-\frac{185}{3}+\frac{305}{3}=\frac{120}{3}=$
$40=$ حصهٔ اول و $40+50=90=$ حصهٔ ثالث و $\sqrt{40\times 90}=\sqrt{3600}=60=$ حصهٔ
ثاني ∴ سؤال پنجاه وچهارم شخصی دو قطعه تمسک کدام مهاجن که آنرا بزبان هندي تیپ
وبزبان انگریزي لوت خوانند یکی مشتمل یکصد وبیست دینار بوعدهٔ ششماه بود ودیگر
مشتمل یکصد وپنجاه دینار که بوعدهٔ نه ماه بود بعد وضع $8\frac{1}{2}$ دینار بابت انتفاع بدست دیگری
فروخت پس مقدار انتفاع في دینار سالیانه چه باشد ∴ جواب انتفاع في دینار سالیانه را م
فرض کردم پس در ششماه في دینار $\frac{\text{م}}{2}$ مقدار انتفاع شد ودر نه ماه في دینار $\frac{3\text{م}}{4}$ وچون ۱۲۰
مجموع قیمت وانتفاع است درینصورت $\frac{120}{\frac{\text{م}}{2}+1}=$ قیمت تمسک اول وهمچنین $\frac{150}{\frac{3\text{م}}{4}+1}$

$=$ قیمت تمسک ثاني وازین سبب $\frac{120}{\frac{\text{م}}{2}+1}+\frac{150}{\frac{3\text{م}}{4}+1}=120+150-8\frac{1}{2}=261\frac{1}{2}$

بحسب السؤال بلکه $120+\frac{150+75\text{م}}{\frac{3\text{م}}{4}+1}=261\frac{1}{2}+\frac{261\frac{1}{2}\text{م}}{2}=\frac{523}{2}+$

$\frac{523}{4}\text{م}$ بلکه $120+\frac{360}{4}\text{م}+75\text{م}+150=\frac{523}{2}+\frac{523}{4}\text{م}+\frac{1569}{8}\text{م}$

$+\frac{1569}{16}\text{م}^2$ بلکه $270+165\text{م}=\frac{2092+1046\text{م}+1569\text{م}}{8}+\frac{1569}{16}\text{م}^2$

$=261\frac{1}{2}+326\frac{7}{8}\text{م}+98\frac{1}{16}\text{م}^2$ بلکه $8\frac{1}{2}=161\frac{7}{8}\text{م}+98\frac{1}{16}\text{م}^2$

بلکه $136=2590\text{م}+1569\text{م}^2$ بلکه $\text{م}^2+\frac{2590}{1569}\text{م}=\frac{136}{1569}$ بلکه $\text{م}^2+\frac{2590}{1569}\text{م}$

قمج

$(\frac{۱۲۹۵}{۱۵۶۹})^۲ + \frac{۱۳۶}{۱۵۶۹} = (\frac{۱۲۹۵}{۱۵۶۹})^۲ +$ بلکه م + $\frac{۲۲۹۵}{۱۵۶۹} = \sqrt{(\frac{۱۲۹۵}{۱۵۶۹})^۲ + \frac{۱۳۶}{۱۵۶۹}} =$

$\sqrt{\frac{۱۲۹۵\times۱۲۹۵+۱۵۶۹\times۱۳۶}{(۱۵۶۹)^۲}}$ بلکه م $= \frac{\sqrt{۱۸۹۴۰۹} - ۱۲۹۵}{۱۵۶۹} = \frac{۵۰۹۳}{۱۰۰۰۰۰}$ ∴

سؤال پنجاه و پنجم زید و عمرو در تجارت هر واحد ۵۹۴۰ دینار مع اصل و انتفاع حاصل کردند و انتفاع زید فی صد از انتفاع عمرو بقدر ۲ دینار زائد بود و مجموع انتفاع زید از مجموع انتفاع عمرو ۱۰۰ دینار زائد است پس انتفاع هریک فی صد چه باشد و چه اصل و چه انتفاع هریکی است ∴ جواب قدر انتفاع زید را که فی صد است م فرض کردم پس قدر انتفاع عمرو فی صد م − ۲ شد و مجموع اصل و انتفاع هریکی که ۵۹۴۰ که مساوی یک دیگر است ب فرض ساختم و ۱۰۰) را ط فرض کردم درینصورت نسبت ط + م الی م مثل نسبت ب الی انتفاع زید است زیرا که ط + م مجموع اصل و انتفاع فی صد است و ب نیز مجموع اصل انتفاع رأس المال درینصورت انتفاع زید = $\frac{\text{ب م}}{\text{ط + م}}$ بحسب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه و همچنین نسبت ط + م − ۲) الی م − ۲ مثل نسبت ب الی انتفاع عمرو پس انتفاع عمرو $\frac{\text{ب م} - ۲\,\text{ب}}{\text{ط + م} - ۲}$ شد

و ازین سبب $\frac{\text{ب م}}{\text{ط + م}} - \frac{\text{ب م} - ۲\,\text{ب}}{\text{ط + م} - ۲} = ۱۰۰$ بحسب السؤال بلکه ط ب م + ب م^۲ − ۲ ب م − ط ب م − ب م^۲ + ۲ ب ط + ۲ ب م = ۱۰۰ ط^۲ + ۱۰۰ م^۲ + ۲۰۰ ط م − ۲۰۰ ط − ۲۰۰ م بلکه ۲ ب ط = (ط^۲ + م^۲ + ۲ ط م − ۲ ط − ۲ م) × ۱۰۰ بلکه $\frac{۲\,\text{ب ط}}{۱۰۰}$ = ط^۲ + م^۲ + ۲ ط م − ۲ ط − ۲ م بحسب القسمة علی ۱۰۰ بلکه $\frac{۲\,\text{ب ط}}{۱۰۰}$ − ط^۲ + ۲ ط = م^۲ + (۲ ط − ۲) × م و بحسب العدد ۱۱۸۸۰ − ۱۰۰۰۰ + ۲۰۰ = م^۲ + ۱۹۸ م بلکه ۲۰۸۰ = م^۲ + ۱۹۸ م بلکه م^۲ + ۱۹۸ م + ۹۸۰۱ = ۲۰۸۰ + ۹۸۰۱ = ۱۱۸۸۱ بلکه م + ۹۹ = ۱۰۹ بحسب التجذیر بلکه م = ۱۰۹ − ۹۹ = ۱۰ = انتفاع فی صد مال زید و ۸ = انتفاع فی صد مال عمرو پس بطریق اربعهٔ متناسبهٔ اول چون نسبت ۱۱۰ بطرف ۱۰ مثل نسبت ۵۹۴۰ بطرف انتفاع زید است درینصورت $\frac{۵۹۴۰۰}{۱۱۰}$ = ۵۴۰ = انتفاع زید و همچنین انتفاع عمرو و مقدار اصل هریک می توان براورد ∴ سؤال پنجاه و ششم کدام چهار عدد

که علی نسبت متوالیهٔ هندسی اند و مجموع اصغرین ۲۰ و مجموع اعظمین ۴۵ ؛ جواب ۲۰ معلوم را ح فرض کردم و ۴۵ معلوم را ب و عدد اول را م و ثالث را ک فرض نمودم پس عدد ثانی ح − م و عدد رابع ب − ک شد و چون م : ح − م :: ک : ب − ک است درینصورت ب م − ک م = ح ک − ک م بلکه ب م = ح ک ونیز چون م : ح − م :: ح − م : ک است پس م ک = (ح − م)^{2} و چون بموجب معادلهٔ اولی ک = $\frac{\text{ب م}}{\text{ح}}$ بود و هرگاه در معادلهٔ ثانی مقدار ک را تبدیل کنم پس $\frac{\text{ب م}^{2}}{\text{ح}}$ = (ح − م)^{2} و بالتجذیر م × $\sqrt{\frac{\text{ب}}{\text{ح}}}$ = ح − م و بالعدد م × $\sqrt{\frac{9}{4}}$ = ۲۰ − م بلکه ۳ م = ۴۰ − ۲ م بلکه ۵ م = ۴۰ بلکه م = ۸ = عدد اول و چون ک = $\frac{\text{ب م}}{\text{ح}}$ = $\frac{360}{20}$ = ۱۸ = عدد ثالث پس ثانی = ۱۲ و رابع = ۲۷ برآمد ❁ سؤال پنجاه و هفتم مبلغ هفتصد دینار درمیان چهار اشخاص قسمت شد بحیثیتیکه نسبت بین الحصص متوالیهٔ هندسی است و نسبت تفاضل الطرفین بطرف تفاضل الوسطین مثل نسبت ۳۷) الی ۱۲) است پس مقدار هریک حصه چه باشد ؛ جواب ۷۰۰ را ح و ۳۷ را س و ۱۲ را ق فرض کردم و مقدار نسبت را ک و عدد اول را م فرض نمودم پس عدد ثانی م ک و عدد ثالث م ک^{2} و عدد رابع م ک^{3} شد پس م + م ک + م ک^{2} + م ک^{3} = ح بحسب السؤال و همچنین م ک^{3} − م : م ک^{2} − م ک :: س : ق است پس ق × (م ک^{3} − م) = س × (م ک^{2} − م ک) بلکه ق × (ک^{3} − ۱) = س × (ک^{2} − ک) = س ک × (ک − ۱) بلکه ک^{3} − ۱ = $\frac{\text{س ک}}{\text{ق}}$ × (ک − ۱) و هرگاه این معادله را بر ک − ۱ قسمت نمودم خارج ک^{2} + ک + ۱ = $\frac{\text{س ک}}{\text{ق}}$ بلکه ک^{2} + ک − $\frac{\text{س ک}}{\text{ق}}$ = −۱ بلکه ک^{2} − $\frac{\text{س} - \text{ق}}{\text{ق}}$ ک = −۱ بلکه ک^{2} − $\frac{\text{س} - \text{ق}}{\text{ق}}$ ک + $\frac{(\text{س} - \text{ق})^{2}}{4\,\text{ق}^{2}}$ = $\frac{\text{س}^{2} - 2\,\text{س ق} + \text{ق}^{2}}{4\,\text{ق}^{2}}$ − ۱ = $\frac{\text{س}^{2} - 2\,\text{س ق} - 3\,\text{ق}^{2}}{4\,\text{ق}^{2}}$ بلکه ک = $\frac{\text{س} - \text{ق} + \sqrt{\text{س}^{2} - 2\,\text{س ق} - 3\,\text{ق}^{2}}}{2\,\text{ق}}$ و بالعدد ک^{2} + ک + ۱ = $\frac{37}{12}$ ک = ۳ $\frac{1}{12}$ ک بلکه ک^{2} − ۲ $\frac{1}{12}$ ک = −۱ بلکه ک^{2} − ۲ $\frac{1}{12}$ ک +

۱ $\frac{۴۹}{۵۷۶}$ = ۱ + ۱ − $\frac{۴۹}{۵۷۶}$ = ۱ $\frac{۴۹}{۵۷۶}$ بلکه ک − $\frac{۱}{۲۴}$ = ۱ $\frac{۷}{۲۴}$ بلکه ک = $\frac{۸}{۲۴}$ ۱ = $\frac{۱}{۳}$ ۱

وچون مقدار ک را تبدیل کردم پس م + ۱ $\frac{۱}{۳}$ م + $\frac{۱۶}{۹}$ م + $\frac{۶۴}{۲۷}$ م = ه بلکه $\frac{۱۷۵}{۲۷}$ م

= ه بلکه ۱۷۵ م = ۲۷ ه بلکه م = $\frac{۲۷}{۱۷۵}$ ه = $\frac{۷۰۰ \times ۲۷}{۱۷۵}$ = $\frac{۱۸۹۰۰}{۱۷۵}$ = ۱۰۸

= عدد اول پس ۱۰۸ × $\frac{۴}{۳}$ = ۱۴۴ = عدد دوم و ۱۰۸ × $\frac{۱۶}{۹}$ = ۱۹۲ = عدد سوم

و ۱۰۸ × $\frac{۶۴}{۲۷}$ = ۲۵۶ = عدد چهارم بلکه ۱۰۸ + ۱۴۴ + ۱۹۲ + ۲۵۶ = ۷۰۰ وهوالمطلوب ؀

سؤال پنجاه وهشتم کدام چهار عدد اند علی نسبت متوالیهٔ عددیه که مجموع آنها ۵۶ و مجموع مربعات آنها ۸۶۴) است ؞ جواب عدد اول را م وعدد تفاضل متوالیه را ک فرض کردم پس عدد اول = م عدد ثانی = (م + ک) عدد ثالث = (م + ۲ ک) عدد رابع = (م + ۳ ک) ومجموع اینها = ۵۶ بلکه ۴ م + ۶ ک = ۵۶ بلکه ۲ م + ۳ ک = ۲۸ وهمچنین $م^۲$ + $(م + ک)^۲$ + $(م + ۲ ک)^۲$ + $(م + ۳ ک)^۲$ = ۸۶۴ بلکه ۴ $م^۲$ + ۱۲ م ک + ۱۴ $ک^۲$ = ۸۶۴ وهرگاه معادلهٔ اولی را تربیع کردم ۴ $م^۲$ + ۱۲ م ک + ۹ $ک^۲$ = ۷۸۴ واین را از معادلهٔ ثانی ساقط کردم ۵ $ک^۲$ = ۸۰ شد بلکه $ک^۲$ = $\frac{۸۰}{۵}$ = ۱۶ بلکه ک = ۴ وهرگاه در معادلهٔ اولی مقدار ک را تبدیل نمودم ۲ م + ۱۲ = ۲۸ گردید بلکه ۲ م = ۱۶ بلکه م = ۸ = عدد اول پس ۱۲ = عدد دوم و ۱۶ = عدد سوم و ۲۰ = عدد چهارم ؀ سؤال پنجاه ونهم قاصدی ازجائی روانه موضعی شد که فاصلهٔ ۱۴۰ میل داشت وروز اول ۲۶ میل راه قطع نمود وروز دوم ۲۴ میل وهمچنین هر روز ۲ میل کم می رفت پس درچند روز بمنزل رسید ؞ جواب چون درینجا توالی اعداد نزولا واقع شد وعدد تفاضل متناقصه ۲ است وچون در اعداد متوالیهٔ عددیه مقدار عدد اخیر مساوی مجموع عدد اول ومسطح تفاضل فی عدد العدة الا واحد می شود توالی صعودی باشد خواه نزولی لهذا هرگاه ۱۴۰ را ه و ۲۶ را ط و ۲ را مه فرض کردم وعدد ایام سفر را م قرار دادم وچون عدد عدة م است وعدد اول ط پس ط − (م − ۱) × مه = عدد اخیر شد وچون مجموع اعداد متوالیه مساوی مسطح مجموع عدد اول واخیر فی نصف العدة می باشد

درینصورت (۲ ط − (م − ۱) × س) × م/۲ = ه م بلکه (۲ ط م − (م² س − م س))/۲ = ه م بلکه
۲ ط م − م² س + م س = ۲ ه م بلکه م² س − (۲ ط + س) م = − ۲ ه م بلکه م² − (۲ ط + س)/س م = − ۲ ه/س
بلکه م² − (۲ ط + س)/س م + (۲ ط + س)²/۴ س² = − ۲ ه/س + (۲ ط + س)²/۴ س² = (۴ ط² + ۴ ط س + س²)/۴ س² −
۲ ه س/س² = (۴ ط² + ۴ ط س + س² − ۸ ه س)/۴ س² = (ط² + ط س + ¼ س² − ۲ ه س)/س² وبالعدد م² − ۲۷ م +
۱۸۲ ¼ = − ۱۴۰ + ۱۸۲ ¼ = ۴۲ ¼ بلکه م − ۱۳ ½ = ± ۶ ½ بلکه م = − ۶ ½ +
۱۳ ½ = ۷ = ایام سفر ٭ سؤال شصتم شخصی از جائی روانهٔ جای دیگر شد ودر یک ساعت چهار میل قطع مسافت می نمود وعقب آن شخصی دیگر بعد دو ساعت وسه ربع ساعت یعنی بعد یازده ربع ساعت از روانگی شخص اول روانه گردید با رادهٔ اینکه با شخص اول ملحق شود وآن شخص دوم در یک ساعت اول چهار میل ونصف میل قطع نمود ودر ساعت دوم چهار میل وسه ربع میل قطع کرد وهمچنین در هر ساعت یک ربع میل می افزود پس در چند ساعت با شخص اول ملحق گردید ٭ جواب ۴ میل را که شخص اول در یک ساعت قطع میکند ه و ۱۱) را که شخص اول قبل از روانگی شخص دوم قطع نموده ب و ½ ۴ میل را که شخص دوم در ساعت اول قطع نمود ط و ¼ میل را که عدد تزاید ساعات دیگر علی التوالی است س وعدد ساعات را که دران شخص دوم با شخص اول ملحق شد م فرض کردم وچون شخص دوم علی نسبت توالی عددی قطع مسافت نمود درینصورت ط + (م − ۱) × س = عدد اخیر امیال که آنرا شخص دوم قطع نمود پس (۲ ط + (م − ۱) س) م/۲ = کل مسافت شخص دوم که در م ساعت قطع نمود و ه م = مسافت شخص اول که در م ساعت قطع کرده
درینصورت (۲ ط + (م − ۱) س) م/۲ = ه م + ب پس بالضرورة م ط + (م² س − م س)/۲
= ه م + ب بلکه ۲ ط م + م² س − م س = ۲ ه م + ۲ ب بلکه س م² + (۲ ط − س) م =
۲ ه م + ۲ ب بلکه س م² + (۲ ط − ۲ ه − س) م = ۲ ب بلکه م² + (۲ ط − ۲ ه − س)/س م

+ (۲ط − ۲ص − س)^۲ / ۴س^۲ = ۲ب / س + (۲ط − ۲ص − س^۲) / ۴س^۲ و بحسب العدد م^۲ + ۳م +

۱/۴ ۲ = ۸۸ + ۱/۴ ۲ = ۱/۴ ۹۰ بلکه م + ۱/۲ ۱ = ۱/۲ ۹ بلکه م = ۸ = ساعات قطع مسافت

شخص دوم ۵۹ سؤال شصت و یکم کدام چهار عدد متوالیهٔ عددیه اند که اگر برانها ۲ و ۴ و ۸ و ۱۵
علی التناظر افزوده شود باهم متوالیهٔ هندسی شوند ∴ جواب عدد اول را م و عدد تفاضل را
ک فرض کردم پس عدد اول م و ثانی م + ک و ثالث م + ۲ک و رابع م + ۳ک
شد و هرگاه برآنها اعداد مذکوره افزودم م + ۲ و م + ک + ۴ و م + ۲ک + ۸ و م + ۳ک
+ ۱۵ متوالیهٔ هندسی شدند بحسب السؤال پس م + ۲ : م + ک + ۴ :: م + ک + ۴ : م
+ ۲ک + ۸ درینصورت بحسب مسطح الطرفین والوسطین م^۲ + ۲مک + ۴ک + ۱۰م
+ ۱۶ = م^۲ + ۲مک + ۸م + ک^۲ + ۸ک + ۱۶ بلکه ۲م = ک^۲ + ۴ک و همچنین چون
م + ۲ : م + ک + ۴ :: م + ۲ک + ۸ : م + ۳ک + ۱۵ پس م^۲ + ۳مک +
۱۷م + ۶ک + ۳۰ = م^۲ + ۳مک + ۱۲م + ۲ک^۲ + ۱۶ک + ۳۲ بلکه ۵م = ۲ک^۲
+ ۱۰ک + ۲ و هرگاه معادلهٔ اولی را تضعیف نموده از معادلهٔ ثانی ساقط کردم باقی م =
۲ک + ۲ گردید و چون در معادلهٔ اولی مقدار م را تبدیل کنم پس ۴ک + ۴ = ک^۲ +
۴ک بلکه ک^۲ = ۴ بلکه ک = ۲ و ازین سبب م = ۶ = عدد اول و ۸ عدد دوم و ۱۰
عدد سوم و ۱۲ عدد چهارم ۶۰ سؤال شصت و دوم کدام دو عدد اند که مسطح آنها ص معلوم است
و مجموع مکعبین آنها از ب معلوم است ∴ جواب اعظم را م و اصغر را ک فرض کردم پس مک
= ص و م^۳ + ک^۳ = ب بحسب السؤال و هرگاه معادلهٔ اولی را مکعب و معادلهٔ ثانی را مربع
نمودم پس مکعب معادلهٔ اولی م^۳ک^۳ = ص^۳ و مربع معادلهٔ ثانی م^۶ + ۲م^۳ک^۳ + ک^۶ = ب^۲
و هرگاه مکعب معادلهٔ اولی را در چهار ضرب نموده از مربع معادلهٔ ثانی ساقط نمودم باقی
م^۶ − ۲م^۳ک^۳ + ک^۶ = ب^۲ − ۴ص^۳ بلکه بحسب التجذیر م^۳ − ک^۳ = √(ب^۲ − ۴ص^۳) و چون
م^۳ + ک^۳ = ب بود بران افزودم مجموع آن ۲م^۳ = ب + √(ب^۲ − ۴ص^۳) شد بلکه م^۳ =

(ب + √(ب^۲ − ۴ص^۳)) / ۲ بلکه م = ∛((ب + √(ب^۲ − ۴ص^۳)) / ۲) و ک = ص / م = ص / ∛((ب + √(ب^۲ − ۴ص^۳)) / ۲)

وبطریق دیگر چون مر ک = ص پس ک = $\frac{\text{ص}}{\text{مر}}$ و ازین سبب $\text{مر}^3 + \frac{\text{ص}^3}{\text{مر}^3} = \text{ب}$ بحسب السؤال بلکه $\text{مر}^6 + \text{ص}^3 = \text{ب}\,\text{مر}^3$ بلکه $\text{مر}^6 - \text{ب}\,\text{مر}^3 = -\text{ص}^3$ بلکه $\text{مر}^6 - \text{ب}\,\text{مر}^3 + \frac{\text{ب}^2}{4} = \frac{\text{ب}^2}{4} - \text{ص}^3$ بلکه $\text{مر}^3 - \frac{\text{ب}}{2} = \sqrt{\frac{\text{ب}^2}{4} - \text{ص}^3} = \sqrt{\frac{\text{ب}^2 - 4\,\text{ص}^3}{4}}$ بلکه $\text{مر}^3 = \frac{\sqrt{\text{ب}^2 - 4\,\text{ص}^3} + \text{ب}}{2}$ پس رجوع بطریق اول نمود *

فایده از مثال مذکور قانون کلي برای استخراج معادلهٔ کعبی (مسترجان گاردن) نامی مستنبط نموده چنانچه جناب تفضل حسین خان مرحوم نقل کرده اند بدین طریق که اگر مجموع عددین را ء فرض کنم پس مر + ک = ء شد و درینصورت $\text{ء}^3 = \text{مر}^3 + 3\,\text{مر}^2\,\text{ک} + 3\,\text{مر}\,\text{ک}^2 + \text{ک}^3$ بحسب التکعیب بلکه $\text{ء}^3 = \text{مر}^3 + \text{ک}^3 + (3\,\text{مرک}) \times (\text{مر} + \text{ک})$ است بحسب انحلال الی المضروبین بلکه $\text{ء}^3 = \text{مر}^3 + \text{ک}^3 + 3\,\text{ص} \times \text{ء}$ شد چراکه ص = مرک و ء = مر + ک است و بالنقل $\text{ء}^3 - 3\,\text{ص}\,\text{ء} = \text{مر}^3 + \text{ک}^3 = \text{ب}$ بحسب مساوات مجموع مکعبین وچون بموجب مثال مذکور مقدار مر و مقدار ک معلوم شد و مجموع آن مقدار ء است

پس ضرورة $\text{ء} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\sqrt{\text{ب}^2 - 4\,\text{ص}^3}} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}\text{ب} + \frac{1}{2}\sqrt{\text{ب}^2 - 4\,\text{ص}^3}}$ = ضلع اول

$\text{ء}^3 - 3\,\text{ص}\,\text{ء} = \text{ب}$ پس اگر جزؤ ثاني را که سلبي است ایجابي فرض کنم اعنی $-3\,\text{ص} = \text{ط}$ فرض کنم بلکه $\frac{\text{ط}}{3} = -\text{ص}$ درینصورت $\text{ء} = \sqrt[3]{\frac{\text{ب}}{2} + \sqrt{\frac{\text{ب}^2}{4} + \frac{\text{ط}^3}{27}}} - \sqrt[3]{\frac{\text{ب}}{2} + \sqrt{\frac{\text{ب}^2}{4} + \frac{\text{ط}^3}{27}}}$

چراکه بسبب ایجاب جزؤ ثاني تبدیل نشان خواهد شد ضرورة فقط باید دانست در کتاب جبر و مقابلهٔ انگریزي مرقوم است که اکثر اهل ریاضي فرنگ بامتحان این قاعده را معلوم کرده اند چنانچه در مسئلهٔ پنجم مطلب چهاردهم گفتار دوم مذکور گردیده و بدانست فقیر این قاعده کلي نمی تواند شد چراکه جذر و ضلع کعب درین عمل اکثر تقریبي برمی آید پس اگر سؤال از اعداد صحیحه باشد ممکن است که استخراج قیاساً توان کرد و در کسور نهایت مشکل خواهد بود * سؤال شصت و سوم کدام دو عدد اند که مجموع آنها ۲۴ و تفاضل

مکعبین آنها ۳۵۸۴ ∴ جواب ۲۴ = ۲ه و ۳۵۸۴ = ۲ب فرض کردم ونصف تفاضل بین العددین را م تعبیر نمودم پس ه+م = عدد اعظم و ه−م = عدد اصغر وازین سبب $ه^۳ + م^۳ + ۳ه^۲ م + ۳ه م^۲ - (ه^۳ - م^۳ - ۳ه^۲ م + ۳ه م^۲) = ۲ب$ = تفاضل مکعبین بلکه $۲م^۳ + ۶ه^۲ م = ۲ب$ بلکه $م^۳ + ۳ه^۲ م = ب$ وهرگاه $۳ه^۲ = ط$ فرض کنم چراکه عدد ماقبل م است پس $م^۳ + ط م = ب$ درینصورت بحسب قاعدهٔ مرقوم الصدر م =

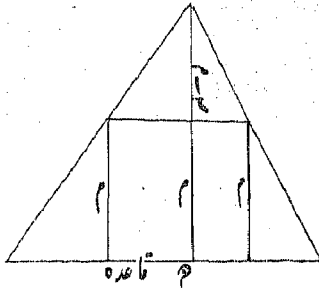
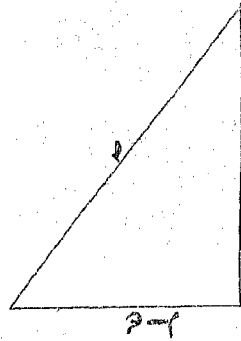
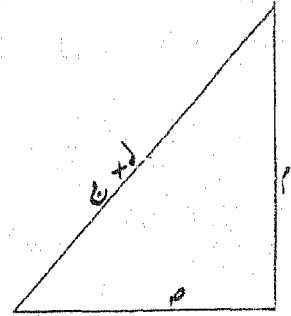
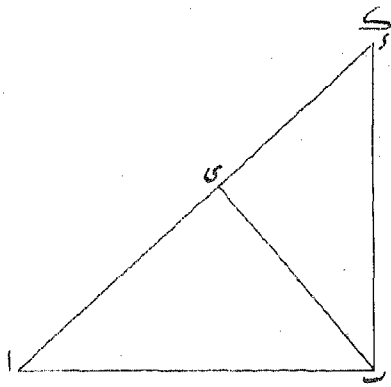
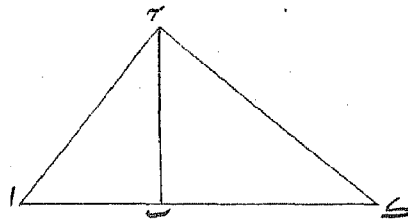
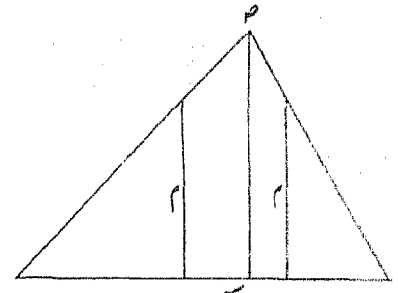
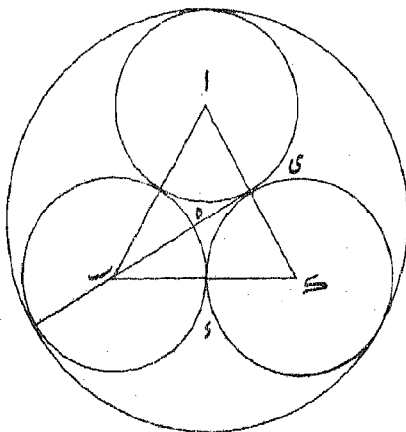
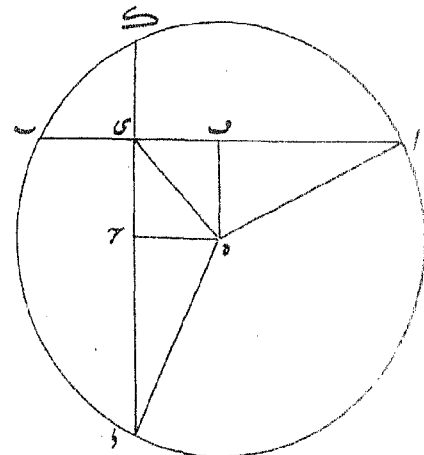
$$\sqrt[۳]{\frac{ب}{۲} + \sqrt{\frac{ب^۲}{۴} + \frac{ط^۳}{۲۷}}} - \sqrt[۳]{\frac{ب}{۲} + \sqrt{\frac{ب^۲}{۴} + \frac{ط^۳}{۲۷}}}$$ وبحسب العدد م = $$\sqrt[۳]{۸۹۶ + \sqrt{۸۰۲۸۱۶ + ۲۹۸۵۹۸۴}} - \sqrt[۳]{۸۹۶ + \sqrt{۸۰۲۸۱۶ + ۲۹۸۵۹۸۴}} = \sqrt[۳]{۱۹۴۶ + ۸۹۶}$$ تقریبا $$- \sqrt[۳]{۱۹۴۶ + ۸۹۶}$$

تقریبا = ۱۴ تقریبا − ۱۰ تقریبا = ۴ = نصف تفاضل العددین وازین سبب ۱۲ + ۴ = ۱۶ = عدد اعظم و ۱۲ − ۴ = ۸ = عدد اصغر ∴ سؤال شصت وچهارم کدام دو عدد اند که تفاضل بینهما ۴ ومجموع مکعبیهما ۲۲۴۰) است ∴ جواب نصف مجموع العددین را م فرض کردم پس اعظم م+۲ واصغر م−۲ شد ودرینصورت $(م^۳ + ۶م^۲ + ۱۲م + ۸) + (م^۳ + ۶م^۲ + ۱۲م - ۸) = ۲۲۴۰$ بلکه $۲م^۳ + ۲۴م = ۲۲۴۰$ بلکه $م^۳ + ۱۲م = ۱۱۲۰$ وهرگاه ۱۲ = ط و ۱۱۲۰ = ب فرض کنم چراکه بموجب قانون که بصدر بیان کرده شد عدد ماقبل مجهول را ط فرض کرده شده است درینصورت م =

$$\sqrt[۳]{\frac{ب}{۲} + \sqrt{\frac{ب^۲}{۴} + \frac{ط^۳}{۲۷}}} - \sqrt[۳]{\frac{ب}{۲} + \sqrt{\frac{ب^۲}{۴} + \frac{ط^۳}{۲۷}}}$$ زیراکه جزو ثانی ایجابی بود وبحسب العدد م =

$$\sqrt[۳]{۵۶۰ + \sqrt{۳۱۳۶۰۰ + ۶۴}} - \sqrt[۳]{۵۶۰ + \sqrt{۳۱۳۶۰۰ + ۶۴}} = \sqrt[۳]{۱۱۲۰\frac{۵۷}{۱۰۰۰}}$$ تقریبا −

$$\sqrt[۳]{۱۱۲۰\frac{۵۷}{۱۰۰۰}} = ۱۰\frac{۳}{۱۰۰}$$ تقریبا − $\frac{۳}{۱۰۰}$ تقریبا = ۱۰ پس م + ۲ = ۱۲ = عدد اعظم و م − ۲ = ۸ = عدد اصغر وهما العددان المطلوبان ∴ سؤال شصت وپنجم کدام دو عدد اند که مجموع مربعین آنها ۲۰۸ ومجموع مکعبین آنها ۲۲۴۰) است ∴ جواب ۲۰۸ را ه و ۲۲۴۰ را

ب فرض کردم ونصف تفاضل عددین را ک فرض نمودم پس $م + ک$ = اعظم و $م - ک$ = اصغر تعبیر کردم درینصورت $م^{۲} + ۲ م ک + ک^{۲}$ = مربع اعظم و $م^{۲} - ۲ م ک + ک^{۲}$ = مربع اصغر و بحسب المجموع $۲ م^{۲} + ۲ ک^{۲} = ه$ بحسب السؤال وهمچنین $م^{۳} + ۳ م^{۲} ک + ۳ م ک^{۲} + ک^{۳}$ = مکعب اعظم و $م^{۳} - ۳ م^{۲} ک + ۳ م ک^{۲} - ک^{۳}$ = مکعب اصغر و بحسب المجموع $۲ م^{۳} + ۶ م ک^{۲} = ب$ بحسب السؤال وهرگاه معادلهٔ اولی را که ($۲ م^{۲} + ۲ ک^{۲} = ه$) است در ۳ م ضرب کردم $۶ م^{۳} + ۶ م ک^{۲} = ۳ ه م$ وهرگاه ازین معادله $۲ م^{۳} + ۶ م ک^{۲} = ب$ را ساقط کنم باقي $۴ م^{۳} = ۳ ه م - ب$ ماند بلکه $م^{۳} = \frac{۳ ه م - ب}{۴}$ بلکه $م^{۳} - \frac{۳ ه}{۴} م = - \frac{ب}{۴}$ پس درین سؤال بقاعدهٔ کلي مذکور که در مثال های صدر مذکور گردیده استخراج نمی توان کرد چراکه اینجا مقدار سلبي است ودر قاعدهٔ مذکور ایجابي مفروض شده بود درینصورت آنرا بحسب العدد تعبیر نمودم $م^{۳} - ۱۵۶ م = - ۵۶۰$ پس هرگاه بقاعدهٔ (سرایزک نیوتن) مقسوم علیه های صحیح برای ۵۶۰ بهم رسانیدم ۱۰ و ۴ و −۱۴ را یافتم وچون درهرسه امتحان درست است پس عدد ده = م برامد وچون ($۲ م^{۲} + ۲ ک^{۲} = ه$) است وهرگاه مقدار م را تبدیل نمودم وبعدد رجوع کردم $۲۰۰ + ۲ ک^{۲} = ۲۰۸$ بلکه $۲ ک^{۲} = ۸$ بلکه $ک^{۲} = ۴$ بلکه $ک = ۲$ پس $م + ک = ۱۲$ = عدد اعظم و $م - ک = ۸$ = عدد اصغر و باید دانست که هرچند ۱۰ و ۴ و −۱۴ هرسه از روی امتحان = م می توانند شد لیکن چون استخراج ک) از دو مقدار دیگر ممکن نیست لهذا عدد ده = م متعین گردید ❊ سؤال شصت وششم کدام چهار اعداد متوالیهٔ هندسي اند که مجموع آنها ن معلوم است وحاصل الضرب متوالیه ح ❊ جواب اصغر الوسطین را $م - ک$ واعظم الوسطین را $م + ک$ فرض کردم پس بحسب قاعدهٔ ثالثهٔ متناسبه $\frac{(م - ک)^{۲}}{م + ک}$ = عدد اول و $\frac{(م + ک)^{۲}}{م - ک}$ = عدد اخیر ازین سبب $\frac{(م - ک)^{۲}}{م + ک} + (م - ک) + (م + ک) + \frac{(م + ک)^{۲}}{م - ک} = ن$ ونیز $\frac{(م - ک)^{۲}}{م + ک}$

شکل ۱۶۵ صفحہ ۵۷۹
شکل ۱۶۶ صفحہ ۵۸۰
شکل ۱۶۷ صفحہ ۵۸۱
قاعدہ
شکل ۱۶۸ صفحہ ۵۸۲
شکل ۱۶۹ صفحہ ۵۸۷
شکل ۱۷۰ صفحہ ۵۸۹
شکل ۱۷۱ صفحہ ۵۹
شکل ۱۷۳ اول صفحہ ۵۹۲

$+ \frac{\text{۷۳۷}}{\text{۱۰۰}}$ (۱۲) $= \text{۷} \frac{\text{۳۷}}{\text{۱۰۰}} + \text{۱} \frac{\text{۶۳}}{\text{۱۰۰}}$ تقریبا = ۹ وچون $\text{ک}^{2} = \text{م}^{2} - \text{ح}$ پس $\text{ک}^{2} = \text{۸۱}$
$- \text{۷۲} = \text{۹}$ باکه ک = ۳ وازین سبب عدد اول ۳ وعدد ثانی ۶ وثالث ۱۲ ورابع ۲۴ برامد وهو المطلوب *

مطلب هجدهم در حل بعض سؤالات که متعلق هندسه است از روی جبر ومقابله وسؤالات مذکور درحقیقت قواعد کلیه اند که ازان حل بسیاری از سؤالات ازان جنس می تواند شد ونفضل حسین خان مرحوم از انگریزی بعربی ترجمه نموده اند *

سؤال اول اگر احد الساقین مثلث قایم الزاویه وقدر تفاضل بین الوتر وساق آخر معلوم بود پس مقدار وتر وساق مذکور چه خواهد بود * جواب ضلع معلوم را ه فرض کردم وقدر تفاضل را ق وضلع دوم را م پس مقدار وتر م + ق گردید چراکه فضل بالضرورة وتر را است وچون بموجب شکل عروس معلوم است که مربعین ضلعین مثلث قائم الزاویه مساوی مربع وتر می شود درینصورت $\text{م}^{2} + \text{۲} \text{ق} \text{م} + \text{ق}^{2}$ اعنی مربع وتر $= \text{م}^{2} + \text{ه}^{2}$ اعنی مجموع مربعین ضلعین وبعد اسقاط متداخلین $\text{۲} \text{ق} \text{م} + \text{ق}^{2} = \text{ه}^{2}$ اعنی $\text{۲} \text{ق} \text{م} = \text{ه}^{2} - \text{ق}^{2}$ وهرگاه آنرا بر ۲ ق قسمت کردم خارج $\text{م} = \frac{\text{ه}^{2} - \text{ق}^{2}}{\text{۲} \text{ق}}$ اعنی $\frac{\text{ه}^{2}}{\text{۲} \text{ق}} - \frac{\text{ق}}{\text{۲}}$ وهرگاه ه و ق هردو معلوم اند پس مقدار م هم که ضلع مجهول است معلوم شد ونیز ازان مقدار وتر هم براید اعنی $\frac{\text{ه}^{2}}{\text{۲} \text{ق}} - \frac{\text{ق}}{\text{۲}}$ * مثلاً اگر مقدار ضلع معلوم ۶ وتفاضل بین الوتر وضلع آخر ۲ پس هرگاه بخواهم که ضلع آخر را بدانم مربع ۶ راکه ۳۶) است بر ۴ که ۲ ق است قسمت کردم نه خارج شد وازان واحد ساقط نمودم چراکه $\frac{\text{ق}}{\text{۲}} = \text{۱}$) است باقی ۸ ماند که مقدار ضلع آخر است ونیز اگر برنه واحد بیفزایم ۱۰ مقدار وتر است وهذه صورته .... (شکل ۱۶۸)

سؤال دوم اگر وتر زاویهٔ قائمه ومقدار تفاضل بین الساقین معلوم باشد پس مقدار ساقین چه باشند * جواب وتر راکه معلوم است ه وقدر تفاضل را ق وضلع اعظم را م فرض کردم

پس ضلع اصغر $\text{م} - \text{ق}$ شد بهذه الصورة .... (شکل ۱۶۶)
وبشکل عروس $\text{م}^2 + (\text{م} - \text{ق})^2 = \text{ض}^2$ وچون $(\text{م} - \text{ق})^2$ درحقیقت $\text{م}^2 + \text{ق}^2$
$- 2\,\text{ق}\,\text{م}$ است پس $2\,\text{م}^2 + \text{ق}^2 - 2\,\text{ق}\,\text{م} = \text{ض}^2$ است وهرگاه آنرا تنصیف نمودم
$\text{م}^2 + \frac{\text{ق}^2}{2} - \text{ق}\,\text{م} = \frac{\text{ض}^2}{2}$ اعنی $\text{م}^2 - \text{ق}\,\text{م} = \frac{\text{ض}^2}{2} - \frac{\text{ق}^2}{2}$ و مقدار نصف ض^2 و نصف ق^2
معلوم است درینصورت م^2 مقابل عدد و م گردید پس بموجب مسئلهٔ ثالثهٔ
مقترنات جبریه چون عدد وشي اعني م ومقدار ق است پس $\left(\frac{\text{ق}}{2}\right)^2$ اعنی $\frac{\text{ق}^2}{4}$ را
بر $\frac{\text{ض}^2}{2} - \frac{\text{ق}^2}{2}$ که مقدار معلوم وعدد است افزودم $\frac{\text{ض}^2}{2} - \frac{\text{ق}^2}{4}$ شد وجذر آن را بر $\frac{\text{ق}}{2}$ که نصف
عدد اشیا است افزودم مجموع مقدار م برآمد بدینصورت $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{ض}^2}{2} - \frac{\text{ق}^2}{4}} + \frac{\text{ق}}{2}$ *
مثلاً اگر گویم مقدار وتر معلوم ۲۰ است وتفاضل ضلعین ۴ درینصورت $\text{م} =$
$\sqrt{\frac{400}{2} - \frac{16}{4}} + \frac{4}{2} = \sqrt{196} + 2 = 14 + 2 = 16 =$ مقدار ضلع اعظم و ۱۶
$- 4 = 12 =$ مقدار اصغر ⁂ سؤال سوم اگر قاعدهٔ مثلث وارتفاع آن که عبارت
از عمودی است که از راس المثلث بر قاعدهٔ مذکور بکشند معلوم باشد پس مقدار ضلع مربعیکه
دران مثلث واقع شود چه خواهد بود باید دانست که واقع شدن مربع درمثلث عبارت
ازان است که هرچهار زوایای مربع مماس اضلاع مثلث شوند ولامحاله دو زاویهٔ بالای
قاعدهٔ دو زاویه مماس ضلعین خواهند بود ∴ جواب چون از فحوای سؤال ظاهر است
که دو ضلع مربع یکی بالای قاعده ودومي موازی آن ودو ضلع دیگر موازی ارتفاع
خواهند بود پس هرگاه ارتفاع را ع وقاعده را ق فرض کردم وضلع مربع را م درینصورت
ضلع مربع که موازی قاعده است خط ارتفاع را تقاطع علی القوایم خواهد کرد وخط ارتفاع
منقسم بدو قسم خواهد شد یک قسم که موازي ضلعین مربع است مساوی م خواهد بود
وقسم دیگر که عمود بر ضلع فوقانی مربع است مساوی $\text{ع} - \text{م}$ وچون نسبت ضلع مربع

مذکور که موازی قاعده است مثلث دیگر اصغر درمیان مثلثي مذکور حادث می شود که مشابه مثلث اعظم است درینصورت $\text{ع} : \text{ه} :: \text{ع} - \text{م} : \text{م}$ درینصورت $\text{ع}\text{م} = \text{ع}\text{ه} - \text{ه}\text{م}$ یاکه $(\text{ع} + \text{ه}) \times \text{م} = \text{ع}\text{ه}$ یاکه $\text{م} = \frac{\text{ع}\text{ه}}{\text{ع} + \text{ه}}$ گردید * مثلا اگر قاعده ۲۰ وارتفاع ۱۲ باشد پس $\frac{12 \times 20}{12 + 20} = \frac{240}{32} = 7\frac{1}{2}$ = مقدار ضلع مربع است وهذه صورته (شکل ۱۶۷)

سؤال چهارم اگر سطحي مستطیل در مثلثي معلوم واقع شود و نسبت مساحت سطح مذکور بطرف مساحت مثلث نیز معلوم بود پس مقدار اضلاع آن سطح چه خواهد بود ؛ جواب چون درشکل مستطیل ظاهر است که دوضلع متوازیین متساویین اصغرین می باشند ودوضلع متوازیین اعظمین وضرورة دوضلع عمود برقاعده خواهدبود وسوم موازي قاعده وچهارم جزء من القاعده خواهد بود ونیز ممکن است که درهرمثلث عمودي برضلعي ازاضلاع داخل مثلث کشند درینصورت اگرعمود مثلث راکه عبارت ازارتفاع است ع فرض کنند وقاعده را که بران عمود واقع شده س فرض نمایند ویک ضلع مستطیل که موازی عمود باشد م فرض سازند ونسبت مساحت مثلث بطرف مساحت مستطیل که معلوم است مثل نسبت س الی ه عددین معلومین بود وچون نسبت یک ضلع مستطیل که موازی قاعده است مثلثي اصغر داخل مثلث مفروضه حادث خواهد شد که مشابه مثلث مفروضه بود وچون ضلع مستطیل که موازی قاعده است عمودا عنی (ع) را تقاطع علی القوائم نمود پس ع منقسم بدوقسم گردید یکي مساوی م ودوم مقدار $\text{ع} - \text{م}$ که عمود مثلث اصغر است درینصورت نسبت ع الی س مثل نسبة $\text{ع} - \text{م}$ الی ضلع مستطیل که موازی قاعده است خواهد بود وهرگاه بموجب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه مقدار ضلع مذکور $= \frac{\text{س}\text{ع} - \text{س}\text{م}}{\text{ع}}$ شد وچون یک ضلع مستطیل م وضلع ثاني $\frac{\text{س}\text{ع} - \text{س}\text{م}}{\text{ع}}$ پس مقدار مساحت مستطیل $= \frac{\text{س}\text{ع}\text{م} - \text{س}\text{م}^2}{\text{ع}}$ وچون مساحت مثلث حاصل ضرب عمود في نصف القاعده است درینصورت $\text{س} : \text{ه} :: \frac{\text{ع}\text{س}}{2} : \frac{\text{س}\text{ع}\text{م} - \text{س}\text{م}^2}{\text{ع}}$ بمقتضای سؤال وهرگاه بموجب

قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه $\frac{ه\,س^۲\,م - س^۲\,م^۲}{ه} = \frac{ح\,س^۲}{۲}$ گردید بلکه $۲\,ه\,س^۲\,م - ۲\,س^۲\,م^۲$
$= ح\,ه^۲\,س$ و هرگاه هردو را بر $۲\,س^۲$ قسمت نودم $ه\,م - م^۲ = \frac{ح\,ه^۲}{۲\,س}$
باکه $ه\,م = \frac{ح\,ه^۲}{۲\,س} + م^۲$ گردید درینصورت شي مقابل عدد و مال شد پس
بموجب قاعدهٔ ثاني مقترنات $م = \frac{ه}{۲} \pm \sqrt{\frac{ه^۲}{۴} - \frac{ح\,ه^۲}{۲\,س}}$ * مثلاً اگر ارتفاع مثلث ۴
ومقدار قاعده ۶ ونسبت مساحت مثلث بطرف مساحت سطح مثل نسبت س بطرف
واحد بود وچون مقدار ضلع مستطيل که موازي ارتفاع است وآنرا مجهول فرض کردم
پس $م = ۲ \pm \sqrt{\frac{۴}{۳} - ۴} = ۲ \pm \sqrt{\frac{۸}{۳}} = ۲ \pm ۱\frac{۱۷}{۲۷} = ۳\frac{۱۷}{۲۷}$ باکه $\frac{۱۰}{۲۷}$
اگرچه درين مثال درنسبت مساحت سطح ومثلث في الجمله تفاوت مي افتد ليکن تفاوت
بسبب استخراج جذر تقريبي است فافهم هذه صورته .... (شکل ۱۶۸)

سؤال پنجم مي خواهم که خط معلوم المقدار را دوقسم کنم بحيثيتيکه مسطح هردوقسم مساوي
قدر معلوم يا مکسر سطح معلوم باشد * جواب هرگاه مقدار خط را ه واحد القسمين را م وقدر
معلوم يا مکسر سطح معلوم را ح فرض کردم پس قسم دوم راکه $ه - م$ است در م
ضرب کردم حاصل $م\,ه - م^۲ = ح$ بلکه $م\,ه = م^۲ + ح$ گرديد پس رجوع بمسئلهٔ ثاني
مقترنات نمود $م = \frac{ه}{۲} \pm \sqrt{\frac{ه^۲}{۴} - ح}$ برامد * مثلاً اگر گوييم خطيکه ۱۳ ذراع است آنرا
دوقسم کنم بحيثيتيکه مسطح هردوقسم مساوي ۳۶ باشد که آن بحسب فرض خواه مقدار
معين است خواه مقدار سطحي معلوم مفروض است پس $م = \frac{۱۳}{۲} \pm \sqrt{\frac{۱۶۹}{۴} - ۳۶}$
$= \frac{۱۳}{۲} \pm \frac{۵}{۲} = ۹$ باکه ۴ وهو المطلوب ۵۵ سؤال ششم ميخواهم که برخطي معلوم خطي ديگر
بيفزاييم بحيثيتيکه مسطح خط مع الزيادة في الزيادة مساوي قدر معلوم باشد * جواب خط معلوم
را ه وخط مجهول راکه زياده شده است م وقدر معلوم را ح فرض کردم پس $(م + ه)$
$× م = ح$ شد اعني $ه\,م + م^۲ = ح$ بلکه $م = \sqrt{\frac{ه^۲}{۴} + ح} - \frac{ه}{۲}$ برامد * مثلاً خط معلوم ده است

وقدر معلوم ۵۶ پس م = √(۱۰۰/۴ + ۵۶) − ۱۰/۲ = √۸۱ − ۵ = ۹ − ۵ = ۴ پس ۱۰ + ۴ = ۱۴ و ۱۴ × ۴ = ۵۶ بامتحان صحیح برامد و ازین بیان ظاهر می شود که اگر مثلثی قائم الزاویه فرض کنم که یک ضلع آن نصف خط معلوم و یک ضلع جذر مقدار معلوم باشد پس وتر آن مساوی مجموع نصف خط معلوم و زیادت مطلوب خواهد بود درینصورت اگر مربع نصف خط معلوم را بر قدر معلوم افزوده از جذر مجموع نصف خط را ساقط کنند باقی مقدار زیادت مطلوب است ❊ سؤال هفتم میخواهم که خطی معلوم را دو قسم سازم بحیثیتیکه مسطح احد القسمین في خط معلوم آخر مساوی مربع قسم آخر بود ❊ جواب خط معلوم را ء واحد القسمین را که مربع آن مطلوب است م وقسم آخر را ء − م وخط آخر معلوم را ه فرض کنم پس (ء − م) × ه = م² یا که ء ه = م ه + م² گردید پس بموجب مسئلهٔ اولای مقترنات م = √(ه²/۴ + ء ه) − ه/۲ ❊ مثلاً اگر خط معلوم ۲۴ باشد وخط معلوم آخر ۴ پس م = √(۱۶/۴ + ۹۶) − ۴/۲ = √۱۰۰ − ۲ = ۱۰ − ۲ = ۸ = قسمی از ۲۴ و ۱۶ = قسم آخر پس ۱۶ × ۴ = (۸)² = ۶۴ می شود ❊ سؤال هشتم میخواهم که مقدار دو خط معین کنم که مسطح آنها مساوی سطح معلوم است و مجموع مربعین آنها مساوی مربع معلوم ❊ جواب چون ظاهر است که هر سطح معلوم الضلعین را مساوی سطحی دیگر که یک ضلع او معلوم باشد فرض می توانم کرد چه هرگاه مساحت سطح معلوم الضلعین را بر ضلع سطح معلوم آخر قسمت کنم وخارج را ضلع آخر سطح مذکور فرض کنم پس هر دو سطح متساوی خواهند بود ضرورة درینصورت مساحت سطح معلوم الضلعین را بر ضلع مربع که در سؤال سائل است قسمت کرده خارج را ضلع آخر قرار دادم واحد الاضلاع سطح مفروضهٔ ثانیه را که مساوی ضلع مفروضه است ء وضلع آخر سطح مذکور را ه وخطین مجهولین را م و ق فرض کردم پس م × ق = ء × ه معادلهٔ اولی شد و م² + ق² = ء² معادلهٔ ثانیه گردید بحسب السؤال وهرگاه مربع ضعف معادلهٔ اولی را یک مرتبه با معادلهٔ ثانیه جمع کردم

ویک مرتبه ازمعادلهٔ ثانیه ساقط نمودم پس معادلهٔ ثالثه ورابعه بهم رسیدند بدینصورت

بالجمع

ضعف معادلهٔ اولیٰ　۲ ص ز　=　۲ ب ح

معادلهٔ ثانیه　$ص^۲ + ز^۲ = ط^۲$

معادلهٔ ثالثه　$ص^۲ + ۲ ص ز + ز^۲ = ط^۲ + ۲ ب ح$

وبالتفریق

$ص^۲ + ز^۲ = ط^۲$

۲ ص ز　=　۲ ب ح

معادلهٔ رابعه　$ص^۲ - ۲ ص ز + ز^۲ = ط^۲ - ۲ ب ح$

وباستخراج جذر معادلهٔ ثالثه ورابعه

معادلهٔ خامسه　$ص + ز = \sqrt{ط^۲ + ۲ ب ح}$

معادلهٔ سادسه　$ص - ز = \sqrt{ط^۲ - ۲ ب ح}$

ثم بالجمع

$ص + ز = \sqrt{ط^۲ + ۲ ب ح}$

$ص - ز = \sqrt{ط^۲ - ۲ ب ح}$

معادلهٔ سابعه　$۲ ص = \sqrt{ط^۲ + ۲ ب ح} + \sqrt{ط^۲ - ۲ ب ح}$

ثم بالتفریق

$ص + ز = \sqrt{ط^۲ + ۲ ب ح}$

$ص - ز = \sqrt{ط^۲ - ۲ ب ح}$

معادلهٔ ثامنه　$۲ ز = \sqrt{ط^۲ + ۲ ب ح} - \sqrt{ط^۲ - ۲ ب ح}$

وچون ه و ط معلوم اند پس م و ق نیز معلوم شوند * مثلا اگر گویم مقدار ه = ۱۰۰ ومقدار ط = ۴۸ درینصورت
$2م = \sqrt{(100)^2 + 48\times 200} + \sqrt{(100)^2 - 48\times 200} = \sqrt{10000+9600} + \sqrt{10000-9600} = \sqrt{19600} + \sqrt{400} = 140 + 20 = 160$
پس م = ۸۰ وهمچنین $2ق = \sqrt{19600} - \sqrt{400} = 140 - 20 = 120$ پس ق = ۶۰ وهو المطلوب * ونیز این ضعیف میگوید که چون صورت سؤال مقتضي آنست که هر دو خطین مجهولین ضلعین مثلث قائم الزاویه باشند واحد الضلعین سطح مفروضهٔ وتر مثلث قائم الزاویه بود وضلع آخر سطح مذکور عمود باشد که از زاویهٔ قائمه بر وتر خارج شده وچون باستبانهٔ مسئلهٔ سي ویکم که عنقریب مذکور شود انشاء الله تعالی ظاهر است که فضل بین مربع مجموع الضلعین ومربع مجموع الوتر والعمود بقدر مربع عمود می باشد ونیز فضل بین مربع فضل الضلعین ومربع فضل الوتر والعمود بقدر مربع عمود است درینصورت اگر از مربع مجموع ه و ط مربع ط که فی الحقیقت مربع عمود است ساقط کنم باقي مربع مجموع خطین مجهولین خواهد بود وهرگاه از مربع فضل بین ه و ط مربع ط ساقط کنند باقي مقدار فضل بین خطین مجهولین خواهد بود وهرگاه مجموع خطین مجهولین وفضل بینهما معلوم شد پس خطین مجهولین نیز معلوم خواهد بود ضرورة * مثلا چون $(100+48)^2 - (48)^2 = (148)^2 - (48)^2 = 21904 - 2304 = 19600 = (140)^2$ پس ۱۴۰ = مجموع خطین وهمچنین $(100-48)^2 - (48)^2 = (52)^2 - (48)^2 = 2704 - 2304 = 400 = (20)^2$
پس ۲۰ = فضل بین الخطین مجهولین پس $\frac{140+20}{2} = \frac{160}{2} = 80$ = مقدار خط اعظم و $\frac{140-20}{2} = \frac{120}{2} = 60$ = خط اصغر فافهم * سؤال نهم میخواهم که مقدار دو خط معین کنم بحیثیتیکه مسطح آنها مساوي سطح معلوم باشد وتفاضل بین مربعین آنها مساوي مربع معلوم بود * جواب درین سؤال هم مساحت معلوم را بر ضلع مربع قسمت کرده وخارج را یک ضلع وضلع مربع را یک ضلع سطح

مفروضه قرار دادم وضلع مربع را م وخارج را خ واعظم المجهولین را ص واصغر المجهولین را ق فرض کردم پس معادلهٔ اولی $\text{ص}\,\text{ق} = \text{م}\,\text{خ}$ ومعادلهٔ ثانیه $\text{ص}^{2} - \text{ق}^{2} = \text{م}^{2}$ شد بحسب السؤال وهرگاه معادلهٔ اولی را بر ص قسمت نمودم $\text{ق} = \frac{\text{م}\,\text{خ}}{\text{ص}}$ گردید پس $\frac{\text{م}\,\text{خ}}{\text{ص}}$ را بجای ق درمعادلهٔ ثانیه قرار دادم پس معادلهٔ ثالثه $\text{ص}^{2} - \frac{\text{م}^{2}\,\text{خ}^{2}}{\text{ص}^{2}} = \text{م}^{2}$ شد وچون معادلهٔ ثالثه را در ص^{2} ضرب نمودم معادلهٔ رابع $\text{ص}^{4} - \text{م}^{2}\text{خ}^{2} = \text{م}^{2}\text{ص}^{2}$ شد باکه معادلهٔ رابعه $\text{ص}^{4} - \text{م}^{2}\text{ص}^{2} = \text{م}^{2}\text{خ}^{2}$ برآمد وچون مال المال درحقیقت مربع مال است ومقدار م و خ معلوم بود لهذا $\text{ص}^{4} + \frac{\text{م}^{4}}{4} - \text{م}^{2}\text{ص}^{2} = \frac{\text{م}^{4}}{4} + \text{م}^{2}\text{خ}^{2}$ شد وچون جذر آن گرفتم $\text{ص}^{2} - \frac{\text{م}^{2}}{2} = \sqrt{\frac{\text{م}^{4}}{4} + \text{م}^{2}\text{خ}^{2}}$ شد وچون $\frac{\text{م}^{4}}{4} + \text{م}^{2}\text{خ}^{2}$ درحقیقت مسطح $\text{م}^{2} \times \left(\frac{\text{م}^{2}}{4} + \text{خ}^{2}\right)$ است وجذر مسطح المربعین مساوی مسطح الجذرین می شود کما ثبت فی الاصول درینصورت $\text{ص}^{2} - \frac{\text{م}^{2}}{2} = \text{م} \times \sqrt{\frac{\text{م}^{2}}{4} + \text{خ}^{2}}$ شد بلکه $\text{ص}^{2} = \frac{\text{م}^{2}}{2} + \text{م} \times \sqrt{\frac{\text{م}^{2}}{4} + \text{خ}^{2}}$ گردید فبالضرورة بموجب مسئلهٔ ثالثهٔ مفردات $\text{ص} = \sqrt{\frac{\text{م}^{2}}{2} + \text{م} \times \sqrt{\frac{\text{م}^{2}}{4} + \text{خ}^{2}}}$ گردید هرگاه مقدار ص معلوم شد مساحت سطح مفروضه را بران قسمت کردم خارج مقدار ق برآمد * مثلاً اگر گوییم که سطح معلوم ۱۸۰ ومربع معلوم ۸۱) است پس $\frac{۱۸۰}{\sqrt{۸۱}} = \frac{۱۸۰}{۹} = ۲۰$ پس $\text{م} = ۹$ و $\text{خ} = ۲۰$

ولهذا $\text{ص} = \sqrt{\frac{۸۱}{۲} + ۹ \times \sqrt{۴۰۰ + \frac{۸۱}{۴}}} = \sqrt{\frac{۸۱}{۲} + ۹ \times \sqrt{\frac{۱۶۰۰ + ۸۱}{۴}}} = \sqrt{\frac{۸۱}{۲} + ۹ \times \frac{\sqrt{۱۶۸۱}}{۲}}$

$= \sqrt{\frac{۸۱}{۲} + ۹ \times \frac{۴۱}{۲}} = \sqrt{\frac{۳۶۹ + ۸۱}{۲}} = \sqrt{\frac{۴۵۰}{۲}} = \sqrt{۲۲۵} = ۱۵ =$ ضلع اعظم و $\text{ق} =$

$\frac{۱۸۰}{۱۵} = ۱۲ =$ ضلع اصغر وهو المطلوب *

فائدهٔ ازین مسئله فائده‌ای می‌شود که ضلع اعظم [illegible] ص [illegible] است که احد الضلعین آن [illegible] است [illegible] بحسب سؤال $\text{ص}^{2} - \text{ق}^{2} = \text{م}^{2}$) است پس [illegible]

= ا ب و ق = ح ب و م = ا ح باشد ومثلثي ديگر ا ک ح شبيه مثلث ا ب ح) رسم کنم
بحيثيتيکه ضلع ک ب نظير ضلع ب ح و ب ح نظير ب ا شود پس ک ح : ب ح
:: ا ح : ا ب خواهد شد درينصورت ک ح × ا ب = ب ح × ا ح و ب ح × ا ح
= م ق = ا ب × ه = ص ه پس ک ح × ا ب = ا ب × ه بلکه $\frac{\text{ک ح × ا ب}}{\text{ا ب}}$
= $\frac{\text{ا ب × ه}}{\text{ا ب}}$ بحسب سؤال درينصورت ک ح = ه چون (ا ح)^{2} = (ب ح)^{2}
+ (ا ب)^{2} اعني م^{2} = ق^{2} + ص^{2} وهمچنان (ک ا)^{2} اعني (ا ب + ک ب)^{2} = (ک ح)^{2}
+ (ا ح)^{2} اعني = ه^{2} + م^{2} ونيز (ک ح)^{2} = (ک ب)^{2} + (ب ح)^{2} بلکه ه^{2} = (ک ب)^{2}
+ (ب ح)^{2} وچون (ک ا)^{2} = (ک ب)^{2} + (ا ب)^{2} + ۲ × ک ب × ا ب باعتبار
جزئين درينصورت (ک ب)^{2} + (ا ب)^{2} + ۲ × ک ب × ا ب = (ا ح)^{2} اعني (ا ب)^{2}
+ (ب ح)^{2} + (ک ح)^{2} اعني (ک ب)^{2} + (ب ح)^{2} = (ک ب + ا ب)^{2} وبعد
اسقاط متداخلين ۲ × ک ب × ا ب = ۲ × (ب ح)^{2} بلکه ک ب × ا ب =
(ب ح)^{2} پس (ک ب)^{2} + ک ب × ا ب اعني ک ا × ک ب = (ک ب)^{2}
+ (ب ح)^{2} اعني = (ک ح)^{2} است مسئلۂ هذا رجوع بسؤال ششم نمود
اعني (ا ب + ک ب) × ک ب بلکه ا ک × ک ب = (ک ح)^{2} اعني
(ص + ک ب) × ک ب = ه^{2} وهرگاه بموجب حل مسئلۂ مذکوره مقدار ک ب براوردم
بحيثيتيکه (ک ح)^{2} - (ک ب)^{2} = ق^{2} بلکه ه^{2} - (ک ب)^{2} = ق^{2} و م = $\sqrt{\text{ص}^{2} + \text{ق}^{2}}$ پس
بموجب سوال ششم $\sqrt{\text{ه}^{2} + \frac{\text{ص}^{2}}{۴}} - \frac{\text{ص}}{۲}$ = ک ب مثلاً درمثال مذکور ا ب اعني ص =
۹ و ه = ۲۰ فرض کنم درينصورت $\sqrt{۴۰۰ + \frac{۸۱}{۴}} - \frac{۹}{۲}$ = ک ب بلکه $\sqrt{\frac{۱۶۸۱}{۴}} - \frac{۹}{۲} = \frac{۴۱}{۲} -$
$\frac{۹}{۲} = \frac{۳۲}{۲}$ = ۱۶ = ک ب پس ۴۰۰ - ۲۵۶ = ق^{2} بلکه ۱۴۴ = ق^{2} بلکه ۱۲ = ق و م = $\sqrt{۱۴۴ + ۸۱}$
= $\sqrt{۲۲۵}$ = ۱۵ وهو المطلوب هذه صورته .... (شکل ۱۶۹)

سؤال دهم اگر قطر دائره معلوم باشد وعمودي برطرفي ازان قطر قائم بود وبخواهم که برخط

عمود نقطه فرض کنم که هرگاه ازان نقطه خطی بطرف آخر قطر بکشم قسم خارج دائره مساوي مقدار خطی معلوم الطول باشد پس تعین نقطه مذکور چگونه توان نمود ٭ جواب هرگاه بر قطر اب که معلوم است نصف دائرهٔ رسم کنم و بر نقطهٔ ب عمود کب قائم سازم پس زاویهٔ ب قائمه خواهد بود و هرگاه بر عمود کب نقطهٔ د بصفت مذکور فرض کرده خط دا وصل کنم لامحاله دبا مثلث قائم الزاویه حادث خواهد شد که یک ضلع آن خط دب وضلع آخر با و وترآن دا باشد و نیز دا محیط نصف دائره را تقاطع خواهد بود بر نقطهٔ ي پس مقدار يا داخل دائره و مقدار دي خارج دائره و مساوي خط معلوم الطول خواهد بود و هرگاه بي را بادم وصل کنم لامحاله در مثلث بيا زاویهٔ ي قائمه خواهد بود بموجب شکل ل من مقالة ثالثة اصول و هر دو مثلث ابد و ايب متشابهین خواهند بود چراکه هر دو قائم الزاویه اند و زاویهٔ ا مشترک است پس اد : اب :: اب : اي خواهد بود پس اب را که معلوم است ق فرض کردم و دي را که مساوي خط معلوم الطول است ح و خط اد را م فرض کردم پس مقدار اي = م ــ ح شد و بموجب قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه اد × اي = (اب)^{۲} اعنی م × (م ــ ح) = ق^{۲} یا که م^{۲} = ح م + ق^{۲} چون مقدار ح و ق عدد معلوم است پس بموجب مسئلهٔ ثالث معترفات م = $\sqrt{\frac{ح^{۲}}{۴} + ق^{۲}}$ + $\frac{ح}{۲}$ و هرگاه مقدار م اعنی اد که وتر مثلث قائم الزاویه است معلوم شد پس ($\sqrt{\frac{ح^{۲}}{۴} + ق^{۲}}$ + $\frac{ح}{۲}$)^{۲} ــ ق^{۲} = (بد)^{۲} که مطلوب است خواهد بود ٭

فایده چون از نقطهٔ د گویا دو خط خارج شدند یکی خط دب مماس دائره و عمود بر قطر شد و دیگری خط دا که خارج دائره است دائره را قطع کرده منتهی بطرف آخر قطر است درینصورت بموجب شکل (له) من ثالثة اصول اد × دي = (دب)^{۲} که مماس است خواهد بود و چون (اد)^{۲} = اد × دي + اد × اي = (بد)^{۲} + (اب)^{۲} پس اد × اي = (با)^{۲} یا که م^{۲} ــ ح م = ق^{۲} پس شکل هذا وجه سؤال سادس مطلب هذا نمود و نیز مطابق طریق اول شد فافهم ٭ مثلاً اگر گویم که ق = ۸۰ و ح = ۳۶ پس

[$ح+\frac{ص^{2}}{4}$ + $\frac{ص}{2}$ = مر اعني مر = [۶۴۰۰+۳۲۴ +۱۸+ = [۶۷۲۴ +۱۸ = ۸۲ + ۱۸ =

۱۰۰ = اد درینصورت ۱۰۰۰۰ — ۶۴۰۰ = ۳۶۰۰ = $(ب د)^{2}$ بالکه ۶۰ = ب د

و ۸۲ — ۱۸ = ۶۴ = مر — ص = مقدار اي و ۸۲+۱۸ = ۱۰۰ = اد وهوالمطلوب

هذه صورته ……………………………………… (شکل ۱۷۰)

سؤال یازدهم اگر دو وتر که دریک دائره متقاطع علی القوائم ومعلوم القدر باشند و نیز مقدار بعد نقطهٔ تقاطع از مرکز معلوم بود پس مي خواهم که مقدار قطر دائره معلوم کنم ❊ جواب مثلا وترین متقاطعین اب و کد معلومین اند و ه مرکز دائره و ي نقطهٔ تقاطع وترین است پس ه ي نیز معلوم خواهد بود بحسب سؤال و از مرکز ه دو عمود اعني ه ف بر وتر اب و ه ح بر وتر کد خارج کنم و اه و ده را وصل کنم پس گویم که چون عمود ه ف از مرکز خارج شده است پس نقطهٔ ف منصف وتر اب و همچنین نقطهٔ ح منصف وتر کد بشکل ج من ثالثة اصول است وچون مثلث اف ه قائم الزاویه و اه وتر مثلث ونصف قطر دائره است پس اه = مر و اف = ص و ح د = ح و ه ي = ط فرض کردم وچون $مر^{2} = ص^{2} + (ه ف)^{2}$ پس $(ه ف)^{2} = مر^{2} - ص^{2}$ شد وهمچنین در مثلث د ح ه چون د ه نصف قطر ومساوي مر است پس $(ه ح)^{2} = مر^{2} - ح^{2}$ گردید وچون ه ح و ف ي ضلعین متقابلین متساویین اند لهذا در مثلث ه ف ي مجموع مربعین ضلعین اعني $(ه ف)^{2} + (ف ي)^{2}$ اعني $(ه ف)^{2} + (ه ح)^{2} = ۲ مر^{2} - (ص^{2} + ح^{2}) = ط^{2}$ پس بعد نقل مستثنی $۲ مر^{2} = ص^{2} + ح^{2} + ط^{2}$ شد وهرگاه رجوع بمال واحد کردم $مر^{2} = \frac{ص+ح^{2}+ط^{2}}{۲}$ گردید وچون ص و ح و ط هرسه معلوم اند پس $مر = \sqrt{\frac{ص^{2}+ح^{2}+ط^{2}}{۲}}$ که نصف قطر است درینصورت ظاهر است که مقدار تمام قطر $۲ \times \sqrt{\frac{ص^{2}+ح^{2}+ط^{2}}{۲}}$ خواهد شد ❊ مثلا اگر مقدار وترین یکی ۳ و دیگر ۵ و بعد بین المرکز ونقطهٔ تقاطع ۴ باشد چون $\frac{۳}{۲} = ص$ و $\frac{۵}{۲} = ح$ و ۴ = ط

شکل ۱۷۳ صفحہ ۵۹۳
شکل ۱۷۲ صفحہ ۵۹۱
شکل ۱۷۵ صفحہ ۵۹۶
شکل ۱۷۴ صفحہ ۵۹۵
شکل ۱۷۷ صفحہ ۶۰۲
شکل ۱۷۶ صفحہ ۵۹۷

$=(\text{ک ي})^2$ * مثلاً اگر گویم که م = ۸۰ و ط = ۶۰ و سہ = ۱۶ و ق = ۹) است درینصورت

$\frac{۶۱۸۴۰۰۰-۹۲۱۶۰۰}{۸۱-۲۵۶} = \frac{۴۰۳۲۰۰}{۱۷۵} =$ مر² و $۳۶۰۰-۲۳۰۴=۱۲۹۶=(\text{ک ي})^2$

و $۶۴۰۰-۲۳۰۴=۴۰۹۶=(\text{ا ي})^2$ پس مر = ۴۸ و ک ي = ۳۶ و ا ي = ۶۴

فافهم هذه صورته .... (شکل ۱۷۲)

سؤال سیزدهم اگر دائرهٔ عظیمه معلومة القطر باشد و می خواهم که دران سه دائرهٔ متساویهٔ خرد بکشم بحیثیتکه آن هر سه باهم متساویه و متماسه باشند و نیز دائرهٔ عظیمه را هر سه تماس کنند پس نصف قطر دائرهٔ صغیره چه خواهد بود * جواب مثلاً مرکز دائرهٔ عظیمه ۵ و مرکزهای دوائر صغیره ک) ب) ا باشند و هر سه مرکز را باهم وصل کنم پس مثلثی متساوی الاضلاع حادث خواهد شد که هر ضلع او مساوی قطر دائرهٔ صغیره باشد چراکه بموجب شکل (یا) من ثالثة الاصول خط مار بمرکزین دائرتین متماستین بنقطهٔ تماس مرور می کند و هرگاه بر خط ک ا از نقطهٔ ب عمود خارج کنم لا محاله عمود ب ي منصف ک ا خواهد بود بسبب تساوي ضلعین و اگر از نقطهٔ ا عمود بر ب ک خارج گردد خط ب ک را بر نقطهٔ د تنصیف خواهد نمود و هر دو عمود لا محاله بنقطهٔ ۵ که مرکز دائرهٔ عظیمه است مرور خواهد نمود بشکل ح من ثالثة اصول پس مثلث ب ک ي و ب ۵ د قائم الزاویه و متشابهین خواهند بود بسبب تساوي زوایا چراکه زاویهٔ ي و زاویهٔ د قائمتین اند و زاویهٔ ب مشترک و چون ک ي نصف ب ک و تر است بسبب تساوي ب ک) ک ا پس ۵ د هم نصف ۵ ب و تر خواهد بود پس نصف قطر دائرهٔ عظمی اعني ۵ ل را که مرور بنقطهٔ ب کرده است م فرض کردم و نصف قطر دائرهٔ صغیره را مر پس مقدار ۵ ب = م − مر شد و چون $(م-مر)^2=(۵د)^2+(ب د)^2$ و چون ۵ د = $\frac{۵ ب}{۲}$ پس

$(۵د)^2 = (\frac{۵ ب}{۲})^2 = \frac{(م-مر)^2}{۴}$ گردید و ازین سبب $مر^2 = (م-مر)^2 - \frac{(م-مر)^2}{۴}$

و چون $(م-مر)^2 = م^2+مر^2-۲ م مر$ است پس $مر^2 = م^2+مر^2-۲ م مر - \frac{م^2+مر^2-۲ م مر}{۴}$

=۳× (ه۲+م۲−۲ ه م)/۴ = ۳ ه۲/۴ + ۳ م۲/۴ − ۳ ه م/۲ بلکه م۲/۴ = ۳ ه۲/۴ − ۳ ه م/۲ بلکه م۲ =

۳ ه۲ − ۶ ه م شد و بموجب مسئلهٔ اولی از مقترنات م = √۱۲ ه۲ − ۳ ه شد وچون مقدار ه

معلوم است پس مقدار م نیز معلوم شود ونیز میگویم که چون جذر مسطح المربعین مساوی مسطح

الجذرین است و √۱۲ = ۳ ۴۶۴/۱۰۰۰) است تقریبا پس م = ه × (۳+ ۴۶۴/۱۰۰۰) − ۳ ه شد

وگویا در حقیقت م = ه × ۴۶۴/۱۰۰۰ گردید * مثلاً اگر گوییم که ه = ۹ درینصورت مقدار

نصف قطر دائرهٔ صغیره ۴ ۱۷۶/۱۰۰۰ خواهد بود وهذه صورته (شکل ۱۷۳)

سؤال چهاردهم اگر مقدار دو وتر دو قوس که از یک دائره اند معلوم باشد ونسبت بین القوسین

نسبت واحد الی ۳ بود پس مقدار نصف قطر آن دائره چه خواهد بود * جواب مثلاً دائره

ا ب ک د فرض کنم که مرکز آن ه و وترین معلومین ا د و ا ب وقوسین ا ب د

و ا ب جزو کل باشد پس قوس ب د را بنقطهٔ ک تنصیف سازم چراکه نسبت قوس

ا ب د بطرف ا ب مثل نسبت ۳ الی واحد است پس ب د لا محاله ضعف ا ب

باشد وهرگاه بر وتر ا د از نقطهٔ ک واز نقطهٔ ب دو عمود ک ف و ب ي بکشم

پس ي ف موازي ومساوي ب ک اعنی ا ب خواهد بود و ا ي و د ف

دو دو مساوی خواهند بود بسبب مساوات ک ف و ک د از مثلث ک ف د با ب ي

و ب ا) از مثلث ب ي ا و تساوی زاویهٔ ف وزاویهٔ ي که دو دو قائمه اند وهرگاه

از نقطهٔ ه که مرکز است دو خط ه ب و ه ا وصل کنم و بر خط ه ب عمود ا ح برارم

و ا ب = ه و ا د = ح فرض کنم که آن هر دو معلوم اند و ه ب را که مساوی ه ا و نصف

قطر است م فرض نمایم پس گوییم که چون (ا ي + د ف = ا د − ا ب است اعنی

ح − ه پس ا ي = (ح − ه)/۲ گردید وچون بشکل (یط) من ثالثة اصول ثابت است که

زاویهٔ مرکزیه ضعف زاویهٔ محیطیه می باشد درینصورت زاویهٔ ا ه ب که مرکزیه است

ضعف زاویهٔ محیطیه که مقابل آن ا ب باشد خواهد بود پس زاویهٔ ب ا د بلکه زاویهٔ

ب ا ي که زاویهٔ محیطیه ومقدار ب د که ضعف ا ب است مساوی زاویه ه ک

مركزيه است گردید وچون زاويهٔ ي وزاويهٔ ح قائمه اند درینصورت مثلث اه ح واب ي متشابهين شدند پس اب : اي :: اه : ه ح بلكه $\text{ص} : \frac{\text{ق} - \text{ص}}{٢} :: \text{م} : \text{ه ح}$ درینصورت $\text{ص} \times \text{ه ح} = \frac{\text{ق} - \text{ص}}{٢} \times \text{م}$ گردید وهرگاه این معادله را بر ص قسمت كردم $\text{ه ح} = \frac{(\text{ق} - \text{ص}) \times \text{م}}{٢\text{ص}}$ گردید وچون $(\text{اب})^2 = (\text{اح})^2 + (\text{ب ح})^2$ بشكل عروس چراكه مثلث اح ب قائم الزاويه واقع شده و $(\text{اح})^2 - (\text{اه})^2 = (\text{ه ح})^2$ چراكه در مثلث اح ه $(\text{اه})^2 = (\text{اح})^2 + (\text{ه ح})^2$ و $(\text{ب ح})^2$ اعني $(\text{ه ب} - \text{ه ح})^2 = (\text{ب ه})^2 + (\text{ه ح})^2 - ٢(\text{ب ه} \times \text{ه ح})$ درینصورت $(\text{اب})^2$ اعني $\text{ص}^2 = ٢\text{م}^2 - \frac{(\text{ق} - \text{ص}) \times \text{م}^2}{\text{ص}}$ كه عبارت از $(\text{اه})^2 + (\text{ب ه})^2 - ٢\,\text{ب ه} \times \text{ه ح}$ است گردید بشكل ح من ثانية الاصول بالكه $\text{ص}^3 = ٢\text{ص} \times \text{م}^2 - (\text{ق} - \text{ص}) \times \text{م}^2$ اعني $\text{ص}^3 = ٣\text{ص} \times \text{م}^2 - \text{ق}\,\text{م}^2$ وهرگاه معادلهٔ مذكور را بر $٣\text{ص} - \text{ق}$ قسمت كردم $\text{م}^2 = \frac{\text{ص}^3}{٣\text{ص} - \text{ق}}$ ماند پس $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{ص}^3}{٣\text{ص} - \text{ق}}}$ گردید ونیز چون جذر مسطح المربعين مساوي مسطح الجذرين است گويا $\text{م} = \text{ص}\sqrt{\frac{\text{ص}}{٣\text{ص} - \text{ق}}}$ است وبهركيف چون مقدار ص و ق معلوم است پس مقدار م نیز معلوم شود وهوالمطلوب*

فائده ازین معادله ظاهر است كه مقدار م اعني نصف القطر ومقدار ق اعني وتر اعظم معلوم باشد پس مقدار ص اعني وتر ثلث قوس نیز معلوم مي توان كرد ليكن طريق آن انشاء الله تعالى بعد ازین گفته شود وهذه صورته (شكل ۱۷۳)

سؤال پانزدهم اگر دو خط از هر دو زاويهٔ وترية مثلث قائم الزاويه كه حادثين اند بر منصف هر دو ساق مثلث مذكور كه ضلعين موترين زاويتين مذكورين اند خارج كرده شوند ومقدار طول آن هر دو خط معلوم باشد پس مقدار هر سه اضلاع مثلث چه خواهد بود * جواب مثلا مثلث اب ك باشد وزاويهٔ ب قائمه وخط اي خارج از زاويهٔ ا بر ضلع ك ب ومنتهي بر نقطهٔ ي ومنصف ك ب باشد وهمچنين خط ك ء خارج از زاويهٔ ك بر ضلع اب ومنتهي بر نقطهٔ ء ومنصف اب بود وهر دو معلوم باشند پس اگر خط اي را م

و ک ء را ح فرض کنم و ب ء را که نصف ا ب بحسب السؤال است م فرض نمایم وچون $(\text{ک ء})^{2}$ اعني $\text{ح}^{2} = (\text{ک ب})^{2} + (\text{ب ء})^{2}$ چراکه مثلث ک ب ء قائم الزاويه واقع شده و ب ء عبارت از م است درينصورت $(\text{ک ب})^{2} = \text{ح}^{2} - \text{م}^{2}$ شد وچون $\text{ب ي} = \frac{\text{ب ک}}{2}$ است ومربع نصف عدد مساوي ربع مربع عدد است درينصورت $(\text{ب ي})^{2} = \frac{\text{ح}^{2} - \text{م}^{2}}{4}$ گرديد وچون $(\text{ا ي})^{2} = (\text{ا ب})^{2} + (\text{ب ي})^{2}$ است بشکل عروس اعني $\text{ص}^{2} = 4\text{م}^{2} + \frac{\text{ح}^{2} - \text{م}^{2}}{4}$ واين معادله را هرگاه درچهار ضرب نمودم $4\text{ص}^{2} = 15\text{م}^{2} + \text{ح}^{2}$ شد بلکه $\text{م}^{2} = \frac{4\text{ص}^{2} - \text{ح}^{2}}{15}$ پس $\text{م} = \sqrt{\frac{4\text{ص}^{2} - \text{ح}^{2}}{15}} = \text{ب ء}$ پس $2\text{م} = 2 \times \sqrt{\frac{4\text{ص}^{2} - \text{ح}^{2}}{15}} = \text{ا ب}$ و $\text{ص}^{2} - (\text{ا ب})^{2} = (\text{ب ي})^{2} = \left(\frac{\text{ب ک}}{2}\right)^{2}$ پس ب ک نيز معلوم مي شود پس ضرورةً ک ا هم معلوم خواهد شد وبطريق ديگر اگر خط ي ف موازي ک ء خارج کنم هرآينه $\text{ب ف} = \frac{\text{ب ء}}{2} = \frac{\text{ب ا}}{4}$ خواهد بود چراکه در مثلث ک ب ء نقطهٔ ي منصف ک ب است پس جميع اضلاع مثلث ي ب ف مساوي نصف اضلاع مثلث ک ب ء خواهد بود وهردو مثلث متشابهين اند درينصورت $\text{ي ف} = \frac{\text{ک ء}}{2}$ اعني $\frac{\text{ح}}{2}$ معلوم بود وچون $\text{ص}^{2} = (\text{ا ب})^{2} + (\text{ب ي})^{2}$ و $(\text{ي ف})^{2}$ اعني $\frac{\text{ح}^{2}}{4} = (\text{ب ي})^{2} + (\text{ب ف})^{2}$ و $(\text{ب ف})^{2} = \frac{(\text{ا ب})^{2}}{16}$ چراکه $\text{ب ف} = \frac{\text{ا ب}}{4}$ درينصورت $\text{ص}^{2} - \frac{\text{ح}^{2}}{4} = \frac{15 (\text{ا ب})^{2}}{16}$ وچون $\frac{(\text{ا ب})^{2}}{16} = \frac{(\text{ب ء})^{2}}{4} = \frac{\text{م}^{2}}{4}$ پس $\text{ص}^{2} - \frac{\text{ح}^{2}}{4} = \frac{15}{4}\text{م}^{2}$ بلکه $\frac{4\text{ص}^{2} - \text{ح}^{2}}{15} = \text{م}^{2}$ چنانکه درطريق اول بود * مثالش اگر گويم که $\text{ص}^{2} = 52$ و $\text{ح}^{2} = 72$ پس $\sqrt{\frac{208 - 72}{15}} = \sqrt{\frac{135}{15}} = \sqrt{9} = 3 = \text{م} = \frac{\text{ا ب}}{2}$ پس ا ب $= 6$ درينصورت $52 - 36 = 16 = \left(\frac{\text{ب ک}}{2}\right)^{2}$ پس $\frac{\text{ب ک}}{2} = 4$ و $8 = \text{ب ک}$

و√(۱۶+۶۴) = √۱۰۰ = ۱۰ = اک وهذه صـــــــــــــــــــورته (شکل ۱۷۴)

سؤال شانزدهم اگر احد الضلعين مثلث قائم الزاويه را که اضلاع ا ومعلوم اند قاعده فرض کرده شود وخطي معلوم الطول ومعلوم الوضع موازي قاعده درميان مثلث مذکور باشد پس اگر خواهم خطی ازرأس المثلث اعني زاويه که وتر آن قاعده است بطرف قاعده بکشم بحيثيتيکه مقداری ازان که محصور بين الخط الموازي والقاعده است مساوي قسمی ازان خط موازی القاعده باشد که بسبب تقاطع آن خط منقسم گرديده پس مقدار آن قسم ازخط موازي قاعده چه خواهد بود ٭ جواب اگر درمثلث اب ک زاويۀ ب قائمه بود واب راقاعده فرض کرده خط ي د موازي قاعده بکشم وازنقطۀ ک که رأس المثلث است خط ک ف خارج کنم که ي د را برنقطۀ ح تقاطع کند و ح ف مساوي ح ي باشد پس ازنقطۀ ح عمود ح ه بر اب خارج کنم لامحاله مثلث ح ه ف مشابه مثلث ک د ح خواهد بود و ح ه موازي ومساوي د ب خواهد افتاد وچون مقدار خط اب و ک ب ازمثلث اعظم ومقدار خط د ي که موازي قاعده است معلوم است بحسب سؤال ونيز مقدار ک د و د ب معلوم است ضرورة چراکه مثلث اب ک ومثلث ي د ک متشابهين اند وهرگاه ضلع اب و ب ک ازمثلث اعظم وضلع ي د ازمثلث اصغر معلوم است پس ازروی اربعۀ متناسبه ضلع د ک نيزازمثلث اصغر معلوم شود وازان مقدار د ب نيزحاصل گردد پس ي د را م و د ک را ن و د ب اعني ح ه را ط فرض کنم و ح ي را س تعبيرنمايم چون مثلثين ک د ح و ح ه ف متشابهين اند پس ک د : د ح :: ح ه : ه ف اعني ن : م ـ س :: ط : ه ف پس ن × ه ف = ط × (م ـ س) بلکه ه ف = ط × (م ـ س) / ن وچون (ح ف)۲ بل (ح ي)۲ اعني س۲ = (ح ه)۲ اعني ط۲ + (ه ف)۲ اعني ط۲ × (م ـ س)۲ / ن۲ بدينصورت س۲ = ط۲ + ط۲ × (م ـ س)۲ / ن۲ بلکه ن۲ س۲ = ط۲ ن۲ + ط۲ × (م ـ س)۲ وچون (م ـ س)۲ = م۲ + س۲ ـ ۲ م س

درینصورت معادلهٔ مذکور $\text{ق}^2\text{م}^2 = \text{ط}^2\text{ق}^2 + \text{ط}^2\text{ص}^2 + \text{ط}^2\text{م}^2 - \text{ط}^2 \times 2\,\text{ص}\,\text{م}$ بلکه $\text{ق}^2\text{م}^2 - \text{ط}^2\text{م}^2 + 2\,\text{ط}^2\text{ص}\,\text{م} = \text{ط}^2\text{ق}^2 + \text{ط}^2\text{ص}^2$ واین را بر $\text{ق}^2 - \text{ط}^2$ قسمت نمودم $\text{م}^2 + \frac{2\,\text{ص}\,\text{ط}^2\text{م}}{\text{ق}^2-\text{ط}^2} = \frac{\text{ط}^2\text{ق}^2+\text{ط}^2\text{ص}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2}$

وچون مقدار ط و ص و ق معلوم است پس درحقیقت گویا مال وشي مقابل عدد شد پس $\text{م}^2 + \frac{2\,\text{ص}\,\text{ط}^2\text{م}}{\text{ق}^2-\text{ط}^2} + \frac{\text{ص}^2\text{ط}^4}{(\text{ق}^2-\text{ط}^2)^2} = \frac{\text{ط}^2\text{ص}^2+\text{ط}^2\text{ق}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2} + \frac{\text{ص}^2\text{ط}^4}{(\text{ق}^2-\text{ط}^2)^2}$ پس $\text{م} + \frac{\text{ص}\,\text{ط}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2} = \sqrt{\frac{\text{ط}^2\text{ص}^2+\text{ط}^2\text{ق}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2} + \frac{\text{ص}^2\text{ط}^4}{(\text{ق}^2-\text{ط}^2)^2}}$

وهرگاه مقسوم علیه تحت علامت جذر را اعني $\text{ط}^2 - \text{ق}^2$ را از یک مخرج مشترک گرفتم اعني $(\text{ق}^2-\text{ط}^2)^2$ پس ضرورةً $\frac{\text{ط}^2\text{ص}^2+\text{ط}^2\text{ق}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2}$ را در $\text{ق}^2-\text{ط}^2$ ضرب ساختم تا قسمت مساوي آید پس

$\text{م} + \frac{\text{ص}\,\text{ط}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2} = \sqrt{\frac{\text{ط}^2\text{ص}^2\text{ق}^2 - \text{ص}^2\text{ط}^4 + \text{ط}^2\text{ق}^4 - \text{ط}^4\text{ق}^2 + \text{ص}^2\text{ط}^4}{(\text{ق}^2-\text{ط}^2)^2}}$ بلکه $\text{م} + \frac{\text{ص}\,\text{ط}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2} =$

$\sqrt{\frac{\text{ط}^2\text{ص}^2\text{ق}^2 + \text{ط}^2\text{ق}^4 - \text{ق}^2\text{ط}^4}{(\text{ق}^2-\text{ط}^2)^2}}$ وهرگاه جذر تحت علامت را منقسم بمضروبین ساختم اعني احد المضروبین $(\text{ق}\,\text{ط})$ درینصورت $\text{م} + \frac{\text{ص}\,\text{ط}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2} = (\text{ق}\,\text{ط})\frac{\sqrt{\text{ص}^2+\text{ق}^2-\text{ط}^2}}{\text{ق}^2-\text{ط}^2}$ بلکه $\text{م} =$

$\frac{\text{ق}\,\text{ط}\sqrt{\text{ص}^2+\text{ق}^2-\text{ط}^2} - \text{ص}\,\text{ط}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2}$ * مثلاً اگر در مثلث ا ب ک ضلع اب = ۱۲ وضلع ب ک = ۹

وخط ک ي موازي قاعده اعني ص = ۶ پس ضرورةً خط ا ک اعني ق = ۶ خواهد بود

وخط ک ب اعني ط = ۳ چون $\sqrt{\text{ص}^2+\text{ق}^2-\text{ط}^2}$ اعني $\sqrt{۹۱} = ۹\frac{۵}{۹}$ تقریباً پس $۹\frac{۵}{۹} \times \text{ق}\,\text{ط}$

$= ۹\frac{۵}{۹} \times ۱۸ = ۱۷۲$ و $۱۷۲ - \text{ص}\,\text{ط}^2 = ۱۷۲ - ۷۲ = ۱۰۰$ و $۱۰۰ \div (\text{ق}^2-\text{ط}^2)$ بلکه $۱۰۰ \div$

$۲۷ = ۳\frac{۱۹}{۲۷} = \text{م} = \text{ي ح} = \text{ح ق}$ ونیز باید دانست که بموجب معادلهٔ سابق که $\text{م}^2 +$

$\frac{2\,\text{ص}\,\text{ط}^2 \times \text{م}}{\text{ق}^2-\text{ط}^2} = \frac{\text{ط}^2\text{ق}^2+\text{ط}^2\text{ص}^2}{\text{ق}^2-\text{ط}^2}$ شده بود درینصورت بحسب فرض الاعداد $\text{م}^2 + ۵\frac{۱}{۳}\,\text{م} = ۳۴\frac{۲}{۳}$

شد پس بموجب مسئلهٔ اولای مقترنات $\left(\frac{۸}{۳}\right)^2 + \frac{۱۰۰}{۳} = \frac{۶۴}{۹} + \frac{۱۰۰}{۳} = \frac{۳۶۴}{۹}$ و

$\sqrt{\frac{۳۶۴}{۹}} - ۲\frac{۱۸}{۲۷}$ بلکه $۶\frac{۱۰}{۲۷} - ۲\frac{۱۸}{۲۷} = ۳\frac{۱۹}{۲۷} = \text{م}$ فافهم هذه صورته (شکل ۱۷۵)

تنبیه باید دانست که این سؤال مبتني بران است که مقدار د ب اعنی ط اقل از ح ي اعنی ح ف که م باشد پس ضرور است که د ي لا محاله از د ب زائد باشد واگر د ي مساوي د ب خواه اقل از د ب بود سؤال غلط خواهد بود فتامل ❊ سؤال هفدهم اگر مقدار مربع مرسوم داخل مثلث معلوم قائم الزاویه مساوي مثلث حادثه في المثلث المذکور که باخراج خطین از دو طرف وتر قائمه که ملاقي بر زاویهٔ مربع شوند باشد پس مقدار ضلع آن مربع چه خواهد بود ∴ جواب اگر مثلث قائم الزاویه ا ب ک باشد وزاویهٔ ب قائمه بود ومربع ب ي د ف باشد پس ضلع ب ک را ه و ب ا را ع وضلع مربع را م فرض نمایم پس لا محاله ک ي = ه − م و ف ا = ع − م خواهد بود وچون مثلث ا ب ک منقسم بسه مثلث ویک مربع شده که یک مثلث ک ي د قائم الزاویه ویک مثلث د ف ا قائم الزاویه ویک مثلث ک د ا که مساوي مربع ب ي د ف است وضلع د ي در مثلث ک ي د وهمچنین ضلع د ف در مثلث د ف ا مساوي ضلع م است بحسب السؤال ومساحت مثلث ک ي د = د ي × $\frac{\text{ک ي}}{۲}$ اعني م × $\frac{ه - م}{۲}$ = $\frac{ه\,م - م^{۲}}{۲}$ باشد خواهد بود وهمچنین مساحت مثلث د ف ا = د ف × $\frac{\text{ا ف}}{۲}$ اعني م × $\frac{ع - م}{۲}$ = $\frac{ع\,م - م^{۲}}{۲}$ است خواهد بود وچون مثلث ک د ا = مربع ب ي د ف اعني $م^{۲}$ است پس مساحت مثلث ا ب ک اعني ا ب × $\frac{\text{ب ک}}{۲}$ که عبارت از $\frac{ع × ه}{۲}$ = مجموع $م^{۲}$ + هرسه مثلثات گردید بدینصورت ۲ $م^{۲}$ + $\frac{ه\,م - م^{۲}}{۲}$ + $\frac{ع\,م - م^{۲}}{۲}$ = $\frac{ع × ه}{۲}$ بلکه $م^{۲}$ + $\frac{ع + ه}{۲}$ × م = $\frac{ع\,ه}{۲}$ وچون مقدار ه وع معلوم است پس رجوع بمسئلهٔ اولای مقترنات نمود درینصورت م = $\sqrt{\left(\frac{ع + ه}{۴}\right)^{۲} + \frac{ع\,ه}{۲}} - \frac{ع + ه}{۴}$

وهو المطلوب وهذه صورته .... (شکل ۱۷۶)

وبطریق دیگر این ضعیف می گوید که زاویهٔ ب را که قائمه است تنصیف نموده بخط ب د

بطرف د ح است چراکه بموجب شکل ب مقالهٔ سادسهٔ اصول در مثلث ح ه ب خط د ف
ضلع ب ه و ب ح را علی نسبت واحده منقسم ساخته است وچون خط ب ا بسبب
عمود ح ه منقسم بدوقسم ب ه و ه ا گردیده پس ک ب × اب = ک ب × ب ه
+ ک ب × ه ا است وچون مثلث ک ب ا ومثلث ح ه ا متشابهین اند درینصورت
نسبت ک ب بطرف اب مثل نسبت ح ه اعني ه ب بطرف ه ا است کل لنظیره
پس ک ب × ه ا = ه ب × اب شد وازین بیان ه ب × (اب + ب ک)
= اب × ب ک گردید پس مقدار ه ب = $\frac{\text{ب ا × ب ک}}{\text{اب + ب ک}}$ شد اعني ه ب
= $\frac{\text{ع × م}}{\text{ع + م}}$ شد درینصورت ه ف = $\frac{\text{ع × م}}{\text{ع + م}}$ − م وچون بالامذکور شد که مثلث اد ک
: اب ک اعني ه ب × $\frac{\text{اب + ب ک}}{۲}$ :: ه ف : ه ب است پس
بالاربعهٔ متناسبه ه ب × اد ک = ه ف × ه ب × $\frac{\text{اب + ب ک}}{۲}$ شد وچون
این معادله را بر ه ب قسمت نمودم اد ک = ه ف × $\frac{\text{اب + ب ک}}{۲}$ اعنی $\text{م}^۲$ =
$\frac{\text{ع × م}}{۲}$ − $\frac{\text{ع + م}}{۲}$ × م وباکه $\text{م}^۲$ + $\frac{\text{ع + م}}{۲}$ × م = $\frac{\text{ع × م}}{۲}$ پس هم رجوع بطریق اول نمود
وصورته ما مر * وطریق دیگر اگر خط اب را بقدر $\frac{\text{اب + ب ک}}{۲}$ تا ق خارج کنم وبر
قطر ه ق نصف دائرهٔ رسم کنم لامحاله ب ک را بر نقطهٔ ظ تقاطع خواهد نمود واز منصف
ب ق خط ط ظ وصل کنم پس گویم که خط ق ف منقسم بدو قسم است بحیثیتیکه مسطح
حد القسمین اعني ب ق بلکه $\frac{\text{اب + ب ک}}{۲}$ × ه ف که خط آخر است = $(\text{ب ف})^۲$
قسم آخر است درینصورت مسئلهٔ هذا رجوع بسؤال سابع نمود وچون بموجب شکل (لد)
مقالهٔ ثالثهٔ اصول ثابت است که اگر وترین متقاطعین باشند مسطح قسمین یک وتر مساوي
مسطح قسمین وتر آخر خواهد بود وچون درین شکل خط ب ظ فی الحقیقت نصف وتر است

که ف ه قطر را بر نقطهٔ ب تقاطع نموده پس $\text{ب ف} \times \text{ب ه} = (\text{ب ق})^2$ است و در مثلث ق ب ط که قائم الزاویه است یک ضلع ب ق و ضلع دوم $\frac{\text{ب ق}}{٢}$ اعني ب ط واقع شده پس $(\text{ط ق})^2 = (\text{ب ق})^2 + \left(\frac{\text{ب ق}}{٢}\right)^2$ شد و چون بموجب سؤال سابع ظاهر است که خط ط ق $= \frac{\text{ب ف}}{٢}$ است و چون مقدار ط ق معلوم شد پس مقدار ب ف اعني م هم که ضلع مربع است معلوم شود چراکه $(\text{ب ق})^2 = \text{ب ف} \times \text{ب ه} = \frac{\text{اب} \times \text{ب ج}}{٢} = \frac{\text{م} \times \text{ع}}{٢}$ است و $\left(\frac{\text{ب ف}}{٢}\right)^2 = \left(\frac{\text{م} + \text{ع}}{٤}\right)^2$ دراینصورت $\text{ط ق} = \sqrt{\frac{\text{م} \times \text{ع}}{٢} + \left(\frac{\text{م} + \text{ع}}{٤}\right)^2}$ شد و هرگاه از ان $\frac{\text{ب ف}}{٢}$ ساقط کردم باقی مقدار ب ق اعني م ماند پس $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{م} \times \text{ع}}{٢} + \left(\frac{\text{م} + \text{ع}}{٤}\right)^2} - \frac{\text{م} + \text{ع}}{٤}$ ماند و این بعینه صورت طریق اول است وصورته کما مر * مثالش اگر گویم ضلع مثلث قائم الزاویه $\text{اب} = ١٢ = \text{ع}$ و $\text{ب ج} = ١٦ = \text{م}$ است دراینصورت بهمه طریق چون $\frac{\text{م} \times \text{ع}}{٢} = ٩٦$ و $\left(\frac{\text{م} + \text{ع}}{٤}\right)^2 = ٤٩$ و جذر مجموع اعني $\sqrt{\frac{\text{م} \times \text{ع}}{٢} + \left(\frac{\text{م} + \text{ع}}{٤}\right)^2} = \sqrt{١٤٥} = ١٢\frac{١}{٢٥}$ است و چون $\frac{\text{م} + \text{ع}}{٤} = ٧$ بود هرگاه انرا ساقط کردم پس $\text{م} = ٥\frac{١}{٢٥}$ ماند ○

سؤال هیجدهم اگر وتر مثلث قائم الزاویه معلوم باشد و نیز قدر تفاضل بین خطین که از هر دو زاویهٔ وتریه خارج شده بر مرکز دایرهٔ داخل مثلث مذکور ملاقی شده اند معلوم بود پس مقدار ضلعین مثلث مذکور چه خواهد بود * جواب اگر مثلث قائم الزاویه اب ج و زاویهٔ ب قائمه بود و وتر اج معلوم است و مرکز دایرهٔ داخل مثلث د باشد و خطین خارجین من الزاویتین الوتریتین اد و د ج و خط اد اطول از د ج باشد و قدر تفاضل معلوم بحسب سؤال و دراینصورت اج وتر مثلث قائم الزاویه را که معلوم است م و خط اد را ه و د ج را ن و قدر تفاضل را که ه − ن است س فرض نمایم پس گویم که چون مثلث ا د ج منفرج الزاویه است چرا که خط اد منصف زاویهٔ ب ا ج و خط د ج منصف زاویهٔ ب ج ا

است بسبب التقا علی المرکز بموجب شکل (د) من رابعهٔ اصول وچون مجموع زاویتین ب ا ک و ب ک ا معادل یک قائمه بود پس مجموع زاویتین د ا ک و د ک ا معادل نصف قائمه شد وهرگاه خط د ک را خارج نموده از زاویهٔ ا بران عمود ا ه بکشم درینصورت زاویهٔ ا د ه معادل مجموع زاویتین د ا ک و د ک ا اعني نصف قائمه بود بشکل (لب) من اولای اصول درینصورت چون زاویهٔ ا ه د قائمه است و ا د ه نصف قائمه پس ه ا د نیز نصف قائمه گردید وضلع ا ه و د ه متساوي شدند بشکل (و) من اولای اصول وچون $(\text{ده})^2 = \frac{(\text{اد})^2}{2}$ اعني $\frac{\text{م}^2}{2}$ است پس $\text{ده} = \frac{\text{م}}{\sqrt{2}}$ گردید وهرگاه بموجب شکل (یب) من مقالهٔ ثانیهٔ اصول ثابت است که در مثلث منفرج الزاویه مربعین ضلعین و ضعف سطح احد الضلعین في مقدار ما وقع بینه وبین موقع العمود الخارج علیه مساوي مربع وتر میشود درینصورت $(\text{کد})^2$ اعني $\text{ق}^2 + (\text{اد})^2$ اعني $\text{م}^2 + 2\,\text{کد} \times \text{ده}$ اعني $\frac{\text{ق} \times 2\,\text{م}}{\sqrt{2}} = (\text{اک})^2$ اعني ط^2) است بدینصورت $\text{ق}^2 + \text{م}^2 + \text{ق} \times \frac{2\,\text{م}}{\sqrt{2}} = \text{ط}^2$ وچون $\frac{2\,\text{م}}{\sqrt{2}}$ عبارت است از $\text{م} \times \sqrt{2}$ چراکه هرگاه مجذور را بر جذر قسمت سازند خارج هم جذر میشود درینصورت گویا معادلهٔ مذکور بدینصورت است $\text{ق}^2 + \text{م}^2 + \text{م}\,\text{ق} \times \sqrt{2} = \text{ط}^2$ وچون $\text{ق} = \text{م} - \text{س}$ است و $\text{ق}^2 = \text{م}^2 + \text{س}^2 - 2\,\text{س}\,\text{م}$ پس $\text{ق}\,\text{م} = \text{م}^2 - \text{س}\,\text{م}$ درینصورت معادلهٔ مذکور بدینصورت گردید $2\,\text{م}^2 + \text{س}^2 - 2\,\text{س}\,\text{م} + \text{م}^2 \times \sqrt{2} - \text{س}\,\text{م} \times \sqrt{2} = \text{ط}^2$ اعني $\text{س}^2 + (2 + \sqrt{2}) \times \text{م}^2 - (2 + \sqrt{2}) \times \text{س}\,\text{م} = \text{ط}^2$ وهرگاه ازین معادله س^2 را ساقط نموده باقي را بر $(2 + \sqrt{2})$ قسمت کردم خارج $\text{م}^2 - \text{س}\,\text{م} = \frac{\text{ط}^2 - \text{س}^2}{2 + \sqrt{2}}$ گردید وچون مقدار ط و س معلوم است رجوع بمسئلهٔ ثالث مقترنات نمود پس $\text{م} = \sqrt{\frac{\text{ط}^2 - \text{س}^2}{2 + \sqrt{2}} + \frac{\text{س}^2}{4}} + \frac{\text{س}}{2}$ گردید هرگاه مقدار م برامد لامحاله مقدار ق هم معلوم خواهد شد وازان مقدار اضلاع مثلث قایم الزاویه نیز معلوم شود باخراج عمود از نقطهٔ د برخط ا ک که ان عمود درحقیقت نصف قطر دایرهٔ

مرسومه فی المثلث است وبیان ان درینجا طول میشود و هذه صورة .... (شکل ۱۷۷)

﴿ سؤال نوزدهم اگر مقدار قاعده و عمود مثلث و نسبت بین الضلعین معلوم بود پس تعین ضلعین چگونه توان نمود ﴾ جواب مثلا اگر در مثلث اكب مقدار اب که قاعده است و كد عمود وهردو معلوم باشند پس اب راکه معلوم است ص و كد راكه نيز معلوم است س و نسبت اك الی بك راكه نيز معلوم است ح الی ه و مقدار اد راكه مجهول است م فرض کنم درینصورت $\text{بد} = \text{ص} - \text{م}$ خواهد بود و چون ظاهر است که $(\text{اك})^{2} = (\text{كد})^{2} + (\text{اد})^{2}$ بدینصورت $(\text{اك})^{2} = \text{س}^{2} + \text{م}^{2}$ ونیز $(\text{بك})^{2} = (\text{كد})^{2} + (\text{بد})^{2}$ است بدینصورت $(\text{بك})^{2} = \text{س}^{2} + \text{ص}^{2} + \text{م}^{2} - 2\,\text{ص}\,\text{م}$ وچون $\text{س}^{2} + \text{م}^{2} : \text{س}^{2} + \text{ص}^{2} + \text{م}^{2} - 2\,\text{ص}\,\text{م} :: \text{ح}^{2} : \text{ه}^{2}$ است بحسب الفرض والسؤال چراكه $\text{اك} : \text{بك} :: \text{ح} : \text{ه}$ است پس نسبت مربع آنها مثل نسبت مربع اینها خواهد بود وچون مسطح الطرفین مساوی مسطح الوسطین میشود پس $\text{ح}^{2}\text{س}^{2} + \text{ح}^{2}\text{ص}^{2} + \text{ح}^{2}\text{م}^{2} - 2\,\text{ح}^{2}\text{ص}\,\text{م} = \text{ه}^{2}\text{س}^{2} + \text{ه}^{2}\text{م}^{2}$ است وچون ح و س و ص و ه اعداد معلوم اند درینصورت بعد تبدیل مستثنی $(\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}) \times \text{م}^{2} - 2\,\text{ح}^{2}\text{ص}\,\text{م} = (\text{ه}^{2} - \text{ح}^{2}) \times \text{س}^{2} - \text{ح}^{2}\text{ص}^{2}$ گردید وهرگاه این معادله را بر $\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}$ قسمت کنم $\text{م}^{2} - \dfrac{2\,\text{ح}^{2}\text{ص}\,\text{م}}{\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}} = -\text{س}^{2} - \dfrac{\text{ح}^{2}\text{ص}^{2}}{\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}}$ گردید و $-\text{س}^{2}$ که از روی قسمت برآمده است سبب آن اینست که در قسمت ضروراست که چون خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب سازند حاصل مساوی مقسوم شود وهرگاه $-\text{س}^{2}$ را در $\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}$ ضرب کردم حاصل $\text{ه}^{2} \times \text{س}^{2} - \text{ح}^{2} \times \text{س}^{2}$ شد وآن $\text{ه}^{2} - \text{ح}^{2} \times \text{س}^{2}$ است وهرگاه مستثنی را تبدیل کردم $\text{م}^{2} + \text{س}^{2} + \dfrac{\text{ح}^{2}\text{ص}^{2}}{\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}} = \dfrac{2\,\text{ح}^{2}\text{ص}}{\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}}\,\text{م}$ گردید پس مال وعدد مقابل شي شد وبموجب مسئلهٔ ثانی مقدمات

$$\text{م} = \frac{\text{ح}^{2}\text{ص}}{\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}} \pm \sqrt{\left(\frac{\text{ح}^{2}\text{ص}}{\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}}\right)^{2} - \left(\frac{\text{ح}^{2}\text{ص}^{2}}{\text{ح}^{2} - \text{ه}^{2}} + \text{س}^{2}\right)}$$

شکل ۱۷۸ صفحہ ۶۰۳
شکل ۱۷۹ صفحہ ۶۰۳
شکل ۱۸۰ صفحہ ۶۰۴
شکل ۱۸۱ صفحہ ۶۰۵
شکل ۱۸۲ صفحہ ۶۰۶
شکل ۱۸۳ صفحہ ۶۰۷
شکل ۱۸۴ صفحہ ۶۰۸
شکل ۱۸۵ صفحہ ۶۰۹
شکل ۱۸۶ صفحہ ۶۱۱

فافهم هذه صورته .... (شکل ۱۷۸)

سؤال بیستم اگر قاعده وعمود مثلث وتفاضل ضلعین معلوم باشند پس می خواهم که ضلعین را بدانم ؎ جواب مثلث ا ک ب فرض کردم وعمود ک د پس نصف قاعدهٔ ا ب راکه ا ي معلوم است ه و ک د را س و ا ک − ب ک اعني تفاضل ضلعين را كه نيز معلوم است = ع و ي د اعني فضل قسم اعظم من القاعده على نصف القاعده را م فرض کردم پس ا د اعني قسم اعظم من القاعده = ه + م و ب د اعني قسم اصغر من القاعده = ه − م شد و چون مثلث بسبب عمود منقسم بدو مثلث قائم الزاویه شده است که وتر هر دو ضلع مثلث اعظم اند درینصورت $س^2 + (ه + م)^2 = (ا ک)^2$ بلکه $ا ک = \sqrt{س^2 + (ه + م)^2}$ وهمچنین ضلع $ب ک = \sqrt{س^2 + (ه - م)^2}$ وبالضرورة $\sqrt{س^2 + (ه + م)^2} - ع = \sqrt{س^2 + (ه - م)^2}$ گردید وهرگاه این معادله را تربیع نمودم $س^2 + (ه + م)^2 - ۲ ع \times \sqrt{س^2 + (ه + م)^2} + ع^2 = س^2 + (ه - م)^2$ بلکه $س^2 + ه^2 + ۲ ه م + م^2 - ۲ ع \times \sqrt{س^2 + (ه + م)^2} + ع^2 = س^2 + ه^2 - ۲ ه م + م^2$ بلکه $۲ ه م - ۲ ع \times \sqrt{س^2 + (ه + م)^2} + ع^2 = - ۲ ه م$ بلکه $۴ ه م + ع^2 = ۲ ع \times \sqrt{س^2 + (ه + م)^2}$ شد وهرگاه این معادله را تربیع کردم $۱۶ ه^2 م^2 + ۸ ه ع^2 م + ع^4 = ۴ ع^2 \times (س^2 + (ه + م)^2) = ۴ ع^2 \times (س^2 + ه^2 + ۲ ه م + م^2)$ بلکه $۱۶ ه^2 م^2 + ۸ ه ع^2 م + ع^4 = ۴ ع^2 \times (س^2 + ه^2 + م^2) + ۸ ع^2 \times ه م$ بلکه $۱۶ ه^2 م^2 + ع^4 = ۴ ع^2 \times (س^2 + ه^2) + ۴ ع^2 م^2$ وچون مقدار ه ومقدار س و ع معلوم است ازین سبب $(۱۶ ه^2 - ۴ ع^2) \times م^2 = ۴ ع^2 \times (س^2 + ه^2) - ع^4$ بلکه $م^2 = \frac{۴ ع^2 \times (س^2 + ه^2) - ع^4}{۱۶ ه^2 - ۴ ع^2}$ بلکه $م = \sqrt{\frac{۴ ع^2 \times (س^2 + ه^2) - ع^4}{۱۶ ه^2 - ۴ ع^2}}$

وهذه صورته .... (شکل ۱۷۹)

؎ سؤال بیست ویکم قاعده وعمود مثلث ومسطح الضلعین آن معلوم است ومي خواهم که مقدار ضلعین بدانم؛ جواب درمثلث ا ب ک نصف قاعدهٔ ا ب اعنی ا ي = ه وعمود ک د = س ومسطح الضلعین را $= ط^2$ فرض کنم وتفاضل قسم اعظم قاعده علی نصف القاعده را م

$= ۲(\text{ت ف})^{2} + ۲(\text{اف})^{2}$ بلکه $\text{ن}^{2} + \text{م}^{2} = ۲\,\text{س}^{2} + \frac{\text{ق}^{2}}{۲}$ بلکه $\text{ن}^{2} + \text{م}^{2} - \frac{\text{ق}^{2}}{۲} = ۲\,\text{س}^{2}$ واگر
ب ک را قاعده فرض سازم پس $(\text{اب})^{2} + (\text{اک})^{2} = ۲(\text{اي})^{2} + ۲(\text{ب ي})^{2}$ بلکه
$\text{م}^{2} + \text{ق}^{2} = ۲\,\text{ط}^{2} + \frac{۱}{۲}\text{ن}^{2}$ بلکه $\text{م}^{2} + \text{ق}^{2} - \frac{۱}{۲}\text{ن}^{2} = ۲\,\text{ط}^{2}$ وهرگاه $\text{ن}^{2} + \text{م}^{2} - \frac{۱}{۲}\text{ق}^{2} = ۲\,\text{س}^{2}$ راتضعیف
نمودم $۲\,\text{ن}^{2} + ۲\,\text{م}^{2} - \text{ق}^{2} = ۴\,\text{س}^{2}$ وهمچنین $۲\,\text{م}^{2} + ۲\,\text{ق}^{2} - \text{ن}^{2} = ۴\,\text{ط}^{2}$ وچون این هردو را جمع
نمودم $۴\,\text{م}^{2} + \text{ق}^{2} + \text{ن}^{2} = ۴\,\text{ط}^{2} + ۴\,\text{س}^{2}$ گردید وچون $\text{ق}^{2} + \text{ن}^{2} - \frac{\text{م}^{2}}{۲} = ۲\,\text{ع}^{2}$ را ازان ساقط کردم
$۴\,\text{م}^{2} + \frac{۱}{۲}\text{م}^{2} = ۴\,\text{ط}^{2} + ۴\,\text{س}^{2} - ۲\,\text{ع}^{2}$ گردید بلکه $۴\frac{۱}{۲}\text{م}^{2} = ۴\,\text{ط}^{2} + ۴\,\text{س}^{2} - ۲\,\text{ع}^{2}$ بلکه $۲ \times \frac{۹}{۴}\text{م}^{2}$
$= ۴\,\text{ط}^{2} + ۴\,\text{س}^{2} - ۲\,\text{ع}^{2}$ بلکه $\frac{۹}{۴}\text{م}^{2} = ۲\,\text{ط}^{2} + ۲\,\text{س}^{2} - \text{ع}^{2}$ بلکه $\frac{۳}{۲}\text{م} = \sqrt{۲\,\text{ط}^{2} + ۲\,\text{س}^{2} - \text{ع}^{2}}$
بلکه $\text{م} = \frac{\sqrt{۲\,\text{س}^{2} + ۲\,\text{ط}^{2} - \text{ع}^{2}}}{۳ \div ۲} = \frac{۲}{۳}\sqrt{۲\,\text{س}^{2} + ۲\,\text{ط}^{2} - \text{ع}^{2}}$ وهمچنین $\text{ق} = \frac{۲}{۳}\sqrt{۲\,\text{ع}^{2} + ۲\,\text{ط}^{2} - \text{س}^{2}}$
و $\text{ن} = \frac{۲}{۳}\sqrt{۲\,\text{ع}^{2} + ۲\,\text{س}^{2} - \text{ط}^{2}}$ هذه صورته .... (شکل ۱۸۱)

سؤال بیست وسوم اضلاع مثلث اگر معلوم باشند مي خواهم که عمود وقسمین قاعده که بسبب کشیدن عمود حادث مي شوند ومساحت مثلث بدانم ٭ جواب در مثلث اب ک ضلع $\text{اک} = \text{ع}$ وضلع $\text{اب} = \text{س}$ وضلع $\text{ب ک} = \text{ط}$ فرض کردم واب را قاعده و اد قسمي از قاعده را م فرض نمودم پس $\text{ب د} = \text{س} - \text{م}$ قسم آخر از قاعده شد وچون $(\text{ک د})^{2} + \text{م}^{2} = \text{ع}^{2}$ و $(\text{ک د})^{2} + (\text{س} - \text{م})^{2} = \text{ط}^{2}$ بلکه
$(\text{ک د})^{2} = \text{ط}^{2} - (\text{س} - \text{م})^{2} = \text{ع}^{2} - \text{م}^{2}$ بلکه $\text{ط}^{2} - \text{س}^{2} + ۲\,\text{س}\,\text{م} - \text{م}^{2} = \text{ع}^{2} - \text{م}^{2}$
بلکه $۲\,\text{س}\,\text{م} = \text{ع}^{2} + \text{س}^{2} - \text{ط}^{2}$ بلکه $\text{م} = \frac{\text{ع}^{2} + \text{س}^{2} - \text{ط}^{2}}{۲\,\text{س}}$ وچون $(\text{ک د})^{2} = \text{ع}^{2} - \text{م}^{2} =$
$(\text{ع} + \text{م}) \times (\text{ع} - \text{م}) = \left(\frac{\text{ع}^{2} + \text{س}^{2} - \text{ط}^{2}}{۲\,\text{س}} + \text{ع}\right) \times \left(\frac{\text{ع}^{2} + \text{س}^{2} - \text{ط}^{2}}{۲\,\text{س}} - \text{ع}\right) = \frac{۲\,\text{س}\,\text{ع} + \text{ع}^{2} + \text{س}^{2} - \text{ط}^{2}}{۲\,\text{س}}$
$\times \frac{۲\,\text{س}\,\text{ع} - \text{ع}^{2} - \text{س}^{2} + \text{ط}^{2}}{۲\,\text{س}} = \frac{(\text{س} + \text{ع})^{2} - \text{ط}^{2}}{۲\,\text{س}} \times \frac{\text{ط}^{2} - (\text{س} - \text{ع})^{2}}{۲\,\text{س}}$ وازین سبب $\text{ک د} =$
$\frac{۱}{۲\,\text{س}}\sqrt{\left((\text{س} + \text{ع})^{2} - \text{ط}^{2}\right) \times \left(\text{ط}^{2} - (\text{س} - \text{ع})^{2}\right)}$ پس $\frac{\text{ک د} \times \text{اب}}{۲}$ اعني مسطح العمود
في نصف القاعده که مساحت مثلث است $= \frac{۱}{۴}\sqrt{\left((\text{س} + \text{ع})^{2} - \text{ط}^{2}\right) \times \left(\text{ط}^{2} - (\text{س} - \text{ع})^{2}\right)}$

وهذه صورته .... (شکل ١٨٢)

سؤال بیست و چهارم جمیع اضلاع مثلث اب ک معلوم است ومی خواهم که مقدار نصف قطر دائرۀ مرسومه فی المثلث بدانم ؛ جواب مرکز دائره را ط ونقطۀ مماس ضلع اب را ه ونقطۀ مماس ضلع ب ک را ي ونقطۀ مماس ضلع اک را ف فرض نمودم پس جمیع خطوط خارجه من المرکز الی نقطة التماس مثل ط ه و ط ي و ط ف متساوي خواهند بود وهرگاه برخط ب ط که خارج از زاویۀ ب است عمود ا ح بکشم چون ظاهر است که دو خط اه و اف متساوي اند بسبب تساوي دو مثلث اه ط و اف ط وهمچنین ب ه = ب ي و ک ف = ک ي است و ب ه + ک ف = ب ي + ک ي = ب ک واگر مقدار این معادله را از مجموع اک و اب ساقط کنم باقي اه + اف = اک + اب − ب ک بماند باشد اه = (اک + اب − ب ک)/٢ = اف وهرگاه این را اعني اه را از اب ساقط کنم باقي ب ه = (اب + ب ک − اک)/٢ شود واگر اف را از اک ساقط نمایم ک ف = (اک + ب ک − اب)/٢ شود وچون مثلثین اط ح و ک ط ف متشابهین اند چراکه مجموع زوایای ه ط ي و ه ط ف و ف ط ي معادل چهار قائمه است ومجموع زوایای ب ط ه و ه ط ا و ک ط ف معادل قائمتین وهمچنین مجموع زوایای ب ط ه و ه ط ا و اط ح معادل قائمتین پس زاویۀ اط ح = زاویۀ ک ط ف است وزاویۀ اح ط و اف ط قائمه است پس لامحالة زاویۀ ف ک ط = ح اط شد ومثلثین اط ح و ک ط ف متشابهین شدند پس اگر مقدار اه را م و ب ه را س و ک ف را ه فرض کنم چراکه آن همه بحسب بیان صدر معلوم شده اند ومقدار ط ه اعني نصف قطر را م فرض کردم وچون مثلثین ب ط ه و اب ح متشابهین اند و (ب ط)٢ = (ط ه)٢ + (ب ه)٢ است باشد (ب ط)٢ = م٢ + ه٢ باشد ب ط = √(م٢ + ه٢) ازین سبب √(م٢ + ه٢) : ه ط اعني م ::

اب اعني (ص + س) : اح اعني $\frac{ص م + س م}{\sqrt{س^{2} + م^{2}}}$ است بحسب اربعهٔ متناسبه و همچنین ب ط اعني $\sqrt{س^{2}+م^{2}}$: ب ی اعني س :: اب اعنی (ص + س) : ب ح اعني $\frac{ص س + س^{2}}{\sqrt{س^{2} + م^{2}}}$ است وازین سبب ب ح − ب ط اعني $ط ح = \frac{ص س + س^{2}}{\sqrt{س^{2}+م^{2}}} - \sqrt{س^{2}+م^{2}} = \frac{ص س + س^{2} - س^{2} - م^{2}}{\sqrt{س^{2} + م^{2}}} = \frac{ص س - م^{2}}{\sqrt{س^{2}+م^{2}}}$ وچون

اح : ط ح :: ک ف : ط ف است بسبب تشابه مثلثین بلکه $\frac{ص م + س م}{\sqrt{س^{2} + م^{2}}} : \frac{ص س - م^{2}}{\sqrt{س^{2} + م^{2}}}$ :: ق : م است بحسب مساوات ط ف با ط ی بلکه (ص م + س م) : (ص س − $م^{2}$) :: ق : م است وازین سبب ص $م^{2}$ + س $م^{2}$ = ص س ق − ق $م^{2}$ بحسب مسطح الطرفین والوسطین بلکه (ص + س + ق) × $م^{2}$ = ص س ق بلکه $م^{2} = \frac{ص س ق}{ص + س + ق}$ بلکه $م = \sqrt{\frac{ص س ق}{ص + س + ق}}$ = نصف قطر دائرهٔ مرسومه وهذه صورته .... (شکل ۱۸۳)

فائده چون مساحت مثلث مساوي حاصل ضرب نصف قطر دائره في نصف مجموع اضلاع می شود و ظاهر است که نصف مجموع اضلاع مساوي ای + ب ی + ک ف اعنی (ص + س + ق) است درینصورت مساحت مثلث = (ص + س + ق) × $\sqrt{\frac{ص س ق}{ص + س + ق}} = \sqrt{(ص + س + ق) \times ص س ق}$ وهمبرین متفرع است قاعدهٔ که در مساحت مثلث مذکور گردیده که تفاضلات نصف مجموع اضلاع علی کل واحد من الاضلاع را باهم ضرب کرده حاصل را در نصف اضلاع ضرب سازند که جذر حاصل ضرب مساحت مثلث است چراکه تفاضلات مذکور مساوي ص و س و ق می شود فافهم ❊ سؤال بیست و پنجم نصف قطر دائره و مقدار خطین مماسین باحد طرفي القوسین من الدائره معلوم است و می خواهم که مقدار خط مماس احد طرفي مجموع القوسین بدانم بحیثیتیکه اگر از طرف آخر خط مذکور خطي تامرکز خارج کنم ملاقي طرف آخر مجموع القوسین شود ❊ جواب قوسین مفروضین مثلا اب و ب ک وخطین مماسین ای و کي معلوم است

پس اگر اء را خارج کنم بحیثیکه نصف قطر اعنی طک را بعد الاخراج ملاقی کند
برنقطهٔ ف پس خط اف خط مماس مطلوبه خواهد بود درینصورت اط راکه نصف قطر
معلوم است ﻣ و اء راکه نیز معلوم است ح و کي راکه نیز معلوم است ه فرض کنم
و اف راکه مجهول مطلوب است م و طف را ز فرض نمایم وازنقطه ء برخط
طف عمود ءح بکشم پس مثلثین طاف و فحء متشابهین شدند بسبب تساوي
زاویهٔ ا وزاویهٔ ح واشتراک زاویهٔ ف چراکه زاویهٔ ا قائمه است کما ثبت فی الاصول
وازین سبب طف اعنی ز : اف اعنی م :: ءف اعنی م − ح : فح
اعنی (م² − ح م) / ز است ونیز طف اعنی ز : اط اعنی ﻣ :: ءف الی ءح
اعنی (ﻣ م − ﻣ ح) / ز است وازین سبب طح = طف − فح = ز −
(م² − ح م) / ز = (ز² − م² + ح م) / ز وچون (طف)² = (اط)² + (اف)² اعنی ز² =
ﻣ² + م² است بالعروس پس ز² − م² = ﻣ² شد وابهذا (ز² − م² + ح م) / ز = (ﻣ² + ح م) / ز
شد وچون طح اعنی (ﻣ² + ح م) / ز : ءح اعنی (ﻣ م − ﻣ ح) / ز :: طک اعنی
اط اعنی ﻣ : کي اعنی ه است به سبب تشابه مثلثین طحء و طکي
بالضرورة (ﻣ² ه + ح م ه) / ز = (ﻣ² م − ﻣ² ح) / ز بلکه ﻣ² ه + ح م ه = ﻣ² م − ﻣ² ح
بلکه ﻣ² م − ح ه م = ﻣ² ه + ﻣ² ح بلکه (ﻣ² − ح ه) × م = ﻣ² × (ه + ح) بلکه
م = ﻣ² × (ه + ح) / (ﻣ² − ح ه) بلکه اف = (اط)² × (اء + کي) / ((اط)² − اء × کي)
وهو المطلوب هذه صورته .... (شکل ۱۸۴)
وبطریق دیگر اگر خطین معلومین اء و اي مماسین بقوسین اب و اک
فرض کنم و ب ف مماس مجموع القوسین اعنی ب ک و ي ح عمود بر طء
قاطعا لنصف طا نقطهٔ ه فرض نمایم چون مثلثین ه طح و ه ي ا متشابهین اند بسبب

تساوي دوزاويهٔ ا و ح ودوزاويهٔ ح ه ط و ا ه ي وهمچنین مثلثین ه ط ح و د ي ه متشابهین اند بسبب تساوي زاويهٔ ح ط ه و د ي ح وزاويهٔ د ح ي و ط ح ي وهمچنین مثلثین ا ط د و ا ه ي متشابهین اند پس $\text{اط : اد :: اي : اه}$ است ونیز ط ه يعنی $\text{اط − اه : دي :: طح : حي}$ بلکه ط ب يعنی اط : ب ف اعنی $\frac{\text{اط × دي}}{\text{اط − اه}}$ اعنی $\frac{(\text{اط})^2 \times \text{دي}}{(\text{اط})^2 - \text{اط} \times \text{اه}}$ است. لتشابه مثلثین ط ح ي و ط ب ف وچون اط × اه = اد × اي بحسب اربعهٔ متناسبهٔ اولی پس

$$\frac{(\text{اط})^2 \times \text{دي}}{(\text{اط})^2 - \text{اط} \times \text{اه}} = \frac{(\text{اط})^2 \times \text{دي}}{(\text{اط})^2 - \text{اد} \times \text{اي}}$$

پس هرگاه اط را م و اد را ح و اي را ن فرض کنم

پس $\text{ب ف} = \frac{\text{م}^2 \times (\text{ح} + \text{ن})}{\text{م}^2 - \text{ح ن}}$ چنانکه طریق اول بود وهذه صورته ...... (شکل ۱۸۵)

فائده اگر خطین مماسین قوسین اک و اب بموجب شکل طریق اول اعنی خطین اد و اف معلوم باشند و بخواهم که خط مماس قوس تفاضل که ب ک است اعنی خط ک ي بدانم پس بحسب اربعهٔ متناسبه که درطریق اول مذکوراست $\frac{\text{م}^2 + \text{ح ر}}{\text{ف}} : \frac{\text{م ر} - \text{م ح}}{\text{ف}} :: \text{م} : \text{ن}$ اعنی ک ي است پس $\text{ن} = \frac{\text{م}^2 \times (\text{ر} - \text{ح})}{\text{م}^2 + \text{ح ر}}$ بلکه $\text{ک ي} = \frac{(\text{اط})^2 \times (\text{اف} - \text{اد})}{(\text{اط})^2 + \text{اد} \times \text{اف}}$ خواهد بود

❊ سؤال بیست وششم نسبت دوجیب د ي و ف ح از قوسین اد و اف در دائرهٔ معلومة القطر معلوم است ونیز نسبت خطین مماسین قوسین مذکورین مثل اب و اک معلوم است ومیخواهم که مقدار هرد وجیب ومقدار هرد و خطین مماسین بدانم. جواب نصف قطر اعنی اط راکه معلوم است م ونسبت اب الی اک راکه معلوم است ح الی ن ونسبت د ي الی ف ح راکه نیز معلوم است س الی ل فرض کردم ومقدار اب را ر و اک را ف فرض نمودم پس مثلث ط ب ا ومثلث ط د ي ومثلث ط ز ح متشابه اند ازین سبب $(\text{ط ب})^2$ اعنی $(\text{م}^2 + \text{ر}^2) : (\text{اب})^2$ اعنی $\text{ر}^2 :: (\text{ط د})^2$

اعنی $ص^2$: $(هي)^2$ اعنی $\frac{ص^2 م^2}{ص^2+م^2}$ است ونیز $(طک)^2$ اعنی $(ص^2+و^2)$: $(اک)^2$ اعنی

$و^2$ :: $(طف)^2$ اعنی $ص^2$ بطرف $(فح)^2$ اعنی $\frac{ص^2 و^2}{ص^2+و^2}$ است ازین سبب بحسب السؤال

$س^2 : ل^2 :: (هي)^2$ اعنی $\frac{ص^2 م^2}{ص^2+م^2} : (فح)^2$ اعنی $\frac{ص^2 و^2}{ص^2+و^2}$ است پس $\frac{س^2 ص^2 و^2}{ص^2+و^2} = \frac{ل^2 ص^2 م^2}{ص^2+م^2}$

بلکه $س^2 ص^2 و^2 \times (ص^2+م^2) = ل^2 ص^2 م^2 \times (ص^2+و^2)$ بلکه $\frac{س^2 ص^2 و^2 \times (ص^2+م^2)}{ص^2} = \frac{ل^2 ص^2 م^2 \times (ص^2+و^2)}{ص^2}$

بلکه $س^2 و^2 \times (ص^2+م^2) = ل^2 م^2 \times (ص^2+و^2)$ ونیز بحسب السؤال چون ح : ه

:: م : و اعنی $\frac{ه م}{ح}$ وهرگاه مقدار و را درمعادلهٔ اولی تبدیل کرده شود

$س^2 \times \frac{ه^2 م^2}{ح^2} \times (ص^2+م^2) = ل^2 م^2 \times \left(ص^2 + \frac{ه^2 م^2}{ح^2}\right)$ گردید بلکه $س^2 ه^2 م^2 \times (ص^2+م^2) = ل^2 م^2 \times$

$(ص^2 ح^2 + ه^2 م^2)$ بلکه $س^2 ه^2 \times (ص^2+م^2) = ل^2 \times (ص^2 ح^2 + ه^2 م^2)$ بلکه $س^2 ص^2 ه^2 + س^2 ه^2 م^2 =$

$ل^2 ص^2 ح^2 + ل^2 ه^2 م^2$ بلکه $س^2 ص^2 ه^2 - ل^2 ص^2 ح^2 = (ل^2 ه^2 - س^2 ه^2) \times م^2$ بلکه $س^2 ص^2 ه^2 - ل^2 ص^2 ح^2 =$

$(ل^2 - س^2) \times ه^2 \times م^2$ بلکه $\frac{ص^2 (س^2 ه^2 - ل^2 ح^2)}{ه^2 (ل^2 - س^2)} = م^2$ بلکه $م^2 = \frac{ص^2}{ه^2} \times \left(\frac{س^2 ه^2 - ل^2 ح^2}{ل^2 - س^2}\right)$ بلکه م =

$\sqrt{\frac{ص^2 (س^2 ه^2 - ل^2 ح^2)}{ه^2 (ل^2 - س^2)}} = \frac{ص}{ه} \sqrt{\frac{س^2 ه^2 - ل^2 ح^2}{ل^2 - س^2}}$ = خط مماس وچون مقدار ص و س و ه

و ل و ح معلوم است پس لامحاله مقدار م معلوم خواهدشد وچون اب اعنی م :

اک :: ح : ه است ومقدار م و ح و ه معلوم شد پس لامحاله مقدار اک اعنی

خط مماس ثاني نیزمعلوم خواهدشد بقاعدهٔ اربعهٔ متناسبه وچون هي اعنی جیب

اول = $\frac{ص^2 م^2}{ص^2+م^2}$ بود وهرگاه مقدار م متعین شد ضرورةً مقدار جیب اول نیزمتعین خواهدشد

و فح اعنی مقدار جیب ثاني = $\frac{ص^2 و^2}{ص^2+و^2}$ است هرگاه مقدار و اعنی اک متعین گردید

پس ضرورة مقدار ف ح نیز متعین خواهد شد وهذه صورته .... (شکل ۱۸۶) ❊
سؤال بیست وهفتم ضلع مربع ونصف قطر دائره که هردو در مثلث قائم الزاویه مرسوم
باشند معلوم است ومیخواهم که مقدار اضلاع مثلث بدانم ❊ جواب مثلث را ا ب ک
ومربع را ب ی د ف ونصف قطر دائره از مرکز ط الی مماس ط ح و ط ص است
وقطر مربع اعنی ب د را وصل نمودم وازنقطهٔ ب که زاویهٔ قائمه است عمود ب ه
بروتر قائم کردم وضلع مربع راکه معلوم است ح ونصف قطر راکه نیز معلوم است س تعبیر
نمودم ومقدار ا ه را م فرض نمودم پس در مثلث ط ح ب زاویهٔ ح قائمه است
وزاویهٔ ب نصف قائمه پس زاویهٔ ط لامحاله نصف قائمه باشد وازین سبب خطین ب ح
و ط ح متساویین اند ونیز مثلثین د ف ب و ط ح ب متشابهین اند لتساوی زاویتین
ح و ف واشتراک زاویهٔ ب ونیز خطین د ف و ط ح متوازیین اند کونهما
عمودین علی ب ف پس ف ح : ب ح :: د ط : ط ب است بشکل دوم
مقالهٔ سادسهٔ اصول وهرگاه آنرا ابدال النسبة کرده ترکیب النسبة کنم پس ب ف اعنی
ح : ف ح اعنی ح − س :: ب د : ط د است بلکه ح − س : ح :: ط د :
ب د است وچون خطین ط ص و ب ه متوازیین اند لتشابه مثلثین ب ه د و ط ص د
بسبب تساوی زاویتین ه و ص واشتراک زاویهٔ د ولهذا ط د : ب د :: ط ص اعنی
س : ب ه است پس ح − س : ح :: س : ب ه اعنی $\frac{\text{ح س}}{\text{ح} - \text{س}}$ است وچون $(\text{د ه})^2$
$+ (\text{ب ه})^2 = (\text{ب د})^2$ است پس $(\text{د ه})^2 = (\text{ب د})^2 - (\text{ب ه})^2$ وچون
$(\text{ب د})^2 = 2\,\text{ح}^2$ است لهذا $(\text{د ه})^2 = 2\,\text{ح}^2 - \frac{\text{ح}^2\,\text{س}^2}{(\text{ح} - \text{س})^2}$ بلکه خط د ه $= \sqrt{2\,\text{ح}^2 - \frac{\text{ح}^2\,\text{س}^2}{(\text{ح} - \text{س})^2}}$
وچون مقدار ح و س معلوم است پس مقدار خط د ه نیز ضرورة معلوم خواهد شد وبرای
اختصار خط د ه راکه معلوم شد ل و ب ه راکه نیز معلوم شده ع فرض نمایم پس
ا ه اعنی م : ب ه اعنی ع :: ب ه اعنی ع : ک ه اعنی ع^2 است لتشابه مثلثین
ا ب ک و ب ه ا بسبب تساوی زاویتین ه واشتراک زاویهٔ ا وتشابه مثلثین ا ب ک

و ب ہ و ک. بسبب تساوی زاویتین ب و ہ و اشتراک زاویۂ ک و نیز ا ہ اعنی م

+ ل : ک ہ اعنی $\frac{ع^2}{م}$ − ل :: ا ب : ب ک است بشکل سوم من مقالۂ سادسۂ اصول

وچون ا ب : ب ک :: ا ہ : ب ہ است لتشابہ مثلثین ا ب ک و ا ہ ب پس ا ہ

اعنی م + ل : ک ہ اعنی $\frac{ع^2}{م}$ − ل :: ا ہ اعنی م : ب ہ اعنی ع گردید

وازین سبب ع م + ل ع = ع^2 − م ل شد باکہ ع م + ل م = ع^2 − ل ع باکہ

(ع + ل) م = ع^2 − ل ع بلکہ م = $\frac{ع^2 - ل ع}{ع + ل}$ = ع × $\frac{ع - ل}{ع + ل}$ وہرگاہ مقدار م

اعنی ا ہ معلوم شد و ب ہ نیز معلوم شدہ بود لا محالہ ا ب کہ وتر زاویۂ تمہ است نیز

معلوم خواہد شد بشکل عروس وہمچنین مقدار ک ہ اعنی $\frac{ع^2}{م}$ − ل معلوم شد بسبب

معلوم شدن مقدار م پس جمیع اضلاع ا ب ک نیز معلوم خواہد شد ضرورۃ

وہذہ صورتہ .... [شکل ۱۸۷]

سؤال بست وہشتم قطر دائرہ معلوم است ومی خواہم کہ مقدار اضلاع مخمس ومعشر

فی الدائرہ را بدانم جواب مثلا اضلاع معشر را ا ب و ب ک و ک ہ وضلع مخمس را

ا ک مفروض نمودم ومرکز دائرہ را ط ونصف قطر ط ب وخط ا ہ کشیدم کہ نصف قطر

ط ب را قاطع علی نقطہ ص شود پس ظاہر است کہ زاویتین ب ا ص و ط ا ص متساویتین اند

چراکہ قوسین ب ہ و ہ ب کہ مقدار زاویتین اند ونیز ہریکی ازان دو زاویہ مساوی زاویہ

ا ط ص است چراکہ زاویۂ مرکزیہ ضعف زاویۂ محیطیہ می باشد کما ثبت فی الاصول وہرگاہ

در مثلث ا ط ص زاویتین ط و ا متساویتین اند پس لا محالہ ضلعین ط ص و ا ص نیز

متساوی خواہد شد وہمچنین اگر خط ا ک وصل کنم پس ط ب را علی نقطۂ ﻫ

قاطع خواہد نمود بشکل (ح) من ثالثۂ اصول وچون زاویتین ب ا ک و ہ ا ک

متساویتین اند پس لا محالہ ضلعین ا ص و ا ب نیز متساوی شدند وچون خط ا ص در مثلث

شکل ۱۸۷ صفحہ ۶۱۲
شکل ۱۸۸ صفحہ ۶۱۳
شکل ۱۸۹ صفحہ ۶۱۴
شکل ۱۹۰ صفحہ ۶۱۵
شکل ۱۹۱ صفحہ ۶۱۷
شکل ۱۹۲ صفحہ ۶۱۹
شکل ۱۹۳ صفحہ ۶۲۰
شکل ۱۹۴ صفحہ ۶۲۱
شکل ۱۹۵ صفحہ
شکل ۱۹۶ صفحہ ۶۲۴

اطب زاویهٔ ا را تنصیف نموده وضلع طب را علی نسبت ضلعین قطع کرده پس
اط : اف :: طص : صب باشد وازین سبب طب اعنی اط : طص اعنی
اب :: اب اعنی طص : صب است وهرگاه عمود صق برخط اط بکشم
وعمود که برخط ابه بکشم پس مثلثین بکه و اصق متساویین اند
چراکه ضلع بک = اب = اص وزاویهٔ هبک = زاویهٔ هاء بسبب
تساوی زاویتین باک و بکا که زاویهٔ خارجه مساوی زاویتین داخلتین
می باشد وآن مساوی زاویهٔ صاق است وزاویهٔ ق وزاویهٔ ه قائمتین اند ازین سبب مثلثین
اقص و بهک متساویین اند وچون به = اق = ½ اط است لهذا در مثلث ابک
که زاویهٔ ب منفرجه است (اک)^{2} = (بک)^{2} + (اب)^{2} + ۲ به × اب است
بشکل دوازدهم مقالهٔ ثانی اصول بلکه (اک)^{2} = (بک)^{2} + (اب)^{2} + اط × اب
وچون بحسب اربعهٔ متناسبهٔ مرقوم الصدر (اب)^{2} = اط × بص لهذا (اک)^{2} = (بک)^{2}
+ اط × بص + اط × اب وچون اب = طص است پس (اک)^{2} = (بک)^{2}
+ اط × (بص + طص) بلکه (اک)^{2} = (بک)^{2} + اط × طب بلکه (اک)^{2} =
(بک)^{2} + (اط)^{2} پس نصف قطر اعنی اط را که معلوم است س و اب را که ضلع معشر
است م فرض کردم چون (اب)^{2} = اط × بص است پس م^{2} = اط × بص = اط
× (اط − طص) = س × (س − م) بلکه م^{2} = س^{2} − س م بلکه م^{2} + س م + س^{2}/۴ = س^{2} +
س^{2}/۴ = ۵ س^{2}/۴ بلکه م + س/۲ = √(۵/۴ س^{2}) بلکه م = √(۵/۴ س^{2}) − س/۲ = س/۲ × √۵ − س/۲ = ضلع معشر وچون
بک و اب متساوی اند پس (اک)^{2} = م^{2} + س^{2} بلکه (اک)^{2} = س^{2} − س × (س/۲ ×
√۵ − س/۲) + س^{2} = ۲ س^{2} − س^{2}/۲ × √۵ + س^{2}/۲ = ۲ س^{2} + س^{2}/۲ − س^{2}/۲ × √۵ = ۵ س^{2}/۲ − (√۵ × س^{2})/۲
= س^{2} × ۵/۲ − س^{2} × √۵/۲ = س^{2} × (۵ − √۵)/۲ وازین سبب اک = س × √((۵ − √۵)/۲)

جمع نمودم بدینصورت

$$۲\,\text{م}^{۲} - ۲\,\text{و}^{۲} = ۴\,\text{ص}$$

$$۲\,\text{م}^{۲} + ۲\,\text{و}^{۲} = \text{ع}^{۲} - ۴\,\text{ع}\,\text{م} + ۴\,\text{م}^{۲}$$

$$۴\,\text{م}^{۲} = ۴\,\text{ص} + \text{ع}^{۲} - ۴\,\text{ع}\,\text{م} + ۴\,\text{م}^{۲}$$

بلکه $۴\,\text{ع}\,\text{م} = ۴\,\text{ص} + \text{ع}^{۲}$ بلکه $\text{م} = \frac{۴\,\text{ص} + \text{ع}^{۲}}{۴\,\text{ع}}$ وهرگاه مقدار م معلوم شد چون $\text{م}^{۲} - \text{و}^{۲} = ۲\,\text{ص}$ بلکه $\text{م}^{۲} - ۲\,\text{ص} = \text{و}^{۲}$ بلکه $\text{و} = \sqrt{\text{م}^{۲} - ۲\,\text{ص}}$ وهذه صورته .... (شکل ۱۹۰)

سؤال سی ویکم مجموع ساقین مثلث قائم الزاویه خواه مقدار تفاضل بینهما معلوم است وهمچنین مجموع عمود و وتر خواه تفاضل بینهما معلوم است ومی خواهم که مقدار هریک اضلاع بدانم؛ جواب درمثلث اکب زاویهٔ ک قائمه است پس مجموع اک وبک = س و اک − بک اعنی تفاضل بینهما = ع وهمچنین اب + کد اعنی مجموع وتروعمود = ط و اب − کد اعنی تفاضل بینهما = ص فرض کردم پس ضلع $\text{اک} = \frac{\text{س} + \text{ع}}{۲}$ وضلع $\text{بک} = \frac{\text{س} - \text{ع}}{۲}$ واب اعنی وتر $= \frac{\text{ط} + \text{ص}}{۲}$ وکد اعنی عمود $= \frac{\text{ط} - \text{ص}}{۲}$ گردید وچون $(\text{اب})^{۲} = (\text{اک})^{۲} + (\text{بک})^{۲}$ است بحسب العروس ونیز $\text{اب} \times \text{کد}$ اعنی ضعف مساحت مثلث $= \text{اک} \times \text{بک}$ وازین سبب $(\text{اب})^{۲}$ اعنی $\left(\frac{\text{ط} + \text{ص}}{۲}\right)^{۲} = (\text{اک})^{۲} + (\text{بک})^{۲} = \left(\frac{\text{س} + \text{ع}}{۲}\right)^{۲} + \left(\frac{\text{س} - \text{ع}}{۲}\right)^{۲}$ بلکه $\frac{\text{ط}^{۲} + ۲\,\text{ص}\,\text{ط} + \text{ص}^{۲}}{۴} = \frac{\text{س}^{۲} + ۲\,\text{ع}\,\text{س} + \text{ع}^{۲}}{۴} + \frac{\text{س}^{۲} - ۲\,\text{ع}\,\text{س} + \text{ع}^{۲}}{۴}$ بلکه $\text{ط}^{۲} + ۲\,\text{ص}\,\text{ط} + \text{ص}^{۲} = ۲\,\text{س}^{۲} + ۲\,\text{ع}^{۲}$ گردید وهمچنین $\text{اب} \times \text{کد}$ اعنی $\frac{\text{ط} + \text{ص}}{۲} \times \frac{\text{ط} - \text{ص}}{۲} = \text{اک} \times \text{بک} = \frac{\text{س} + \text{ع}}{۲} \times \frac{\text{س} - \text{ع}}{۲}$ بلکه $\frac{\text{ط}^{۲} - \text{ص}^{۲}}{۴} = \frac{\text{س}^{۲} - \text{ع}^{۲}}{۴}$ بلکه $\text{ط}^{۲} - \text{ص}^{۲} = \text{س}^{۲} - \text{ع}^{۲}$ وهرگاه این هرد و معادله بهم رسیدند پس می گویم که چون سؤال هذا منحصر درچهار صورت است

$3\text{ط}^2 + 2\text{ص}\text{ط} = 4\text{س}^2 + \text{ص}^2$ بلکه $\text{ط}^2 + \frac{2\text{ص}\text{ط}}{3} = \frac{4\text{س}^2 + \text{ص}^2}{3}$ بلکه $\text{ط}^2 + \frac{2\text{ص}\text{ط}}{3} + \frac{\text{ص}^2}{9} = \frac{4\text{س}^2 + \text{ص}^2}{3} + \frac{\text{ص}^2}{9}$ بلکه $\text{ط} + \frac{\text{ص}}{3} = \sqrt{\frac{4\text{س}^2 + \text{ص}^2}{3} + \frac{\text{ص}^2}{9}}$ بلکه $\text{ط} = \sqrt{\frac{4\text{س}^2 + \text{ص}^2}{3} + \frac{\text{ص}^2}{9}} - \frac{\text{ص}}{3}$ وهرگاه مقدار ط معلوم شد پس ع نیز بحسب سابق براید ودرصورت چهارم که مقدار س و ص مجهول است چون $4\text{ع}^2 = 3\text{ص}^2 - \text{ط}^2 + 2\text{ط}\text{ص}$ است بحسب بیان صدر پس $3\text{ص}^2 + 2\text{ط}\text{ص} = 4\text{ع}^2 + \text{ط}^2$ بلکه $\text{ص}^2 + \frac{2\text{ط}\text{ص}}{3} + \frac{\text{ط}^2}{9} = \frac{4\text{ع}^2 + \text{ط}^2}{3} + \frac{\text{ط}^2}{9}$ بلکه $\text{ص} + \frac{\text{ط}}{3} = \sqrt{\frac{4\text{ع}^2}{3} + \frac{4\text{ط}^2}{9}}$ بلکه $\text{ص} = \sqrt{\frac{4\text{ع}^2}{3} + \frac{4\text{ط}^2}{9}} - \frac{\text{ط}}{3}$ گردید ومقدار س بموجب بیان صدر براید فافهم وهذه صورته .... (شکل ۱۹۱)

* سؤال سی ودوم می خواهم که از نقاط ثلثه که برخطی مستقیم واقع شوند ومقدار ما بینها معلوم باشد خطوط ثلثهٔ مستقیمه اخراج کنم بحیثیتیکه آن هرسه خط بریک نقطه ملاقی شوند ونسبت ما بین الخطوط مثل اعداد ثلثهٔ معلومه باشد علی التناظر * جواب خط معلوم الطول مثل اک ونقطهٔ مفروضه ب پس خط اک منقسم بدو قسم شد یکی اب دوم ب ک ونقطهٔ ملتقای خطوط ثلثه د پس یک مثلث ادک اعظم از خط د ب منقسم بدو مثلث گردید یکی اب د دوم ب ک د پس یک مقدمه بیان میکنم که در هرمثلث که خطی از رأس آن بطرف نقطه از قاعده خارج کرده شود مجموع مجسمین حاصلین من ضرب مربعی الضلعین فی قسمی القاعده علی التکافی اعنی مسطح مربع هرضلع درقسمی از قاعده که مجاور ضلع دیگر باشد مساوی مجموع مجسمی که از ضرب مجموع قاعده فی قسمین قاعده حاصل شود ومجسمی که از ضرب قاعده فی مربع الخط القاسم حاصل گردد میشود چنانکه $(\text{اد})^2 \times \text{ب ک} + (\text{ک د})^2 \times \text{اب} = \text{اک} \times \text{اب} \times \text{ب ک} + \text{اک} \times (\text{ب د})^2$

وبرهانش اینست که اگر خطین اب و ب ک را علی نقطتین ح و ه تنصیف سازم واز نقطهٔ د عمود د ی بر اک خارج نمایم پس در مثلث ا د ی که زاویهٔ ی قائمه است $(\text{اد})^2 = (\text{د ی})^2 + (\text{ا ی})^2$ وهمچنین $(\text{د ب})^2 = (\text{د ی})^2 + (\text{ب ی})^2$

وچون (اي)^٢ = (بي)^٢ + (اب)^٢ + اب × ٢ بي است ازین سبب (اد)^٢
= (دب)^٢ + (اب)^٢ + اب × ٢ بي = (دب)^٢ + اب × (اب + ٢ بي)
= (دب)^٢ + اب × (بح + ٢ بي) = (دب)^٢ + اب × ٢ حي ولهذا
(اد)^٢ − (بد)^٢ = اب × ٢ حي وهمچنین (کد)^٢ = (دي)^٢ + (کي)^٢ =
(دي)^٢ + (که)^٢ + (هي)^٢ + ٢ که × هي وچون هب = که است پس
(که)^٢ = (بي)^٢ + (هي)^٢ + ٢ بي × هي شد بلکه (کد)^٢ + (دي)^٢
+ (بي)^٢ + ٢ (هي)^٢ + (٢ که + ٢ بي) × هي = (دي)^٢ + (بي)^٢
+ (٢ که + ٢ هي + ٢ بي) × هي = (دي)^٢ + (بي)^٢ + کب ×
٢ هي است وازین سبب (کد)^٢ − (بد)^٢ = کب × ٢ هي گردید لهذا
((اد)^٢ − (بد)^٢) ÷ بک = اب × ٢ حي ÷ بک وهمچنین ((کد)^٢ −
(بد)^٢) ÷ اب = کب × ٢ هي ÷ اب شد وحاصل این هردو معادله راجمع کنم (اد)^٢ × بک
+ (کد)^٢ × اب − (اب + بک) × (بد)^٢ = (اب × بک) × (٢ حي
+ ٢ هي) بلکه (اد)^٢ × بک + (کد)^٢ × اب − اک × (بد)^٢ = اب ×
کب × ٢ حه = اب × کب × اک چراکه ٢ حه = اک است بسبب تنصیف
خطین کب و اب وبالضرورة (اد)^٢ × بک + (کد)^٢ × اب = اب ×
کب × اک + اک × (بد)^٢ وذلک هو المطلوب الاستنباط الاولى وازین دعوی ظاهر
است که اگر اب = کب باشد پس (اد)^٢ + (کد)^٢ = ٢ (با)^٢ + ٢ (بد)^٢
خواهد بود چراکه اب = بک، اک = ٢ (با) و اک × (بد)^٢ = ٢ (بد)^٢ × اب
شد وازین سبب ((اد)^٢ + (کد)^٢) × اب = (٢ (با)^٢ + ٢ (بد)^٢) × اب
گردید پس این معادله را بر اب قسمت کردم الاستنباط الثانی اگر اد = دک باشد
پس (اد)^٢ × بک + (کد)^٢ × اب = (اد)^٢ × بک + (اد)^٢ × اب = (اد)^٢
× اک است وازین سبب (اد)^٢ × اک = اب × بک × اک + اک × (بد)^٢
بلکه (اد)^٢ − اب × بک = (بد)^٢ الاستنباط الثالث اگر خط دب منصف زاویه د

باشد پس ضرورة اد : کد :: اب : بک خواهد بود کما ثبت فی الاصول
وازین سبب اد × بک = کد × اب پس (اد)^۲ × بک = اد × کد
× اب و (کد)^۲ × اب = کد × اد × بک ولهذا (اد)^۲ × بک +
(کد)^۲ × اب = اد × کد × (اب + بک) = اد × کد × اک وچون سابق
معلوم شده که (اد)^۲ × بک + (کد)^۲ × اب = اب × بک × اک + اک ×
(بد)^۲ است پس اد × کد × اک = اب × بک × اک + (بد)^۲ × اک
وبحسب القسمة علی اک بدینصورت شد اد × کد = اب × بک + (بد)^۲
وهذه صورته .... (شکل ۱۹۲)

پس هرگاه اب راکه معلوم است ه و بک راکه معلوم است س و اک راکه
معلوم است ط و اد را م فرض کردم ونسبت اد بطرف بد بطرف کد
مثل نسبة ل بطرف ق بطرف ر که معلوم است فرض نمودم علی التناظر پس م :
بد :: ل : ق است درینصورت ق م = بد × ل بلکه بد = ق م / ل وهمچنین
کد = ر م / ل گردید وچون بموجب بیان مذکور (اد)^۲ × بک + (کد)^۲ × اب
= اب × کب × اک + اک × (بد)^۲ است پس م^۲ × س + ر^۲ م^۲ / ل^۲ × ه = ه س ط
+ ط × ق^۲ م^۲ / ل^۲ بلکه م^۲ × س ل^۲ + ر^۲ م^۲ ه = ه س ط ل^۲ + ط ق^۲ م^۲ بلکه (س ل^۲ + ر^۲ ه − ط ق^۲) × م^۲
= ه س ط ل^۲ بلکه م^۲ = ه س ط ل^۲ / (س ل^۲ + ر^۲ ه ط ق^۲) بلکه م = √[ه س ط ل^۲ / (س ل^۲ + ر^۲ ه ط ق^۲)] = ل √[ه س ط / (س ل^۲ + ر^۲ ه ط ق^۲)] ❀

سؤال سی وسوم اگر مقدار ضلعین از مثلثی معلوم باشد ومقدار خط از رأس المثلث خارج شده
وقاسم قاعدهٔ علی نسبة معلومه است نیز معلوم است می خواهم که مقدار قاعده ومقدار قسمین
آن بدانم ⁂ جواب درمثلث ادک ضلع اد را ه وضلع کد را ط وخط بد را
که قاسم قاعده است س فرض کردم و اب راکه قسمی از قاعده است م ونسبت اب
الی بک را ق الی ه فرض کردم وازین سبب بقاعدهٔ اربعهٔ متناسبه بک =

ح وضلع اب اعنی مجهول را م فرض کردم و ب ي خواه اه را به سبب مساوات بینهما و تعبیر نمودم چون بموجب بیان مقدمهٔ سوال سي ودوم هرگاه کب را قاعده فرض کنم پس $(\text{اک})^{2}$ × به + $(\text{اب})^{2}$ × که = که × به × کب + کب × $(\text{اه})^{2}$ بلکه $ق^{2}$ × ع + $م^{2}$ × ط = ط ع ح + ح × $ق^{2}$ وهمچنین اگر ضلع اک را قاعده فرض نمایم پس $(\text{کب})^{2}$ × اي + $(\text{اب})^{2}$ × کي = اي × کي × اک + اک × $(\text{بي})^{2}$ بلکه $ح^{2}$ × س + $م^{2}$ × ه = س ه ق + $ق^{2}$ و هرگاه معادلهٔ اولی مضروب فی ق را از معادلهٔ ثانی مضروب في ح ساقط نمودم $ح^{3}$ س − $ق^{3}$ ع + ه ح $م^{2}$ − ط ق $م^{2}$ = س ه ح ق − ط ع ح ق گردید بلکه $ح^{3}$ س − $ق^{3}$ ع + (ح ه − ق ط) × $م^{2}$ = س ه ح ق − ط ع ح ق بلکه $م^{2}$ = $\frac{\text{س ه ح ق − ط ع ح ق − }ح^{3}\text{ س + }ق^{3}\text{ ع}}{\text{ح ه − ق ط}}$ بلکه م = $\sqrt{\frac{\text{س ه ح ق − ط ع ح ق − }ح^{3}\text{ س + }ق^{3}\text{ ع}}{\text{ح ه − ق ط}}}$ وهذه صورة .... (شکل ١٩٤)

❁ سؤال سي و پنجم اگر جمیع اضلاع شکل منحرف مثل اب ک معلوم باشد و ممکن است که دایرهٔ حول شکل مذکور کشیده شود پس میخواهم که قطر دایره بدانم ❁ جواب قطر اک را وصل کنم و بر ضلع ب ک عمود اي و بر ضلع اه عمود کف خارج کنم و ضلع اب را ه و ب ک را س و که را ط و اه را ع را و ب ي را م فرض نمایم پس زاویهٔ که ف = زاویه ب خواهد بود چراکه به شکل ٢١ من مقالهٔ ثالثهٔ اصول ثابت است که زاویتین متقابلین هر ذو اربعة اضلاع که در دایره واقع شود معادل قائمتین می باشد پس مجموع دو زاویهٔ ب و ه معادل قائمتین است وهمچنین مجموع دو زاویهٔ که ف و که ا معادل قائمتین است به شکل ١٣ من اصول اولی وازین سبب مثلثین اب ي و که ف متشابهین اند پس نسبت اب اعني ه بطرف ب ي اعنی م مثل نسبت که اعنی ط بطرف ه ف اعنی $\frac{\text{ط م}}{\text{ه}}$ وچون مثلث اب ک حاد الزوایا است

لهذا $(\text{اب})^{2} + (\text{کب})^{2} - ۲\ \text{ب ک} \times \text{ب ي} = (\text{اک})^{2}$ بشکل ۱۳ من ثانیة اصول وهمچنین چون مثلث ا د ک منفرج الزاویه است پس $(\text{اد})^{2} + (\text{کد})^{2} + ۲\,(\text{اد}) \times \text{د ف} = (\text{اک})^{2}$ بشکل ۱۲ من ثانیة اصول ازین سبب $(\text{اب})^{2} + (\text{کب})^{2} - ۲\ \text{ب ک} \times \text{ب ي} = (\text{اد})^{2} + (\text{کد})^{2} + ۲\,(\text{اد}) \times \text{د ف}$ یا که $\text{ص}^{2} + \text{س}^{2} - ۲\ \text{س م} = \text{ع}^{2} + \text{ط}^{2} + ۲\ \text{ع} \times \frac{\text{ط م}}{\text{ص}}$ بلکه $\text{ص}^{2} + \text{س}^{2} - \text{ع}^{2} - \text{ط}^{2} = ۲\ \text{س م} + \frac{۲\ \text{ع ط م}}{\text{ص}}$

$$= \left(۲\ \text{س} + \frac{۲\ \text{ع ط}}{\text{ص}}\right) \times \text{م} \quad \text{بلکه} \quad \text{م} = \frac{\text{ص}^{2} + \text{س}^{2} - \text{ع}^{2} - \text{ط}^{2}}{۲\ \text{س} + \frac{۲\ \text{ع ط}}{\text{ص}}}$$

وهرگاه مقدار ب ي یعنی م معلوم شد چون $(\text{اي})^{2} = \text{ص}^{2} - \text{م}^{2}$ است پس ضرورة مقدار اي نیز معلوم خواهد شد وهمچنین چون $(\text{اک})^{2} = \text{ص}^{2} + \text{س}^{2} - ۲\ \text{س م}$ است پس مقدار اک نیز معلوم خواهد گردید وچون در هر مثلث که فی الدائره باشد مسطح عمود فی قطر دائره مساوي مسطح الضلعین می باشد کما ثبت فی الاصول ومثلث اک ب در دائرة مطلوبه واقع شده و اي عمود است پس نسبت اي یعنی عمود بطرف اک مثل نسبت اب بطرف قطر دایره باشد بالضرورة مسطح الضلعین یعنی اک، اب را بر اي یعنی عمود قسمت کند خارج مقدار قطر دائرة مطلوبه خواهد بود فافهم هذه صورته　　(شکل ۱۹۸)

سؤال سی وششم از جدیع اضلاع شکل منحرف ... زاویتین متقابلین منفرجه اند مثل اب ح ک د معلوم ومساحت آن معلوم باشد پس بخواهم که مقدار قطر اعظم آن بدانم تا که شکل منحرف مذکور معین شود جواب قطرین الزاویتین الحادتین را مثل اک وصل کردم وبر ضلع اد عمود کي وبر ضلع اب عمود کف قائم نمودم پس لاجل آنکه زاویة د وزاویة ب منفرجتین اند پس هر دو عمود خارج مثلث واقع خواهند شد پس اد معلوم را ص و دک معلوم را س و ب ک معلوم را ط و ح ب معلوم را ع فرض کردم یعنی مساحت را (ر) ومقدار دي یعنی قدر واقع مابین زاویة د وموقع العمود را م و ب ف یعنی قدر واقع مابین زاویة ب وموقع العمود را ه فرض کردم ودرینصورت

م^۲ + س^۲ + ۲ م م = (ا ک)^۲ وهمچنین ط^۲ + ع^۲ + ۲ ع و = (ا ک)^۲ است بشکل دوازدهم مقالهٔ ثانیهٔ اصول بلکه م^۲ + س^۲ + ۲ م م = ط^۲ + ع^۲ + ۲ ع و شد بلکه ۲ م م − ۲ ع و = ط^۲ + ع^۲ − م^۲ − س^۲ و (ک ي)^۲ = س^۲ − م^۲ است بشکل العروس و (ک ف)^۲ = ط^۲ − و^۲ است

ومساحت مثلث ا م ک = (م × ک ي) / ۲ = م [(س^۲ − م^۲) / ۲] ومساحت مثلث ا ب ک = (ع × ک ف) / ۲ = ع [(ط^۲ − و^۲) / ۲] ومجموع مساحتین مساوي شکل منحرف است پس

م [س^۲ − م^۲] + ع [ط^۲ − و^۲] = ۲ ر) گردید وهرگاه ط^۲ + ع^۲ − م^۲ − س^۲ = ۲ ن فرض کنم چراکه آن همه معلوم اند پس م م − ع و = ن شد وهرگاه این را مربع نمایم م^۲ م^۲ − ۲ م م ع و + ع^۲ و^۲ = ن^۲ شد وهرگاه م [س^۲ − م^۲] + ع [ط^۲ − و^۲] = ۲ ر (را مربع نمایم م^۲ × س^۲ − م^۲ م^۲ + ع^۲ ط^۲ − ع^۲ و^۲ + ۲ م ع × [س^۲ − م^۲] × [ط^۲ − و^۲] = ۴ ر^۲ وهرگاه هردو مربع را جمع نمودم م^۲ س^۲ + ع^۲ ط^۲ + ۲ م ع × [س^۲ − م^۲] × [ط^۲ − و^۲] − ۲ م ع م و = ۴ ر^۲ + ن^۲ شد وهرگاه این را بر ۲ م ع قسمت نمودم (م^۲ س^۲ + ع^۲ ط^۲) / ۲ م ع + [س^۲ − م^۲] × [ط^۲ − و^۲] − م و = (۴ ر^۲ + ن^۲) / ۲ م ع بلکه [س^۲ − م^۲] × [ط^۲ − و^۲]

= (۴ ر^۲ + ن^۲) / ۲ م ع − (م^۲ س^۲ + ع^۲ ط^۲) / ۲ م ع + م و وهرگاه (۴ ر^۲ + ن^۲) / ۲ م ع − (م^۲ س^۲ + ع^۲ ط^۲) / ۲ م ع را بسبب معلومات

= ح فرض کنم پس [س^۲ − م^۲] × [ط^۲ − و^۲] = ح + م و شد وبحسب التربیع (س^۲ − م^۲) × (ط^۲ − و^۲) = ح^۲ + م^۲ و^۲ + ۲ ح م و بلکه س^۲ ط^۲ − س^۲ و^۲ − م^۲ ط^۲ + م^۲ و^۲ = ح^۲ + م^۲ و^۲ + ۲ ح م و بلکه س^۲ ط^۲ − س^۲ و^۲ − ط^۲ م^۲ = ح^۲ + ۲ ح م و بلکه چون م م − ع و = ن بود بلکه م م = ن + ع و بلکه م = (ن + ع و) / م وهرگاه مقدار م را در معادلهٔ مذکور تبدیل نمودم س^۲ ط^۲ − س^۲ و^۲ − ط^۲ × ((ن + ع و) / م)^۲ = ح^۲ + ۲ ح و × (ن + ع و) / م بلکه س^۲ ط^۲ − س^۲ و^۲

باب دهم در قواعد فن سیاق و دران چند مطلب است

مطلب اول در تعریف فن سیاق وصور ارقام وکیفیت آن

بدانکه فن سیاق عبارت است از حساب معاملات که متصدیان اهل اسلام بوضع خاص آنرا در دفاتر حکام ثبت می نمایند وگویند اول اختراع این فن از جناب ولایت مآب امیرالمومنین علي بن ابي طالب است علیه السلام وسیاق در لغت بمعني بریک روش راندن است باید دانست که چون درهر امر ابتدا بنام خداوند تعالی وسبحانه واجب است لهذا برپیشاني افراد اول دفاتر اکثر متصدیان (۱) نویسند ادلالته علی وحدة الله سبحانه وبعضی لفظ هونگارند که کنایه از ذات باري است بلکه برپیشاني هرمکتوب همچنین نوشتن معمول است وبرای اعداد صحاح غیرالواحد والاثنین صورتی خاص از اسماي اعداد عربیه استنباط نموده اند لهذا این ارقام را ارقام عربیه گویند وبرای واحد واثنین لفظ یک ودو مرقوم میسازند الادر روپیه که دران برای واحد لفظ عدد وبرای اثنین لفظ عددان وضع کرده اند وکسور صحاح را دراکثر اجناس برقوم هندیه نویسند وعوام متصدیان آنرا هندسه میگویند واین خطاء محض است وچون مخرج کسور هرمقادیر را متعین ساخته اند چنانچه درمطلب نهم باب المساحت درفصلي علحده مذکور گردیده لهذا مخرج را ترک میکنند وصور ارقام صحاح ازین جدول واضح شود وبعد از ارقام صحاح اسم اشیا راکه آن ارقام مقدار اعداد اواست می نویسند مثل اشرفي وذرعه وتهان وغیره الادر عشرات اعداد بعضی اشیانشاني خاص می نهند چنانچه بیان آن بیاید انشاء الله تعالی

رقم هندیه	اسماء الاعداد	ارقام سیاق	
۱۰۰	مائة	ما	در روپیه بدینصورت ما عد خواه بدینصورت ما عص
۲۰۰	مائتان	مار	بشرح ایضا
۳۰۰	ثلث مائة	سما	بشرح ایضا
۴۰۰	اربع مائة	اسما	بشرح ایضا
۵۰۰	خمس مائة	[illegible]	بشرح ایضا
۶۰۰	ست مائة	[illegible]	بشرح ایضا
۷۰۰	سبع مائة	لما	بشرح ایضا
۸۰۰	ثمانمائة	[illegible]	بشرح ایضا
۹۰۰	تسع مائة	[illegible]	بشرح ایضا
۱۰۰۰	الف	ا	در روپیه بعضے بدینصورت نگارند [illegible] وبایددانست که این نشان از لفظ هزار استنباط کرده اند ودر عشرات الوف هر اشیا اگر عشرات الوف صرف باشد همین نشان [illegible] می نگارند

رقم هندیه	اسماء الاعداد	ارقام سیاق	
۲۰۰۰	الفان	اعــ	بشرح ایضا
۳۰۰۰	ثلثة الاف	[illegible]	بشرح ایضا
۴۰۰۰	اربعة الاف	[illegible]	بشرح ایضا
۵۰۰۰	خمسة الاف	[illegible]	بشرح ایضا
۶۰۰۰	ستة الاف	[illegible]	بشرح ایضا
۷۰۰۰	سبعة الاف	[illegible]	بشرح ایضا
۸۰۰۰	ثمانية الاف	[illegible]	بشرح ایضا
۹۰۰۰	تسعة الاف	[illegible]	بشرح ایضا

واز عشرات الوف بطور عشرات اعداد نویسند ونشان هزار بران گذارند چنانچه ده هزار
بدینصورت [illegible] ویازده هزار بدینصورت [illegible] ودوازده هزار بدینصورت [illegible] وبیست و
چهار هزار بدینصورت [illegible] وهکذا واگر با الوف ومأت وعشرات واحاد هم باشد مأت وعشرات
واحاد را فوق الوف نویسند * مثلا دوهزار وچهار صد وبیست وپنج بدینصورت [illegible]
وهکذا تا نود ونه هزار وبعد از ان چون اهل هند مائة الوف را لاکهه میگویند لهذا اهل دفاتر

اسلام آنرا لکہ می نویسند واگر یک لک صرف باشد در هر اشیا اسماء اشیا بعد از ان نویسند مثل ٠
یک لک روپیه و یک لک اشرفي و یک لک بیگهه وغیران واگر الوف ومأت واحاد وعشرات
هم باشد پس یک لک را فوق والوف وغیره را تحت آن نگارند ونشان هر اشیا مثل بیان صدر
گذارند وهمچنین مافوق لک اسامي مراتب عددیهٔ هندیه را می نویسند مثل کرور وارب
وکهرب ودر روپیه کسر اول را که آنه است برقوم هندیه نویسند ودر یسار آن نشاني می نهند
بدینصورت ـ مثل یک آنه ١ـ ودو آنه ٢ـ وچون آنه را چهار قسم سازند وهر قسم را پائي گویند اعني
ربع آنه بدینصورت نویسند ـــ وبرای نصف آنه نقطه در یسار آنه گذارند مثل یک ونیم آنه
١٠ـ وسه ربع آنه را بدینصورت ـــ وبعضي آنه را بیست حصه کنند وهر حصه را گنده گویند
وآنرا بعد رقوم آنه برقوم هندیه نوشته لفظ گنده نگارند وهر گنده را چهار حصه نموده هر حصه را
کوری گویند وهمچنان برقوم هندیه نگارند ودو فلوس را تنکه وهر فلوس را بیست وپنج دام
مقرر کرده بدینصورت نویسند ٢٥ دام ونیز شانزدهم فلوس را ادهي گویند وبدینصورت
نگارند ١٠ دام وثمن فلوس را دمري خوانند وبدینصورت نویسند ٣٫ دام ونصف فلوس را
ادهله گویند وبدینصورت نگارند ١٢٠ دام وربع را چهدام گویند وبدینصورت ٦ دام وهکذا
جمع کسورات تنکه بهمین صورت بحساب في تنکه ٥٠ دام می نویسند ودر اوزان چهل آثار
که من شاهجهاني است پس هرچه کمتر از چهل آثار باشد آنرا برقوم هندیه نوشته در یسار
آن لفظ آثار می نهند مثل دو آثار بدینصورت ٢ آثار وغیره وهر آثار را شانزده حصه نموده
هر حصه را چهتانک خوانند وبدینصورت نویسند ٠ آثار ونصف چهتانک بدینصورت ـ
ودو چهتانک بدینصورت ٤ آثار وربع آثار را بدینصورت ـــ آثار ونیم آثار را بدینصورت
٠ آثار وهمچنین در اراضي لفظ ذرعه خواه بیگهه می نگارند وحصهٔ شانزدهم را گره وحصهٔ
بیست وچهارم ضبه خوانند وحصهٔ بیستم بیگهه را بسوا گویند وهکذا وکسور را برقوم هندیه
وکسور کسور را اگر ربع است ـ واگر نصف است ٠ نویسند وزیاده را برقوم هندیه نگاشته
اسم کسور بران می نویسند *

مطلب دوم در بیان سال و ماه و روز و دران چند بیان است

بیان اول در حقیقت سال و ماه و روز

باید دانست که چون همه از اجرام سماوی ظاهر تر افتاب و ماهتاب اند لهذا دورهٔ سال را برگردش شمس نهاده اند که مدار کار و بار جهانیان برفصول است وفصول ازگردش شمس حاصل می شود پس مدت دور شمس از یک نقطهٔ منطقة البروج که مدار شمس است وآنرا در هندی لگن منڈل ودر انگریزی زاڈیک گویند تا معاودت او بهمان نقطه یک سال شمسی حقیقی اعتبار کرده اند ونیز منطقة البروج را دوازده حصهٔ متساوی فرض کرده مدت سیر شمس در هر حصه را شهر وماه شمسی حقیقی خوانند وازین سبب سال شمسی منقسم بدوازده ماه میگردد وهمچنین مدت دور قمر را از وضع معین نسبت شمس تا معاودت او بهمان وضع یکماه قمری قرار داده اند مثل مابین هلالین خواه مابین بدرین خواه مابین محاقین وغیرذالک وچون دوازده دور قمری قریب بیک دور شمسی میشود لهذا دوازده ماه قمری را یک سال قمری می شمارند واین سال وماه قمری نیز حقیقی باشد وچون بسبب اختلاف حرکات نیرین مذکورین ضبط ایام شهور ممکن نیست لهذا عقلای اکثر دیار ایام شهور هریکی از شمسی وقمری را تخمینا مختلف مقرر نموده اند وآنرا شهور وسال اصطلاحی گویند وبرای مطابقت سال وماه حقیقی یک روز خواه زیاده ازان بحسب حیات در سالهای معین برنامهای معین از شمسی وقمری می افزایند وآنرا یوم کبیسه گویند وان شهر وسال را شهر وسال کبیسه خوانند وکبیسه در لغت معنی کم آمد سال است پس هریکی از سال شمسی وسال قمری وماه شمسی وماه قمری منقسم بدو قسم شد یکی حقیقی دوم اصطلاحی که مجموع هشت اقسام باشد وبیان هریک در محل خودش کرده شود انشاء الله تعالی، وشبانروز نیز برد ونوع است یکی حقیقی ودوم وسطی وشبانروز حقیقی نزد منجمان اهل فارس ومغرب وفرنگ از نیم روز تانیم روز دیگر است ونزد منجمان خطا وایغور از نصف شب تا نصف دیگر ونزد اهل عرب واهل شرع از غروب شمس که اول شب است تا غروب دیگر ونزد اهل هند از طلوع شمس که اول روز است تا طلوع دیگر وشبانروز وسطی مقدار یکدور فلک اعظم است که آنرا حرکت یوم بلیله گویند مع حرکت وسطی شمس وآن از روی رصد الغ بیگی نط ح یط لر صح خامسه است

اگر یکدور را شصت فرض کنند و روز نزد منجمان اهل فارس و روم و هند از طلوع مرکز شمس است تا غروب او و نزد اهل شرع از طلوع صبح صادق است تا غروب تمام جرم شمس و چون انتهای روز ابتدای شب و انتهای شب ابتدای روز پس برین منوال حال شب نیز قیاس باید کرد و منجمان اهل فارس و مغرب و روم و فرنگ و هند هر یک از شبانروز حقیقی و وسطی را بست و چهار قسم کنند و آنرا ساعات مستویه و معتدله گویند و نیز از هر یک از شب و روز را بدوازده قسم متساوی کنند و ساعات معوجه و زمانی خوانند و منجمان خطا و ایغور و ترک شبانروز را بدوازده قسم متساوی کنند و آنرا جاغ گویند و برای آن دوازده نام مقرر کرده اند و اسامی آن از جدول معلوم شود و هر جاغی را بهشت قسم کنند و آنرا کهنه گویند و نیز دوازده سال را یک دور قرار داده اند و نام هر سال باسمای جاغ مقرر ساخته چنانچه منجمان در تقویم آنرا مینویسند و عوام آنرا سیاری نو روز نویسند و سال را ئیل گویند چنانچه در دفاتر و فرامین پادشاهی نشقان ئیل و اود ئیل وغیران نوشته میشود و نیز شبانروز را بده هزار قسم قسمت کنند و هر قسم را فنک گویند *

اسامی جاغها

خطا	ایغور	ترکی	فارسی مطابق ترکی
ژه	کسکو	سیچقان	موش
چیو	اوی	اود	بقر
[illegible]	بارس	بارس	پلنگ
تو	تشقان	تشقان	خرگوش
چین	لوی	لوی	نهنگ
[illegible]	ایلان	ایلان	مار
[illegible]	یونت	یونت	اسپ
وی	قوی	قوی	گوسپند
[illegible]	[illegible]	بیچین	بوزنه
[illegible]	[illegible]	تخاقو	مرغ
[illegible]	ایت	ایت	سگ
[illegible]	تنغوز	تنگوز	خوک

وبايد دانست كه عقلا براى ضبط اوقات امورات و واقعات سالى را كه در ان حادثهٔ عظيم مثل ظهور ملتى يا جلوس بادشاهى يا طوفانى يا زلزلهٔ و امثال آن واقع شده باشد مبدأ تاريخ مقرر كرده اند وآن بحسب اصطلاح هر قوم مختلف است چنانچه در هند بالفعل تاريخ هجرى وفرس و رومى وانگريزى و هندى كه آنرا سنبت گويند مشهور است وبيان هر يك در محل خودش كرده شود انشاء الله تعالى ونام ماه هاى عربي وفارسي و رومى وعمومى هندى ونام بروج دوازده گانه از جدول واضح شود جدول اين است

نام ماه هاى عربى	نام ماه هاى كه در هند مشهور است	نام بروج عربي	نام بروج هندى	نام بروج انگريزى	نام ماه هاى فارسي	نام ماه هاى رومي	نام ماه هاى هندي	نام ماه هاى انگريزى
محرم	دها	حمل	میکهه	اریز	فروردین	نیسان ۳۰ یوم	بیساکهه	اپریل ۳۰ یوم
صفر	تیزی	ثور	برکهه	ٹارس	اردی‌بهشت	ایاز ۳۱ یوم	جیٹهه	می ۳۱ یوم
ربیع الاول	باره وفات	جوزا	متهن	جمینی	خورداد	حزیران ۳۰ یوم	اساڑه	جون ۳۰ یوم
ربیع الثانی	میران محی الدین	سرطان	کرک	کینسر	تیر	تموز ۳۱ یوم	ساون	جولائی ۳۱ یوم
جمادی الاول	مدار	اسد	سنگ	لیو	مرداد	آب ۳۱ یوم	بهادون	اگسط ۳۱ یوم
جمادی الثانی	خواجه معین الدین	سنبله	کنیا	ورگو	شهریور	ایلول ۳۰ یوم	آسن	سپطمبر ۳۰ یوم
رجب	رجب	میزان	تولا	لیبرا	مهر	تشرین الاول ۳۱ یوم	کاتک	اکطوبر ۳۱ یوم
شعبان	شبرات	عقرب	برچهک	سکارپیو	آبان	تشرین الاخر ۳۱ یوم	اگهن	نومبر ۳۰ یوم
رمضان	روزه	قوس	دهن	سجی ترس	آذر	کانون الاول ۳۱ یوم	پوس	دسمبر ۳۱ یوم
شوال	عید	جدی	مکر	کپری کارن	دی	کانون الاخر ۳۱ یوم	ماگهه	جنوری ۳۱ یوم
ذی قعده	خالی	دلو	کونبهه	ایکوترس	بهمن	شباط ۲۸ یوم	پهاگن	فبروری ۲۸ یوم
ذی حجه	بقرعید	حوت	مین	پیسز	اسفندارمذ	اذار ۳۱ یوم	چیت	مارچ ۳۱ یوم

وباید دانست که اهل هند و فرنگ هفت روز را منسوب بکواکب سبعهٔ سیاره می نمایند
وآنرا هفته میگویند و نام هر روز را بنام کواکب منسوب الیه موسوم میسازند واول هفته
نزد آنها روز یک شنبه است که منسوب بشمس است لعلو شانه واهل عرب ایام هفته را
معین می کنند لیکن منسوب بکواکب نمیسازند وگویند که ایزد تعالی جمیع مخلوقات را
از ابتدای یک شنبه تا روز جمعه بیافرید و روز شنبه استراحت نمود لهذا یک شنبه را یوم الاحد
ودوشنبه را یوم الاثنین وسه شنبه را یوم الثلثا وچهارشنبه را یوم الاربعا وپنجشنبه را یوم
الخمیس خوانند وچون پیدایش جمیع مخلوقات بروز جمعه تمام شد آنرا یوم الجمعه
خواندند وشنبه را یوم السبت گویند چه سبت بمعنی آسایش است واین بموجب معتقد یهود
است پس اول هفته نزد آنها روز یکشنبه باشد ونزد اهل اسلام اگرچه ابتدای آفرینش
از روز یک شنبه بموجب حدیث ثابت میشود وترجمهٔ حدیث اینست که خالق کن فیکون
روز یک شنبه ودوشنبه زمین را آفرید وجبال معدن را روز سه شنبه مخلوق گردانید وروز
چهارشنبه امصار وانهار واموات را پدید آورد ودر روز پنجشنبه تا سه ساعت روز جمعه
سماوات وملائکه را خلق کرد انتهی ونیز برین دال است کلام الهی خلقنا السموات
والارض وما بینهما فی ستة ایام ثم استوی علی العرش اگرچه ثم استوی علی العرش دلیل بر بودن
روز شنبه است برای مطابقت حدیث لیکن روز شنبه را یوم استراحت گفتن ازین حدیث
ثابت نمیشود چه ظاهر است که ایزد سبحانه از استراحت وغیر استراحت منزه است تعالی
شانه لهذا اول هفته نزد اهل اسلام روز شنبه است ونزد اهل فارس ودر زمان قدیم ایام هفته
معین نیست چرا که فارسیان یکماه را سی روز قرار داده برای هر روز نامی خاص معین
کرده اند چنانچه بیان آن بیاید انشاء الله تعالی چنانچه در زیج الغ بیگی ونهایة الادراک
مندرج است وازین سبب معلوم میشود که شنبه ویک شنبه وغیره نامهای هفتگانه از مصطلحات
متأخرین اهل فارس است که بمطابقت اهل عرب مقرر ساخته اند چنانچه روز جمعه برین
معنی دال است که حرف عین مخصوص کلام عرب است ونام ایام هفتگانه ونام کواکب
سبعهٔ سیاره که در هند وفرنگ وفارس وعرب مشهور است درین جدول ثبت افتاد *

نام کواکب هندی	نام کواکب انگریزی	نام کواکب عربی	نام کواکب فارسی	نام ایام سبعه هندی	نام ایام سبعه عربی	نام ایام سبعه فارسی	نام ایام سبعه انگریزی	نام القاب کواکب
روی وایت	سن	شمس	افتاب	ایت وار	یوم الاحد	یکشنبه	سن ڈی	خسرو فلک
سوم چندر مان	مون	قمر	ماه	سوم وار	یوم الاثنین	دوشنبه	مون ڈی	مشیر و قاصد فلک
منگل	مارس	مریخ	بہرام	منگل	یوم الثلثا	سه شنبه	ٹیوس ڈی	جلاد فلک وکوتوال فلک ونحس اصغر
بده	مرکری	عطارد	تیر	بده	یوم الاربعا	چهارشنبه	وڈنس ڈی	دبیر فلک و مهندس فلک و اختر دانش و صاحب جوزا وسعد اصغر
برسپت	جپی ٹر	مشتری و برجیس	هرمزد	برسپت و جمعرات	یوم الخمیس	پنجشنبه	تهرس ڈی	قاضی فلک واختر دانش وسعد اکبر
شکر	وینوس	زهره	ناهید	شکر	یوم الجمعه	جمعه	فرائی ڈی	؟لی ومطرب فلک وطیب القلب و سعد اکبر
سنیچر	ساٹرن	زحل	کیوان	سنیچر	یوم السبت	شنبه	سٹر ڈی	شحنه فلک وپاسبان فلک هندوی چرخ ونحس اکبر

بیان دوم در سال هجری باید دانست که مبدء این تاریخ غرهٔ محرم آن سال بوده که محمد صلی الله علیه وسلم از مکه بمدینه هجرت فرمود وآن روز پنجشنبه بود واهل شرع ماه های این تاریخ را از رویت هلال تا رویت هلال دیگر اعتبار کنند وآن از سی روز زیاده واز بیست ونه کم نمی باشد وتا چهار ماه متوالی سی سی روز میتواند شد زیاده نی وسه ماه متوالی بیست ونه نه روز میتواند شد زیاده نی ودوازده ماه را سال اعتبار کنند پس سال وماه ایشان قمری حقیقی بود ومنجمان اهل اسلام محرم را سی روز وصفر را بیست ونه روز وهمچنین یکماه را سی روز ودوم را بیست ونه روز علی الترتیب حساب می کنند پس ماه ذی حجه بیست ونه روز باشد از ین سبب مقدار سال سه صد وپنجاه وچهار روز می شود وچون از روی سال قمری حقیقی کسری افتد لهذا در هر سی سال یازده روز ایام کبیسه قمری می افزایند وماه ذی حجه را در سالهای دوم وپنجم وهفتم ودهم وسیزدهم وپانزدهم وهجدهم وبیست ویکم وبیست وچهارم وبیست وششم وبیست ونهم سی روز اعتبار می کنند وبرای تعین روز اول سال قاعده مقرر کرده اند اعنی اگر بخواهند غرهٔ محرم از سالهای هجری را بدانند که کدام روز از روزهای سبعه خواهد بود چون ظاهر است که سالهائیکه بران یوم کبیسه افزوده شده

سالهای تامه گردیده و سالهائی که دران یوم کبیسه افزوده نگردیده سالهای ناقصه اند و چون سالهای هجری نزد اهل شرع از روی رویت و سال تامه است لهذا سالهای هجری را: در صد و ده طرح کنند که باقی دو صد و ده خواه کمتر ازان بماند پس آن باقی را بر سی قسمت نمایند و خارج قسمت را در پنج ضرب کرده محفوظ نگاه دارند وانچه از قسمت باقی مانده باشد دران سالهای کبیسه و غیر کبیسه را تفریق کنند بموجب بیان صدر * مثلا اگر بست و هشت باقی ماند پس ده سال کبیسه و هجده سال غیر کبیسه است و اگر ده باقی ماند پس چهار سال کبیسه و شش سال غیر کبیسه و بعد ازان عدد سالهای کبیسه را در پنج و عدد سالهای غیر کبیسه را در چهار ضرب کرده بر محفوظ بیفزایند و مجموع را هفت هفت طرح کنند که عدد باقی روز اول سال است و آنرا مدخل سال گویند * مثلا اگر بعد طرح یک باقی ماند روز شنبه غرهٔ محرم خواهد بود و اگر دو باقی ماند یک شنبه غرهٔ محرم است و همچنین اگر خواهند که روز اول هر ماه را ازان سال بدانند پس ازین جدول استخراج نمایند در روز یکه محاذی روز اول سال و محاذی ماه مطلوبه باشد مدخل آن ماه خواهد بود و نیز برای سهولت جدول مدخل سال نیز نهاده اند که سالهای هجری را بر دو صد و ده قسمت کنند و باقی را از محاذات احاد و عشرات ملاحظه نمایند که مدخل سال معلوم شود

جدول مدخل ماههای ناقصه

محرم	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه
صفر	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
ربیع الاول	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه
ربیع الثانی	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه
جمادی الاولی	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه
جمادی الاخری	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
رجب	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
شعبان	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه
رمضان	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه
شوال	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه
ذی قعده	جمعه	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
ذی حجه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه

جدول مدخل سالهای ناقصهٔ هجری

	ه ۵	ل ۳۰	س ۶۰	ص ۹۰	قك ۱۲۰	قن ۱۵۰	قف ۱۸۰
۱	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۲	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۳	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۴	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه
۵	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۶	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه
۷	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه
۸	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۹	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۱۰	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۱۱	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۱۲	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه
۱۳	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۱۴	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه
۱۵	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه
۱۶	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۱۷	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۱۸	دوشنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۱۹	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۲۰	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه
۲۱	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۲۲	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه
۲۳	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه
۲۴	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۲۵	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه
۲۶	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه
۲۷	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه
۲۸	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه	جمعه
۲۹	یک شنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه
۳۰	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه‌شنبه	یک شنبه

بدانکه روز اول سال وماه درینجا بحساب منجمان مراد است نه ازروی رویت اگر یک روز
کم وبیش شود اعتبار ندارد وهمچنین اگر خواهند عدد ایام سالهای هجری تا تاریخی از ماه
معین بدانند که چند است پس عدد سالهای تا ماه هجري را در سه صد وپنجاه وچهار ضرب
کنند که عدد ایام سال ناقصهٔ هجری است وبعد ازان عدد سالهای تا ماه را بر سی قسمت
نموده خارج را دریازده ضرب سازند که عدد ایام کبیسه است وحاصلین را جمع سازند
وانچه ازروی قسمت باقي مانده باشد دران ملاحظه کنند که چند سال کبیسه است پس عدد
کبایس بران مجموع بیفزایند که عدد ایام سالهای تا ماه هجری حاصل شود وبعد ازان عدد
ماه‌های که از محرم تا تاریخ معین مطلوبه بوده باشد بگیرند بترتیبیکه نزد منجمان است اعنی
محرم سي روز وصفر بیست ونه روز وهکذا وجمع سازند که عدد ایام هجری تا تاریخ معین حاصل
شود وباید دانست که اعداد حاصله را هفت هفت طرح کند وباقی را از روز پنجشنبه بشمارند
اگر مطابق روز تاریخ مطلوبه باشد فهو المراد والا اگر یک روز یا دو روز کم وبیش واقع شود
کم وبیش نمایند ونیز تاریخ مطلوبه باید که ازروی مداخل سال وماه درست باشد والا
صحیح نموده عمل نمایند که آن تفاوتها بسبب تفاوت رویت هلال است باید دانست که
سنهٔ فصلي همان سال هجریست که محمد اکبر بادشاه درعهد خود برای درستی حساب
دفاتر از ابتدای ماه آسن هندي مقرر نموده چراکه در هندي حساب محصولات بر فصول
است وبدون آن منضبط نمی شد پس ازان جهت یک سال فصلی موافق یک سال هندی
شد وچون در سالهای قمری هندي بعد سه سال یکماه کبیسه می شود که آنرا اوند خوانند چنانچه
بیان آن بیاید انشاء الله تعالی لهذا درمیان سال هجري وفصلي تفاوت شد واین تفاوت
بحسب زیادت ماه های کبیسه زیاده می شود وعدد سال هجری زیاده وعدد سال فصلی
کم می گردد وسال هندی شش صد وچهل ونه سال وپنج ماه از سال فصلی بیشتر است
پس هرگاه بر سال فصلي عدد تفاوت مذکور بیفزایند سال هندي حاصل شود واگر از سال
هندي بکاهند سال فصلي حاصل شود *

بیان سوم در تاریخ عیسوی ورومي بدانکه مبدء تاریخ رومي روز دوشنبه بعد از وفات
سکندر فیلقوس بدوازده سال شمسی از غرهٔ تشرین الاول است ومبدء سال عیسوی [illegible]

روز دوشنبه بود منسوب بولادت حضرت عیسیٰ علیه السلام از غرهٔ جنوري وسالهای
وشهرهای این هردو تاریخ شمسي اصطلاحي اند چراکه سه صد وشصت وپنجروزوربع
روزبی زیادت ونقصان سال می شمارند وشهرهای دوازده گانهٔ هردو تاریخ درعدد ایام
متساوي اند چنانچه درجدول شهور ثبت افتاد وچون مجموع ایام سال این هردو تاریخ
سه صد وشصت وپنج میشود لهذا درسال چهارم بعوض کسر ربع درتاریخ رومي بماه شباط
ودرعیسوي بماه فروري یک یوم کبیسه می افزایند وباید دانست که اول سال عیسوي
اعني غرهٔ جنوري بیست ویکم کانون الاول سال کبیسه بود پس از سال دوم تا سه سال
تاریخ بیستم ماه مذکور غرهٔ جنوري شد بعدازان تاچهارسال رومي بتاریخ بیست ویکم
کانون الاول غرهٔ جنوري میشود وباز تاچهارسال بتاریخ بیستم ماه مذکور غرهٔ جنوري
واقع میشود وپس ازان بازتاچهارسال بتاریخ ۲۱ عود میکند وابتدای سال رومي ازقریب
راس المیزان وابتدای سال عیسوي ازقریب راس الجدي است ونیز باید دانست
که سال رومي قبل ازسال عیسوي است بسه صد ویازده هزاروهشتاد ویک یوم واز
روی حساب ۱۱۳۱۷۳ یوم میشود واگربخواهند که مجموع ایام سالهای رومي
خواه عیسوي تاتاریخ معین بدانند باید که سالهای گذشته رادرسه صد وشصت وپنج
ضرب کنند وربع عدد سالهای گذشته راکه صحیح باشد بران بیفزایند که مجموع ایام سالهای
گذشته باشد وبران ایام ماه گذشته مع تاریخ مطلوب زیاده کنند که مجموع ایام تاتاریخ
مطلوبه باشد وآنرا هفت هفت طرح کرده باقي راازروزدوشنبه بشمارند اگرمطابق روز
تاریخ مطلوبه بود فهوالمراد والا یک روز بیفزایند خواه بکاهند تاعدد ایام درست شود وامثلهٔ
این همه بیاید انشاء الله تعالی *

بیان چهارم درتاریخ فارسي بدانکه مبدء این تاریخ روز سه شنبه سال جلوس یزد
جردبن شهریار است وشهوراین تاریخ نیز شمسی اصطلاحي است چه سه صدوشصت
وپنجروزرایکسال میگیرند وماههای راسی سی روزودراخرابان پنجروزکبیسه

زیاده میکنند وآنرا خمسهٔ مسترقه گویند هرمزد ۱ بهمن ۲ اردي بهشت ۳ شهریور ۴

۵ اسفندارمذ ۶ خرداد ۷ مرداد ۸ دیباوز ۹ اذر ۱۰ ابان ۱۱ خور ۱۲ ماه ۱۳ تیر ۱۴ کوس ۱۵ دیمهر ۱۶ مهر ۱۷ سروش ۱۸ رشن ۱۹ فروردین ۲۰ بهرام ۲۱ رام ۲۲ باد ۲۳ دیبدین ۲۴ دین ۲۵ اراد ۲۶ اشتاد ۲۷ اسمان ۲۸ زامیاد ۲۹ مارافسند ۳۰ انیران و نام خمسه مسترقه این است ۱ اهنود ۲ اشتود ۳ اسفندمذ ۴ دهشت ۵ هشتویس واگر بخواهند که مجموع ایام سالهای فارسي تا تاریخ معین بدانند پس عدد سالها را در سه صد و شصت و پنج ضرب کرده عدد ایام ماهها تا تاریخ معین بران بیفزایند که مجموع عدد ایام تا تاریخ مطلوب باشد و نیز ازان هفت هفت طرح کرده امتحان سازند و باقي را از روز سه شنبه بشمارند *

بیان پنجم در تاریخ هندي که آنرا سنبت گویند و ابتداي آن از وقت جلوس راجه بکرماجیت روز سه شنبه است و این سال شمسي اصطلاحي و ماههاي این قمري اند از ابتداي یک بدر تا بدر دیگر اعتبار می کنند و آنرا پورن ماسي گویند و نیز از یک محاق تا محاق دیگر گیرند و آنرا اماوس گویند و هر ماه را سي حصه کنند و هر حصه را تتهه گویند و هرگاه هر ماه را سي یوم اعتبار کنند ماه قمري اصطلاحي شود و در تقاویم هندي مدت سیر قمر در هر حصه را ثبت سازند و مجموع سیر سي حصه را شهر اعتبار کنند پس این ماههاي قمري حقیقي باشد و باز براي مطابقت فصول بعد سي شهر و گاهي بعد سي و یک شهر یکماه کبیسه می افزایند و لهذا سال ایشان شمسي اصطلاحي می شود و نیز باید دانست که اهل هند هر ماه را دو قسم کنند یکي از اخر محاق تا بدر و آنرا شوکل پکهه گویند و شوکل بمعني روشن است و پکهه بمعني حصه و نیز آنرا سودي گویند و دیگر از آخر بدر تا محاق و آنرا کرشن پکهه خوانند و کرشن بمعني سیاه است و نیز بدي می نامند و از ابتداي سنبت از روز اول شوکل پکهه ماه ماگهه است لیکن در تقاویم و نزد اهل عرف بسبب قرب نوروز از چیت سودي می گیرند و اگر بخواهند که ایام سالهای سنبت را تا تاریخ معین بدانند پس عدد سالهاي ماضیه را در سه صد و شصت ضرب کرده بر حاصل ضرب عدد ایام ماهها از ابتداي ماگهه سودي تا تاریخ مطلوبه بیفزایند

ومجموع را در ۷۹۶۶۶۸ که هفت لک ونود و شش هزار و شش صد و شصت و هشت که عدد (ما ر سم) خامسه است ضرب سازند و بر حاصل ضرب پنجاه و پنج کرور و پنجاه و دو لک و شصت هزار و چهار صد که بدینصورت ۵۵۵۲۶۰۴۰۰ که عدد (صت ح لط) خامسه است بیفزایند ونیز هفتاد و هفت کرور و هفتاد و شش لک که بدینصورت ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ ومخرج خامسه است قسمت کنند پس صحاح خارج قسمت ماه های کبیسه باشد وآنرا در سی ضرب نموده حاصل را بر مجموع اول بیفزایند ومحفوظ دارند و باز این محفوظ را در دو لک و دو هزار و هفتصد و هفتاد و شش که بدینصورت ۲۰۲۷۸۶ وعدد (نو بط صو) رابع است ضرب کرده بر حاصل ضرب چهل و هفت لک و پانزده هزار و دوصد و هشتاد که بدین صورت ۴۷۱۵۲۸۰ وعدد (لا صط صم) رابع است بیفزایند و بریک کرور بیست و نه لک و شصت هزار که بدینصورت ۱۲۹۶۰۰۰۰ ومخرج رابع است قسمت سازند وصحاح خارج قسمت را از محفوظ بکاهند که باقی عدد ایام سالهای سنبت تا تاریخ معین خواهد بود و باید دانست که اهل هند نام ماه ها را که در جدول گذشته ثبت افتاده بنام یکی از منازل قمر نهاده اند چرا که قمر بروز بدر بت هر ماه در منزلی که بنام آن ماه است می باشد ومنازل قمر که آنرا بهندی نچهتر گویند بیست و هشت است از انجمله یک منزل که آنرا بهندی ابهجت وبعربی سعد ذابح خوانند بسیار قلیل است لهذا در تقاویم هندی بیست وهفت منزل مندرج میکنند وهر منزل را چهار حصه مقرر نموده هر حصه را بهندی چرن خوانند بجیم فارسی ووجه تسمیهٔ آن بمنازل قمر این است که قمر دریک روز تقریبا یکی از ان منازل قمر را قطع می کنند وچون سیر قمر دریکماه سیزده برج تقریبا است لهذا منطقة البروج بسبب این منازل منقسم به بیست وهشت می شود بلکه هر برج منقسم بدو منزل و ربع منزل تقریبا می گردد ونیز در تقاویم هندی تحویل شمس در ان منازل را بترتیب می کنند چنانچه از انجمله نچهترهای بارش که تعلق بشمس دارد مشهور است وجدول اسامی منازل قمر اینست

١	شرطین	اسیتی	١۵	غفرا	سواتی
٢	بطین	بهرنی	١٦	زبانا	بیساکهه
٣	ثریا	کرتکا	١٧	اکلیل	انرادها
۴	دبران	روهنی	١٨	قلب	جیشٹها
۵	هقعه	مرگسرا	١٩	شوله	مول
٦	هنعه	ادرا	٢٠	نعائم	پورباکهاد
٧	ذراع	پونربسو	٢١	بلده	اوتراکهاد
٨	نثره	پکهه	٢٢	سعد ذابح	ابهجت
٩	طرفه	اشلیکها	٢٣	سعد بلع	سرونا
١٠	جبهه	مگها	٢٤	سعود	دهنشتها
١١	زبره	پوربا پهالگنی	٢۵	اخبیه	ست بهکها
١٢	صرفه	اوترا پهالگنی	٢٦	مقدم	پوربا بهادرپد
١٣	عوا	هستا	٢٧	مؤخر	اوترا بهادرپد
١۴	سماک	چترا	٢٨	رشا	ریوتی

و نیز نزد اهل هند ماه های شمسی حقیقی است که از تحویل شمس میگیرند و آنرا سنکرات گویند و نام ماه های شمسی در تقاویم بنام بروج می نویسند و در دفاتر بنگاله همین نام ماه های قمری نوشته میشود و ابتدای بیساکهه از تحویل حمل می گیرند و ایام ماه های شمسی از ابتدای حمل بدینطریق است * لا و لا لب لا و لا لا شش ماه است * ال کط و کط ال شهور گرفته است * یعنی حمل ٣١ و ثور ٣١ و جوزا ٣٢ و سرطان ٣١ اسد ٣١

وسنبله ۳۱ و میزان ۳۰ عقرب ۳۰ قوس ۲۹ جدی ۲۹ دلو ۳۰ حوت ۳۰ و این تقریبی است
و از روی تحویل گاهی یک روز کم و بیش می شود و در دفاتر بنگاله از روی تحویل تحقیقی
که سنکرات گویند تاریخ ماه می نویسند لیکن غرهٔ ماه ماگهه که تحویل جدی است همیشه بتاریخ
یازدهم جنوری می شود و ایام سالهای شمسی حقیقی گاهی سه صد و شصت و پنج و گاهی
سه صد و شصت و شش می شود و باید دانست که حساب تحویل شمس نزد منجمان هند
بدو طریق می شود یکی از روی زیچ قدیم که زیچ بکرماجیت است و آنرا سنکرات گویند
و دوم از زیچ محمد شاهی که راجه جی سنگه در عهد محمد شاه بادشاه تیار نمود و آنرا این خوانند
و باید دانست که درن فاتر بنگاله سال از ماه بیساکهه شمسی شروع می شود و آنرا بنگله گویند
و آن بعینه سال فصلی است و تفاوت همین است که سال فصلی از ابتدای ماه اسن و ابتدای
سال بنگله از ماه بیساکهه شمسی می شود و همچنین اهل اودیسه از ابتدای چیت مقرر کرده اند
و همین سال فصلی را سال ولایتی می نامند *

بیان ششم در تحویل یک تاریخ بتاریخ دیگر باید دانست اگر سال و تاریخ یکی از سالهای
هجری خواه فارسی خواه رومی خواه عیسوی خواه هندی معلوم باشد و بخواهند که سال
و تاریخ دیگر را بدانند طریقش این است که اول سال و تاریخ معلوم را که محول است روز سازند
و سال و تاریخ مطلوب را که محول الیه است به بینند که مبدء آن پیش از مبدء تاریخ محول است
یا بعد آن پس اگر مبدء پیش از مبدء محول باشد ایام ما بین التاریخین را از جدول که در ذیل
مرقوم است دریافته بر ایام سال و تاریخ محول بیفزایند و اگر مبدء محول الیه بعد از مبدء محول
است ایام ما بین التاریخین از ایام محول بکاهند و مجموع خواه باقی را سالهای محول الیه
سازند و طریقش این است که اگر محول الیه سال هجری است روزها را بر سه صد و پنجاه
و چهار قسمت کنند و خارج قسمت را برسی قسمت ساخته در یازده ضرب کنند و آنچه از روی
قسمت دوم باقی ماند اعداد ایام کبایس آن بطوریکه در بیان دوم مذکور گردیده حاصل
سازند و بر حاصل ضرب بیفزایند که مجموع اعداد ایام کبایس است پس آنرا از ایام باقی
قسمت اول ساقط نموده باقی را ماه سازند بطریقیکه در بیان دوم مذکور شد اعنی محرم
سی روز و صفر بیست و نه روز و هکذا تاریخ معین حاصل نمایند پس خارج قسمت اول

مقدار سالهای ماضیه است و آنچه باقی ماند آنرا ماه و روز شمارند بطریقیکه در بیان سوم مذکور شد اعنی از ابتدای فروردی سی سی یوم برای هر ماه بگیرند و برای ماه ابان سی و پنج روز و آنچه باقی ماند تاریخ ماه باشد و اگر محول الیه سال رومی و عیسوی بود عدد ایام را بر سه صد و شصت و پنج قسمت نموده بر خارج قسمت واحد افزوده ربع صحیح آنرا از ایام باقی نقصان کنند که خارج قسمت عدد سالها است و باقی ایام ماه های سال موجود خواهند بود پس آنرا از روی ایام هر ماه که در جدول مندرج است ماه و روز سازند و اگر محول الیه سال هندی باشد پس عدد ایام را در یک کرور و بیست و سه لک و شصت هزار و پانصد و شصت و هشت که بدینصورت ۱۲۳۶۰۵۶۸ و عدد (تر) م صطالح خامسه است ضرب نموده بر حاصل ضرب بیست و هشت کرور و بیست و نه لک و شانزده هزار و هشت صد که بدینصورت ۲۸۲۹۱۶۸۰۰ و عدد الاحط خامسه است بیفزایند و مجموع را بر هفتاد و هفت کرور و هفتاد و شش لک که بدینصورت ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ و مخرج خامسه است قسمت کنند و خارج را بر عدد ایام افزوده محفوظ دارند و باز محفوظ را در هفت لک و هفتاد و دو هزار و نه صد و دوازده که بدینصورت ۷۷۲۹۱۲ و عدد ... خامسه است ضرب سازند و بر حاصل ضرب پنجاه و پنج کرور و پنجاه و دو لک و شصت هزار و چهار صد که بدینصورت ۵۵۵۲۶۰۴۰۰ و عدد ... خامسه است بیفزایند و مجموع را بر مخرج خامسه که بالا مذکور شد قسمت سازند که صحاح خارج قسمت عدد ماه های کبیسه است پس آنرا در سی ضرب ساخته از محفوظ نقصان سازند و باقی را بر سه صد و شصت قسمت کنند که خارج قسمت سالهای ماضیه سنبت است و ایام باقی را ماه سازند بحساب فی ماه سی یوم و از ابتدای ماه چیت مرتب شمارند که تاریخ مطلوبه حاصل شود

جدول فصل تاریخین

نام فصل تاریخ	ایام بارقام هندیه	ایام بعبارت	ایام بارقام الستینه
فصل رومی علی هجری	۳۴۰۷۰۰	سه لک وچهل هزار وهفت صد	الد لم ک
فصل عیسوی علی هجری	۲۲۷۰۲۷	دولک وبیست وهفت هزار بیست وهفت	ا ح ح م
فصل سنبت علی هجری	۲۴۷۸۵۱	دولک وچهل وهفت هزار هشت صد وپنجاه ویک	ا ح ج نا
فصل رومی علی عیسوی	۱۱۳۶۷۳	یک لک وسیزده هزار وشش صد وهفتاد وسه	لا لد لم
فصل سنبت علی عیسوی	۲۰۸۲۴	بیست هزار هشت صد وبیست وچهار	ه مری
فصل رومی علی فارسی	۳۴۴۳۲۴	سه لک وچهل وچهار هزار وسه صد وبیست وچهار	ا لد لم صد
فصل هجری علی فارسی	۳۶۲۴	سه هزار وشش صد وبیست وچهار	ا ها لد
فصل عیسوی علی فارسی	۲۳۰۶۵۱	دولک وسی هزار وشش صد وپنجاه ویک	ا د د ا
فصل سنبت علی فارسی	۲۵۱۴۷۵	دولک وپنجاه ویک هزار چهار صد وهفتاد وپنج	ا ط نا نه
فصل رومی علی سنبت	۹۲۸۴۹	نود ودو هزار هشت صد وچهل ونه	الد مر لط

مثال امروز که تاریخ هشتم ماه ربیع الثانی سنه ۱۲۲۹ هجری روز پنجشنبه معلوم است
می خواهم که تاریخ رومی بدانم پس عدد سالهای ماضیه را که ۱۲۲۸ بود در ۳۵۴ ضرب
نمودم حاصل ضرب ۴۳۷۱۲ شد وباز ۱۲۲۸ را بر سی قسمت نمودم خارج چهل شد
آنرا در یازده ضرب نمودم حاصل ۴۴۰ گردید وباقی ۲۸ ماند عدد ایام کبیسه ازان
حاصل نمودم یعنی چون دران سال کبیسه دوم وپنجم وهفتم ودهم وسیزدهم وپانزدهم وهجدهم
وبیست ویکم وبیست وچهارم وبیست وششم بود پس ده عدد ایام کبیسه شد وعدد ایام
ماهها تاریخ گرفتم محرم ۳۰ یوم وصفر ۲۹ یوم وربیع الاول ۳۰ یوم وربیع الثانی ۸ یوم

تفاضل عیسوي را که ۲۴۷۰۲۷ است برايام هجري لغايت هشتم ربيع الثاني که ۴۳۵۲۶۱
بود افزودم مجموع ۶۶۲۲۸۸ شد وان ايام سال عيسوي است پس آنرا بر سه صد و شصت
و پنج قسمت نمودم خارج ۱۸۱۳ شد و ۵۴۳ باقيماند وربع خارج را که ۴۵۳ بود از باقي
ساقط نمودم ۹۰ باقيماند وآنرا از ابتداي جنوري گرفتم بدين طريق جنوري ۳۱ فبرروي
۲۸ مارچ ۳۱ ومجموع هم نوديوم شد پس دانستم که تاريخ هشتم ربيع الثاني سنه ۱۲۲۹
هجري ۳۱ مارچ سنه ۱۸۱۴ عيسوي است واگر خواهم که تاريخ فارسي بدانم پس
فصل هجري على الفارسي را که ۳۶۲۴ بود از ايام هجري لغايت هشتم ربيع الثاني ساقط
نمودم باقي ۴۳۱۶۳۷ ماند وآنرا بر سه صد و شصت و پنج قسمت نمودم خارج ۱۱۸۲ گرديد
و دو صد و هفت باقيماند انرا ماه کردم پس معلوم شد که بيست و هفتم مهر سنه ۱۱۸۳
يزدجردي بتاريخ هشتم شهر ربيع الثاني سنه ۱۲۲۹ هجري است واگر تاريخ سنبت مطلوب
باشد تفاضل سنبت را که ۲۴۷۸۵۱ بود بر ۴۳۵۲۶۱ که ايام سال هجري است افزودم
۶۸۳۱۱۲ شد وان مجموع ايام سنبت است پس انرا در ۱۲۳۶۰۵۶۸ ضرب نمودم
وبر حاصل ضرب که ۸۴۴۳۶۵۲۳۲۷۶۱۶ شد ۲۸۲۹۱۶۸۰۰ زياده کردم ومجموع را
که ۸۴۴۳۹۳۵۲۴۴۴۱۶ گرديد بر ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ قسمت نمودم خارج صحيح ۱۰۸۵۸ شد
آنرا بر مجموع ايام سنبت افزودم ومجموع را که ۶۳۹۷۰ گرديد محفوظ داشته در ۷۷۲۹۱۲
ضرب نمودم وبر حاصل ضرب که ۵۳۶۳۷۷۷۴۰۶۴۰ گرديد ۵۵۵۲۶۰۴۰۰ افزودم و
۵۳۶۹۳۳۰۰۱۰۴۰ را بر ۷۷۷۶۰۰۰۰۰ قسمت کردم صحاح خارج ۶۹۰ گرديد وان
ماههاي کبيسه هندي است که آنرا لوند گويند پس آنرا در ۳۰ ضرب نمودم حاصل را که ۲۰۷۰۰
بود از مجموع ثاني ۶۹۳۹۷۰ ساقط نمودم باقي ۶۷۳۲۷۰ ماند انرا بر سه صد و شصت قسمت
نمودم خارج ۱۸۷۰ گرديد وان سالهاي تامه سنبت است وباقي هفتاد ماند وانرا از ماکهه
سودي حساب کردم بدين صورت ماکهه سودي ۱۵ پهاگن ۳۰ چيت بدي ۱۵ چيت
سودي ۱۰ پس معلوم شد که تاريخ هشتم ربيع الثاني سنه ۱۲۲۹ هجري دهم چيت سودي
که في الحقيقت تاريخ بيست و پنجم ماه چيت سنه ۱۸۷۱ سنبت است واگر سال فصلي
دانستن مطلوب باشد چون ماه اين همين ماه هاي هندي اند لهذا ششصد و چهل و نه سال

و پنج ماه که قدر تفاضل است از سالهای سنبت کم کردم باقی (۱۲۲۱) ماند و همچنین
است حال سنه بنگله و ولایتی لیکن اگر بخواهم که تاریخ بنگله بدانم از ابتدای یازدهم
جنوری غره ماگهه که راس الجدی است حساب کردم بیست و یکم ماه چیت سنه
۱۲۲۰ بنگله مطابق هشتم ربیع الثانی سنه ۱۲۲۹ هجری گردید و همچنین ۲۸ چیت
سنه ۱۲۲۰ ولایتی شد و همچنین اگر سال و تاریخ رومی خواه عیسوی خواه فارسی خواه
سنبت معلوم باشد عمل نموده تاریخ و سال مطلوبه حاصل سازند لیکن باید دانست که
درینصورت استخراج تاریخ عربی و سنبت تحقیقی متعذر است گاهی تفاوت یک دو روز خواهد
افتاد چرا که در تاریخ عربی رویت شرط است و تاریخ سنبت متعلق از تقویم است
و انضباط تحقیقا ممکن نیست *

بیان هفتم در تاریخ جلوس پادشاهان هند باید دانست که سلاطین از روز جلوس
خود سال جلوس در دفترات مینمایند و ماه های ابتدای همین ماه های عربی قمری اند
لیکن سالهای جلوس بزقمری اند و منفصل هر یکی از ابتدای محمد بابر پادشاه تا این
سلسله گورکانیه تا این زمان معلوم شود انشاء الله تعالی فردوس مکانی ظهیر الدین محمد
بابر پادشاه که در دهلی جلوس نموده ۱۳ رجب سنه ۹۳۲ هجری روز جمعه جنت
آشیانی نصیر الدین محمد همایون پادشاه بعد وفات بابر پادشاه در آگره جلوس نموده سنه
۹۳۷ هجری و روز معلوم نیست همایون پادشاه از شیرشاه شکست خورده در سنه ۹۴۰
بطرف ولایت رفت در سنه ۹۴۹ هجری شیرشاه بعد همایون پادشاه [illegible]
[illegible] سنه ۹۴۰ هجری سلیم شاه بعد فوت شیرشاه جلوس نمود ۱۷ ربیع الاول
سنه ۹۵۲ محمد عادل شاه بعد سلیم شاه که مشهور بعدلی شاه است جلوس نمود سنه ۹۶۰
هجری تاریخ و روز معلوم نیست جنت آشیانی همایون پادشاه مرتبه دوم در دهلی
آمده جلوس نموده در ماه رمضان سنه ۹۶۲ هجری عرش آشیانی جلال الدین محمد اکبر
پادشاه بعد فوت همایون پادشاه در کلانور روز جمعه جلوس نمود ربیع الاول سنه ۹۶۳
هجری جنت مکانی نور الدین محمد جهانگیر پادشاه در آگره روز پنجشنبه جهاردهم
ماه جمادی الثانی جلوس نموده سنه ۱۰۱۴ هجری فردوس آشیانی شهاب الدین محمد

شاهجهان بادشاه بست ودوم جمادی الاولی سنه ۱۰۳۶ هجری درلاهور جلوس نمود خلد مکان ابوالمظفر محی الدین اورنگ زیب عالمگیر در شاهجهان اباد جلوس نمود ۲۴ رمضان سنه ۱۰۶۹ هجری خلد منزل قطب الدین محمد بهادر شاه در نیشاپور جلوس نمود ۱۷ ذي حجه سنه ۱۱۱۸ هجري معزالدين كولهارا مشهور ابوالفتح محمد معزالدين جهاندارشاه جلوس نمود ۲۰ صفر سنه ۱۱۲۴ هجري فرخ سيرباد شاه پسرعظيم الشان در اكبراباد جلوس نمود بعد شكست وكشته شدن معزالدين ۱۳ ذی حجه سنه ۱۱۲۴ هجری محمد رفیع الدرجات پسر رفیع القدر بعد قید فرخ سیر در شاهجهان آباد جلوس نمود ۹ ربیع الثانی سنه ۱۱۳۱ هجری ودرهمان عرصه فوت کرد ورفیع الدوله برادرش برتخت نشست او نیز درهمان ایام فوت نمود فردوس ارامگاه محمد شاه بادشاه در اکبراباد از دهلی آمده جلوس فرمود وتاریخ جلوس خود از غره ربیع الثانی مقرر نمود غره ربیع الثانی سنه ۱۱۳۱ هجری احمد شاه بادشاه پسر محمد شاه در دهلي جلوس نمود غره جمادی الاولی سنه ۱۱۶۱ هجری عزیز الدین عالمگیر ثانی پسر معزالدین بعد قید احمد شاه در دهلي جلوس نمود دهم شعبان سنه ۱۱۶۷ هجری شاه جهان ثانی در دهلی جلوس نمود بعد قتل عالمگیر ثانی ۸ ربیع الثانی سنه ۱۱۷۳ هجری شاه عالم بادشاه در الهآباد جلوس نمود ۱۱ جمادي الثاني سنه ۱۱۷۳ هجری اکبرشاه بادشاه در شاهجهان آباد بعد فوت عالم شاه بادشاه جلوس کرد تاحال موجوداست ۷ رمضان سنه ۱۲۲۱ هجری *

مطلب سوم در مصطلحات کاغذات وغیره فن سیاق

بدانکه کاغذات متصدیان برد وقسم است یکی بیرج بباء موحده دوم تیرج بتاء فوقانی بیرج کاغذی راگویند که دران جمع اعداد را که میزان گویند در وسط مدا نویسند وآنرا گوشواره خوانند وتفصیل انرا تحت آن مدات تفصیلی کشیده نگارند ومد بمعنی خط طولانی است وکاغذ فاتر که برافراد نوشته میشود همه بیرج مي باشد وشاذاً تیرج هم عندالضرورت مي نویسند وبیرج در اصل بارز است بمعني ظاهر ودر اصطلاح اهل دفاتر وسط تحت مد راگویند ومتصدیان آنرا تحریف نموده بیرج اطلاق میکنند وتیرج کاغذی راگویند که برای جمع نمودن اعداد هرقسم اجناس متعدده که بدفعات واقع شوند

مدات هر اجناس را برابر در یک سطر نوشته و اول همه مدات اجناس مد اسامی نگاشته
دفعات ان اجناس را تحت مد اسامی و اعداد آنرا تحت مد جنس نویسند و در پائین جمع
اعداد هر جنس را که میزان گویند بعد خط عرضی نگارند و تحقیق لفظ تیرج بنظر فقیر نیامده
ظاهرا اماله تاراج باشد و باید دانست که در اوراق که کاغذ تیرج است در فرد اول پیشانی
سفید گذاشته و در وسطی طولی مدی که مخصوص ان کاغذ باشد مثل جمع و خرج و واصلباقی
وغیره می کشند و بعبارت فارسی مجملا خصوصیت ان کاغذ را هر قوم میسازند و آنرا عنوان
گویند و وسط فرد را طولا شکن کرده دو طرف قرار می دهند و آنرا ضلع خوانند و سر پیشانی
اوراق را هر دو طرف مصرف شکن می کنند پس طرف راست را گوشه مصرف و طرف چپ
را گوشهٔ اتصال خوانند و طرف چپ تحت هر مد را ایراد و طرف راست تحت هر مد را حشو
گویند و وسط تحت هر مد را بارز خوانند و هر رقم که ازو چیزی مستثنی کنند آنرا منها گویند
مستثنی را اگر یک مرتبه باشد در حشو تحت مستثنی منه نوشته باقی را در بارز می نگارند
و اگر دو مرتبه باشد اول را در ایراد تحت مستثنی منه نوشته باقی را در حشو آرند و مستثنی
ثانی را تحت باقی نوشته باقی ثانی را در بارز نویسند و ایراد مصدر از باب افعال که مادهٔ
ان ورود است و حشو بمعنی خالی و زاید است اعنی ارقام حشو و ایراد مطلوب حقیقی
نیست از جملهٔ زائد است و زیادت اعداد ایراد بواو معجمه خوانند و آنهم گاهی در حشو
و ایراد واقع میشود پس اگر مستثنی در حشو خواه ایراد باشد تحت ان علامت باقی بدینصورت
ـــ نویسند و این علامت را باقی گویند و اگر زیادت وغیره در حشو خواه ایراد باشد تحت ان
علامت کذا یا مفرد و گویند بدینصورت ـــ نویسند و مد بیجنس را که مد گوشواره یک جنس
است در تمام ... کنند و برای تفصیل تحت ان دو مد دیگر ترتیب کنند و هر دو طرف
را نویسند و که خوانند و گاهی چهار مد که در یکطرف اند نکنند و همچنین گاهی شش و
غیر آن لیکن معمول است که مدات تفصیلی درج می کنند و بعضی مدات مردم
می کنند لیکن این خلاف ضابطه است و هر جا که خالی ماند در ان مد بیاض که بمعنی
سفیدی است می نویسند بدینصورت ـــ تا کسی در آنجا چیزی رقم نتواند و آنرا بیاض
خوانند و در ابتدای پیشانی فرد دوم در وسط ان مدی مخصوص هم عبارت که در فرد

اول نوشته شد می نویسند وآنرا طغرای پیشانی خوانند وتحت آن مدات سابقه که ارقام
آن فرد متعلق آن مدات باشند می نگارند وباید دانست که مدات سابقه تا پنج مد اگر باشد
تحت پیشانی نویسند واگر زیاده بود تا هفت مد درگوشهٔ اتصال نگارند وآنرا طغرای ثانی
خوانند واگر زیاده ازان باشد درگوشهٔ صرف نویسند وآنرا طغرای ثالث گویند وباقی
مدات را تحت طغرای پیشانی نگارند ونیز معمول است که مد ثانی اصغر از اول ومد
ثالث اصغر از ثانی می کشند وهکذا ودرگوشهٔ اتصال اعداد عدهٔ افراد رابرقوم هندیه
نگارند وآنرا ورق داغ گویند وسر دفتر مثل دیوان وغیره برگوشهٔ صرف بعبارت مثل اول
ودوم وسوم می نویسند وجمع را مفرده وخرچ را منذالک ووجهه وباقی را باقی وتتمه
گویند وکاغذی را که دران آمدنی روزمرهٔ هر اجناس را نویسند آنرا سیاه گویند که
بمعنی سواد است ومد سیاه بدینصورت کشند ـــــ وسیاه تاریخ وار می باشد ودران
تعین یوم هم می کنند لهذا مدات ایام اسبوع می کشند بدینصورت *

یوم الاحد	یوم الاثنین	یوم الثلثا	یوم الاربعاء	یوم الخمیس	یوم الجمعه	یوم السبت
یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه

وکاغذی را که دران آمدنی وخرچ روزمره مندرج باشد آنرا روزنامچه وچتهه
گویند وباید دانست بعضی مسودهٔ روزنامچه را سیاه خوانند وکاغذی که دران از روی
سیاه خواه روزنامچه تاریخ وار آمدنی خواه خرچ هریک اجناس را علحده علحده بطور
تدریج دریک یک نوند نگارند که بعد یکماه خواه یک سال تعداد هریک راجدا جدا معلوم
توانند کرد وآنرا اوارجه وکهتونی گویند ودران اول مد آسامی کشند بدینصورت لا ـــــ
وتحت آن مد هر آسامی نویسند بدینصورت ـــــ ـــ وبرابر مد آسامی مد جنس کشند مثل مد روپیه
بدینصورت رو ـــــ ومد اشرفی اسر ـــ وغیر ذالک وبعضی یک مد افزون کشند بدینصورت
(ا ـــــ رون) ودر تحت آن جمیع اعداد لغایت هر تاریخ مندرج سازند تا حاجت میزان نشود
واوارجه بمعنی جمع اشیای پراگنده وبعضی گویند که بمعنی حساب است وکاغذی را
که مشتمل برحقیقت اجناس برسبیل اجمال باشد آنرا مجمل خوانند وکاغذی را که مشتمل بر
آمدنی وخرچ یکماه یا زیاده ازان باشد آنرا جمع وخرچ گویند ومد آن بدینصورت است

وپلنگ وچیته وسیاه گوش وغیره حیوانات برای آهو ونیل گاو وغیره رخوت برای فیل واسپ وشتر وغیره قراطیس برای کاغذ سفید وافشان وطومار وغیره عقاقیر برای نباتات خوشبو مثل دارچینی والایچی ودیگر مصالح گرم ادویات برای بادیان وهلیله وغیره ادویه مفرده ادهان برای روغن وچربی وغیره ترشیات برای اچار وغیره عذوبات برای نبات وقند وعسل وحلوا وغیره اقسام شیرینی نقلات برای اقسام نقل مربا برای اقسام مربا اصناف برای آرد ومیده وبرنج ودال ونمک وغیره لحمات برای گوشت وماهی ترکاری برای بادنجان وپودینه وغیره اثمار برای نارنجی وکیله وغیره ازقبیل میوهٔ تر جفاف برای کشمش وبادام وچارمغز وغیره ازقبیل میوهٔ خشک تنبولات برای تنبول وسپاری وهرچه ازین قبیل باشد اعراق برای عرق اجواین وعرق دارچینی وغیره مکیفات برای هرچیز که کیف دار باشد اجنحه برای هرجانور پرنده الوان برای لاجورد وشنگرف وشنجرف وغیره غلات برای گندم وجو وشالی وغیره مزامیر برای قانون وسرمندل ورباب وغیره جرمینه برای بلغار وادیم وغیره قرار پای برای پاپوش وموزه ونعلین وپای تابه وغیره اوزان برای مثاقیل واوزان خواه ازآهن خواه ازسنگ باشد*

مطلب چهارم در ممیزات اشیا

بدانکه اهل هندازهرشی رابلفظی خاص ممیز بستند مثل روپیه واشرفی وبعضی آلات وملبوسات راعدد میبستند وانسان رانفر وهمچنین بعضی شی راقطعه وغیره وماهریکی را بیان می کنیم عدد برای روپیه واشرفی وخنجر وقبضه وشمشیر ودستهٔ کاغذ وصندوق وغیره قطعه در مرادی که عبارت از دو فلوس باشد ونیز روپیه راتنکهٔ سفید واشرفی راتنکهٔ سرخ گویند ... درمواریدات ونقصان آن گذشت قرددر مکیلات اعنی پیمانه که از ان اوزان می کنند دانه درمرکلی ومروارید قطعه درسمور ودربعضی جواهر غیرمروارید وطیور غیرشکاری وچوب ودندان فیل ودندان ماهی ودرکاغذ مثل فرمان وپروانه ودر ... قبضه درآلات حربی وشمشیر وکارد وخنجر وکتاری وبندوق و... وآینه وپرچهی وشانه وتسبیح ومرغان شکاری وتیشه واستره ومقراض ... وغربال وسائر اجناس انچه بدست استعمال کنند طاق در

ظرف دردیک وطبق ورکابي وپاندان وکاسه وهرچه از قبیل آوند باشد دن درخور وآشامي درزبان *

خاتمه

این کمترین خلایق مشهور باسم کانهجي قوم کایتهه ماتهر مولف کتاب خزانة العلم که منزوي کنج گمنامي است هرچند لیاقت آن نداشت که به تصنیف وتالیف این کتاب بردازد لیکن محض بتائیدات سبحاني وتوفیقات یزداني در جمع قواعد مسائل وحل مشکلات این فن شریف سعي موفوره بعمل آورده خصوصا درترجمهٔ الجبراي انگریزي کمال مشقت کرده واکثراز جناب مستطاب معلی القاب مظهر لطف وکرم منبع جود وحلم خورشید فلک امارت مشتري بیت الشرف نصفت وعدالت حاکم جم جاه کیوان بارگاه خداوند نعمت مستر هنري ڈگلس صاحب بهادر دام اقباله تصحیح آن ترجمه نموده الحمد لله والمنه بعون عنایت ایزد سبحانه وجل شانه این کتاب شریف که مجمع مطالب لطیف است اختتام پذیرفته وتمام انگه شود که بنظر عالي متعالي صاحبان عالیشان فلک مکان که قدردان این فن عالي اند خصوص جناب خداوند نعمت نواب کیوان بارگاه ناظم الملک صمصام الدوله مستر فرانسس هاکنس بهادر هیبت جنگ که صدر دیباجه بنام نامي انجناب مزین است وجناب خداوند نعمت مستر هنري ڈگلس صاحب بهادر که خاتمه بنام والاي آنجناب تزئین یافته وجناب عالي متعالي خدیوزمان خداوند دوران مجمع عدل واحسان جناب فلک رکاب سیف الملک ناظم الدوله دوستدار خان مستر آرج باد سٹین صاحب بهادر شهامت جنگ که این کمترین خلایق ازبدو شعور بسابقهٔ عاطفت آن والاجاه تربیت یافته واین قصیده درمدح ودعاي آنجناب ورد زبان میدارد بگذرد *

قصد

قصیده

* ای قائم از وجود تو نام و نشان عدل * وی آنکه شد بلند ز عدل تو شان عدل *

* این ابلق سپهر که خوکرده کجروی است * از شهسوار حکم تو شد همعنان عدل *

* هر کشتهٔ جفای زمانه بپیش تو * آید اگر که تا بکند امتحان عدل *

* از یک نگاه لطف و کرم زنده اش کنی * اعجاز عیسوی بکنی در زمان عدل *

* شیر فلک به ثور و حمل می برد پناه * هرگه که تیر حکم نهی در کمان عدل *

* حد عدالت تو چه گویم که شد قضا * از حکم نصفت تو فرمان بران عدل *

* هر سائلی که از تو سؤال جوی کند * دینار و گوهرش دهی ای بحر کان عدل *

* از بهر خاص و عام تو در دادهٔ صلا * از خان لطف خویش بگسترده خوان عدل *

* هر بیکس و غریب که شد میهمان تو * مشکور نعمت تو شد ای میزبان عدل *

* هرگه که ابر رحمت تو درفشان شود * نخل امید بر دهد ای بوستان عدل *

* گردد ز مهر لطف تو هر روزه آفتاب * هر جا نظر بیفکنی از دیدبان عدل *

* شاهین کند بتیهو و گنجشک آشتی * هر جا عقاب حکم تو گیرد آشیان عدل *

* از سایهٔ عدالت تو بسکه در جهان * هستند خاص و عام بدار الامان عدل *

* دارند جن و انس و ملایک ز بهر تو * هر صبح و شام ورد دعای آسمان عدل *

* تا مهر و ماه نورفشان است بهر تو * باشد بفرق عالمیان سایبان عدل *

* تا زندگی غلامی درگهت آرزو است * ای خسرو زمانه و نوشیروان عدل *

فهرست خزانة العلم

مقدمة الكتاب ۳

بیان اقسام حکمت ۴

تعریف علم حساب ۵

تعریف عدد ٦

بیان اقسام جوهر وعرض مقولات عشرہ ۷

بیان اقسام عدد ۸

باب اول در حساب صحاح ودران
سیزده مطلب است ۱۰

مطلب اول در بیان صور اعداد
ومراتب آن مع جدول وصور
ارقام وجدول مراتب وصور ارقام
انگریزی وتصحیح آن بخط
انگریزی .... ایضا

مطلب دوم در تضعیف ودران دو طریق
است ۱۲

طریق اول عمل از یمین .... ایضا

طریق دوم عمل از یسار بلکه از هرجاکه خواهند .. ۱۳

مطلب سوم در تنصیف ودران دو طریق
است ۱۴

طریق اول عمل از یسار .... ایضا

طریق دوم عمل از یمین بلکه از هرجاکه خواهند ایضا

مطلب چهارم در جمع که آنرا در انگریزی
اڈیشن گویند ۱۵

مطلب پنجم در تفریق که آنرا در
انگریزی سوبٹراکشن گویند ایضا

مطلب ششم در ضرب که آنرا در
انگریزی ملٹیپلیکیشن گویند ودران
پنج بیان است ۱٦

بیان اول در ضرب آحاد فی الآحاد ۱۷

طریق ضرب آحاد فی الآحاد .... ایضا

فائده اگر احد المضروبین نه باشد طریق ضرب آن ۱۸

فائده اگر احد المضروبین هشت باشد طریق
ضرب آن .... ایضا

قاعدهٔ هفتم در ضرب اصفار ۳۶

قاعدهٔ هشتم در ضرب سطر .... ایضا

قاعدهٔ نهم در ضرب جدول ۳۷

قاعدهٔ دهم در ضرب توشیح ۳۸

قاعدهٔ یازدهم در ضرب قلم ۳۹

قاعدهٔ دوازدهم در ضرب تقابل و در آن چند
طریق است .... ایضا

طریق اول مشهور .... ایضا

طریق ثانی که در قسمت بنده از اول اسهل است ۴۰

طریق دیگر که در قسمت قلیل اسهل تر است .. ۴۱

قاعدهٔ سیزدهم در ضرب شبکهٔ مغربی ۴۲

قاعدهٔ چهاردهم در ضرب در آس ۴۳

قاعدهٔ پانزدهم در ضرب تصعیدی ۴۴

قاعدهٔ شانزدهم در ضرب مفتاح .... ایضا

قاعدهٔ هفدهم در ضرب حصنی .... ایضا

قاعدهٔ هیجدهم در تربیع حصنی ۴۶

فائده در بیان عمل عقد انامل ۴۷

مطلب هفتم در قسمت که آن را در
انگریزی ڈویژن گویند ۴۹

تعریف قسمت و انواع آن .... ایضا

اول قسمت قلیل بر کثیر ۵۰

دوم قسمت کثیر بر قلیل و در آن چند طریق است ایضا

طریق اول معروف فقیر .... ایضا

طریق دوم که صاحب عیون الحساب بیان ساخته ۵۳

طریق سوم که معروف است و در خلاصة
الحساب مسطور .... ایضا

طریق چهارم که بعض شارحین خلاصة الحساب
نوشته ۵۴

فوائد ۵۵

فائدهٔ اعداد ذو اصفار ۵۶

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه از اول عقدها باشد ایضا

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه مفرد غیر الاحاد باشد ایضا

فائدهٔ دیگر هر عددی را که بر پنج قسمت نمایند ایضا

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه جزء عقده باشد ۵۷

فائدهٔ دیگر اگر مقسوم علیه عدد نه یا مرکب
از نه بود .... ایضا

فائدهٔ دیگر هر عددیرا که بر نه قسمت کنند ۵۸

فائدهٔ دیگر اگر خواهند که عددی را بر
نود و نه یا نهصد و نود و نه یا نه هزار و
نهصد و نود و نه قسمت کنند ۵۹

فائدهٔ دیگر اگر ارقام آحاد و عشرات مقسوم
علیه ۷۵ و ارقام اخیر آن ۲۴ و در میان
آن رقم نه بود یا رقم دیگر نباشد ۶۰

فائدهٔ دیگر اگر مجموع صور آحاد و صورت
اخیر مقسوم علیه نه باشد و در میان آن سوای
عدد نه رقم دیگر نبود ۶۱

فائدهٔ دیگر اگر در مقسوم علیه عدد سه
بجای نه بود .... ایضا

فائدهٔ دیگر و اگر در مراتب مقسوم علیه رقم شش
بجای نه بود و در آن دو طریق است ۶۳

طریق اول .... ایضا

طریق دوم .... ایضا

قواعد وامثله ... ۸۸ — ۹۳
فائده دربیان اینکه گاهی عدد علامت زیاده از
مراتب عدد ضلع اول در مضلعات واقع
میشود ... ۹۴
فائده دربیان اینکه در ناقص هم گاهی برای علامت
اخیر عددی یافته نمیشود و امثلهٔ آن ۹۵ — ۹۷
فائده دربیان استخراج ضلع اول مضلعهٔ
زائده و ناقصه وامثلهٔ آن ... ۹۸
فائدهٔ دیگر در استخراج مضلعات زائده وناقصه
بطریق ضرب وجمع زائده که درباب جبر
ومقابله مذکور است عمل نمایند ... ۱۰۱
مطلب سیزدهم درمیزان اعمال ایضا
طریق میزان نه نه وطریق میزان یازده یازده ایضا
بیان حقیقت میزان وطریق میزان بهر
عددی که خواهند که تقدیر استنباط کرده
وفوائد دیگر ... ۱۰۳

باب دوم درکسور واین مشتمل بر
مقدمه ویازده مطلب است که آنرا
درانگریزی فراکشن گویند ... ۱۰۷
مقدمه درتعریف کسور وبیان اقسام آن ... ایضا
مطلب اول دربیان صور ارقام کسور وبیان
نسبت چهارگانه یعنی تماثل و
تداخل وتوافق وتباین وبعضی
فوائد که متعلق آنست ... ۱۰۸
مطلب ثانی دراستخراج مخرج مشترک
کسور ورجوع باقل کردن مخرج
وفائده دررجوع کردن مخرج باقل ۱۱۰
مطلب ثالث درتجنیس کسور ... ۱۱۲
مطلب چهارم درترفیع کسور ... ایضا
مطلب پنجم درمفرد کردن کسور
غیرمفرد ... ایضا
مطلب ششم درتضعیف وتنصیف وجمع
وتفریق کسور ... ۱۱۴
مطلب هفتم درضرب کسور وفوائد
متعلقهٔ آن ... ۱۱۶
مطلب هشتم درقسمت کسور وفوائد
متعلقهٔ آن ... ۱۱۸
مطلب نهم دراستخراج جذر وضلع
اول مضلعات کسور ... ۱۲۰
مطلب دهم دراستخراج ضلع اول
مضلعات اصم بطریقیکه اقرب
التقریبی برآید ... ۱۲۳
مطلب یازدهم درتحویل کسور ... ۱۲۵

باب سیوم دربعض فوائدعام که محاسب
را دانستن آن ضرور است و
دران چهار مطلب است ... ایضا
مطلب اول دربیان خواص اعداد ایضا

فصل یازدهم در جمع مجسمات متوالیه از ابتدای واحد تا هر جا که خواهند ۱۳۷
فصل دوازدهم در جمع مربعات متوالیه بطریق خاص .... ایضا
فصل سیزدهم در جمع مکعبات متوالیه ...... ایضا
فصل چهاردهم در جمع مال المال متوالیه ..... ایضا
فصل پانزدهم در جمع ضلع اول مع مضلعات متوالیه آن تا هر مقدر که خواهند و در چند طریق است ۱۳۸

مطلب سوم در بیان بعضی مسائل هندسی که متعلق عدد و علم حساب است و در آن سی و چهار مسئله است مع نام نسبت ها در انگریزی ۱۳۹

مسئلهٔ اولی در اربعهٔ متناسبه وخواص آن .... ایضا
مسئلهٔ دوم در جمع النسبت .... ایضا
مسئلهٔ سوم در ضرب النسبت ۱۴۰
مسئلهٔ چهارم در ابدال النسبة .... ایضا
مسئلهٔ پنجم در ترکیب النسبت .... ایضا
مسئلهٔ ششم در فصل النسبة ۱۴۱
مسئلهٔ هفتم در قلب النسبة .... ایضا
مسئلهٔ هشتم در ثلثهٔ متناسبه که اول اعظم از دوم باشد .... ایضا
مسئلهٔ نهم در نسبت منتظمه ومضطربه .... ایضا
مسئلهٔ دهم در اربعهٔ متناسبه علی توالی وبیان خواص آن ۱۴۲
مسئلهٔ یازدهم در جمع وتفریق نسبت ..... ایضا

مسئلهٔ دوازدهم در نسبت منقسمه ومرتبه ... ۱۴۳
مسئلهٔ سیزدهم در بیان نسبت احد المضروبین بطرف مربع خودش ونسبت مربع بطرف مجموع اجذار خود باىّ عدد کانت ... ایضا
مسئلهٔ چهاردهم در بیان اینکه هر عددی را که در عددی ضرب کنند و باز آنعدد را بر همان عدد قسمت کنند وحاصل ضرب را در خارج قسمت ضرب کنند حاصل مساوی مربع العدد خواهد بود .... ایضا
مسئلهٔ پانزدهم اگر دو عدد را بر یکدیگر قسمت نمایند ونیز در یکدیگر ضرب سازند وخارجین را در حاصل ضرب ضرب کنند مجموع حاصلین مساوی مربع العدد خواهد بود ...... ایضا
مسئلهٔ شانزدهم هرگاه دو عدد را بر یک دیگر قسمت کنند وخارجین را باهم ضرب سازند حاصل واحد خواهد بود ۱۴۴
مسئلهٔ هفدهم مجموع عددین را اگر بر هر یکی ازان عدد قسمت کنند وخارجین را باهم ضرب سازند حاصل مساوی مجموع خارجین خواهد بود .... ایضا
مسئلهٔ هجدهم در بیان اینکه نسبت خارج القسمت بطرف مربع خود مثل نسبت مقسوم علیه بطرف مقسوم است .... ایضا
مسئلهٔ نوزدهم نسبت قیمت یک جنس بطرف قیمت جنس دیگر مع تساوی عدد جنسین مثل نسبت عدد یک جنس بطرف عدد جنس آخر مع تساوی قیمت خواهد بود و فائدهٔ ایضا

اول نسبت عددی ١٥٥

دوم نسبت هندسی .... ایضا

سیوم نسبت تالیفیة .... ایضا

چهارم نسبت متضادة .... ایضا

پنجم در میان اعداد ثلثه نسبت تفاضل اعظمین
بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اصغر
بطرف اوسط باشد ١٥٦

ششم در میان اعداد ثلثه نسبت تفاضل اعظمین
بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اوسط
بطرف اعظم باشد .... ایضا

هفتم در میان اعداد ثلثه نسبت تفاضل طرفین
بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اعظم
بطرف اصغر باشد .... ایضا

هشتم در میان اعداد ثلثه نسبت تفاضل طرفین
بطرف تفاضل اعظمین مثل نسبت اعظم
بطرف اصغر باشد .... ایضا

نهم در میان اعداد ثلثه نسبت تفاضل طرفین
بطرف تفاضل اصغرین مثل نسبت اوسط
بطرف اصغر باشد .... ایضا

دهم در میان اعداد ثلثه نسبت تفاضل طرفین
بطرف تفاضل اعظمین مثل نسبت اوسط
بطرف اصغر باشد .... ایضا

بیان اول در فوائد نسبت تالیفیة .... ایضا

بیان دوم در فوائد نسبت متضادة ١٥٨

بیان سیوم در فوائد نسبت خامسة ١٦٠

بیان چهارم در فوائد نسبت سادسة ١٦١

بیان پنجم در فوائد نسبت سابعة ١٦١

بیان ششم در فوائد نسبت ثامنة ١٦٢

بیان هفتم در فوائد نسبت تاسعة ١٦٣

بیان هشتم در فوائد نسبت عاشرة .... ایضا

باب چهارم در طریق حساب اهل تنجیم
ودران مقدمه وشش مطلب است ایضا

مقدمه در بیان اصطلاحات اهل تنجیم وترکیب
اعداد بحروف تهجی وفائدهٔ .... ایضا

مطلب اول در تضعیف وتنصیف وجمع
وتفریق ١٦٦

بیان اول در تضعیف ودران دو طریق است ایضا

بیان دوم در تنصیف ودران دو طریق است .. ١٦٧

بیان سیوم در جمع .... ایضا

بیان چهارم در تفریق وفائدهٔ ١٦٨

مطلب دوم در ضرب وفائدهٔ متضمن
جدول ستینیه وقواعد ضرب ١٧٠

قاعدهٔ اول در ضرب مفرد فی المرکب و دران
دو طریق است ١٧١

قاعدهٔ دوم درضرب مرکب فی المرکب و دران
دو طریق است ١٧٣

طریق اول ضرب شبکه .... ایضا

طریق دوم ضرب تام ١٧٤

فوائد دیگر .... ایضا

مطلب سیوم در قسمت مع جدول و
دران دو طریق است وفائدهٔ ١٧٥

مطلب چهارم در استخراج جذر وضلع
اول مضلعات ۱۷۸
مطلب پنجم در تحویل ارقام ستینیه الی
هندیه وبالعکس ودران نه بیان است ۱۸۰
بیان اول در تحویل ارقام صحاح ستینیه الی ارقام
هندیه ودران دو طریق است ...... ایضا
بیان دوم در تحویل ارقام هندیه الی ستینیه ودران
نیز دو طریق است ۱۸۱
بیان سیوم در کسور اعشاریه ۱۸۲
بیان چهارم در تحویل کسور ستینیه الی اعشاریه
ودران دو طریق است ۱۸۳
بیان پنجم در تحویل کسور اعشاریه الی ستینیه
واین هم دو طریق است ۱۸۴
بیان ششم در اداے کسور ستینیه ۱۸۶
بیان هفتم در تحویل کسور هندیه الی ستینیه ...... ایضا
بیان هشتم در اداے کسور اعشاریه ۱۸۷
بیان نهم در تحویل کسور هندیه الی اعشاریه ...... ایضا
مطلب ششم در بعضی فوائد ...... ایضا
فائدهٔ اول در تقسیم دائره ۱۸۸
فائدهٔ دوم در بیان قوس ومقدمه آن ...... ایضا
باب دوم در مساحت ودران دو مقدمه
و سیزده مطلب است ...... ایضا
مقدمهٔ اولی در بیان اصطلاحات ...... ایضا
تعریف [illegible] ...... ایضا
تعریف [illegible] ۱۸۹
تعریف خط مستقیم و اقسام آن ...... ایضا
تعریف خط مستدیر ...... ایضا
تعریف خط منحنی ۱۸۹
تعریف سطح ۱۹۰
تعریف سطح مستوی ...... ایضا
تعریف سطح غیر مستوی ...... ایضا
تعریف سطح مستدیر ...... ایضا
تعریف سطح منحنی ...... ایضا
تعریف جسم ...... ایضا
تعریف خطوط متوازیه ...... ایضا
تعریف سطوح متوازیه ...... ایضا
تعریف زاویه ۱۹۰
تعریف زاویهٔ مسطحه که انرا زاویهٔ بسیطه
نیز گویند ...... ایضا
تعریف زاویهٔ مجسمه ...... ایضا
تعریف فصل مشترک که درمیان خط یا سطح
یا مجسم واقع شود ...... ایضا
بیان اقسام زاویهٔ مسطحه ۱۹۱
زاویهٔ مستقیمة الخطین ...... ایضا
قائمه ...... ایضا
منفرجه ...... ایضا
حاده ...... ایضا
زاویهٔ غیر مستقیمة الخطین ۱۹۳
قائمه ...... ایضا
منفرجه ...... ایضا
حاده ...... ایضا
بیان اشکال مسطحه واشکال مجسمه ...... ایضا
اشکال مسطحه ...... ایضا
مستقیم الاضلاع ...... ایضا

مثلث ۱۹۲
قائم الزاویه .... ایضا
متساوي الساقین .... ایضا
مختلف الاضلاع .... ایضا
منفرج الزاویه .... ایضا
متساوي الساقین .... ایضا
مختلف الاضلاع .... ایضا
حاد الزوایا .... ایضا
متساوي الساقین .... ایضا
متساوي الاضلاع .... ایضا
مختلف الاضلاع .... ایضا
ذو اربعة اضلاع ۱۹۳
مربع .... ایضا
معین .... ایضا
مستطیل .... ایضا
شبیه بالمعین .... ایضا
ذو زنقه .... ایضا
ذو زنقتین .... ایضا
ذو زنقتین متساویتین .... ایضا
ذو زنقتین مختلفتین .... ایضا
شقائقي ۱۹۴
ذو [illegible] .... ایضا
[illegible] و جودانه .... ایضا
[illegible] .... ایضا
شبیه بالشقائقي .... ایضا
ذو رجلین .... ایضا
[illegible] .... ایضا
منحرف .... ایضا
کثیر الاضلاع ۱۹۴
مخمس .... ایضا
مسدس وغیره .... ایضا
ذو خمسة اضلاع .... ایضا
مدرج ۱۹۵
مطبل .... ایضا
ذو شرفه .... ایضا
غیر مستقیم الاضلاع .... ایضا
دائره .... ایضا
قوس .... ایضا
قطعهٔ کبری .... ایضا
قطعهٔ صغری .... ایضا
نصف دائره .... ایضا
جیب مستوی .... ایضا
جیب معکوس که انرا سهم نیز گویند .... ایضا
قطاع اصغر واکبر .... ایضا
بیضي ۱۹۶
اهلیلجي .... ایضا
عدسي وشلجمي .... ایضا
نعلي .... ایضا
هلالي .... ایضا
کره وبیان مرکز و سهم ومحور و اقطار و اوتار
وقطبین آن .... ایضا
قطعة الکره .... ایضا
قطاع الکره .... ایضا
تذنیب .... ایضا
اسطوانهٔ قائمه ومائله ومضلع ومستدیر .... ایضا
مخروط ۱۹۷

مسئلهٔ یازدهم سطوح متوازی الاضلاع که بر قاعدهٔ
واحد فی جهة واحدة میان دو خط متوازی
واقع شوند متساوی خواهند بود ۲۰۱
مسئلهٔ دوازدهم سطوح متوازی الاضلاع و مثلث
که بر یک قاعده فی جهة واحدة میان دو خط
متوازی باشند آن سطوح ضعف مثلث
خواهند بود .... ایضا
مسئلهٔ سیزدهم در مثلث قائم الزاویه مربع وتر
مساوی مربعین ضلعین می باشد .... ایضا
مسئلهٔ چهاردهم مسطح یک خط در خط آخر
مساوی مجموع مسطحات آن خط در اقسام
خط آخر است .... ایضا
مسئلهٔ پانزدهم مسطح خط در جمیع اقسام
خودش مساوی مربع اوست ...... ایضا
مسئلهٔ شانزدهم مسطح یک خط در یکی از دو قسم
خودش مساوی مجموع مربع آن قسم و مسطح
آن قسم در قسم آخر است .... ایضا
مسئلهٔ هفدهم مجموع مسطح خط مع الزیادة
فی الزیادة مع مربع نصف مساوی مربع
نصف مع الزیادة است .... ایضا
مسئلهٔ هیجدهم چهار امثال مسطح خطی احد
قسمیه مع مربع قسم آخر مساوی مربع
خط است که بر آن بقدر قسم اول زیاده کرده باشند ایضا
مسئلهٔ نوزدهم مربع وتر مثلث منفرجة الزاویه
اعظم از مربعین ضلعین بقدر ضعف مسطح
قاعده فی مقدار که بعد اخراج قاعده در میان
زاویه و موقع عمود پیدا شد ۲۰۲
مسئلهٔ بستم مربع وتر مثلث حادة الزاویه اصغر
از مربعین ضلعین بقدر ضعف مسطح قاعده
در قدر واقع بین الزاویه و موقع العمود است ۲۰۲
مسئلهٔ بست و یکم هر خط که از مرکز دائره بیرون
خارج شود پس اگر منصف وتر باشد عمود
و اگر عمود است منصف وتر است . . . ایضا
مسئلهٔ بست و دوم زاویهٔ مرکزیهٔ دائره ضعف
زاویهٔ محیطیه می باشد .... ایضا
مسئلهٔ بست و سیوم زوایای محیطیه که در یک
قطعهٔ دائره واقع شوند متساوی می باشند ایضا
مسئلهٔ بست و چهارم طریق استخراج مرکز
قطعهٔ دائره بالعمل و بالحساب ...... ایضا
مسئلهٔ بست و پنجم هرگاه وترین دو قوس دائره
متساوی باشند هر دو قوس هم متساوی
خواهند بود ۲۰۳
مسئلهٔ بست و ششم در نصف دائره زاویهٔ محیطیه
قائمه و در قطعهٔ اعظم از نصف زاویهٔ حاده و در
قطعهٔ اصغر از نصف زاویهٔ منفرجه می باشد ایضا
مسئلهٔ بست و هفتم مسطح قسمین وتر مساوی
مسطح قسمین وتر آخر که تقاطع کرده باشند
خواهد بود .... ایضا
مسئلهٔ بست و هشتم مسطح جمیع خط قاطع
در مقدار خارج دائره مساوی مربع خط
مماس که از یک نقطه خارج شده باشند
خواهد بود .... ایضا
مسئلهٔ بست و نهم طریق کشیدن دائره
فی المثلث بحیثیتیکه جمیع اضلاع مثلث را
مماس شود طریق کشیدن دائره علی المثلث ایضا
مسئلهٔ سی ام دو سطح متوازی الاضلاع خواه

قطر دائره هاي محيطهٔ اشكال‌هاي مذكوره ۲۲۵
مسئلهٔ چهل وسيوم در استخراج قطر كره ومحيط
دائرهٔ عظيمه ودران فوائد وچند طريق است ايضا
فائدهٔ اول هرگاه بر سطح كره دائرهٔ بكشند كره منقسم
بدو قسم خواهد شد ۲۲۶
فائدهٔ دوم مقدار فتح پرگار كه بآن دائرهٔ
بر سطح كشيده شود مقدار وتر نصف قوس
خواهد شد .... ايضا
فائدهٔ سيوم نقطهٔ كه مركز دائره باشد بمنزلهٔ
قطب كره است .... ايضا
فائدهٔ چهارم قطر دائرهٔ مرسومه وتر قوس محيط
دائرهٔ عظيمهٔ كره ميشود .... ايضا
فائدهٔ پنجم از هر دو وتر هر دو نصف قوس كه ملتقي
بر نقطهٔ قطبيه متخيل ميشوند واز قطر دائره
يك مثلث متساوي الساقين حادث ميشود ايضا
فائدهٔ ششم قطر كره قطر دائرهٔ عظيمهٔ كره است ايضا
فائدهٔ هفتم اگر بر دو نقطهٔ طرفين خط دو دائره
ببعديكه از نصف خط زائد باشند كشيده
شود هر دو دائره دو جا متقاطع خواهند شد ايضا
فائدهٔ هشتم طريق كشيدن مثلث متساوي
الساقين بر خط مفروض .... ايضا
فائدهٔ نهم طريق كشيدن عمود بر نقطهٔ مفروضه ۲۲۷
فائدهٔ دهم در طريق كشيدن دائره علي المثلث
واين در مسئلهٔ سي ونهم نيز مذكور گرديده ايضا
فائدهٔ يازدهم در مثلث متساوي الساقين هرگاه
بر منتصف ساقين دو عمود بطرف راس
مثلث كشيده شوند هر دو عمود بر نقطهٔ ملاقي
خواهند شد ومتساويين خواهند بود .... ايضا
فائدهٔ دوازدهم طريق استخراج قطر دائره از
وتر قوس ۲۲۷
فائدهٔ سيزدهم وتر قوس سدس دائره مساوي
نصف قطر دائره مي باشد .... ايضا
طريق اول بالعمل بموجب شكل بستم از مقالهٔ
اول اكر ثاوذوسيوس .... ايضا
طريق دوم بالعمل ۲۲۸
طريق سيوم بالعمل ۲۲۹
طريق چهارم بالعمل .... ايضا
طريق پنجم بالعمل .... ايضا
طريق ششم بالعمل .... ايضا
طريق هفتم بالحساب وطريق هشتم بالحساب ۲۳۰
مسئلهٔ چهل وچهارم در استخراج ارتفاع اسطوانه
ومخروط .... ايضا
مسئله چهل وپنجم در استخراج مقدار عمود وخط
واصل بين محيط قاعده وراس مخروط تام
از مخروط ناقص ۲۳۱
مسئلهٔ چهل وششم در تركيب ساختن اكثري
از اشكال مجسمات ۲۳۲
بيان اول در تركيب ساختن ذو ثمانية قواعد
مثلثات .... ايضا
بيان دوم در تركيب ساختن ذو عشرين قاعدة
مثلثات .... ايضا
بيان سيوم در تركيب ساختن ذو اثني عشر
قاعدة مخمسات ۲۳۳
بيان چهارم در تركيب ساختن اشكال ذو صنفين
ودران كليّات وضوابط است .... ايضا
كليّهٔ اول در تقسيم مثلث متساوي الاضلاع

مساحت ذو زنقتین ۲۴۶

قاعدهٔ اولی متعلق ذو زنقتین ۲۴۷

قاعدهٔ ثانی در مساحت منحرفات .... ایضا

قاعدهٔ ثالث در طریق مساحت منحرفات .. ایضا

بیان سیوم در مساحت کثیر الاضلاع ۲۴۸

طریق ثانی .... ایضا

قاعدهٔ اول در مساحت متساوی الاضلاع مثل

مخمس و مسدس و غیره مع جدول .. ایضا

قاعدهٔ دوم در مساحت اشکال مزدوجه متساوی

الزوایا ۲۵۱

قاعدهٔ سیوم در مساحت ذو شرفه ۲۵۲

فائده در مساحت ثانی جمیع اشکال کثیر الاضلاع ایضا

مطلب دوم در مساحت سطوح

مستدیره ودران هفت بیان است ... ایضا

بیان اول در مساحت دائره و دران پنج طریق

است مع بیان نسبت مساحت نی القطر

بطریق صاحب مفتاح و جد اول آن ایضا

بیان دوم در مساحت قطاع ۲۵۵

بیان سیوم در مساحت قطعهٔ دائره ۲۵۶

بیان چهارم در مساحت شکلی که شبیه بقطاع باشد ایضا

بیان پنجم در مساحت اهلیلجی و شلجمی

و هلالی و نعلی ۲۵۷

بیان ششم در مساحت حلقهٔ مسطحه .... ایضا

بیان هفتم در مساحت دیگر اشکال مسطحه ایضا

مطلب سیوم در مساحت سطح اسطوانه

ومخروط ۲۵۸

بیان اول در مساحت سطح اسطوانه و فائدهٔ ۲۵۸

بیان دوم در مساحت سطح مخروط ۲۶۰

مطلب چهارم در مساحت سطح کره

و غیره ودران چهار بیان است ... ۲۶۱

بیان اول در مساحت سطح کره و دران چهار

طریق است .... ایضا

بیان دوم در مساحت سطح قطعهٔ کره و دران

پنج طریق است ویک فائده .... ایضا

بیان سیوم در مساحت سطح کره که بعد جدا

شدن دو قطعه باقیماند ۲۶۳

بیان چهارم در مساحت سطح تنینی ۲۶۴

مطلب پنجم در مساحت اجسام

اسطوانه ومخروط وکره ودران چند

بیان است .... ایضا

بیان اول در مساحت جسم اسطوانه ودران سه

طریق وچند فائده است .... ایضا

بیان دوم در مساحت جسم مخروط ودران دو

طریق و چند قواعد است ۲۶۶

بیان سیوم در مساحت جسم کره ودران چهارده

طریق است ۲۶۹

بیان چهارم در مساحت جسم قطاع کره وتکمیل کره ۲۷۱

بیان پنجم در مساحت جسم قطعهٔ کره ۲۷۲

بیان ششم در مساحت فضل المعین و فضل

المخروط ۲۷۳

مطلب ششم در مساحت اجسام ذی سطوح

متساوی الاضلاع والزوایا ۲۷۴

مطلب دوازدهم در دانستن عمق چاه و جز آن ۳۰۲
مطلب سیزدهم در دانستن نشیب و فراز زمین و در آن چند طریق است و فوائد ۳۰۳
باب ششم در طریق استخراج مجهولات بطریق اربعهٔ متناسبه و در آن مقدمه و سه مطلب است ۳۰۵
مقدمه در حقیقت اربعهٔ متناسبه .... ایضا
مطلب اول در طریق تصرف سؤالات اربعهٔ متناسبه ۳۰۷
مطلب ثانی در طریق تصرف ستهٔ متناسبه ۳۱۳
مطلب سیوم در ثمانیهٔ متناسبه و عشرهٔ متناسبه و اثنی عشرهٔ متناسبه و بیان فوائد ۳۱۵
باب هفتم در استخراج مجهولات بعمل بالعکس طریق عمل و بیان امثله ۳۱۸
باب هشتم در استخراج مجهولات بقاعدهٔ خطائین و در آن چهار طریق است مع برهان آن...... ۳۲۷
باب نهم در جبر و مقابله و در آن مقدمه و دو گفتار است ۳۳۴
مقدمه در بیان مجمل حقیقت جبر و مقابله ۳۳۴
گفتار اول در جبر و مقابله بطریق اهل فارس و هند و در آن یک مقدمه و دوازده مطلب است ۳۳۵
مقدمه در تعریف جبر و مقابله و بیان اصطلاحات آن .... ایضا
مطلب اول در تضعیف و تنصیف و در آن سه بیان است ۳۳۹
بیان اول در تضعیف و تنصیف صفر...... ایضا
بیان دوم در تضعیف و تنصیف اجناس زائده و ناقصه .... ایضا
بیان سیوم در تضعیف و تنصیف اصم الجذر ایضا
مطلب دوم در جمع و در آن پنج بیان است ۳۴۰
بیان اول در جمع صفر .... ایضا
بیان دوم در جمع اجناس زائده و ناقصه و آن چهار نوع است .... ایضا
بیان سیوم در جمع جذری الجذسین و در آن سه طریق است ۳۴۱
بیان چهارم در جمع جذری الجذرین ۳۴۳
بیان پنجم در جمع کعبین ۳۴۴
مطلب سیوم در تفریق .... ایضا
بیان اول در تفریق صفر............. ایضا
بیان دوم در تفریق اجناس زائده و ناقصه و آن چهار نوع است ۳۴۵
بیان سیوم در تفریق جذری الجذسین و جذری الجذرین و کعبین ۳۴۶

فائدهٔ چهارم در نسبت هندسي متواليه که
انرا جمتري پرو گرشن گويند ۴۶۵
فائدهٔ ... در اربعهٔ متناسبه مسطح الوسطين
مساوي مسطح الطرفين مي باشد ... ايضا
فائدهٔ ششم در اربعهٔ متناسبهٔ مستويه حاصل
ضرب وسطين مقسوم براحد الطرفين
مساوي طرف آخر مي باشد و همچنين
بالعکس .... ايضا
فائدهٔ هفتم درنسبت متواليهٔ هندسي حاصل
ضرب طرفين مساوي حاصل ضرب وسطين
بعد هريکي از طرفين مساوي باشد ميشود ايضا
فائدهٔ هشتم در نسبت متواليه مقدار آخر
مساوي حاصل ضرب مقدار اول در مضلع
نسبت است که عدد منزل ان از عدد
ادير بواحد کم باشد .... ايضا
فائدهٔ نهم در دريافت مجموع مقادير متواليهٔ
هندسي ۴۶۶
فائدهٔ دهم در بيان قلب النسبة وابدال النسبة
وترکيب النسبة وغيره .... ايضا
باب دوازدهم در معادلات مفرده که
اسنپل ايکويشن گويند ۴۶۷
بيان اول طريق معلوم کردن مقدار مجهول
مفرد و دران هفت قاعده است ۴۶۸
بيان دوم در طريق استخراج دو مجهول
برابر کردن مقابلهٔ مفرد و دران سه قاعده است ۴۷۱

بيان سيوم در طريق استخراج سه مجهول
مطلب سيزدهم در معادلات مرکب
مربعي که عبارت از مسائل
مقترنات است که آنرا
کواڈرٹک ايکويشن گويند مع فوائد ۴۷۶
مطلب چهاردهم در استخراج
معادلات بوجه عام که آنرا
ايکويشن انجنرل گويند ۴۸۴
بيان اول در خاصه وحقيقت معادلات که آنرا
نيٹور گويند .... ايضا
بيان دوم در مسائل ذيل ۴۸۸
مسئلهٔ اول در زيادت و نقصان مقدار ضلع
يك مقابلهٔ معلوم بقدر مقدار معلوم .. ايضا
مسئلهٔ دوم در معدوم کردن رقم دوم در هر
مقابله که خواهند ۴۹۰
مسئلهٔ سيوم در استخراج ضلعهاي معادلات
بشرطيکه منطق باشند ۴۹۳
مسئلهٔ چهارم در استخراج ضلعهاي معادلات
بموجب قاعدهٔ سر ايزك نيوٹن ۴۹۴
مسئلهٔ پنجم در استخراج ضلع اول معادلهٔ
کعبي بطريق خاص ۴۹۷
مسئلهٔ ششم در استخراج ضلع معادلهٔ بالائي
بطريق خاص ۵۰۰
قاعدهٔ منسوب بطرف لارقواري .... ايضا
قاعدهٔ منسوب بطرف ديمقرتيس ۵۰۲